

УНИВЕРЗИТЕТ СИНГИДУНУМ
БЕОГРАД

**РАЗВОЈ АЛГОРИТМА И СИМУЛАЦИЈА
ТРАНЗИЕНТНИХ ПРОЦЕСА У НАМОТАЈИМА
ТРАНСФОРМАТОРА УЗ ПОДРШКУ РАЧУНАРА**

Докторска дисертација

Београд 2016

УНИВЕРЗИТЕТ СИНГИДУМУ
БЕОГРАД

**РАЗВОЈ АЛГОРИТМА И СИМУЛАЦИЈА
ТРАНЗИЕНТНИХ ПРОЦЕСА У НАМОТАЈИМА
ТРАНСФОРМАТОРА УЗ ПОДРШКУ РАЧУНАРА**

Докторска дисертација

Београд 2016

УНИВЕРЗИТЕТ СИНГИДУМУ
БЕОГРАД

**РАЗВОЈ АЛГОРИТМА И СИМУЛАЦИЈА
ТРАНЗИЕНТНИХ ПРОЦЕСА У НАМОТАЈИМА
ТРАНСФОРМАТОРА УЗ ПОДРШКУ РАЧУНАРА**

Doctoral Dissertation

**DEVELOPMENT OF ALGORITHMS AND
SIMULATION OF TRANSITIONAL PROCESS IN
TRANSFORMER WINDINGS WITH COMPUTER
SUPPORTS**

Belgrade 2016

ПОДАЦИ О МЕНТОРУ И ЧЛАНОВИМА КОМИСИЈЕ

Ментор:

Проф. др Петар Спалевић, редовни професор, Универзитет у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици, Факултет Техничких наука и Универзитет Сингидунум Београд, Технички факултет.

Члан комисије:

Проф. др Младен Војиновић, редовни професор, Универзитет Сингидунум, Факултет за информатику и рачунарство.

Члан комисије:

Проф. др Слободан Бјелић, редовни професор, Универзитет у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици, Факултет Техничких наука.

Датум одбране:

РАЗВОЈ АЛГОРИТМА И СИМУЛАЦИЈА ТРАНЗИЕНТНИХ ПРОЦЕСА У НАМОТАЈИМА ТРАНСФОРМАТОРА УЗ ПОДРШКУ РАЧУНАРА

Предмет истраживања дисертације

Актуелност:

Сложени електромагнетни, транзиентни/прелазни процеси у трансформаторима догађају се и поред тога што је претпостављена његова симетрична структура и линеарни карактер параметара трансформатора и уређаја за регулацију напона. Искуство говори да примена уређаја за регулацију напона и врло често погоршава параметре квалитета електричне енергије. Тако на пример укључење кондензаторских батерија у чворовима у којима су прикључена несиметрична и нелинеарна оптерећења има за последицу умањење адмитансе у чвору и на посредан начин и повећање напона инверзног редоследа основног хармоника. Тиме су створени услови за појаву резонантних режима на фреквенцији која одговара вишим хармоникима.

Транзиентни процес је сложено електромагнетно стање у коме величине на неком електричном уређају знатно одступају од стандардних. Разликују се *краткотрајни процеси*, који настају због кратких спојева или због прекида фаза и елиминишу их заштитни уређаји, и *дуготрајни* које могу настати услед различитих вредности параметара на уређају или у мрежи којој припадају (пр. укључења несиметричних оптерећења).

Досадашња истраживања и анализе утицаја параметара на прелазни електромагнетни процес трансформатора показују да су несиметрије и изобличења напона на крајевима намотаја значајни чиниоци који смањују ефикасност рада трансформатора. Минимално присуство несиметрија у мрежним напонима, због малих вредности импеданси инверзног редоследа знатно повећавају активне губитке.

За решавање набројаних задатака потребно је усавршавање постојећих метода за дијагностику транзиентних процеса у реалном времену.

Почетна истраживања су већ остварена на моделима трансформатора са пасивним R , L , C параметрима намотаја и са одговарајућим матрицама трансформација за произвољни облик улазног напона на крајевима намотаја. Теоријски резултати добијени из модела и одговарајући тестови симулације треба да доведу до верификације предвиђеног модела и алгоритма.

Научни циљ дисертације

Научни циљ дисертације односи се на испитивање транзиентних процеса уз примену софтверске подршке, са функцијом аутоматске дијагностике и корекције режима рада трансформатора у реалном времену.

Модел рада трансформатора у условима прелазног процеса када карактер напона и струја одређује максималан број параметара намотаја и магнетног кола, може дати више одговора у односу познате моделе у литератури. За верификацију модела користили би се и интересантни подаци на улазу (облик напона и његова фреквенција) и излаза на реалном трансформатору, који би се у другом кораку поредили са задатим подацима дефинисаним алгоритмом који ће бити подвргнут симулацији. Основне карактеристике поступака моделовања и добијања алгоритма су следеће:

- Модел и његова структура се могу претпоставити и унапред јер је дефинисан на бази познатих законитости.

- Параметри модела повезани са реалним параметрима оригинала кроз бројне вредности које не морају бити неки физички параметри или параметри реалног процеса.
- Добијени модел и његов алгоритам важи за сличне процесе на полифазним трансформаторима.

Решења се могу применити за добијање модела различитих процеса (режима рада трансформатора). Параметри имитанси парцијалних елемената које ће модел обухватити могу се изабрати према следећим критеријумима тј. да вредности параметра имитанси:

- да вредности параметра имитанси одговарају парцијалним имитансама које су функционалне зависности од параметара укупне отпорности, индуктивности и капацитивности трансформатора и параметара напона система напајања,
- да вредност параметара имитанси зависе само од параметара напона система напајања а параметри парцијалних имитанси су константне вредности.

Зато је циљ истраживања у овој дисертацији развој бољих и једноставнијих метода за анализу транзиентних процеса у намотајима трансформатора и добијање алгоритама који ће на бржи и савременији начин понудити одговарајућа решења.

Примењене научне методе

Научни методи које ће се применити у истраживању у дисертацији су:

- методи класичне примењене математике за решавање диференцијалних једначина у временском и комплексном домену и
- методи теоријске електротехнике - претежно матрични метод за решавање парцијалних електричних кола са дефинисаним параметрима,
- методи статистичке обраде резултата мерења. На основу добијених узорака, методама математичке статистике, приступиће се оцењивању какву расподелу у целој популацији има посматрано обележје. Свака претпоставка која се односи на ту расподелу обележја зове се статистичка хипотеза а поступак њеног верификовања помоћу узорака зове се тест статистика. Када је обим узорака велики, прелази се на интервално сређивање података. Интервално сређивање се иначе практикује када су у питању подаци о непрекидној случајној променљиви.
- метод анализе корелисаности две сличајне променљиве. Повезаност између појава постоји ако пораст једног обележја прати пораст другог, и обрнуто али, исто тако, ако при порасту једног обележја друго опада, и обрнуто. Ова повезаност се назива корелација.

За статистичку анализу корелисаности две случајне променљиве (обележја) X и Y , неопходно је располагати њиховим вредностима $(x_i, i = 1, 2, \dots, n)$ и $(y_i, i = 1, 2, \dots, n)$.

Први корак у анализи корелације је учртавање уређених парова (x_i, y_i) , као тачка у Oxy координатном систему, тако се добија дијаграм који се назива дијаграм расипања (scatter diagram). На основу распореда тачака у дијаграму може се грубо одредити:

- да ли постоји стохастичка зависност променљивих (корелација);

- ако постоји корелација да ли је она линеарна или нелинеарна;
- ако постоји корелација да ли је она слаба или јака.

У односу на добијени алгоритми, програми подршке биће сатсављен у софтверском пакету MATLAB-у. Симулације са детаљним описом поступка испитивања утицаја параметара на транзиентни процес у намотајима трансформатора биће изведена у програму MATLAB.

Очекивани резултати

Кроз теоријска истраживања и симулацију чекују се следећи резултати:

1. Истраживање утицаја значајних параметара трансформатора на вредности напона и струја у транзиентном процесу.
2. Добијање довољно тачног алгоритама који ће бити примењен у решавању матричног модела транзиентног процеса.
3. Оцена метода на основу нових успостављених критеријума.
4. Анализа ограничења и могућих грешака у примени развијеног метода, алгорита, добијених програма и поступака симулације транзиентних процеса.

Кључне речи: енергетски трансформатор, прелазни процес, параметри, нулта компонента флукса, оптерећење, графоаналитичка метода...

Научна област: Техничке науке – Електротехника

Ужа научна област: Електроенергетски системи

УДК:

DEVELOPMENT OF ALGORITHMS AND SIMULATIONS OF TRANSITIONAL PROCESSES IN TRANSFORMER'S WINDINGS WITH THE COMPUTER SUPPORT

The subject of dissertation research

Actuality:

Complex electromagnetic or transient processes in the transformer occur despite the fact that symmetrical structure and linear character of transformer parameters and devices for voltage regulation are assumed. Experiences tell us that the application of the device for voltage regulation often worsens the quality parameters of electricity. For example, the inclusion of capacitor banks in nodes which are connected to nonsymmetrical and nonlinear loads result in reduction of admittance in the node and in an indirect way increase the voltage of the inverse order of the main harmonic. This created conditions for the appearance of resonant modes at a frequency corresponding to higher harmonics.

The transitional process is a complex electromagnetic condition in which the values on an electrical device significantly deviate from the standard ones. Short processes which occur due to short circuits have been differed where protective devices eliminate interruption of phases. Long lasting processes can occur due to different parameter values on the device or in the network to which they belong (e.g.. switching of asymmetrical loads).

Previous studies and analysis of the parameter impacts on transient electromagnetic process of the transformer show that the asymmetry and voltage distortions at the ends of the windings are important factors that reduce the efficiency of the transformer. Minimal presence of asymmetry in supply voltages, due to the small value of the inverse sequence of impedance, significantly increases the active loss.

For solving the mentioned tasks it is necessary to improve the existing methods for the diagnosis of transient processes in real time.

Initial studies have already been realized on models with passive R, L, C , winding parameters and with corresponding transformation matrix for arbitrary form of the input voltage to the coil ends. The theoretical results obtained from the model and corresponding simulation tests should lead to verification of envisaged model and algorithms.

The scientific aim of the dissertation

The scientific aim of the dissertation refers to research of transient processes by application of software support, with the function of self-diagnosis and correction of the transformer's operation in the real time mode.

A working model of the transformer on the conditions of transient process, when the voltage character and current determine the maximum number of parameter windings and magnetic circuit, can provide multiple answers in relation to the known models in the literature. To verify the model the input

data would be used at imputes (a form of voltage and its frequency) and exits on real transformer, which would be compared with the given data defined algorithms as a second step, which will be the subjected to the simulation. Basic features of modeling procedures and obtaining algorithm are as follows:

- Model and its structure can be assumed and pre-defined as it is based on well-known principles.
- The model parameters associated with the real parameters of the original through a number of values that need not be a physical parameters or parameters of the real process.
- The obtained model and its algorithm applies to similar processes at polyphase transformers.

Solutions can be applied for obtaining models for various processes (operation mode of the transformer). Parameter admittance of partial elements which will encompass the model can be selected according to the following criteria, i.e. the parameter values admittance:

- parameter admittance values correspond to the partial admittance which are of functional dependence to the parameters of the total resistance, capacitance and inductance of the transformer and the parameters of voltage supply system,
- the value of admittance parameters depends only on the parameters of voltage supply system where partial admittance parameters are constant values.

Therefore, the aim of the thesis research is to develop better and simpler method for the analysis of transient processes in transformers windings and obtaining algorithms for faster and more modern way in reaching appropriate solutions.

Applied scientific methods

Scientific methods to be applied in the dissertation research are:

- methods of classical applied mathematics for solving differential equations in time and complex domains,
- methods of theoretical electrical engineering - mainly a matrix method for solving partial electrical circuits with defined parameters,
- methods of statistical processing of the measurement results. Based on the obtained samples, by using methods of mathematical statistics, we may proceed with the evaluation of which distribution in the entire population has an observed characteristic. Each assumption related to the allocation of characteristics is called the statistical hypothesis and its verification process by using patterns is called the test statistics. When a volume of samples is large, we proceed to the interval organizing data. Interval arranging is usually practiced when it comes to data on continuous random variable.
- methods of analysis of the two variables correlation. The association between the phenomenons exists if an increase of one characteristic follows the increase of the other, and vice versa. This association is called correlation.

For the statistical analysis of the correlation between two random variables (characteristics) X and Y it is necessary to dispose with their values $(x_i, i = 1, 2, \dots, n)$ and $(y_i, i = 1, 2, \dots, n)$.

The first step in analyzing the correlation is mapping ordered pairs (x_i, y_i) , as a point in the Oxy coordinate system, so it gets a diagram called diagram of scattering (scatter diagram).

On the basis of points in the diagram it can be roughly determined:

- if there is a stochastic variable dependence (correlation);
- if there is a correlation whether it is linear or non-linear;
- if there is a correlation whether it is weak or strong.

In relation to the resulting algorithms, support programs will be created in the software package MATLAB. Simulations with a detailed description of the testing procedure on influence of parameters on transient process in the winding of the transformer will be performed in the MATLAB programme.

Expected results

- Throughout theoretical research and simulation results are expected the following.
- Influence investigation of significant parameters of the transformer to the voltage and current values in transient process.
- Getting enough accurate algorithms that will be implemented in resolving the matrix model of transient processes.
- Evaluation method based on new criteria established.
- Analysis of the limitations and possible errors in the application of the developed methods, algorithms, programs and procedures obtained by the simulation of transient processes.

Keywords: power transformer, transient process parameters, zero components of flux, load, Graph-analytical method...

Scientific field: Technical Sciences - Electrical engineering

Closer scientific Area: Electric power systems

UDC:

САДРЖАЈ

Увод.....	1
1. Осврт на узроке и последице транзиентних напона и параметре који теоријски дефинишу карактер напона на крајевима намотаја трансформатора.....	6
1.1. Преглед досадашњих истраживања, суштина идеје и разлози и истраживања транзиентних стања у енергетским трансформаторима.....	6
1.2. Узроци и последице транзијентних процеса у трансформаторима.....	10
1.3. Утицаји ексцитације (побуде) - транзијентних напона и одзива струја и последице у несиметричним режимима, кратких спојева.....	13
1.3.1. Ексцитације - <i>транзијентни напони</i> и одзиви – <i>струје</i>	13
1.3.2. Одређивање реактансе магнетног расипања трансформатора.....	19
1.3.3. Израчунавање електродинамичких сила при кратком споју.....	20
1.4. Утицај вртложних струја, расипног магнетног поља и електродинамичких сила на електричне проводнике, омотаче и делове магнетног кола трансформатора.....	23
1.5. Електродинамичке силе и напрезања система монофазних и трофазних електричних проводника и делова магнетних кола, утицај вртложних струја.....	27
1.5.1. Ефекат вртложних струја.....	33
1.6. Силе између омотача и трофазних проводних структура у њему уз занемарени утицај вртложних струја.....	37
1.7. Магнетни флуks створен фазним струјама у елементарним проводним појасу омотача и утицај вртложних струја.....	38
1.8. Утицај допунских термичких губитака у транзијентном стању на смањење времена експлоатације трансформатора.....	42
2. Расподела напона дуж намотаја у нормалним и транзијентним процесима.....	49
2.1. Квалитативна оцена процеса када намотај није на магнетном колу.....	50
2.1.1. Аналитички модел процеса у два суседна навојка оптичаних струјама истих вредности.....	50
2.1.2. Расподела напона у навојку, утицај суседног навојка.....	62
2.1.3. Модел процеса у два електромагнетно спрегнута навојка на феромагнетном језгру.....	65
2.1.4. Расподела снаге у цилиндричном намотају и двонамотајном трансформатору.....	72

2.1.5	Параметри капацитивности релевантни за решавање прелазног процеса...	77
3.	Алгоритми нормалног и транзијентног стања енергетског трансформатора.....	83
3.1	Примена операторског метода за решавање теоријског модела транзијентних процеса у двонамотајним трансформаторима.....	83
3.1.1.	Модел прелазног процеса у идеалном трансформатору са линеарном карактеристиком магнећења.....	86
3.2	Прорачун параметара трансформатора.....	94
3.3	Модел трансформатора Софтверском пакету Matlab- Simulink.....	95
3.4	Алгоритам електромагнетних прелазних процеса оптерећеног и неоптерећеног трансформатора.....	99
3.4.1	Пример 1: Анализа параметара код класичног трофазног трансформатор $Y\Delta-11$	100
3.4.2	Пример 2: Класични трофазни трансформатор $Y\Delta-11$, и несиметрични систем.....	103
3.4.3	Пример 3: Неоптерећени трофазни трансформатора.....	105
3.5	Програм за симулацију.....	107
4.	Верификовање добијених алгоритама методама вештачке интелигенције - проверене симулације и приказ добијених резултата.....	114
4.1.	Прорачун пренапона и оцена понашања енергетског трансформатора при укључењу пригушнице.....	114
4.2.	Аналитичка метода.....	115
4.3.	Укључење трофазно уземљеног реактора на секундар.....	117
4.4.	Симулације.....	120
4.5.	Графоаналитички метод мерења параметара трансформатора.....	123
4.5.1.	Преглед метода идентификација параметара елемената снаге трансформатора у електричној мрежи.....	124
4.5.2.	Мерење струја и напона код трансформатора: оглед празног хода и кратког споја.....	125
4.5.3.	Графоаналитички метод мерења.....	131
4.5.4.	Приказ трофазног U-I Мерења параметара трансформатора симулацијом у изабраном пакету Matlab Sym Power Sistem.....	135
5.	Прилози уз рад.....	143
5.1.	Прилог 1.....	143

5.1.1	Модел неоптерећеног трансформатора са линеарном карактеристиком магнећења и алгоритам модела верификован симулацијом у MATLAB-у.....	147
5.1.2	Модел оптерећеног трансформатора са линеарном карактеристиком магнећења, напајаног из извора са синусном периодичном струјом, $i_2 = \sqrt{2}I_2 \sin \omega t$ и алгоритам модела верификован симулацијом у MATLAB-у.....	152
5.1.3.	Модел трансформатора који на секундару има оптерећење синусног облика струје са нелинераном карактеристиком магнећења.....	158
5.2.	Прилог 2.....	158
5.2.1	Развој алгоритма магнетног кола трансформатора.....	158
5.3.	Прилог 3.....	169
5.3.1	Развој алгоритма за прорачун магнетног кола трансформатора.....	170
5.4.	Прилог 4.....	175
5.4.1	Развој алгоритма електричног кола трансформатора.....	175
5.5.	Прилог 5.....	176
5.5.1	Развој алгоритма термичких напрезања трансформатора (критеријум дозвољених термичких напрезања).....	176
5.6.	Прилог 6.....	178
5.6.1.	Критеријуми за поуздан рад трансформатора.....	178
	Закључак.....	180
	Литература.....	185

СПИСАК СЛИКА

Слика 1.1.1. Развијене `слободне` компоненте напона а) напонског трансформатора 110/10kV, у четвртини периоде, б) енергетског трансформатора 4000kVA, 70 kV у половини периоде.....	8
Слика 1.2.1. Последице кратког споја	11
Слика 1.2.2. Конструкција енергетског трансформатора.....	12
Слика 1. 3. 1. а. Геометријски облик дела магнетног кола трансформатора.....	16
Слика 1. 3. 1. б. Потенцијал у тачки 0 у Картезијанском координатном систему	17
Слика.1.3.3.1. Промена механичких напрезања по висини NN и VN намотаја Електромагнетне силе теже да увећају домен флукса или смање густину магнетне енергије у домену.22	
Слика 1.4.1. Величине које одређују раванског електромагнетног таласа у једном ``листу`` стуба језгра трансформатора.....	23
Слика 1.4.2. Дијаграм вредности нормалних компоненти индукције на језгру стубу: за PR – правоугаони модел и C –цилиндрични модел.....	27
Слика 1.5.1. Омотач (а), који обухвата један проводник, (б) обухвата три симетрична проводника (с) дејство електродинамичких сила између два проводника са струјама.....	28
Слика 1.5.2. Струја у проводницима и расподела повратне струје у омотачу истакнутих магнетних параметара	31
Слика 1.5.3.а.и б. Дијаграми зависности дебљина цилиндричних омотача d од слабљења утицаја спољног поља $h_{i.pu}$	32
Слика 1.7.1. Зависности $\frac{f_{\max}}{f_{\text{omot. force}}} = f(\delta_p)$ од фактора $\delta_p = \pi f \mu \frac{dD}{2\rho_{el.}}$, омотача цилиндричног геомтријског облика.....	41
Слика 2.1.1.1 Магнетни вектор потенцијали, јачине електричних поља и расподела магнетног поља у два паралелна навојка примара.....	55
Слика 2.1.1.2. Магнетни вектор потенцијали, јачине електричних поља и расподела магнетног поља у два паралелна навојка од којих један припада примару а други секундару...58	
Слика 2.1.1.3. Индукција и квазистационарно поље струје i једног намотаја [примар/секундар] дужине (λ) полупречника $R [(R = R_{\text{prim}})/(R = R_{\text{sec}})]$ густо намотаних навојака $N [(N = N_{\text{prim}})/(N = N_{\text{sec}})]$	60

Слика 2.1.1.4. Матгнетски вектор потецијали, квазистационарно поље и поље електростатичких оптерећења које ствара струја i једног намотаја [примар/секундар] дужине (λ) полупречника (R)	61
Слика 2.1.2.1. Квазилинеарни одсечци два суседна навојка са истим струјама i са аксијалном симетријом.....	62
Слика 2.1.3.1. Дименије магнетног кола трансформатора и висине намотаја примара и секундара.....	68
Слика 2.1.3.2.а). Подужни и попречни параметри еквивалентне шеме j тог навојка намотаја примара/секундара трансформатора., б) развијена шема по x оси са j навојком у намотаја примара/секундара трансформатора.....	72
Слика 2.1.4.1.а. Расподела флукса снаге (Пинтингов вектор) у цилиндричном намотају.....	73
Слика 2.1.4.1.б. Пренос снаге из примара у секундар кроз магнетно коло трансформатора.....	74
Слика 2.1.4.2. Електромагнетни параметри једног навојка.....	75
Слика 2.1.5.1. Еквивалентна шема енергетског трансформатора.....	81
Слика 3.1.1.а) Три одвојена магнетна кола и б) еквивалентне шема трансформатора са концентрисаним параметрима.....	85
Слика 3.1.1.1. Шема електромагнетне спрега намотаја описана концентрисаним параметрима...88	
Слика 3.3.1: а) Симулација празног хода трансформатора и карактеристика засићења блока засићеног трансформатора је представљена као делимично линеарна крива зависности флукса од струје магнетизације.....	97
Слика 3.3.2. Резултати симулације бр.1.: Дијаграм флукса, струје магнетнећа и напона примара и секундара.....	97
Слика 3.3.3. Симулација кратког споја уз подешавање струје примара.....	99
Слика 3.4.1. Сема деловања магнетних величина код трофазног трансформатора.....	100
Слика 3.5.1. Петља за генерисање електричних и магнетних величина у енергетском трансформатору ($Y\delta-II$).....	109
Слика.3.5.2. Приказ модела добијеног из предложеног математичког модела прелазног процеса енергетског трансформатора.....	110
Слика.3.5.3. Графичка демонстрација струје примара и секундара неоптерећеног енергетског трансформатора $Y\delta-II$, који је алгоритмом описан у моделу.....	111
Слика.3.5.4. Графичка демонстрација струја магнетнећа неоптерећеног енергетског трансформатора $Y\delta-II$, који је алгоритмом описан у моделу.....	111
Слика.3.5.5. Графичка демонстрација магнетног флукса неоптерећеног енергетског трансформатора $Y\delta-II$, који је алгоритмом описан у моделу.....	111

Слика.3.5.6. Промена струје магнећења у колу различитих енергетских трансформатора.....	112
Слика.4.2.1. Једнополни приказ ситуације прекида у колу.....	115
Слика 4.3.1. Енергетски трансформатор са трополним прекидачем према реактору.....	117
Слика. 4.3.2. Енергетски трансформатор са трополним прекидачем, еквивалентни дијаграм и State 0, I, II, III прелазни процеси на прекидачу према реактору.....	118
Слика. 4.3.3. Еквивалентна шема за ситуацију прелазних процеса на прекидачу.....	118
Слика 4.4.1. а) Основна шема за симулацију транзиентних пренапона у МАТЛАБУ, б)дијаграми 0 теста.....	121
Слика 4.4.2. Дијаграми транзиентних пренапона на изводима трансформатора за различита динамичка стања – укључења и искључења фаза А,В,С.....	122
Слика 4.5.2.1. Мерење импедансе код енергетског трансформатора.....	125
Слика 4.5.2.2. а) Мерење импедансе секундара 3- фазног Т, б)мерење импедансе секундара 1- фазног Т.....	126
Слика.4.5.2.3. Класични метод мерења импедансе једнофазног ЕТ : а) празан ход, б)кратак спој, с)оптерећени ЕТ, д)оптерећени ЕТ висока фреквенција, шеме и дијаграми.....	127
Слика.4.5.2.4. а) Једнофазно оптерећени трансформатор б) еквивалентно коло трансформатора.....	127
Слика 4.5.3.1. Шема и векторски дијаграм: а)за активно оптерећење R , б) векторски дијаграм за активно оптерећење R , с) реактивно X_c (X_l) оптерећење, д) векторски дијаграм за X_c (X_l) оптерећење	133
Слика 4.5.4.1. Приказ 3-фазног Програмираног извора и 3-фазног $U-I$ Мерења.....	135
Слика 4.5.4.2. Дијаграм напона $V_{a,b,c}(V)$ и струја $I_{a,b,c}(A)$ за трансформаторе снаге 1 MW , 1 $MVar$	137
Слика 4.5.4.3. Дијаграм напона $V_{a,b,c}(V)$ и струја $I_{a,b,c}(A)$ за трансформаторе снаге 2 MW , 2 $MVar$	138
Слика 4.5.4.4.е. Графички приказ напона за активно R и реактивно X_c оптерећење.....	139
Слика 4.5.4.4.ф. Графички приказ струје за активно R и реактивно X_c оптерећење.....	139
Слика 4.5.4.5.г и h. Детаљи дијаграма емс E_1 и $E_2(V)$ и h) струја $I_0(A)$ за трансформаторе снаге 1 MW , 1 MVar , са малим оптерећењем (празан ход).....	139
Слика 4.5.4.6. Дијаграми напона $V_{a,b,c}(V)$ и струја $I_{a,b,c}(A)$, за трансформаторе снаге 2 MW , 2 MVar	140
Слика 4.5.4.7. Дијаграма напона $V_{a,b,c}(V)$ и струја $I_{a,b,c}(A)$, за трансформаторе снаге 3.15 MW	141
Слика 5.1.1. Цилиндрични скуп навојака.....	143
Слика 5.1.2. Једнофазни терансформатор.....	143

Слика 5.1.3. Електрична и магнетна коло трансформатора.....	144
Слика 5.1.4. Заједнички флуks примара трансформатора.....	144
Слика 5.1.5. Расути флуks примара трансформатора.....	145
Слика 5.1.6. Магнетни флуks који тече у стубу трофазног трансформатора.....	145
Слика 5.1.7. Хистерезисни циклус.....	146
Слика 5.1.8. Зависност релативне магнетне пермеабилности и индукције од јачине поља.....	146
Слика 5.1.1.1. Упрошћена шема једнофазног линеарног трансформатора у празном ходу у Matlabu.....	147
Слика 5.1.1.2. Карактеристика B	147
Слика 5.1.1.3. Поједностављена шема једнофазног трансформатора.....	148
Слика 5.1.1.4. Расипне индуктивности у електричним колима једнофазног трансформатора.....	148
Слика 5.1.1.5. Струја примара и секундара за монофазни трансформатор $300/25 [V/V]$	150
Слика 5.1.1.6. Струја примара и секундара за монофазни трансформатор $100/50 [V/V]$	150
Слика 5.1.1.7. Модел трофазног трансформатора у режиму празног хода.....	152
Слика 5.1.2.1. Модел једнофазног трансформатора са оптерећењем и линеарном карактеристиком магнетнећа.....	153
Слика 5.1.2.2. Модел у коме делује синусна периодична и апериодична компоненте струје.....	153
Слика 5.1.2.3. Симулација флуksа.....	154
Слика 5.1.2.4. Флуks за максималне вредности напона $250V$	155
Слика 5.1.2.5. Флуks за максималне вредности напона $200V$	155
Слика 5.1.2.6. Флуks за максималне вредности напона $100V$	155
Слика 5.1.2.7. Флуks за максималне вредности напона $10V$	156
Слика 5.1.2.8. Укупни флуks узимајући у обзир реманентни флуks.....	157
Слика 5.1.2.9. Графички приказ флуksа кроз три компоненте.....	157
Слика 5.1.2.10. Временски ток струје укључења.....	158
Слика 5.1.2.11. Засићен трансформатор.....	158
Слика 5.2.1.1. Главна петља хистерезиса.....	159
Слика 5.2.1.2. Попречни пресек гвозденог језгра и карактеристика магнетнећа.....	160
Слика 5.2.1.3. Итеративни поступак прорачуна струје магнетнећа.....	161
Слика 5.2.1.4. Шема електричне везе мерне рачунарске опреме и трансформатора у режиму празног хода.....	162
Слика 5.2.2.1. Илустрација линеарне корелације а) јака позитивна, б) слаба позитивна, в) негативна.....	163
Слика 5.2.2.2. Илустрација нелинеарне корелације а) нелинеарна корелација, б) нема корелације.....	163

Слика 5.2.2.3. Дијаграм расипања.....	165
Слика 5.2.2.4. Коефицијент корелације, безначајна корелација.....	166
Слика 5.2.2.5. Коефицијент корелације, безначајна корелација.....	166
Слика 5.2.2.6. Коефицијент корелације, безначајна корелација.....	167
Слика 5.2.2.7. Коефицијент корелације, безначајна корелација.....	167
Слика 5.2.2.6. Коефицијент корелације, слаба корелација.....	168
Слика 5.2.2.7. Коефицијент корелације, јака корелација.....	168
Слика 5.3.1.1. Итеративни поступак прорачуна магнетног кола трансформатора.....	169
Слика 5.3.1.2. Граф дијаграм за прорачун магнетног кола.....	170
Слика 5.3.1.3. Граф дијаграм за улазне податке датог трофазног трансформатора спреге $Yd-5$, хлађење $ONAN$	172
Слика 5.3.1.4. Усвајање параметара за магнетно коло трофазног трансформатора.....	174
Слика 5.4.1.1. Итеративни поступак прорачуна намотаја ниског напона.....	175
Слика 5.4.1.2. Итеративни поступак прорачуна намотаја високог напона.....	176
Слика 5.5.1.1. Итеративни прорачун магнетног и електричног кола трансформатора	177
Слика 5.6.1.1. Критеријуми за поуздан рад трансформатора.....	179

СПИСАК ТАБЕЛА

Табела 1.3.3.1.	Расипна индукција у Декартовом координатном систему	22
Табела 1.8.1.	Израчунате вредности коефицијената за раличите трансформаторе.....	47
Табела 3.5.1.	Подаци о вредностима трофазних АВВ трансформаторима.....	110
Табела 3.5.2.	Струја магнећења код различитих типова трансформатора.....	112
Табела 4.4.1.	Подаци о параметрима елемената са електричне шеме симулације трантијентни пренапона.....	122
Табела 4.5.4.1.	Подаци о АВВ трансформатори добијени из огледа п.х и к.с.....	135
Табела 4.5.4.2.	Величине и параметри израчунати по графоаналитичком методу.....	136
Табела 5.1.1.	Карактеристике важнијих магнетно меких материјала, са применама.....	147
Табела 5.2.1.1.	Измерене вредности напона и струје.....	162
Табела 5.2.1.	Оцена јачине корелације на основу емпиријског правила.....	164
Табела 5.2.2.1.	Табеларни приказ резултата.....	164
Табела 5.2.2.2.	Вредности обележја X и Y.....	165

СПИСАК СИМБОЛА

ET	енергетски трансформатор
f	фреквенција напона
K_{rV}	коефицијент резонантног пренапона
V_m	амплитуда напона
I_m	амплитуда струје
N	укупан број навојака
v	ефективна вредност напона
i	ефективна вредност струје
Φ	магнетни флуks
R	активна отпорност
L	реактивна индуктивност
C	реактив капацитивност
G	активна проводност
X	реактанса
Y	адмитанса
Z	импеданса
P, Q, S	активна, реактивна и привидна снага
$\vec{A}$	магнетни вектор потенцијала
μ	магнетна пермеабилност просторног домена
$\vec{B}$	вектор магнетне индукције
$\vec{H}$	вектор магнетног поља
φ	електрични потенцијал

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	јединични вектори у смеру оса x, y, z
$v_{sh-circ}$	релативни напон кратког споја
$I_{k.u.}$	ударна струја кратког споја
δ	дебљина листа лима
h	ширина листа лима
$H(t, y)$	јачина магнетног поља зависна од времена и координате (t, y)
σ	електрична проводност материјала лима-листа
$E(t, y)$	јачина електричног поља зависна од времена и координате (t, y)
$B(t, y)$	магнетна индукција (нормална компонента индукције која продире у лист)
μ	магнетна пермеабилност (проводности)
ζ	угао кашњења магнетне индукције од јачине магнетног поља (фазни став)
$H_{pp}, B_{pp}, \phi_{pp}$	простопериодичне, принудне, компоненте јачине магнетног поља, индукције и флукса квазистационарних стања
$H_{sl}, B_{sl}, \phi_{sl}$	слободне компоненте јачине магнетног поља, индукције и флукса
$i_{sh-cir} = i_{ks}$	тренутна вредност струје кратког споја
$I_{sh-cir}^{\sim}$	ефективна вредност струје кратког споја у суб-транзијентном периоду
I_0	почетна вредност једносмерне струје кратког споја
t	време од тренутка настанка струје кратког споја
$\omega = 2\pi f$	кружна фреквенција мрежног напона
T_d	временска константа компоненте једносмерне струје
T_a	временска константа опадања компоненте наизменичне вртложне струје
$I_{a.p.u}$	јединична вредност компоненте наизменичне струје кратког споја

$I_{d.pu}$	јединична вредност компоненте једносмерне струје кратког споја
$\Delta P_{p.h.}$	губици у празном ходу
$\Delta P_{k.s.}$	губици у кратком споју
β_p	коефицијент преоптерећења
θ_u	прекорачење температуре уља изнад температуре амбијента у датом оптерећењу
θ_{n-u}	прекорачење температуре намотаја изнад температуре уља
$\theta_{u,nom.}$	прекорачење температуре намотаја и уља изнад оне у нормалним условима
ΣP	одговарајући укупни губици и губици у намотајима при датом преоптерећењу
$\Sigma P_{nom.}$	губици у намотајима при номиналном оптерећењу
ξ	коефицијент преоптерећења ЕТ
ν	хармоници

УВОД

При моделирању енергетских трансформатора, у зависности од карактеристика истраживања, један од важнијих задатака је оцена транзијентних електромагнетних процеса. За успешно решавање тог задатка потребно је остварити сличност процеса у електромагнетном пољу између модела и оригинала трансформатора [1, 2, 3]. Прелазни процеси се догађају и онда када је трансформатор напајан из спољног извора симетричних фазних напона и има симетричну структуру и претпостављене линеарне параметре.

Транзијентни процес је сложено електромагнетно стање у коме величине које описују рад неког електричног уређаја знатно одступају од стандардних. Разликују се краткотрајни процеси, који настају услед кратких спојева или прекида фаза које одстрањују заштитни уређаји и дуготрајни који настају због различитих вредности параметара уређаја или мреже којој припадају, непотпуних фазних режима и укључења несиметричних оптерећења..

Досадашња истраживања и анализе утицаја параметара на прелазни електромагнетни процес трансформатора показују да су несиметрије и изобличења напона на крајевима намотаја значајни чиниоци који смањују ефикасност рада трансформатора [10,11,12]. Минимално присуство несиметрија у мрежним напонима, због малих вредности импеданси инверзног редоследа знатно повећавају активне губитке.

Не постоји универзални математички модел за решавање транзијентних стања на намотајима и у магнетном колу због различитих поремећаја или атмосферских пражњења али приближи начин решавања се може успоставити по аналогiji са транзијентним процесима на водовима [6, 7, 14].

За решавање набројаних задатака потребно је усавршавање и постојећих и развој нових метода за дијагностику транзијентних процеса електромагнетног поља у оригиналу и моделу у реалном времену уз поштовање критеријума сличности оригинала и математичког модела.

Метод уређеног моделовања (*organise modeling) односи се на планиране математичке, графичке, рачунарске и друге операције за анализу и оцену различитих варијанти оригинала који је у овом случају енергетски трансформатор [4, 5]. Од уређених модела у теорији техничких система на располагању су:

- Математичко информатички модел хијерархијске структуре у коме се међусобне везе описане системом математичких једначина,
- Графо-аналитички модели представљени графицима и дијаграмима, матрицама и табелама. Све презентације воде ка анализи, разлозима за оцену и оцену, и симулацију процеса и поређење са процесима на оригиналу.
- Физички модели и комбиновани модели у које су укључени параметри физичких модела са применом развијених софтвера који функционишу у реалним условима и реалном времену,
- Модели симулације експеримената који су иначе планирани за реализацију у

лабораторијама а могу се проиграти у неком софтверу за симулацију [15].

Операција припреме софтвера у методу организованог пројектовања је у литератури позната по именом **предпроцесирање**.

Моделу процеса у електричним уређајима са сложене геометријом спољних и унутрашњих граница, због присуства већег броја суб-области које имају различите електричне, магнетне и електростатичке карактеристике се решавају помоћу мрежних метода чија је модификација метод коначних елемената [16- 20]. Суштина методе је у тестирању апроксимација решења диференцијалних једначина са коначним бројем линеарних комбинација базних (пробних) облика функција. Задатак је да се одреди приближно решење у коначном простору кроз континуирано решавање у бесконачном n -димензионом функционалном простору [1- 10].

Али непосредна анализа у комбинованим колима са расподељеним параметрима и глобазном математичком моделу није увек могућа. Рачунате вредност су зависне од многих фактора и услова који су постојали у претходном стању у коме се налазио анализирани елемент снаге. У тим условима могу се користити методе развијене у теорији сличности које доводе до:

- концентracије података, тј. замену коначног броја посебних променљивих мањим бројем општих променљивих,
- проширења резултата истраживања, добијених на изабраном узорку, на целу класу сличних елемената снаге – трансформатора,
- израде физичког модела или неког другог – симулираног модела.

По критеријуму физичке сличности процеси, појаве и утицаји на моделу имају исту физичку природу као на оригиналу. По критеријуму математичке сличности, процеси на моделу и оригиналу имају различиту физичку природу али их описују, по облику, једнаке једначине (математичке: алгебарске, диференцијалне и друге).

Због утицаја нелинеарности и хетерогнености средине, у физичком или математичком моделовању транзијентних процеса у трансформаторима морају се користити допунски услови [2] . По овим условима и критеријуму сличности морају се поклопити одговарајуће релевантне карактеристике нелинеарних елемената присутних у конструкцији трансформатора а постоји и допунски услов који омогућава да се повећа број независних променљивих. Два основна метода заснована на критеријуму сличности су: метод интегралне аналогije и метод заснован на димензионој анализи. Први поступак изведен је из Furie-ових правила које је засновано на хипотези да сви чланови једначине која описује процес имају исту димензију. Према другом методу заснованом на димензионој анализи критеријуми сличности дефинисани су ако се узму у обзир сви параметри који карактеришу појаву и установи њихов број (m). Затим се састављају n - димензионе матрице параметара и утврђује број независних (k) параметара.

Могуће технике за добијање решења и резултата из тих једначина су:

- аналитичке методе,
- нумеричко програмирање које обухвата динамичко програмирање, нумеричко програмирање независно променљивих – (local variations LV), комбиновано програмирање

- са целобројним вредностима - (mixed integer programming), и целобројно квадратно програмирање (integer quadratic programming),
- методе (приступе) са подршком – (heuristic approaches),
 - **алгоритми** засновани на вештачкој интелигенцији – (AI-Artificial Intelligence-based algorithms) који обухватају експертске системе, проверене симулације, вештачке неуронске мреже, теорију fuzzy скупова и генетичке алгоритме (expert systems, simulated annealing, artificial neural networks, fuzzy set theory, and genetic algorithms),
 - алгоритма графичког претраживања (graph search algorithm),
 - алгоритми делова мноштва (particle swarm algorithm),
 - табеларно претражени алгоритми (tabu search algorithm), и
 - секвенцијални приступ квадратном програмирању-редоследни, абecedни, хронолошки (sequential quadratic programming).

При анализи процеса у трансформаторима се углавном моделују електрична и магнетна поља у домену простора, који својим геометријским димензијама заузима трансформатор или његова електрична шема.

Алгоритам за прорачун и оцену претставља изабрани математички поступак помоћу кога се решавају стања на трансформатору у нормалном раду или поремећајима (транзиентна стања). Помоћу Hevisajd-овог или неког другог развоја и одговарајућих једначинама може се формирати алгоритам функционалне зависности транзијентних струја и напона у намотајима трансформатора. Формирани алгоритам се користи за одређивање потребних величина и параметара у временском домену. Анализе се допуњују резултатима из прорачуна помоћу изабраног софтверског пакета (у овој дисертацији то је пакет MATLAB и за њега изабрани параметри).

Карактер прелазних процеса у трансформаторима у првом реду одређује магнетно коло. Правилни приступ у решавању процеса у магнетним колима који води ка тачним резултатима исправно постављене једначине електромагнетног поља и тачно познавање параметара које се односе на физичке особине материјала.

Решавање прелазних процеса у магнетним колима трансформатора отежавају утицај магнетне инерције - хистерезе и нелинеарне зависности величина односно нелинеарни параметри материјала. Зависно од услова у којима се одвија магнећење материјала најчешће се користе функције кривих магнећења облика правоуганика дефинисаног са два пара изломљених линије или облика елипсе. Метод елипсе користи Аркадјев В. К. [40, 41], а метод изломљене праве линије је такође развијен у прошлом веку око 1930. године и користили су га: [35] J. Turowski, [46] V.Komen [48-50] Gunter G., Moulav F. Czernuszewicz.

Решавање је могуће за процесе у реалним магнетним колима који се одвијају у опсегу линеарних делова кривих магнећења.

Методи за решавање транзијентних процеса су у првом реду аналитичко апроксимативни и нумерички. Независно од метода, први корак у решавању је избор аналитичких или нумеричких функције коју треба унети у систем једначина за решавање процеса.

У општем случају диференцијалне једначине нелинеарних електричних и магнетних кола аналитички нису решиве. Само за мањи број примера, када се могу користити простије апроксимативни изрази постоји адекватно аналитичко решење. Због тога је у математици развијен

низ посебних приближних аналитичких и графичких метода који се користе за решавање нелинеарних диференцијалних једначина првог и другог реда у електричним и магнетним колима трансформатора. У развијеним рачунарским пакетима – софтверима најчешћи примењивани нумерички методи су метод Eјler – Коша и његова усавершена варијанта и метод Runge – Kuta.

У литератури постоји широк преглед примењених аналитичких функција које се углавном свODE на диференцијалне једначине првог реда, које описују електрична кола које садрже изврстан број активних отпорности и реактивних елемената а за њихово решавање су методи:

- **графички** (метод изоклина), метод Франка (графички метод интеграције), метод фазне равни] ,
- **аналитички и графо – аналитички методи** : [46-48] , [39]
- метод пуне линеаризације (у којој се за нелинеарну зависност $y = f(x)$ прво одреди једна променљива величина (x) уз примену линеарне анализе а затим из решења за $x = x(t)$ помоћу нелинеарне карактеристике одреди друга $y = f[x(t)]$,
- парцијалне–линеарне апроксимације (линеаризација изломљене линије) када се нелинеарна карактеристика апроксимира већим бројем линеарних одрезака праве а у опсегу одвојених одрезака једначине правих диференцијалних једначина решавају линеарним методама. Почетни услови за следећи интервал праве добијају се по критеријуму непрекидности. Овај метод се веома користи за решавање проблема електричних кола са наизменичном струјом.
- метод диференцијалних параметара у коме се у диференцијалној једначини уместо нелинеарне карактеристике $y = f(x)$ постави функција $y'(x) = dy/dx$ која се затим апроксимира аналитичким изразом. На приме, нелинеарна индуктивност поставља се у као диференцијална индуктивност $L_d(i) = d\psi/di$. Овај метод је веома користан пошто је грешка при овим апроксимацијама веома мала.
- метод аналитичке апроксимације у коме се у диференцијалну једначину уведена нелинеарна зависност апроксимира познатим простијим нелинеарним функцијама а тачно аналитичко решење одреди интеграцијом диференцијалних једначина. Применљивост метода зависи од врсте нелинеарности и тачности апроксимације.
- Користе се апроксимативне функције које приближно описују карактеристике нелинеарног елемента, обично само у првом квадранту правоуглог Декартовог система. Као функције које аналитички апроксимирају процеса магнетног трансформатора $i_\mu = \varphi(\psi)$ користе се : парабола другог реда $i_\mu = a\psi^2$, парабола четвртог реда $i_\mu = b\psi^4$, експоненцијалне функција $i_\mu = a(e^{\beta\psi} - 1)$.
- Решење методом степеног реда. Суштина методе је да се очекивано решење $x = x(t)$ представи степеним редом и његов извод уврсти у диференцијалну једначину а затим изједначењем одговарајућих коефицијената одреде непознате вредности.
- Графо-аналитички Метод Вољнкина се користи за решавање нелинеарних диференцијалних једначина првог реда код произвољног облика могуће функције. Заснован

је на графичком поступку одређивања интеграла а метод се одлукује прегледношћу и има универзалан карактер.

Истраживања у дисертацији су остварена на моделима трансформатора са пасивним R , L , C параметрима. Уведени су нови параметри намотаја и магнетног кола у односу на произвољни облик улазног напона на крајевима намотаја, који садржи синусне облике основног и виших хармоника и утицај нелинераности. Теоријски резултати добијени из модела и одговарајући тестови симулације довели су до верификације успостављеног алгоритма транзијентног процеса.

Поред систематизације узрока појаве транзијентних напона да би се објасниле последице транзијентних процеса на које утичу и параметри намотаја и магнетног кола, размотрена је расподела напона дуж намотаја, дефинисан алгоритам који садржи недостајуће параметре у односу на досадашње математичке моделе. Сви поступци у претходна три и у последњем поглављу добијени алгоритам су верификовани методом проверене симулације и дат је графички и табеларни приказ свих добијених резултата.

Детаљне карактеристика метода из наведене листе метода су описане у посебним поглављима дисертације, у анализи транзијентних процеса електричних и магнетних кола трансформатора која садрже нелинеарне елементе. За анализу су коришћени аналитички, графо-аналитички и графички и нумерички методи и метод проверене симулације. Могућност примене аналитичких и графоаналитичких метода наговештена је у раду [40], када су презентовани и одређени резултату. У часописима [14,21,31,38,39,40,47], међународној стручној и научној јавности кроз прегледан рад презентовани су резултати истраживања из дисертације у облику табела и дијаграма.

Резиме:

Енергетски трансформатори су електростатички уређаји састављени од магнетног и електричног кола. Проводници у трансформатору, са дефинисаним проводним и магнетним параметрима, изложени су деловању електродинимичких сила и треба да буду тако димензионисани да ове силе не могу да изазову деформације и трајна оштећења.

У првом делу овог поглавља анализиран је преглед досадашњих истраживања која су везана за прелазне процесе код енергетских трансформатора.

Штетни ефекти као што су: прекомерне вредности струје, велике електродинимичке силе, механичке вибрације у лимовима, кварови на изолационим материјалима, повећани губици, указују на потребу да се размотре утицаји несиметричних компоненти и хармоника на рад трансформатора. Кроз ово поглавље је описан утицај несиметричних компоненти са циљем њиховог спречавања, да би се повећао квалитет дистрибуиране енергије. Показано је да због таквог ефекта електродинимичке силе у структурама са омотачима који обухватају проводнике само једне фазе уопште не делују на проводнике него само на омотач.

У трећем делу овог поглавља анализиран је утицај фазних струја и потврђен је утицај вртложних струја насталих у омотачу проводника. Вртложне струје знатно смањују интензитете магнетних поља које настају под утицајем струја у фазним проводницима.

У физичком смислу, простор трансформатора описују утицаји величина магнетног поља. Те величине су коришћене за израчунавање расипних енергија из које је одређена расипна реактанса потребна за одређивање струја односно сила које настају у екстремном транзијентном стању. Добијене вредности сила су веома важан податак за проверу механичке отпорности намотаја.

При раду енергетских трансформатора, отпорност у намотајима кроз које теку струје узрокује појаву Цулових губитака и старање топлоте.

Аналитичким поступком, у овом поглављу су кроз даља разматрања са довољном тачношћу, одређени важни параметри несиметрије за транзијентна стања са изобличеним синусним обликом основних хармоника напона и струја који утичу на стварање допунских губитака у ЕТ.

1. Осврт на узроке и последице транзиентних напона и параметре који теоријски дефинишу карактер напона на крајевима намотаја трансформатора

1.1. Преглед досадашњих истраживања, суштина идеје и разлози и истраживања транзиентних стања у енергетским трансформаторима

Никола Тесла је 1888. године развио концепт генерисања вишефазне наизменичне струје. Проналазак индукционе машине 1880. допуњен је системом, преноса, дистрибуције и коришћења електричне енергије са АС наизменичном струјом а електрана Niagara Falls била је прва у којој је у примењен Теслин вишефазни АС систем.

Почетак развоја трансформатора је повезан са појавом и преоносом наизменичне струје а приви трансформатори су резултат рада: руског инжењера П. Н. Яблокова, затим L. Goulard J.D. Gibbs, - S.Z. de Ferrari и W. Stanley. O.T. Blathy, M. Dery i K. Zipernowsky из мађарског GANZ-а су остварили право на 3 патента за дистрибуцију електричне енергије применом трансформатора са феромагнетним језгром и гвозденим оклопом и та година се сматра почетком ере трансформатора.

Теорија о једнофазним и трофазним машинама и трансформаторима је развијена у I. половини XX века: Steinmetz, Richter, Kron [1], A. И Вольдек, [2], Abeti P.A. [3], Bedefeld [4] Weedy, B.M., [5], Matsch [6], Lyon [7] и Say [8]- су само нека имена од стотине инжењера и научника који су објављивали радове из области машина и трансформатора.

Новији доприноси приказани су у књигама Chapman [9], и Fitzgerald [10]. У овим радовима анализиране су углавном нормална стационирана стања са једном фреквенцијом и класичним параметрима трансформатора. У раним радовима и књигама у протеклих 100 година, већина проблема и параметара квалитета електричне енергије су занемаривани зато што питање квалитета није било од велике важности. Данас, већина примењених трансформатора има велике вредност и снаге и напона и што намеће проблем одређивања, виших хармоника напона и струја и њихове расподела дуж намотаја а не само основног.

У доступној литератури се у анализи нормалних и транзиентних стања узима у обзир само основни хармоник и за

анализу најчешће користи метод симетричних компоненти. У стварности електричне величине су претежно несинусне због присуства нелинеарних компоненти и оптерећења у електроенергетским системима па у транзијентним процесима поред основног хармоника и виших хармоника напона, постоје и:

- прекомерне вредности струја и магнетна инерција и засићење магнетних кола,
- велике електродинамичке силе настале услед прекомерних струја и утицаја интеракције тих струја са омотачима и оклопима од феромагнетних материјала,
- стварање услова за ферорезонансу, механичке вибрације у лимовима језгара,
- убрзано старење изолационог материјала због цикличних промена индукције,
- повећање губитака у бакру (због основног и виших хармоника),
- повећања губици у језгру (због хистерезе и вртложне струје) и застоји услед високих термичких губитака који узрокују претерано загревање ,
- квар на изолацији услед појаве високих напона насталих због брзих промена, и
- велике струје нултог редоследа које зависе од начина уземљења и спреге.

Набројани штетни ефекти указују на потребу да се размотре утицаји несиметричних компоненти и хармоника на рад трансформатора и да се одреде начини спречавања њиховог утицаја да би се повећао квалитет дистрибуиране енергије.

Са моделом трансформатора који садржи утицај хармоника ова дисертација проширује досадашњи опсег анализе рада трансформатора у транзијентним процесима. Ефикасност реализованог модела је потврђена симулацијом да би се утврдило слагање резултата симулације са реалним вредностима и утврђено је и у којој мери симулирани модел одговара стационарном и транзијентном стању у раду трансформатора.

После представљања конвенционалног модела трансформатора (са синусним обликом величина) могу се представити просторни и временски хармоници компоненти магнетних поља дуж намотаја које одговарају фреквенцијама хармоника.

Трансформатор је електромагнетна спрега коју образују најмање два електрична и једно магнетно коло. Магнетно коло остварује просторну расподелу магнетопобудних сила или магнетних флуксева произведених од струја у електричним колима или просторну расподелу очекиваног страног магнетног поља.

Монофазни енергетски трансформатор има феромагнетно коло и два електрична намотаја: примар прикључен на извор наизменичне струје и секундар на кога је уључено електрично оптерећење. Сваки намотај има посебне параметре а њихове струје и напони осцилују слободно или принудно под утицајем спољног извора познате фреквенције.

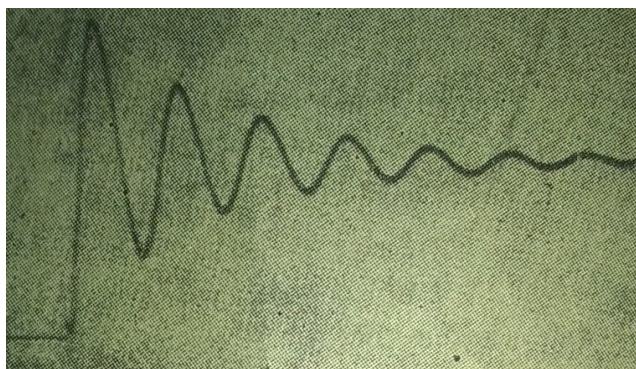
Еквивалентна електрична кола која представљају намотаје и алтернативно магнетно коло углавном садрже основних 4 концентрисана параметра: отпорности, одводности, индуктивности и капацитивности према маси. Електромагнетна спрега примара и секундара представљена је коефицијентом међусобне индуктивности.

Иако намотаји струјних, напонских и енергетских трансформатора представљају скупове електричних кола састављени од већег броја елементарних навојака тј. кола са расподељеним параметрима, модели се углавном формирају са електричним колима са расподељеним параметрима. И сасвим мали трансформатори, по снагама и геометријским димензијама нису изузетак од овог правила.

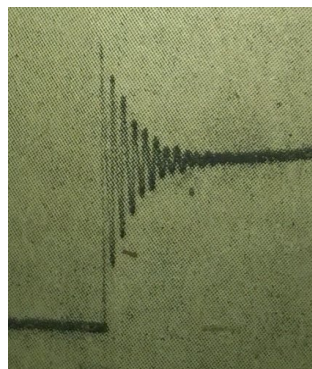
Анализа простирања таласа у намотајима мора да обухвати допунске параметре да би се узела у обзир линеична самоиндуктивност проводника (дуж проводника), капацитивности између претходног и наредног навојка, реакције настале због узајамне индукције једног дела намотаја на други и између примара и секундара. Не смеју се заборавити ни Foucault-ове струје у проводницима и магнетном језгру и губици настали услед хистерезе.

Поред тога у простопериодичном режиму за пасивне елементе, дефиниција комплексне импедансе и њених делова (реалног – отпорности и имагинарног – реактансе) или адмитансе (са кондуктансом и сусцептансом) важи само за кола са два краја и посматрану фреквенцију. То значи да се вредности пасивних параметара морају узимати за сваку фреквенцију посебно. Помоћу комбинованог модела који садржи диференцијалне једначине телеграфичара – једначине Thomson (1855.) којима су додате парцијалне диференцијелне једначине струја и напона за процесе на додатим параметрима може се добити комбиновани модел ЕМ процеса. Оне се могу решити применом Laplace- Carson-овог метода ако су познати гранични услови под којима се намотај налази (екстремни: празан ход – без оптерећења и кратак спој, уземљени излазни крај итд). За трансформатор прикључен на простопериодични напон, ради лакшег решавања, може се користити и општи метод трансформације из временског у комплексни домен и обрнуто.

Спољни електрични извор генерише принудне, претежно синусне, компоненте напона и струја. Слободне осцилације су практично синусне а вредност њихове фреквенције у већој мери зависи од начина извођења неутралне тачке и спреге секундара.



a)



b)

Слика 1.1.1. Развијене `слободне` компоненте напона (L. Fallou, Bulletin¹), a) напонског трансформатора 110/10kV, у четвртини периоде, b) енергетског трансформатора 4000kVA, 70 kV у половини периоде.

У првој половини XX века у експериментима су утврђене следеће чињенице које до сада нису добиле теоријску подлогу Слика 1.1.1.

- Ако је при отвореном секундару, намотај примара на једном крају повезан са масом а на супротном крају изолован, основни хармоник у времену које одговара четвртини периоде осциловања представља струју која од улазног краја до краја спојеног са масом стално расте од нуле до неке вредности.

¹ Journal, magazine, Bulletin - Société française des électriciens - Google Books, Conference International des Grands Reseauh, cahier I , OCLC Nr. 856280684, Paris, pp 201 i 237, 1927 (допунска литература [24]).

- Струја ће створити резултантни флуks у магнетном колу и због високе вредности магнетне пермеабилности лимова параметар самоиндуктивности имаће велику вредност. Дакле, основна учестаност слободних осциловања биће веома ниска.

- Члан који одговара трећем хармонику напона у току овог периода развијаће струју која ће, полазећи од вредности нула на почетном крају проћи кроз извесан максимум на трећини намотаја а затим се повећати до краја спојеног са масом. Тај члан има фазни став супротног знака до кога долази због узајамне индуктивности између прве трећине и треће трећине намотаја кроз које протичу струје супротних фаза.

Ако су сви остали услови једнаки, резултантни флуks кога генерише трећи хармоник струје је много мањи од флуksа генерисаног од основног хармоника струје. Фреквенција 3. хармоника је много већа од фреквенције која одговара 3-струкој вредности тог хармоника. Карактеристична импеданса је такође много слабија а пригушење много веће. Из тих разлога фреквенција полуталасне слободне осцилације напона (ако су оба краја спојене са масом или са колима врло слабих карактеристичних импеданси) знатно је већа од двоструке вредности у току $1/4$ периоде.

На слици 1.1.1.a. приказане су слободне компоненте напонског таласа трансформатора напона 110/10kV, са отвореним крајевима секундара, код кога је за генерисане слободне компоненте установљена фреквенција слободних осцилација од $f = 600\text{Hz}$, карактеристична импеданса од $1,24\text{ M}\Omega$ и коефицијент резонантног пренапона од $K_{rv} = 5.4$ (са краткоспојеним крајевима секундара $f = 3300\text{ Hz}$, $Z_C = 0,251\text{ M}\Omega$ и $K_{rv} = 5.4$).

На слици 1.1.1.b. приказане су генерисане слободне компоненте осцилаторног кола енергетског трансформатора 4000kVA/70 kV у половини периоде за случај када су крајеви секундра отворени, добијена је фреквенција слободних осцилација од $f = 300\text{Hz}$, нема података о карактеристичној импеданси Z_C и коефицијент резонантног пренапона је $K_{rv} = 10$.

Исто тако, у референци [11], разматрани су импулсни пренапони у трансформаторима и изложени резултати експеримената за различите типове намотаја и конструкције трансформатора.

Најављена су и питања и критеријуми за успостављање метода за импулсна испитивања трансформатора али није успоставен универзалан модел који би дао већину теоријских – математичких одговора на постављена питања и критеријуме.

Увидом у поменуте референце и осталу доступну литературу од тог времена до данас, аутор није нашао довољно тачан, математичко – аналитички, или неки други теоријски поступак који би на адекватан начин протумачио резултате ових експеримената.

Јасно је да непредвидива расподела, до које долази због простирања напонских и струјних таласа са резонантном учестаношћу, доводи до пренапона и прекомерних струја не само између намотаја и масе него и у самим навојцима.

Ако је V_m амплитуда напона у нормалном режиму на изводима трансформатора а N укупан број навојака, разлика потенцијала између два навојка треба да износи V_m / N .

Када је трансформатор изложен резонантном пренапону у току половине периоде напона кога производе спољни електрични извор може се очекивати, [12, 11]: да ће амплитуда напона дуж намотаја имати синусну расподелу дуж намотаја а разлика потенцијала између почетка (n) навојка и почетка (s) навојка као и између неутралне тачке и навојака у низу ($n-s$) била би приближно

једнака са $K_{rV} \cdot V_{mn} \sin \frac{\pi}{n} s$ односно $K_{rV} \cdot \pi \cdot s \frac{V_{mn}}{n}$, ако је (s) довољно мала вредност (почетак/крај намотаја); K_{rV} – је коефицијент резонатног пренапона.

Другим речима, у транзијентном стању, излоција на почетним – улазним намотајима, близу улазног изолатора или на излазном крају намотаја биће изложена ($K_{rV} \pi$) већим диелектричним напрезањима него у нормалном стању иако амплитуда електричног извора има исту вредност.

Формирање довољно тачног математичког модела транзијентног стања који би обухватио објашњење резултата овог експеримента је полазна хипотеза коју је аутор развио у овом делу дисертације.

1.2. Узроци и последице транзијентних процеса у трансформаторима

Класични и савремени трансформатори са више фаза и више намотаја, поред основног хармоника из електричне мреже, преносе или генеришу истовремено и већи број хармоника са нижом и вишом фреквенцијом од основне. Хармоници се временски и просторно, простиру кроз намотаје и магнетно коло. *Временски зависни хармоници* на примару и секундару обично доспевају са извода/прикључака машине (из електричне мреже) или као резултат слободног осциловања а *просторно генерисани хармоници* настају због конструктивних особености и нелинеарности параметара трансформатора.

У стационарном режиму основни извор виших временских хармоника је несинусоидални напон на изводима машине. Ако се теоријски идеализованом трансформатору доведу и симетрични синусни и несиметрични несинусни напон вредност магнетне индукција ће имати облик доведеног напона али ће поред основног садржати и више хармонике. Познавањем доведеног облика напона на изводима трансформатора може се или израчунати или измерити спектрални састав поља електромагнетног поља.

Просторно зависни хармоници који се појављују због специфичности конструкције имају велики утицај на процес трансформације енергије у машини.

Две основне последице транзијентних процеса су појава компоненти инверзног и нултог редоследа које узрокују несиметрије фазних напона и струја и феномен виши хармоника. Велику осетљивост на транзијентна стања имају енергетски трансформатори у споју звезда – звезда са уземљеним звездиштем (са нулом), [19].



Слика 1.2.1. Последице кратког споја Short – Circuit withstand capability Copyright 2012 ABB CUSTOMER CONFIDENTIAL. Електронски извор [19].

Како се са слике 1.2.1. види секундарне последице су појава јаких електродинамичких сила и повећани губици активних снага који настају у транзијентним стањима а праћени су увећаним загревањем изолационих делова и у коначном утичу на смањење параметара квалитета електричне енергије као и времена експлоатације трансформатора. При израчунавању расположиве снаге трансформатора, ако се температура изолације повећа за 8% трајност трансформатора се смањује двоструко. У случају да изабрано оптерећење трансформатора буде дефинисано по критеријуму највеће називне фазне струје трофазног трансформатора снага еквивалентног монофазног оптерећења се смањује на 42%.

Моделовање транзијентних процеса представља изабрани начин представљања електромагнетних феномена у енергетском трансформатору у условима значајних одступања од називних вредности. Анализа транзијентних процеса своди се на решавање обичних диференцијалних једначина у којима су тражене функције реалног времена: функције напона $v = v(t)$, струја $i = i(t)$, магнетних флуксева $\phi = \phi(t)$. За m -фазни енергетски трансформатор формира се систем диференцијалних једначина.

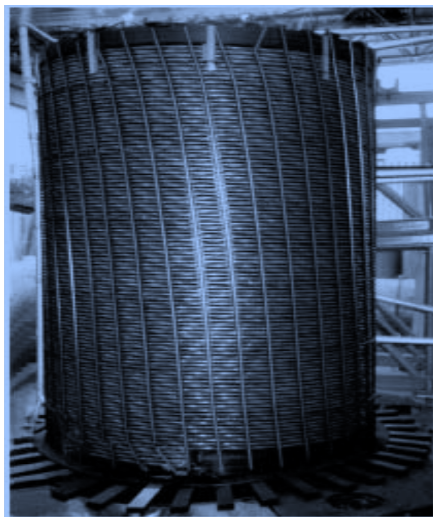
У случају средина са линеарним електромагнетним особинама када су и одговарајући параметри $(R, L, C, G, M \dots)$ константни. Ако су карактеристике средине функције зависне од времена, тада су и параметри $R = R(t)$, $L = L(t)$, $C = C(t)$, $G = G(t)$, $M = M(t) \dots$, у диференцијалним једначинама, временске функције.

За опис нелинеарних процеса потребно је у еквивалентна електрична кола уврстити нелинеарне параметре, на пример: $(R = R(i), R = R(v), C = C(v), G = G(v), M = M(i) \dots)$

Општи облик линеарне диференцијалне једначине n -реда која описује транзијентно стање је: $a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 x^2 + a_0 x = f(t)$, где су: $x = x(t)$ очекивана функција времена, $a_n, a_{n-1} \dots, a_1, a_0, f(t)$, задате функције времена или константе.

Елементи конструкције трансформатора су, слика 1.2.2.: магнетно коло, електрично кола. Намотај је представља као електрично коло са концентрисаним или расподељеним параметрима. У еквивалентним електричним колима са концентрисаним параметрима могу се одредити напони,

струје и снаге на крајевима трансформатора (почетак или крај) али се веома ретко одредјују ове величине дуж намотаја као ни таласни процеси у намотају. [14]



Слика 1.2.2. Конструкција енергетског трансформатора,[19]

Непосредна анализа у комбинованим колима са расподељеним параметрима и гломазном математичком моделу није увек могућа. Пошто очекиване вредности зависе од многих фактора и услова који су постојали у претходном стању анализираног елемента могу се користити методе развијене у теорији сличности које доводе до:

- конценрацију података, тј. замену коначног броја посебних променљивих мањим бројем општих променљивих,
- проширења резултата истраживања, добијених на изабраном узорку, на целу класу сличних елемената снаге – трансформатора,
- израде физичког модела или неког другог – симулираног модела.

По критеријуму физичке сличности процеси, појаве и утицаји на моделу имају исту физичку природу као на оригиналу. По критеријуму математичке сличности процеси на моделу и оригиналу имају различиту физичку природу али их описују, по облику, једнаке једначине (алгебарске, диференцијалне и друге).

Трансформатор као и генератор може да функционише у нормалном режиму и режиму поремећаја. Транзиентни процеси обухватају две групе поремећаја: теже - кварове са екстремним одступањима електричних величина које описују рад трансформатора и лакше – сметње са величинама које су блиске по вредностима нормалним.

Режим рада ЕЕС је скуп процеса који, у произвољном временском тренутку, у реалном времену, дефинишу одређени параметри. Параметри режима карактеришу стање система и услове рада у њему. Параметри режима рада ЕЕС су: вредности активних P , реактивних Q и привидних снага S , токови снага P , Q , S , смерови P , Q , S , напони V , струје I , фреквенција f , промене електричних величина dE/dt , механичких dM/dt и других вредности које се могу променити у току рада.

За систем су карактеристични параметри његових елемената и његове структуре. За генераторе, трансформаторе, водове и пријемнике енергије ти параметри су отпорност R , реактанса X , импеданса Z , или (одводност G , суцептанса B , и адмитанса Y), фактор снаге $\cos\phi$, моменат M , или моменат инерције (J) а за трансформаторе и врста спреге D, Y и преносни однос (m). Параметри режима и параметри система у изабраном математичком моделу описују стање и функционисање система у датом временском интервалу.

У низу елемената снаге у електроенергетским системима, трансформатор је други по важности елемент после генератора. Трансформатор као и генератор може да функционише у нормалном режиму и режиму поремећаја.

У електричне шеме трансформатора додају се делови који еквивалентирају магнетна кола са феромагнетним језгрима а сам модел и начин решавања модела отежавају нелинеарне карактеристике магнетне хистерезе.

Алгоритам за прорачун и оцену у раду, претставља изабрани математички поступак помоћу кога се решавају стања на трансформатору у нормалном или поремећеном раду (транзијентна стања). Помоћу Hevisajd-овог или неког другог развоја и одговарајућих једначинама може се формирати алгоритам функционалне зависности транзијентних струја и напона у намотајима трансформатора. Формирани алгоритам се користи за одређивање потребних величина и параметара у временском домену. Анализе се допуњују резултатима из симулационих модела (у овој дисертацији то је пакет *MATLAB* и за њега изабрани параметри).

Транзијентни напони настају из три разлога: због атмосферских пражњења у доменима којима припадају, непредвиђених комутација или оштећења насталих на њима или у његовом окружењу.

Поремећаје типа сметња теже установити, (на пример када се трансформатор у кратком интервалу времена преоптерети али могу да настану веће вредности хармоника струје и напона што може да доведе до прегоривања намотаја трансформатора). У анализи процеса користе се модели електричних и магнетних поља у домену простора које одговарају димензијама трансформатора или његова електрична шема. Треба нагласити да транзијентни процеси обухватају две групе поремећаја: теже - кварови са екстремним одступањима електричних величина које описују рад трансформатора и лакше – сметње са величинама које су блиске по вредностима нормалним.

1.3. Утицаји ексцитације (побуде) - транзијентних напона и одзива струја и последице у несиметричним режимима, кратких спојева

1.3.1. Ексцитације - транзијентни напони и одзиви - струје

Транзијенти процеси на енергетским трансформаторима су карактеристика поремећаја у раду електроенергетских мрежа и у принципу су описани вредностима напона и струја.

Енергетски трансформатори имају јармове и језгра степенастог крстастог пресека. Око језгра су концентрично намотани навојци који образују намотај цилиндричног облика.

У савременој технологији производе се трансформатори са правоугаоним облицима језгра и намотаја. Сви постојећи прорачуни реактанси које су представници расипних поља у трансформаторима полазе од претпоставки да језго и намотаји имају цилиндричне геомтеријске облике и кружне пресеке. За нека теоријска разматрања је и сам аутор у једном делу овог поглавља, користио претпоставке о цилиндричној структури, пошто такве структуре одговарају неким деловима трансформатора (проводници и омотачи).

Предпоставка је добра за теоријску анализу проблема, али за тродимензиони карактер проблема и стварне геометријске облике језгара магнетног кола и намотаја, треба успоставити тачнији метод који одговара стварном.

У познатим референцама, [12, 1] за решавање проблема користе се методи вектор и скалар потенцијала, односно комплексног потенцијала, у којима се коначно решење добија помоћу аналитичких функција. За конформно пресликавање и решавање магнетних поља у простору користи се горња половина равни (w) трансформације које су

предложили Bidman P., и Bratushek K., [15]. Израчунавање поља по овом методу није једноставно због тешкоћа са граничним условима у трансформисаној (w) равни и због тога је овде предложен једноставнији метод израчунавања уз помоћ магнетног скалар потенцијала.

Решења за електростатички и магнетни скалар потенцијал из Poisson–ове диференцијалне једначине добијају се нумеричким методом коначних разлика. Расипна реактанса трансформатора може се одредити из укупне енергије расипног магнетног поља. У простору, са струјом проводности ($i = \int \vec{J} \cdot \vec{S}$) магнетно поље се рачуна из релације, [16]:

$$(\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}) \quad (1.1)$$

$\vec{A}$ је магнетни вектор потенцијала
 μ магнетна пермеабилност просторног домена.

Струја ствара магнетни вектор потенцијала а магнетна индукција је $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$. Векторски карактер функције $\vec{A}$ у тродимензионим системима захтева сложене математичке операције које захтевају доста времена и меморије у рачунарским системима.

Задатак се лакше решава када се магнетно поље опише скаларном функцијом јачине магнетног поља H . За поље које потиче од намагнетеног материјала, а нема макроскопске електричне струје $\vec{J} = 0$, вредност вектора $\vec{H}$, по Амперовом закону за домене без струје, је описана са ($\text{rot} \vec{H} = 0$) и поље се може изразити као деградијент функције (φ_m):

$$(H = -\text{grad} \varphi_m) \quad (1.2)$$

Деградијент функције је, по аналогiji са електричним пољима, назван магнетним скалар потенцијалом, [16]. Из познате функције потенцијала одреде се компоненте поља у Декартовом систему:

$$H_x = -\frac{d\varphi}{dx}, \quad H_y = -\frac{d\varphi}{dy}, \quad H_z = -\frac{d\varphi}{dz}; \quad (1.2')$$

Како је са друге стране у свим случајевима поље вектора $\vec{B}$ безизворно, може се III Maxwell -ова једначина написати као $\text{div} \vec{B} = 0$ тј.

$$\text{div} \vec{B} = \text{div} \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = 0, \Leftrightarrow \text{div} \vec{H} = -\text{div} \vec{M} \quad (1.3)$$

Ако се на (1.2) примени операција $\text{div} \vec{H} = -\text{div} \text{grad} \varphi_m$ добија се Лапласова једначина $\text{div} \text{grad} \varphi_m = 0$, $\text{div} \text{grad} = \Delta$ тј. оператор Δ је означен као Laplace – ов

оператор или Лапласијен а еквивалентан је скаларном производу двају Хамилтонових оператора . У правоуглим координатама $\Delta = \text{div grad} = \nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

$$\Delta \varphi_m = \text{div } \vec{M} \quad (1.4)$$

Када магнетно поље настаје под комбинованим деловањем макроскопске струје, ($\vec{J} \neq 0$), и намагнетеног материјала јачина магнетног поља има 2 компоненте, једну која потиче од макроскопске струје $\vec{H}$ и другу компоненту насталу због намагнетености материјала $\vec{H}$ а поље се решава на исти начин као у вакуму. Компонента $\vec{H}$ је без изворна: $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \vec{A}$ а по дефиницији [16], је $\text{rot } \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{r} dV$. Компонента $\vec{H}$ је одређена изразом $\vec{H} = -\text{grad} \varphi_m$ а магнетни скалар потенцијал φ_m

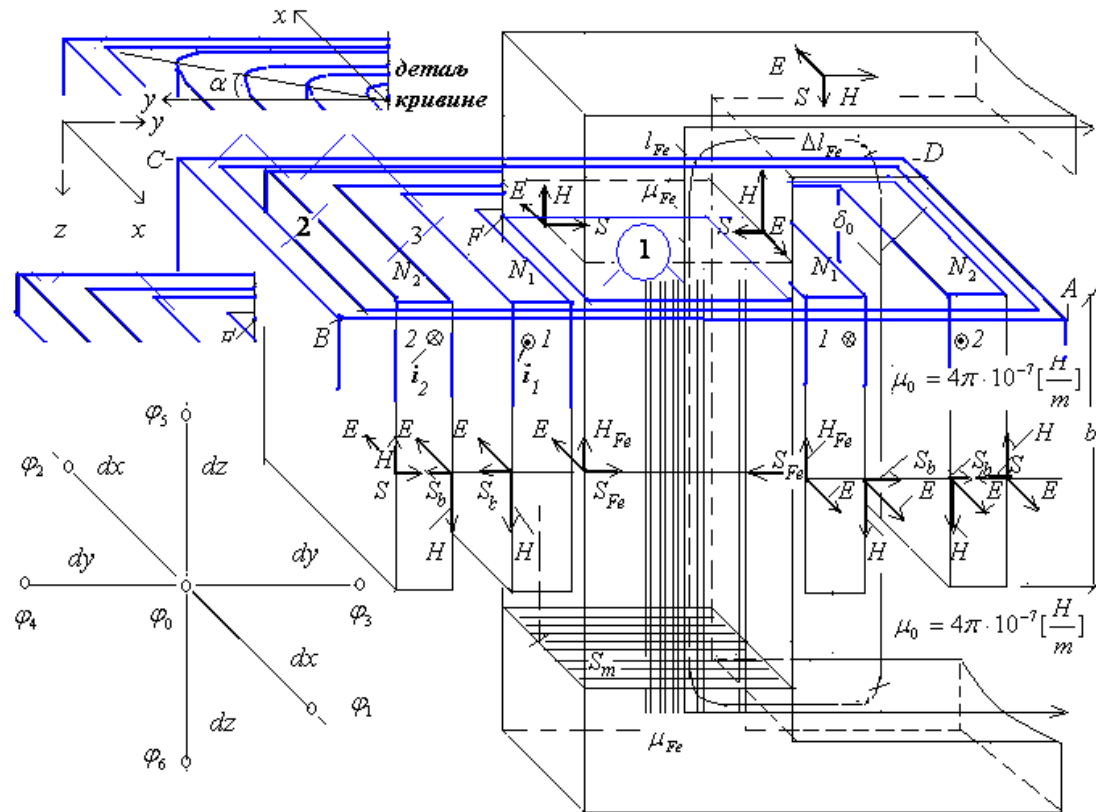
$$\varphi_m = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\rho}{r} dV + \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\eta_m}{r} dS \quad (1.4')$$

Први члан представља удео магнетских маса распоређених запремински – унутар магнетика а други члан је део магнетских маса распоређених и локализованих у танком површинском слоју. Запреминска ρ_m и површинска густина η_m су одређене респективним изразима $\rho_m = -\text{div } \vec{M}$, $\eta_m = \vec{h} \cdot \vec{M} = M_n$ а $\vec{h}$ је нормала на елемент спољне површине магнетика, [16]. Геометријски облик дела магнетног кола трансформатора за кога је формиран математички модел је приказан на слици 1.3.1.

Стубови и јармови једне фазе имају правоугаони пресек а котао правоугаони облик (контуре пресека су обојене плавом бојом). Навојци намотаја су мотани паралелно стубу и у угловима савијени на једнаким удаљеностима од стуба.

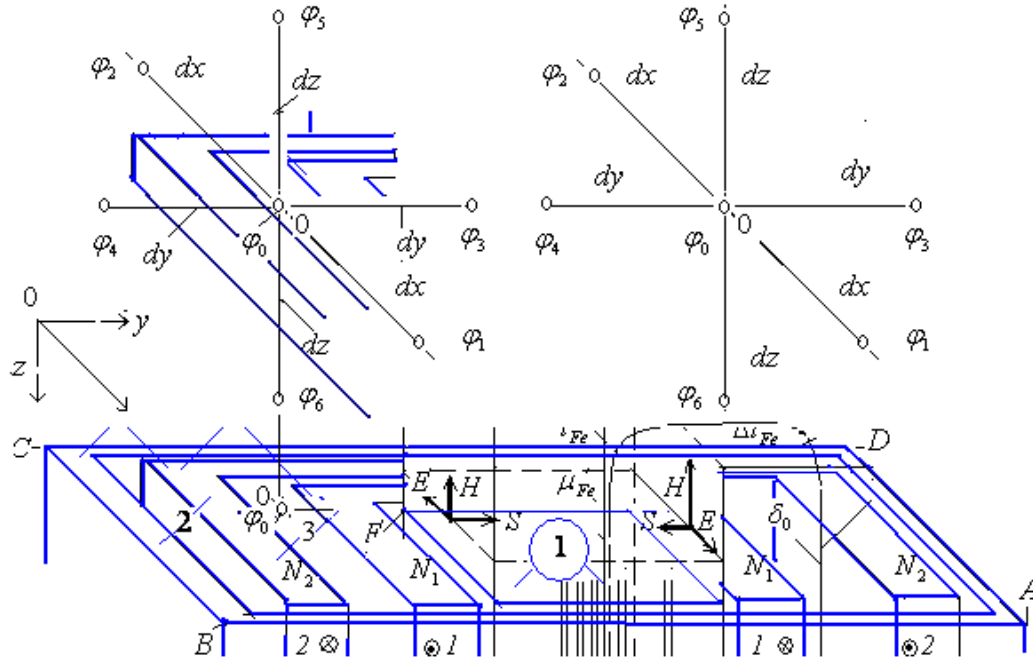
Из слике 1.3.1. за одређивање граничних услова користе се две равни симетрије АВ и АД а гранична раван ВС је део зида котла. Гранична раван CD је површина дела котла.

Језгро и котлови су од феромагнетног материјала ($\mu_{Fe} = \infty$), чиме је занемарен утицај транзијентне струје на ове делове и на вредности расипног поља.



Слика 1. 3. 1. а. Геометријски облик дела магнетног кола трансформатора.

Тачка 0 на слици 1.3.1.b. може да буде произвољна тачка у домену унутар и ван намотаја (овде је између два намотаја) У овој тачки се по Пуосоновом методу рачунају скалар потенцијали за тачке 1 и 2, како се са слике види одређене размаком dx у односу на тачку 0 тачке 3,4 су одређене размаком dy у односу на тачку 0 а тачке 5, 6 размаком dz у односу на изабрану тачку за коју се рачуна потенцијал.



Слика 1. 3. 1. 6. Потенцијал у тачки 0, φ_0 изражен је помоћу потенцијала у тачкама 1,2,3,4,5,6: $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6$ у чвориштима мреже на одстојањима dz, dy, dx . у Картезијанском координатном систему (Rene Descarte²)

У овом делу анализе ће бити занемарен утицај вртложних струја у проводницима намотаја и предпостављено да је густина струје једнолика по пресеку проводника у намотајима. Ти утицаји биће размотрени у делу текста, почев од стр. 24 до 40.

Избор координатног система, мреже и решавање Poissonове једначине методом коначних разлика

Пошто су границе модела равни, најједноставније је модел поставити у Декартов правоугли координатни систем $(x, y, z, 0)$. Овај координатни систем тачно следи геометрију трансформатора.

Запреминска густина магнетних домена [16] је:

$$\rho_m = \frac{n_{mp}}{dz} = \frac{1}{dz} \frac{NI}{l}, \quad (1.5)$$

² René Descartes, родјен 31. marta 1596. - Stockholm, 11. фебруара 1650, француски филозоф, физичар, математичар и утемељивач аналитичке геометрије. Descartes је био зачетник модерне математике и аналитичке геометрије. Његов допринос математици види се у употреби правокутног координатног суства (Karteziјев координатни сустав)

Где је $n_{mp} = \frac{NI}{l} = H$ јачина поља фиктивних некомпензованих магнетних полова која је по вредности једнако јачини магнетног поља H .

$$\text{div } \vec{M} = \rho_m \quad (1.6)$$

ρ_m - је математичка вредност јер не имплицира физичко присуство магнетних домена а изједначењем (1.4) и (1.6) добија се *Poisson-ова* диференцијална једначина.

$$\Delta \varphi_m = -\rho_m \quad (1.7)$$

која заједно са условом да је у свим тачкама на језгру изван намотаја $\varphi_m = 0$ и условом да је унутар намотаја на језгру тангенцијална компонента јачине магнетног поља такође једнака нули. Због вредности поља макроскопске струје $\vec{H}$ мора се водити рачуна о једначини $\vec{H} + \vec{H}' = 0$ тј. $\vec{H}' = -\vec{H}$. По изразу (1.7) са претходно наглашеним условима могу се одредити потенцијали у изабраном геометријском простору делова трансформатора.

У Декартовом (картезијанском) координатном систему је:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\rho_m \quad (1.8)$$

Ако се у окружењу разматраног чвора 0 према слици 1.3.1. израз (1.8) развије у Тајлоров, очекивана вредност потенцијалом φ_0 , изражена потенцијалима: $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6$, суседних тачака 1, 2, 3, 4, 5, 6, и описана једначинама коначних разлика, се рачуна из [15, 16]:

$$\varphi_0 = \frac{1}{b_1} [b_1(\varphi_1 + \varphi_2) + b_2(\varphi_3 + \varphi_4) + b_3(\varphi_5 + \varphi_6) + \rho_m dV] \quad (1.9)$$

Константе су: $b_1 = \frac{dy}{dx} dz, b_2 = \frac{dz}{dy} dx, b_3 = \frac{dx}{dz} dy, b_0 = 2(b_1 + b_2 + b_3)$ а dz, dy, dx су размаци у мрежи у смеровима оса x, y, z и $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ елементарна запремина.

На граници симетрије АВ, слици 1.3.1.а., је $d\varphi/dx = 0$, значи $\varphi_1 = \varphi_2$ и после замене у (1.9)

$$\varphi_0 = \frac{1}{b_1} [2b_1\varphi_1 + b_2(\varphi_3 + \varphi_4) + b_3(\varphi_5 + \varphi_6) + \rho_m dV] \quad (1.10)$$

На граници симетрије AD, слика 1.3.1.а., је $\frac{d\varphi}{dy} = 0$, значи $\varphi_3 = \varphi_4$ и израз (1.9) има облик:

$$\varphi_0 = \frac{1}{b_1} [b_1(\varphi_1 + \varphi_2) + 2b_2\varphi_3 + b_3(\varphi_5 + \varphi_6) + \rho_m dV] \quad (1.10)$$

Математичке равни мреже се често не поклапају са основама намотаја трансформатора. Тада се магнетне масе премештају на суседне равни мреже али се мора узети у обзир удаљеност основице намотаја и линије мреже на коју је магнетни домен (маса) премештен.

Једначине (1.2`) се могу изразити помоћу једначина коначних разлика и тада је:

$$H_x = -\frac{d\varphi}{dx} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2dx} \quad \text{и} \quad H_y = -\frac{d\varphi}{dy} = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{2dy} \quad (1.11')$$

$$H_z = -\frac{d\varphi}{dz} = \frac{\varphi_5 - \varphi_6}{2dz} \quad (\text{ван намотаја (1.11`),}$$

$$H_z = -\frac{d\varphi}{dz} = \frac{\varphi_5 - \varphi_6}{2dz} + H \quad (\text{у окну намотаја 1.11`))$$

1.3.2. Одређивање реактансе магнетног расипања трансформатора

За израчунавање прекомерних струја у кратким спојевима које су меродавне за добијање вредности електродинимичких сила потребно је знати вредност реактансе магнетног расипања у трансформаторима. Реактанса расипања се, у принципу, оређује из укупне расипне магнетне енергије трансформатора у екстремном режиму кратког споја :

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \vec{H} \cdot \vec{B} \cdot dV; \quad (1.12)$$

Операције интеграције, изводе се у целом простору у коме постоји магнетно поље.

Предпоставка за феромагнетик је $\mu_{Fe} = \infty$, и када је $\sum i = 0$, поља у феромагнетику нема и на површине језгра и осталих делова магнетног кола која представљају површину–раван се примењује релација (1.12). Ако су $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ су јединични вектори у смеру оса x, y, z .

Поље $\vec{H}$ и индукција $\vec{B}$ имају 3 компоненте у ([Rene Descarte](#)) координатном систему $\vec{H} = iH_x + jH_y + kH_z$ и индукција $\vec{B} = iB_x + jB_y + kB_z$. (13)

Скаларни производ компоненти је $\vec{H} \cdot \vec{B} = H_x B_x + H_y B_y + H_z B_z$. (14)

А укупна расипна енергија једне фазе трансформатора је збир расипне енергије у свим елементарним запреминама и износи

$$W_m = \frac{1}{2\mu_0} \sum_V (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2) dx dy dz \quad (1.15)$$

Расипна индуктивност L_γ и енергија магнетног расипања су везани изразом $W_m = \frac{1}{2} L_\gamma I_m^2$

$$\Leftrightarrow L_{n,\gamma} = \frac{2W_m}{I_n^2}, \quad I_m = \sqrt{2}I_n \text{ је максимална вредност фазне струје (1.15')}$$

Ако су I_n и V_n номиналне (називне) фазне вредности струје и напона из израза (1.16), расипна реактанса једне фазе је: $X = \omega L_\gamma = \frac{4 \cdot \pi \cdot f}{I_m^2} W_m$, индуктивна компонента напона кратког споја $v_{sh-circ} \%$ изражен (%) номиналног напона V_n према IEC стандарду, [32],

$$v_{sh-circ} \% = \frac{I_n X}{V_n} 100 = \frac{200 \cdot \pi \cdot f}{I_n V_n} W_m; \text{ иј} \quad \Leftrightarrow L_{n,\gamma} = \frac{2W_m}{I_n^2} \quad (1.16)$$

1.3.3. Израчунавање електродинамичких сила при кратком споју

За одређивање електродинамичких сила у намотајима трансформатора релевантна вредност је прекомерна струја за транзијентни процес кратког споја (индекс $(short-circuit)$) која је дефинисана IEC 60076-5 стандардом, [19].

$$v_{sh-circ} = X \cdot I_{sh-circ} = \frac{V_n}{10} \Leftrightarrow X = \frac{V_n}{10 I_{sh-circ}}$$

$$v_{sh-cir} \% = \frac{I_n}{V_n} X \cdot 100 \% = \frac{I_n}{V_n} \frac{V_n}{10 I_{sh-cir}} 100 \%$$

$$I_{sh-circ} = \frac{I_n}{v_{sh-cir} \%} 10$$

Напон кратког споја $v_{sh-circ} \%$ изражен (%) номиналног напона V_n састоји се из реактивне/индуктивне v_x и активне/омске компоненте v_r . Уз познате вредности v_x и v_r , [19], одреди се коефицијент ударне струје кратког споја k_m , фактор зависан од X/R:

$$k_m = 1 + e^{-\frac{v_r}{v_x} \pi}$$

Намотај је механички дефинисан према максималној вредности транзијентне струје – ударне струје кратког споја, по IEC 60076-5 5, [19], $I_{k.u.} = \sqrt{2} \cdot k_m \cdot I_{sh-circ}$. Приближну

вредност индуктивности расипања и коефицијента ударне силе у транзијентном режиму кратког споја, одређује средња вредност из опсега $v_{sh-circ} = (0.065 - 0.145) V_n \approx 10^{-1} V_n$.

$$k_{f.u} = \sqrt{2} (100 \frac{k_m}{v_{sh-circ}})^2 \quad (1.17)$$

Особину симетричност, кратак спој има ако је функција струје симетрична у односу на временску апсцисну осу. Струја достиже своју највећу вредност после четвртине периоде од тренутка када се кратак спој десио. Ако кратак споја настане у моменту када напон спољњег извора $v = V_m \sin \omega t = \sqrt{2} \cdot V_n \sin \omega t$ има вредност напона која одговара $t \rightarrow \Delta t = T/4$, при којој струја устаљеног кратког споја у позитивном полуталасу постиже своју максималну вредност, тада је израз по коме се она одређује:

$$i_{sh-circ} = \sqrt{2} I_{sh-circ} [\sin \frac{2\pi}{T} (t + \frac{T}{4}) - e^{-\frac{t}{T_{shc}}} \sin \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4}] = \sqrt{2} I_{sh-circ} (-e^{-\frac{t}{T_{shc}}} + \cos \frac{2\pi}{T} t); \quad (1.18)$$

Струја достиже своју највећу ударну вредност после пола периоде, $t = T/2$:

$$I_{k.u} = \sqrt{2} I_{sh-circ} (-e^{-\frac{T}{2T_{shc}}} + \cos \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2}) = (-1) \sqrt{2} \cdot I_{sh-circ} (1 + e^{-\frac{T}{2T_{shc}}}); \quad (1.18')$$

Сличан поступак важи за интервал $0 < t < 3T/4$ у коме струја устаљеног кратког споја пролази кроз негативни максимум а ударна - критична струја и у овде настаје после пола периоде $t = T/2$ и показује се да је вредност иста али са позитивним предзнаком.

$$I_{k.u} = \sqrt{2} \cdot I_{sh-cir} (1 + e^{-\frac{T}{2T_{sch}}}); \quad (1.18'')$$

Фактор k_m као однос $k_m = \frac{I_{k.u.}}{I_{sh-circ}} = 1 + e^{-\frac{T}{2T_{shc}}}$ зависи од временске константе

$$T_{sh-circ} = L_{sh-cir} / R_{sh-circ} = \frac{L_{sh-cir}}{R_{sh-cir}} \frac{\omega}{\omega} = \frac{X_{\gamma, sh-cir}}{R_{sh-cir} 2\pi f} \Leftrightarrow -\frac{T}{2T_{sh-cir}} = -\frac{R_{sh-cir}}{X_{\gamma, sh-cir}} \pi$$

Однос X_{sh-cir}/R_{sh-cir} има вредности од 1/20 код трансформатора великих снага, 1/10 код средњих до 1/2 код малих. За разне вредности овог односа у оквиру **IEC 60076-5-5** стандарда могу се са дијаграма одредити вредности ударног ``критичног фактора``. Према вредности X_{sh-cir}/R_{sh-cir} одреди се фактор k_m па је критична вредност ударне струје:

$$I_{k.u.} = \sqrt{2} \cdot k_m \cdot I_{sh-circ} = \sqrt{2} \cdot k_m \cdot \frac{I_n}{v_{sh-cir} \%}; \quad k_m \quad (1.18''')$$

Сила магнетног поља индукције $\vec{B}$ на елемент проводника у навојку запремине dV у коме тече струја густине $\vec{J}$ рачуна се према Лапласовој формули:

$$d\vec{F} = (\vec{J} \times \vec{B}) \cdot dV \quad (1.19)$$

Механичка силе су унутрашње силе које се манифестују на површинама елемената распоређених у магнетном пољу. Те силе теже да привуку елементе у смеру линија поља и одбију те елементе од попречног смера поља. Силе по јединици дужине елемената су производ:

$$p_f = \frac{1}{2}(\vec{H} \cdot \vec{B}) = \frac{1}{2}[H_x B_x + H_y B_y + H_z B_z] \quad (1.20)$$

У изабраном Декартовом координатном систему, успостављена је мрежа као на слици 1.3.2, а компоненте поља $\vec{H}$ и индукција $\vec{B}$ и силе су решења Poissonове једначине методом коначних разлика. и приказане су у табели 1.3.1.

На овај начин је дата теоријска подлога важности неких утицаја и последица које изазивају транзијентна стања типа кратких спојева праћених појавом екстремних струја и ударних електродинимичких сила.

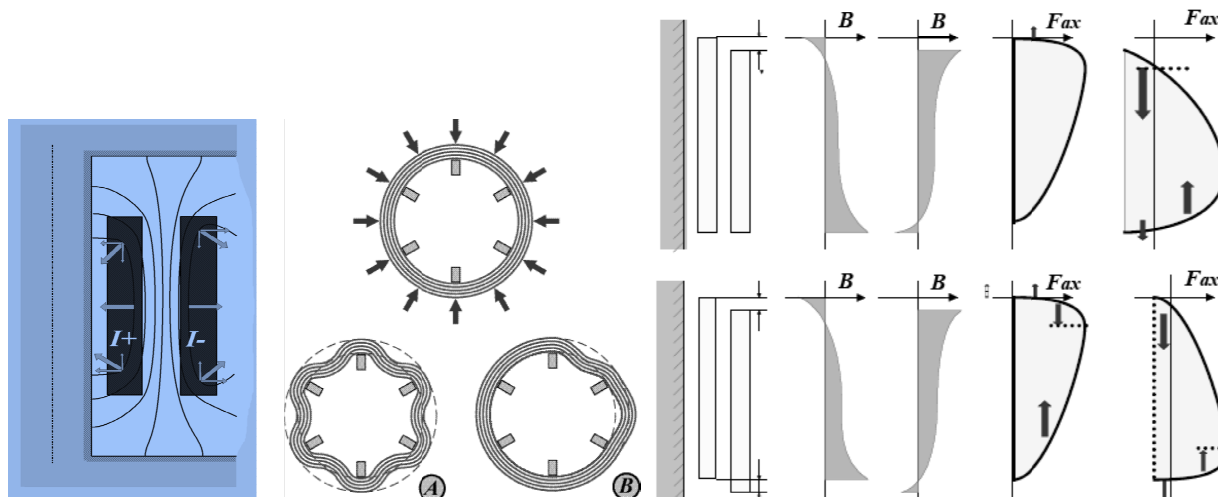
Табела 1.3.3.1. Расипна индукција у Декартовом координатном систему

Д	Расипна индукција	Струја у намотају	Смер радијалне силе на намотај	Смер аксијалне силе на намотај
1	$\vec{B} = iB_x + jB_y + kB_z$	jI	iIB_z	$-kIB_x$
2	$\vec{B} = iB_x + jB_y + kB_z$	$-iI$	jIB_z	kIB_y
3	$\vec{B} = iB_x + jB_y + kB_z$	$-iI \sin \alpha + jI \cos \alpha$	$-iIB_z \cos \alpha + jIB_z \sin \alpha = \vec{\rho} \cdot \vec{IB}_z;$	$-k(IB_y \sin \alpha + jIB_x \cos \alpha)$

*Угао закривљености намотаја око ивице феромагнетика, према детаљу на слици 1.3.1.а.:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \text{ а јединични радијус вектор у доменима 2-3 : } \vec{\rho} = \frac{i x + j y}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

Ради поређења треба напоменути да су стручни тиови АББ последњих година реализовали одређена истраживања механичких напрезања као последице кратког споја за С-цилиндрични модел стуба. На слици 1.3.3.1. приказана су механичка напрезања по висини и ширини NN и VN намотаја. Аксијалне неуравотежености стварају велике аксијалне силе. Силе теже да покваре равнотежу.



Слика.1.3.3.1. Промена механичких напрезања по висини NN и VN намотаја [13].

Електромагнетне силе теже да увећају домен флукса или смање густину магнетне енергије у домену. Унутрашњи намотаји при деловању теже да смање радијус. Спољни намотаји теже да увећају радијус. Виши делови намотаја подвргнути су дејству аксијалних сила.

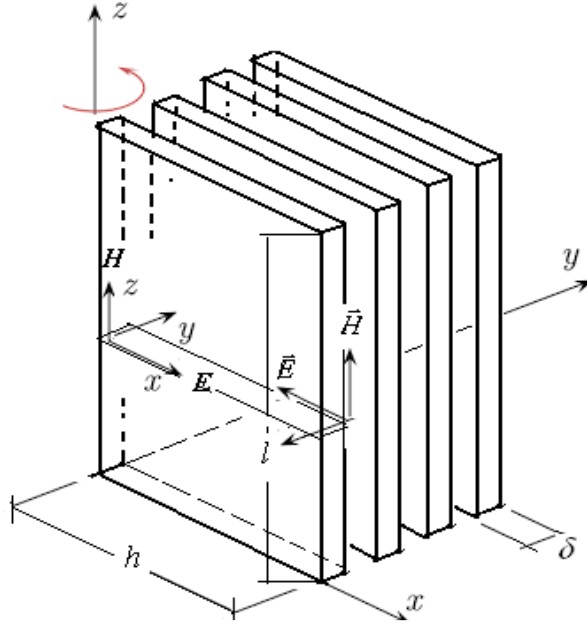
Разарање цилиндричног омотача због равномерно расподељених спољних сила може бити:

- а) типична деформација коју је намотај способан да поднесе помоћу изолационих носача,
- б) типична деформација сопствених носача намотаја.

1.4. Утицај вртложних струја, расипног магнетног поља и електродинмичких сила на електричне проводнике, омотаче и делове магнетног кола трансформатора [31]

При одређивању ових утицаја у дисертацији је примењена апроксимативна метода анализе са освртом на квалитативну страну прелазног процеса а тачност метода није била у првом плану. Модел који обухвата утицаје величина из наслова на прелазни процес успостављен је за елементарни део магнетног кола: језгро – стуб састављен од пакета челичних лимова геометријских димензија: $h \gg \delta$, $l \gg \delta$. Димензије су изабране тако да буде задовољен услов да процес буде описан раванским електромагнетним таласом. У том случају могуће је успоставити модел за домен једног листа лима.

Утицај вртложних струја се компензује у сваком алтернативном средњем листу између два суседна, [20, 19] и према I и II Максвеловој једначини Декартовом систему координата који је овде прилагођен геометријском облику лимова може се писати:



Слика 1.4.1. Величине које одређују раванског електромагнетног таласа у једном ``листу`` стуба језгра трансформатора

$$-\frac{\partial H(t, y)}{\partial y} = \sigma E(t, y); \quad \frac{\partial E(t, y)}{\partial y} = -\frac{\partial B(t, y)}{\partial t}; \quad (1.21)$$

где је:

$H(t, y)$ – јачина магнетног поља зависна од времена и координате (t, y)

σ – електрична проводност материјала лима-листа

$E(t, y)$ – јачина електричног поља зависна од времена и координате (t, y)

$B(t, y)$ – магнетна индукција (нормална компонента индукције која продире у лист)

При индустријским фреквенцијама, у трансформаторима се занемарују струје диелектричних помераја у односу на струје проводности зато што је $\epsilon \frac{\partial E}{\partial t} \ll \sigma E$;

На пример за простопериодични талас електричног поља које је последица напона спољног извора ($E = E_m e^{j\omega t}$) је однос тих струја $\frac{J_{die.pom}}{J_\sigma} = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} \frac{1}{\sigma E} = j \frac{\omega \epsilon}{\sigma}$

за бакар је приближно: $\left| \frac{J_{die.pm}}{J_\sigma} \right| = \left| \frac{\omega \epsilon}{\sigma} \right| = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}}{58 \cdot 10^6} \cong 47,9 \cdot 10^{-18}$

за гвожђе је приближно $\left| \frac{J_{die.pm}}{J_\sigma} \right| = \left| \frac{\omega \epsilon}{\sigma} \right| = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}}{8 \cdot 10^6} \cong 347,2 \cdot 10^{-18}$

Магнетна кола трансформатора магнетишу магнетопобудне силе намотаја и зависно од режима магнећења једначине (..) се решавају по $E(t, y)$ или $H(t, y)$ и затим одређује математичка веза тренутних вредности јачине магнетног поља и магнетне индукције.

Ако је предпостављена крива магнећења и хистерезног циклуса елипса и временска простопериодична промена, јачина магнетног поља $H(t, y)$ и магнетна индукција $B(t, y)$ су повезане једначинама у односу на два режима прелазних процеса, [21], и то у:

Режиму познатих магнетопобудних сила, магнетно поље има израз:

$$H(t, y) = k_1 B(t, y) + k_2 \frac{\partial B(t, y)}{\partial t} \quad (1.22)$$

Режиму познатих магнетних флукова, једначина за магнетну индукцију је:

$$B(t, y) = k_1' H(t, y) + k_2' \int_0^t H dt \quad (1.22')$$

Где су константе : $k_1 = \frac{\cos \zeta}{\mu}$, $k_2 = \frac{1}{\omega} \frac{\sin \zeta}{\mu}$, $k_1' = \mu \cdot \cos \zeta$; $k_2' = \omega \mu \cdot \sin \zeta$;

μ – модул магнетне пермеабилности (проводности),

ζ – угао кашњења магнетне индукције од јачине магнетног поља (фазни став).

Релације (1.22) добијене су по аналогији са електричним R - L , R - C колима и зато је уведен појам комплексне магнетне пермеабилности а у сврху прелаза из комплексног у временски домен. Решавање прелазног процеса у листу се одвија посредством Лапласове трансформације и нултих почетних услова преко оператора $p = j\omega$ и применом теорема о конволуцији и транслацији, [21]:

$$E(t) \Leftrightarrow E(p) \quad H(t) \Leftrightarrow H(p) \quad B(t) \Leftrightarrow B(p) \quad \phi(t) \Leftrightarrow \phi(p) \quad (1.23)$$

$$E(0) = 0 \quad H(0) = 0 \quad B(0) = 0 \quad \phi(0) = 0 \quad (1.23')$$

Једначине (1.21) и (1.22) се своде на облик:

$$\frac{\partial H(p)}{\partial y} = -\sigma E(p); \quad (a) \quad \frac{\partial E(p)}{\partial y} = -pB(p); \quad (b), \quad -\frac{1}{p} \frac{\partial E(p)}{\partial y} = B(p) \quad (b') \quad (1.24)$$

$$H(p) = -B(p)[k_1 + k_2 p] \quad (a) \quad B(p) = H(p)[k_1' + \frac{1}{k_2'} p] \quad (b) \quad (1.25)$$

Диференцирањем (1.24) по (y) уз релацију (1.25) добијају се релације за оба режима:

$$\frac{\partial^2 H(p)}{\partial y^2} - \sigma \frac{p}{k_1 + pk_2} H(p) = 0 \quad (1.26.a) \quad \frac{\partial^2 E(p)}{\partial y^2} - \sigma \frac{1}{pk_1' + k_2'} E(p) = 0 \quad (1.26. b)$$

Решења по $H(p)$ и $E(p)$ су комплексне функције оператора :

$$H(p) = H_0(p) \frac{ch\lambda_1 y}{ch\lambda_1 \frac{\delta}{2}} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \quad (1.27.a) \quad E(p) = E_0(p) \frac{ch\lambda_2 y}{sh\lambda_2 \frac{\delta}{2}} = \frac{f_1(p)}{f_2(p)} \quad (1.27.b)$$

Помоћу оператора $p = j\omega$ одређује се вредност индукције из:

$$\text{из (1.25.b) и (1.27.a), } B(p) = H_0(p) \frac{\lambda_1^2}{p\sigma} \frac{ch\lambda_1 y}{ch\lambda_1 \frac{\delta}{2}} = \frac{F_3(p)}{F_4(p)} \quad (1.28.a)$$

$$\text{и из (1.24.б) и (1.27.б), } B(p) = E_0(p) \frac{\lambda_2}{p} \frac{ch\lambda_2 y}{sh\lambda_2 \frac{\delta}{2}} = \frac{f_3(p)}{f_4(p)} \quad (1.28. б)$$

Лик флукса који продире кроз јединицу дебљине листа (δ) и ширине (h) се добија из дефиницији флукса и израза (1.28.а) и (1.28.б) а пошто је $[\int shay = \frac{1}{a} chay, \int chay = \frac{1}{a} shay]$, тј.:

$$28.а: \phi(p) = h \int_{-\delta/2}^{\delta/2} B(p) dy = h \frac{H_0(p) \lambda_1^2}{p \sigma \cdot ch \lambda_1 \frac{\delta}{2}} \left| \frac{1}{\lambda_1} sh \lambda_1 y \right|_{-\delta/2}^{\delta/2} = h \cdot 2 H_0(p) \frac{\lambda_1}{p \sigma} th \lambda_1 \frac{\delta}{2} = \frac{F_5(p)}{F_6(p)} \quad (1.29а)$$

$$28.б: \phi(p) = h \int_{-\delta/2}^{\delta/2} B(p) dy = h \frac{E_0(p) \lambda_2}{p sh \lambda_2 \frac{\delta}{2}} \left| \frac{1}{\lambda_2} sh \lambda_2 y \right|_{-\delta/2}^{\delta/2} = h \cdot 2 E_0(p) \frac{1}{p} = \frac{f_5(p)}{f_6(p)} \quad (1.29.б)$$

Према правилима Лапласова трансформације ликови из оригинала су: за јачину електричног поља: $E_0(p)$ и за јачину магнетног поља: $H_0(p)$, а комбиновани електромагнетни

параметри магнетног кола су: $\lambda_1 = \sqrt{\frac{p \sigma}{k_1 + p k_2}}$ и $\lambda_2 = \sqrt{\frac{\sigma}{p k_1 + k_2}}$.

Ако магнетопобудне силе, дефинисане бројем наојака N , побуђују магнетно коло вредност јачине магнетног поља је одређена релацијом:

$$H_0(p) = \frac{I(p)}{l_{sr}} N, I(p) = \frac{H_0(p)}{N} l_{sr}, \text{ где је } l_{sr} \text{ средња дужина магнетне линије.}$$

$$*У режиму познатих магнетних флукова је: B(p) = H_0(p) \frac{\lambda_2^2}{p \sigma} \frac{ch \lambda_2 y}{ch \lambda_2 \frac{\delta}{2}} = \frac{F_3(p)}{F_4(p)};$$

Флукс се рачуна са константама λ_2 и зато израз (1.28.а) постаје(*1.28а) односно:

$$B(p) = H_0(p) \frac{\lambda_1^2}{p \sigma} \frac{ch \lambda_1 y}{ch \lambda_1 \frac{\delta}{2}} = \frac{F_3(p)}{F_4(p)} \quad (*1.28а)$$

$$\phi(p) = h \int_{-\delta/2}^{\delta/2} B(p) dy = h \cdot 2 H_0(p) \frac{\lambda_2}{p \sigma} th \lambda_2 \frac{\delta}{2} = \frac{F_5(p)}{F_6(p)} \quad (*1.29а)$$

Из (*1.28.a),(* 1.29.a) и (1.29.б) је: $H_0(p) = \frac{\sigma \cdot E_0(p)}{\lambda_2} \operatorname{cth}(\lambda_2 \frac{\delta}{2})$, а N_{list} – број лимово-
листова у стубу језра магнетног кола) и ако је задата вредност напона напајања спољног
електричног извора $v = V_m \sin(\omega t - \varphi)$ из Кирхофовог правила јачина електричног поља је:

$$V(p) = RI(p) + p\phi(p) = R \frac{H_0(p)}{N_{wind}} l_{sr} + hN_{list} 2E_0(p) = E_0(p) [R \frac{\sigma l_{sr}}{\lambda_2 N} \operatorname{cth}(\lambda_2 \frac{\delta}{2}) + 2hN_{list}]$$

$$\text{одакле } E_0(p) = \frac{V(p)}{R \frac{\sigma l_{sr}}{\lambda_2 N} \operatorname{cth}(\lambda_2 \frac{\delta}{2}) + 2hN_{list}} \quad (1.30)$$

Дакле, добијена вредност $E_0(p)$ у квалитативном смислу потврђује исправност поступка а
оригинала функција $E(t) \& E(p)$, $H(t) \& H(p)$, $B(t) \& B(p)$, $\phi(t) \& \phi(p)$, када је функција
јачине магнетног поља и струје магнећења простопериодична:

$$H_0(p) = H_m \frac{\omega \cos \varphi - p \sin \varphi}{p^2 + \omega^2}, \quad H_m = \frac{I_m}{l_{sr}} N, \quad \text{где је } \varphi - \text{ фазни став -угао укључења}$$

За овако задату екситацију одзиви су следећи:

$$H = \sum \frac{F_1(p_i)}{F_2(p_i)} e^{p_i t} = H_{pp} + H_{sl},$$

$$B = \sum \frac{F_3(p_i)}{F_4(p_i)} e^{p_i t} = B_{pp} + B_{sl},$$

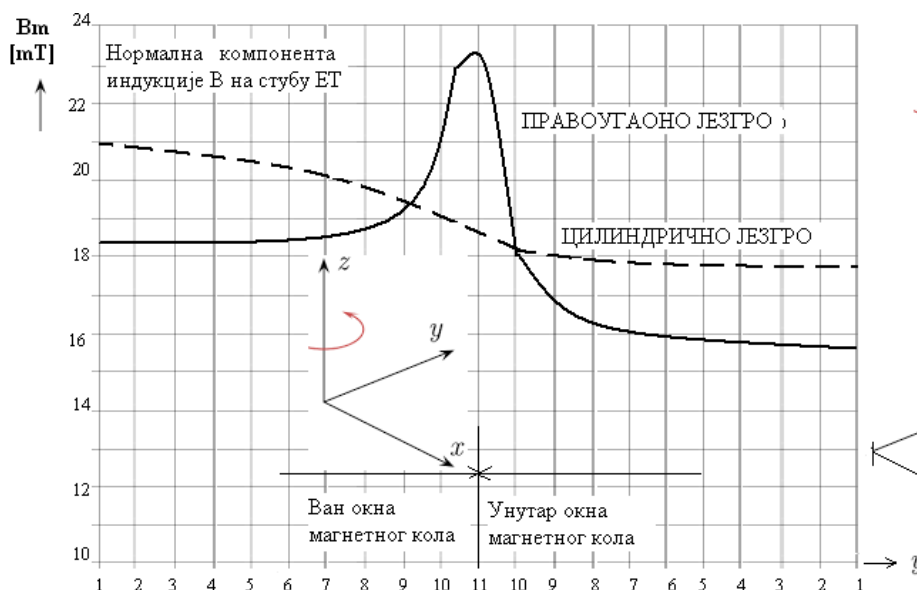
$$\phi = \sum \frac{F_5(p_i)}{F_6(p_i)} e^{p_i t} = \phi_{pp} + \phi_{sl}.$$

p_i, p_i'', p_i''' , су корени одговарајуће карактеристичне једначине.

H_{pp} B_{pp} ϕ_{pp} - су простопериодичне, принудне, компоненте јачине магнетног поља,
индукције и флукса квазистационарних стања.

H_{sl} B_{sl} ϕ_{sl} - су слободне компоненте јачине магнетног поља, индукције и флукса .

Резултат поступка је добијени дијаграм вредности компоненти индукције за два упоредна
модела стуба језгра трансформатора: PR –правоугаони и С–цилиндрични, слика 1.4.2. Зато би
даља процедура била сувишна јер је једини циљ био да се покаже да је метод применљив.
Приближно једнаке вредности нормалних компоненти индукције са дијаграма дају могућност да
се електродинамичке силе, макар квалитативно, могу анализирати према методу који се односи на
модел са цилиндричним обликом језгара магнетних кола.



Слика 1.4.2. Дијаграм вредности нормалних компоненти индукције на језгру стубу: за PR – правоугаони модел и C – цилиндрични модел.

У наставку су одређени узроци настанка и последице дејства електродинамичких сила цилиндричних структура веће вредности магнетне проводности, које обухватају један или систем проводника, а постављене су поперечно на линије магнетног поља.

1.5. Електродинамичке силе и напрезања система монофазних и трофазних електричних проводника и делова магнетних кола, утицај вртложних струја [22]

Електромагнетни процеси у деловима магнетног кола, у омотачу који обухвата намотаје са проводницима и спољни омотач који обухвата проводник, су физички апсолутно слични.

Магнетни цилиндрични или правоугаони омотачи и делови магнетног кола се израђују од лимова електротехничког челика, утичу на флуксеве расипања у окружењу и могу се усмерити ка доменима где би расипања имала мање вредности. Избор облика омотача може да утиче на смањење утицаја електродинамичких сила и реактанси расипања и које настају од прекомерних струја у транзијентним стањима (екстремни поремећаја трансформатора: кратки спојеви, разне несиметрије, велике вредности хармоника, утицај вртложних струја...). Зависно од распореда у односу на смер магнетног поља, омотачи и детаљи магнетног кола су подељени на подужне и поперечне.

Размотрени узроци настанка параметара расипања и одређене последице дејства електродинамичких силе у цилиндричним структурама, веће вредности магнетне проводности, посебно за случај када омотач обухвата један проводник и посебно за систем проводника више фаза, постављени су поперечно у односу на линије магнетног поља.

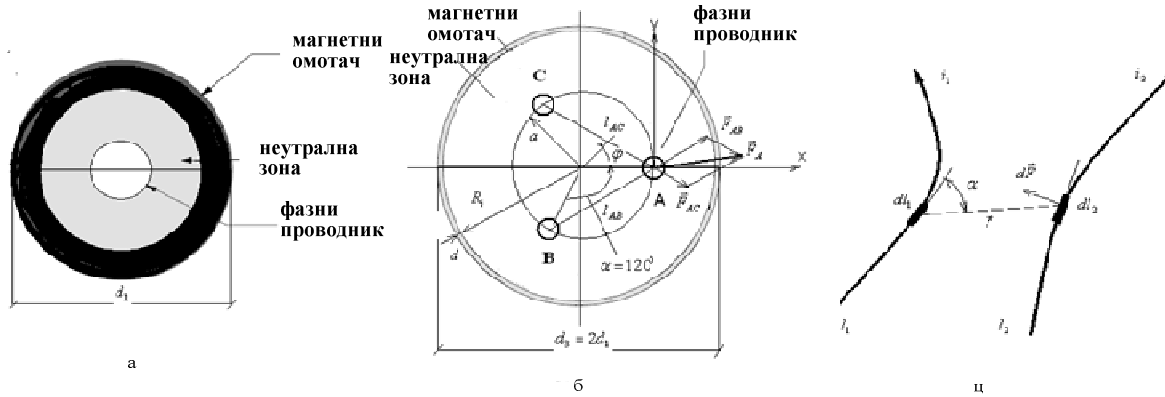
Проводници кроз које тече струја су смештени унутар цилиндра. Магнетни флукс кога стварају наизменичне струје у омотачу потискује вихорне струје у дубље појасеве а дубина потискивања је одређена његовим електричним и магнетним особинама. Електродинамичко дејство је тражено истовременим увећањем губитака снаге и загревањем омотача или делова магнетног кола који обухватају проводнике намотаја. Магнетно поље које произведе струја проводника 1, i_1 делује на проводник 2, са струјом i_2 зависно од смера струја настане привлачна или одбојна сила (слика 1.5.1.a.b.c.).

Јачина магнетног поља је одређена Био-Savar- овим законом [16].

$$d\vec{H}_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{i_1 \cdot d\vec{l}_1 \times \vec{r}}{r^3} \quad (1.31)$$

а електродинамичка сила из (1.19) $d\vec{F} = (\vec{J} \times \vec{B}) \cdot dV$ или Ла Пласов-ом релацијом, [31],

$$d\vec{F} = i_2 \cdot d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1 \quad (1.32)$$



Слика 1.5.1. Омотач (а), који обухвата један проводник, (б) обухвата три симетрична проводника (с) дејство електродинамичких сила између два проводника са струјама i_1 и i_2

И после замене (1.31) и (1.32) добија се релација:

$$\vec{F} = \frac{\mu}{4\pi} i_1 \cdot i_2 \iint_{l_1 l_2} \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r^2} \sin \alpha \quad (1.33)$$

При занемарењу утицаја пригушне компоненте транзијентна струја може се приказати релацијом [20] $i_{short-circuit} = i_{sh-cir}$.

$$i_{sh-cir} = I_0 (1 - \cos \omega t) \quad (1.34)$$

$i_{short-circuit} = i_{sh-cir}$ - тренутна вредност струје кратког споја,

I_0 – почетна вредност једносмерне струје кратког споја,

t – време од тренутка настанка струје кратког споја,

$\omega = 2\pi f$ – кружна фреквенција мрежног напона.

Магнетно поље око проводника у коме тече струја кратког споја, се рачуна према:

$$b = B_0 (1 - \cos \omega t) \quad (1.35)$$

Електродинамичка сила на јединицу дужине проводника f_{force} кроз који тече струја кратког споја који се налази у магнетног поља другог паралелног проводника према (1.32):

$$d\vec{F} = i_2 \cdot d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1 = I_0 (1 - \cos \omega t) \cdot dl_2 \cdot B_0 \cdot (1 - \cos \omega t).$$

$$\vec{F} = \int_0^l i_2 \cdot d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1 = l \cdot B_0 \cdot I_0 (1 - \cos \omega t)^2 \quad f = \vec{F} / l = B_0 \cdot I_0 (1 - \cos \omega t)^2 \quad (1.36)$$

Релација (1.36) се развија у тригонометријски ред:

$$f = \frac{3}{2} B_0 \cdot I_0 (1 - \frac{4}{3} \cos \omega t + \frac{1}{3} \cos 2\omega t \dots) \quad (1.37)$$

Магнетна индукција на удаљености (a) од дугог праволинијског проводника по Ampere-овом закону :

$$B = \frac{I_0}{2\pi a} \quad (1.38)$$

Ако се (1.38) замени у (1.37) и уз $I_0 = \sqrt{2} \cdot I_{sh-cir}^{\prime\prime}$, [32], у првој половини полупериоде струје кратког споја, сила је:

$$f = \frac{6 I_{sh-cir}^{\prime\prime 2}}{a} (1 - \frac{4}{3} \cos \omega t + \frac{1}{3} \cos 2\omega t) \cdot 10^{-7} \quad (1.39)$$

$I_{sh-cir}^{\prime\prime}$ – ефективна вредност струје кратког споја у суб-транзијентном периоду, (a), – размак између паралелних проводника.

Из релације (1.39) јасно је да поред електродинамичке силе настале због компоненте једносмерне струје, постоје и две силе које стварају наизменична струја фреквенције ($50Hz$), и фреквенције ($100 Hz$). Код чврсто позиционираних проводника, највећа вредност настаје када се створе услови да се све три компоненте саберу, тј. у тренутку: $(\omega t = \pi), (1 + \frac{4}{3} + \frac{1}{3}) = \frac{7}{3}$.

Када се догоди најтежи поремећај – трофазни кратак спој, максимална сила делује на средњи проводник, у линијском распореду проводника [20] а пошто се прорачун изводи под претпоставком да струје у фазама В и С имају исте смерове, тада је:

$$f_3 = 2 \frac{i_{A.sh-cir}^{\prime\prime}}{a} (i_{B.sh-cir}^{\prime\prime} - i_{C.sh-cir}^{\prime\prime}) \cdot 10^{-7} \quad (1.40)$$

Проводник кружног пресека смештен је у оси цилиндра са магнетним параметром μ , смештен је у хомогеном магнетном пољу (H_0), слика 1.5.2.а. На слици је димензионисан спољни и унутрашњи пречник цилиндричног оклопа ($D_0 = 2R_0$, $D_i = 2R_i$), дебљина цилиндричног омотача (d), слика 1.5.2.а.

Две претпоставке су: да је структура цилиндричног оклопа бесконачно дуга и да у омотачу нема проводника - простор без струје, ($\sigma = 0$). Унутар и изван омотача важи Лапласова диференцијална једначина за векторски магнетни потенцијал ($\Delta \vec{A} = 0$) [15]:

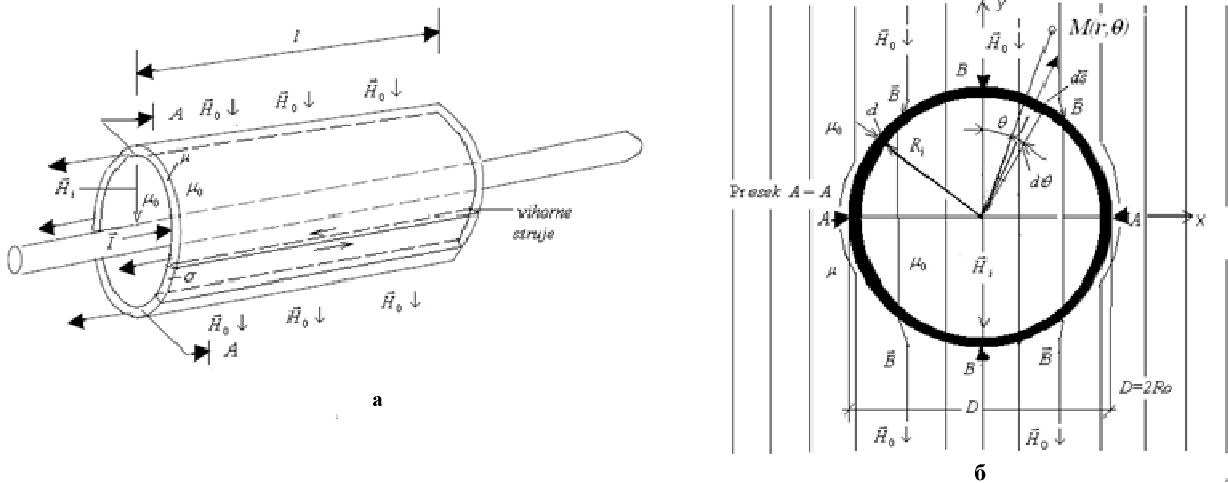
У делу простора где је густина струје једнака нули, може се применити једноставни метод одређивања функције скаларног потенцијала. У делу простора који заузима струја који се због тога и назива вртложним простором је $\text{rot} \vec{H} \neq 0$. Ван вртложног простора је ($\text{rot} \vec{H} = 0$), и поље вектора $\vec{H}$ се сматра потенцијалним. У том делу простора је ($\vec{H} = -\text{grad} \varphi_m$), где је (φ_m), скаларна функција која се назива скалар потенцијалом [16, 15].

Цилиндар са магнетним параметром μ подрвргнут је магнетној поларизацији образује своје магнетно поље, а поље у произвољној тачки ($M(r, \theta)$ цилиндричних координата а у околном простору, ван омотача одређује магнетни скалар потенцијал (φ_{m0}) тј.

$$(H_0 = -\text{grad} \varphi_{m0} = -\frac{\partial \varphi_{m0}}{\partial y}), \text{ одакле је } (\varphi_{m0} = -H_0 y + C_{Int.}).$$

Под претпоставком да је у оси цилиндра ($y=0$) потенцијал ($\varphi_{m0} = 0$) и заменом ($y = r \cdot \cos \theta$) потенцијал ($\varphi_{m0} = -H_0 r \cdot \cos \theta$). Додајући том, скалар потенцијалу, потенцијал фиктивног магнетног дипола са позитивним и негативним "подужним магнетним оптерећењима на одстојању d ", који замењује утицај хомогено намагнетеног цилиндра ($\varphi_m = \frac{1}{\mu} \frac{Q \cdot d}{4\pi r} \cos \theta$), у спољној тачки M добија се резултантни потенцијал (други члан је сразмеран са $1/r$ према [15]). где су:

- r – удаљеност од осе омотача,
- θ – угао ротације (поларне координате),



Слика 1.5.2. Струја у проводницима и расподела повратне струје у омотачу истакнутих магнетних параметара

$$\varphi_{my} = -H_0 r \cdot \cos \theta + \frac{C_{Int.1}}{r} \cos \theta \quad (1.41)$$

Интеграциона константа $C_{Int.1}$ је сразмерна моменту фиктивног магнетног дипола у односу на спољну површину цилиндра [15].

Поље унутар цилиндра који је распоређен у хомогеном страном магнетном пољу је такође хомогено. У омотачу поље се састоји из компоненти хомогеног страног поља и поља фиктивног дипола смештенос у осе цилиндра. Потенцијал тачака у **самом омотачу** је одређен релацијом:

$$\varphi_{mFe} = -H_{Fe} r \cdot \cos \theta + \frac{C_{Int.2}}{r} \cos \theta \quad (1.41a)$$

H_{Fe} је непозната величина хомогеног поља у омотачу у случају да не постоји страно поље H_0 , ($C_{Int.2}$) је интеграциона константа пропорционална моменту фиктивног магнетног дипола у односу на унутрашњу површину цилиндра [16, 15].

Поље H_i између осе и унутрашње површине цилиндра је такође хомогено и резултат је присуства поља добијених поларизациом у односу на обе површине цилиндра: спољне и унутрашње површине. Потенцијал тачака унутар простора омотача је једнако са:

$$\varphi_{m.i} = -H_i r \cdot \cos \theta \quad (1.41b)$$

Константе у претходним релацијама, за ($rot \vec{H} = 0$), се одређују из принципа једнакости тангенцијалних компоненти вектора ($\vec{H}$) и нормалних компоненти вектора ($\vec{B}$), на граничним површинама цилиндра, на:

$$\text{унутрашњој: } (r = R_i), \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_{mi}}{\partial r}\right)_{r=R_i} = \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_{mFe}}{\partial r}\right)_{r=R_i}, \quad (1.42)$$

$$\mu_0 \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_{mi}}{\partial r}\right)_{r=R_i} = \mu \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_{mFe}}{\partial r}\right)_{r=R_i}, \Leftrightarrow \mu_0 H_i = \mu_{Fe} (H_{Fe0} + \frac{2C_{Int.2}}{R_i^2}), \quad (1.42a)$$

$$\text{спољној: } r = R_0, \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_{mFe}}{\partial \theta}\right)_{r=R_0} = \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_{my}}{\partial \theta}\right)_{r=R_0}, \Leftrightarrow H_{Fe} - \frac{C_{Int.2}}{R_0^2} = H_0 + \frac{C_{Int.1}}{R_0^2} \quad (1.43)$$

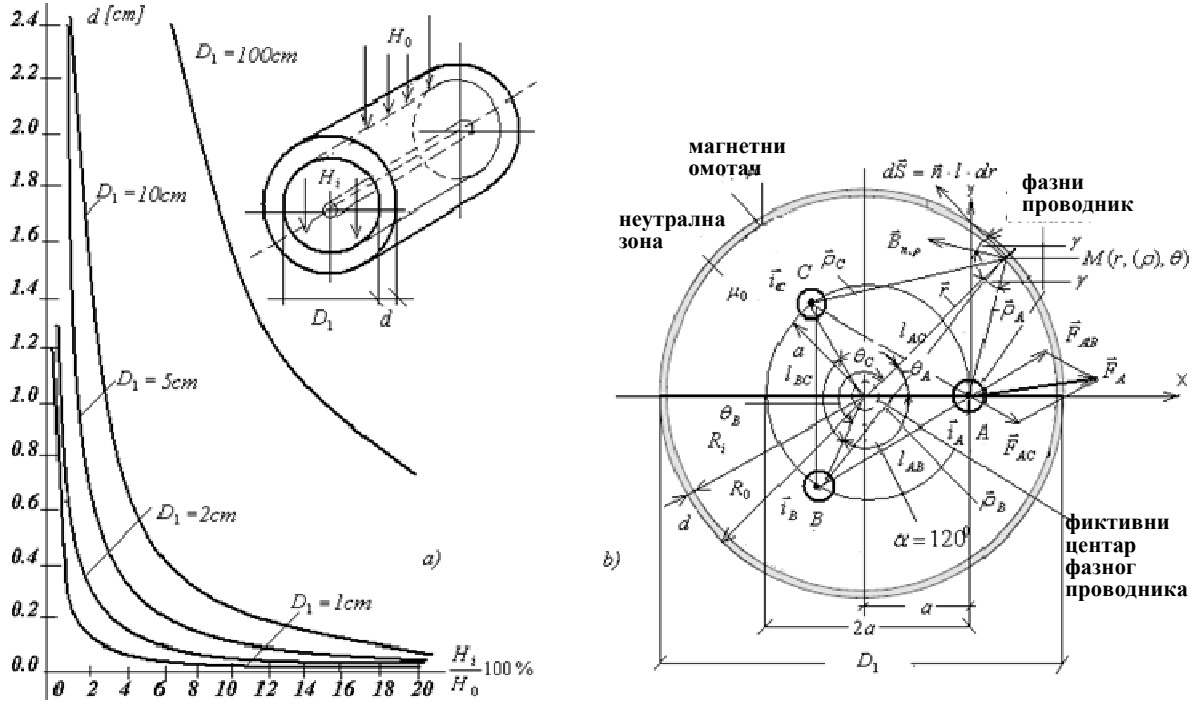
$$\text{и } \mu \left(-\frac{\partial \varphi_{mFe}}{\partial r}\right)_{r=R_0} = \mu_0 \left(-\frac{\partial \varphi_{my}}{\partial r}\right)_{r=R_0} \Leftrightarrow \mu (H_{Fe} + \frac{2C_{Int.2}}{R_0^2}) = \mu_0 (H_0 + \frac{2C_{Int.1}}{R_0^2}) \quad (1.43.a)$$

Константе H_{Fe} и $C_{Int.2}$ су одређене из два услова 12 и 12.a (унутрашња површина цилиндра):

$$H_{Fe} = (2 + \frac{\mu_0}{\mu}) \frac{H_i}{3}, \text{ и } C_{Int.2} = -R_i^2 (1 - \frac{\mu_0}{\mu}) \frac{H_i}{3}, \quad (1.42.b)$$

Када се ове две релације замене у два услова (23 и 23a) добија се израз за рачунање магнетног поља унутар омотача цилиндра. Цилиндрични омотач је добијен као пресек два концентрична цилиндра полупречника ($r = R_0$), и ($r = R_i$), После замене и одговарајућег сређивања добија се израз за јачину магнетног поља (H_i) унутар цилиндричног омотача који је постављен у (H_0) хомогеном страном магнетном пољу:

$$H_i = \frac{H_0}{1 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{R_i^2}{R_0^2}\right) \left(\frac{\mu_0}{\mu} + \frac{\mu}{\mu_0} - 2\right)} \approx \frac{H_0}{1 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{R_i^2}{R_0^2}\right) \frac{\mu}{\mu_0}}, \quad (1.44)$$



Слика 1.5.3.а.и б. Дијаграми зависности дебелина цилиндричних омотача d од слабљења утицаја спољног поља $h_{i.пу.}$, параметри кривих су D_1 [22]

Димензије и позиција фиктивног (центричног) и три фазна (ексцентрична) проводника са струјама i_A, i_B, i_C које у тачки $\{M(r, (\rho), \theta)\}$, стварају одговарајућа поља индукције $B_{n,\rho}$, тј. у пресеку коме припада и тачка $\{M(r, (\rho), \theta)\}$. Приближна вредност односи се на $(\mu = \mu_r \mu_0 \gg \mu_0)$.

Из израза (1.44) може се одредити дебелина цилиндричних омотача d која зависи од вредности R_i и јединичне (**per.unit**) вредности слабљења утицаја поља $h_{i.пу.} = \frac{H_i}{H_0} 100\%$. Приближне вредности на дијаграму су добијене под претпоставком $\mu \gg \mu_0$

$$\frac{d}{R_i} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4}{\mu_r} \frac{100 - h_{i.пу.}}{h_{i.пу.}}}} \quad (1.45)$$

Према релацији (1.45), на слици 1.5.3.а. представљени су дијаграми израчунатих потребних дебелина омотача (d), зависних од пречника и предвиђене ефикасности заштите од утицаја спољног магнетног поља H_0 и како се уочава да слабљењ поља од неколико [%] потребан

је цилиндрични омотач дебљине неколико $[mm]$. Већи унутрашњи пречник цилиндра R , захтева већу дебљину омотача. За смањење утицаја страног поља на поље унутар чечичног цилиндра на $\vec{H}_i = 5\% \vec{H}_0$ пречника ($D_1 = 1m$), потребан је омотач дебљине $d = 4.5cm$. Пример показује колико је тешко извести заштиту домена помоћу цилиндричних магнетних омотача поствљених попречно према линијама страног поља ($\vec{H}_0$).

1.5.1. Ефекат вртложних струја

На површини цилиндра индукују се вртложне струје и тада ($rot \vec{H} \neq 0$), односно ($rot \vec{H} = \vec{J}$), и она у цилиндричном координатном систему износи:

$$\begin{aligned} (rot \vec{H} = \vec{J}), \Leftrightarrow rot \vec{H} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_m}{\partial \theta} \Big|_{r > R_0} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_m}{\partial \theta} \Big|_{r < R_i} = \vec{J} \\ \vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_m}{\partial \theta} \Big|_{r > R_0} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_m}{\partial \theta} \Big|_{r < R_i} \end{aligned} \quad (1.46)$$

Индуковани напон у контури на оклопу која пролази кроз произвољну тачку ($M(r, \theta)$, слика 1.5.2.б.:

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad rot \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \Leftrightarrow \phi = \int_s \vec{B} \cdot \vec{h} \cdot d\vec{s}; \quad (1.47)$$

У наставку, јачине електричног поља ($\vec{H} = H_m e^{j\omega t}$, $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = j\omega H_m e^{j\omega t}$), због утицаја наизменичне струје у проводнику у оси цилиндра, уместо великим словом H означене су малим словом $h = H_m \sin(2\pi f t)$. Потенцијал φ_m и јачина поља h_i унутар омотача

$$\varphi_m = -h_i \cdot r \cdot \cos \theta \quad (1.41.ц)$$

$$\varphi_m = -h_0 r \cdot \cos \theta + \frac{C_{Int} \cdot \cos \theta}{r} - \text{потенцијал } \varphi_m \text{ и јачина поља } h_0 \text{ ван омотача} \quad (1.41.д)$$

Вектор магнетне индукције $\vec{B}$ се може изразити преко вектора јачине магнетног поља $\vec{H}$ и после замене у (1.47) у цилиндричном координатном систему је:

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \mu \cdot \vec{H} \cdot \vec{h} \cdot ds \Leftrightarrow \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \int_s \int_\theta \frac{\partial h_i}{\partial t} \cdot \cos \theta \cdot r \cdot ds \cdot d\theta, \quad (1.48)$$

Диференцирањем релације (1.48) $\frac{\partial}{\partial t} \left| \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} \right| = \vec{E}$ добија се:

$$\frac{\rho}{E} = -\mu \cdot \frac{D}{2} \frac{\partial h_i}{\partial t} \cdot \sin \theta \quad (1.49)$$

Омов закон у елементарном облику је ($\frac{\rho}{J} = \sigma \cdot E = \frac{1}{\rho} E$), и ако се он замени у (1.49) добија се:

$$\frac{\rho}{J} = \frac{J}{d} = \frac{1}{\rho} E = -\frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{D}{2} \cdot \sin \theta \cdot \frac{\partial h_i}{\partial t} \quad (1.50)$$

Па је израз за густину вртложне струје на спољној површини цилиндричног омотача ($J = \frac{J}{J_{pu}} \cdot d$),

$$\frac{\rho}{J} = \frac{\rho}{J_{pu}} \cdot d = \frac{1}{\rho} E = -\frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{D \cdot d}{2} \cdot \sin \theta \cdot \frac{\partial h_i}{\partial t} \Leftrightarrow J = -\frac{\mu D \cdot d}{\rho \cdot 2} \sin \theta \cdot j\omega H_{im} \quad (1.50.a)$$

Ако се сада примене гранични услови за изразе (1.42) и (1.43) у комбинацији са изразима (1.50) и (1.50.a.) добијају се вредности за интеграциону константу C_{im} . и: (h_i)

$$C_{im} = (h_i - h_0) \cdot R_0^2 \quad (1.51)$$

$$\frac{H_{im}}{H_{0m}} = \frac{1}{(1 + \sqrt{-1} \cdot \delta)}, [\delta_p = (\pi \cdot f \cdot \mu \cdot dD / 2\rho)]; \sqrt{-1} = j \quad (1.52)$$

Максималне вредности јачине магнетног поља унутар оклопа су H_{im} и ван оклопа H_{0m} .

Из граничног услова (1.46) и израза (1.41), (1.41.a) и (1.52) добија се вредност за густину струје:

$$j = \frac{2H_0 \cdot \delta_p}{\sqrt{1 + \delta_p^2}} \sin \theta, \quad (1.53)$$

По дефиницији индекс заштите применом омотача са магнетним параметром је однос индукције B_i која постоји на оклопу и вредности за магнетну индукцију B_0 која би деловала у истој тачки простора ако не би било омотача (за наизменичних струја користимо индекс - a):

$$k_a = \frac{B_i}{B_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_p^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi T_a)^2}}; \quad (1.54)$$

$T_e = \frac{\mu D \cdot d}{\rho \cdot 4}$ — је временска константа у процесу опадање вртложних струја у омотачу.

Сада се може анализирати пример у коме страно поље H_0 у простору око цилиндра ствара проводник смештен у оси цилиндра, слика 1.5.3., са струјом кратког споја $i_{sh-cir.}$

Узимајући у обзир пригушну компоненту у првих неколико периода, транзијентна струја кратког споја можемо се приказати релацијом [32] :

$$i_{sh-cir} = I_0 (e^{-\frac{t}{T_d}} - e^{-\frac{t}{T_a}} \cos \omega t) \quad (1.55)$$

$i_{sh-cir.}$ - тренутна вредност струје кратког споја,

T_d – временска константа компоненте једносмерне споја,

T_a – временска константа опадања компоненте наизменичне вртложне струје,

I_0 – почетна вредност једносмерне струје кратког споја,

t – време од тренутка настанка струје кратког споја,

$\omega = 2\pi f$ – кружна фреквенција мрежног напона.

Временске промене компоненте магнетне индукције и компоненте јачине магнетног поља, које су настале због промене компоненте једносмерне струје могу се опистати изразима:

$$b_0 = B_0 e^{-\frac{t}{T_d}} \quad \Leftrightarrow \quad h_0 = H_0 e^{-\frac{t}{T_d}} \quad (1.56)$$

На основу релација (1.11), (1.16), (1.20), (1.21) добија се вредност:

$$h_0 - h_i = \frac{\mu d \cdot D}{\rho} \frac{\partial h_i}{\partial t}, \quad H_0 e^{-\frac{t}{T_d}} - h_i = \frac{\mu d \cdot D}{\rho} \frac{\partial h_i}{\partial t} = T_e \frac{\partial h_i}{\partial t}$$

Решење диференцијалне једначине: $T_e \frac{\partial h_i}{\partial t} + h_i - H_0 e^{-\frac{t}{T_d}} = 0$

$$\text{где је: } h_i = H_0 \left[\frac{e^{-\frac{t}{T_d}} - e^{-\frac{t}{T_e}}}{1 - \frac{T_e}{T_d}} \right], \text{ односно } b_i = B_0 \left[\frac{e^{-\frac{t}{T_d}} - e^{-\frac{t}{T_e}}}{1 - \frac{T_e}{T_d}} \right] \quad (1.57)$$

Максимална вредност компоненте поља настале под утицајем једносмерне струје добија се када се први извод функције (1.57) изједначи са нулом а појава догоди у тренутку:

$$t_m = \frac{T_d \cdot T_e}{T_d - T_e} \cdot \ln \frac{T_d}{T_e} \quad (1.58)$$

Ако се вредност (1.58) замени у (1.54) добија се индекс заштите од компоненте поља настале под утицајем једносмерне струје:

$$k_d = \frac{B_i}{B_0} = \left(\frac{T_e}{T_d}\right) \cdot e^{\left(\frac{T_e}{T_d - T_e}\right)} \quad (1.59)$$

Резултантни заштитни ефекат феромагнетног омотача је одређен ако је дефинисан заштитни фактори, после времена t_m за сваку компоненту посебно. Максимална вредност електродинамичке силе настаје у тренутку када компонента једносмерне струје има максималну вредност.

Наизменична струја, индекс (a -alter.cur) има вредност (1.60) а једносмерна (d -једносмерна струја.) (1.61)

$$I_{a.pu} = \frac{i_a}{I_0} = e^{-\frac{tm}{Ta}} \quad (1.60)$$

$$I_{d.pu} = \frac{i_d}{I_0} = e^{-\frac{tm}{Td}} \quad (1.61)$$

$I_{a.p.u}$ – јединична вредност компоненте наизменичне струје кратког споја,

$I_{d.pu}$ – јединична вредност компоненте једносмерне струје кратког споја ,

Магнетна индукција од наизменичне струје је редукована на вредност ($b_a = k_a B_0$) а од једносмерне струје на ($b_d = k_d B_0$) . Струја кратког споја садржи две компоненте:

$$i_{sh.cir} = i_d - i_a = I_0 (I_{d.pu} - I_{a.pu} \cos \omega t) \quad (1.55')$$

Магнетно поље настало од ових двеју струја рачуна се на следећи начин:

$$b = B_0(1 - \cos \omega t) \Leftrightarrow b = b_d - b_a = k_d B_0 - k_a B_0 \cos \omega t = B_0(k_d - k_a \cos \omega t) \quad (1.55'')$$

Према (1.36) сила је: $f_{forc} = \vec{F} / l \cong B_0 I_0 (I_{d.pu} - I_{a.pu} \cos \omega t)(k_d - k_a \cos \omega t)$ (1.36')

Заменом вредности (1.38) $B = \frac{I_0}{2\pi a}$ и $I_0 = \sqrt{2} \cdot I_{sh-cir}$ и тригонометријским развојем:

$$f = \frac{2 \cdot I_{sh-cir}^2}{a} \left[\frac{2 \cdot (k_a I_{d.pu} + \frac{k_a \cdot I_{a.pu}^2}{2})}{3} - \frac{2}{3} (k_d + k_a I_{d.pu}) I_{a.pu} \cos \omega t + \frac{k_a I_{a.pu}^2}{3} \cos \omega t \right] 10^{-7} \quad (1.62)$$

$$f = \frac{2 I_{sh-cir}^2}{a} \left[\frac{2(k_a e^{-\frac{tm}{Td}} + \frac{k_a \cdot e^{-2\frac{tm}{Ta}}}{2})}{3} - \frac{2}{3} (k_d + k_a e^{-\frac{tm}{Td}}) e^{-\frac{tm}{Ta}} \cos \omega t + \frac{k_a e^{-2\frac{tm}{Ta}}}{3} \cos \omega t \right] 10^{-7} \quad (1.62')$$

1.6. Силе између омотача и трофазних проводних структура у њему уз занемарени утицај вртложних струја

У нормалном режиму, слика 1.5.3.b. када један магнетни цилиндрични омотач обухвата три фазна проводника резултантно магнетно поље у цилиндру је веома мало. Линије магнетног

флуksа се затварају у омотачу и у њему не могу да настану неке значајније вредности вртложних струја. У екстремном транзијентном режиму (трофазни кратак спој), периодичне и апериодичне компоненте добијају велике вредности у појединим фазама А, В, С, [20]:

$$i_{sh-cirA} = \sqrt{2} \cdot I_{sh-cir}^{\sim} (e^{\frac{t}{Ta}} - \cos \omega t) \quad (1.63')$$

$$i_{sh-cirB} = \sqrt{2} \cdot I_{sh-cir}^{\sim} [-\frac{1}{2} e^{\frac{t}{Ta}} - \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})] \quad (1.63'')$$

$$i_{sh-cirC} = \sqrt{2} \cdot I_{sh-cir}^{\sim} [-\frac{1}{2} e^{\frac{t}{Ta}} - \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})] \quad (1.63''')$$

Када се ове релације развију и свака понаособ среди :

$$i_{sh-cirA} = \sqrt{2} \cdot I_{sh-cir}^{\sim} (e^{\frac{t}{Ta}} - \cos \omega t) \quad (1.64')$$

$$i_{sh-cirB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I_{sh-cir}^{\sim} [\cos \omega t - \sqrt{3} \sin \omega t - e^{\frac{t}{Ta}}] \quad (1.64'')$$

$$i_{sh-cirC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I_{sh-cir}^{\sim} [\cos \omega t + \sqrt{3} \sin \omega t - e^{\frac{t}{Ta}}] \quad (1.64''')$$

Укупна сила на јединицу дужине проводника фазе А, која је резултат интеракције са струјама у проводницима В,С, је:

$$f_A = f_{AB} + f_{AC} \quad (1.65)$$

Сила која је резултата деловања два паралелна проводника на одстојању a_{12} а делује на јединицу дужине једног може се одредити према једначини: $f = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 \cdot i_2}{a_{12}}$ на основу слике 1.5.3. б. и релације (1.65) одреди се сила привлачења или одбијања:

$$f_{AB} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_{sh-cirA} \cdot i_{sh-cir.B}}{a_{AB}} \quad (1.65')$$

$$f_{AC} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_{sh-cirA} \cdot i_{sh-cir.C}}{a_{AC}} \quad (1.65'')$$

Силе на јединицу дужине проводника фазе А у смеру оса (x) и (y) се рачунају из:

$$f_{AX} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\mu_0}{2\pi} i_{sh-cir.A} (\frac{i_{sh-cir.B}}{a_{AB}} + \frac{i_{sh-cir.C}}{a_{AC}}) \quad (1.65''')$$

$$f_{AY} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{2\pi} i_{sh-cir.A} (\frac{i_{sh-cir.B}}{a_{AB}} + \frac{i_{sh-cir.C}}{a_{AC}}) \quad (1.65^{IV})$$

Укупна сила која делује на јединици дужине проводника фазе А је:

$$|f_A| = \sqrt{f_{AX}^2 + f_{AY}^2} = \frac{\mu_0}{2\pi} i_{sh-cir.A} \left(\frac{i_{sh-cir.B}}{a_{AB}} + \frac{i_{sh-cir.C}}{a_{AC}} \right) \quad (1.66)$$

1.7. Магнетни флуks створен фазним струјама у елементарним проводним појасу омотача и утицај вртложних струја

Струје кратких спојева које теку кроз три ексцентрично постављена паралелна проводника, на једнаким међусобним размацима и угловима $\alpha = 120^\circ$, слика 1.5.3.b. стварају магнетне индукције чији су резултат флуksеви у цилиндричном омотачу.

Временски променљиви резултанти флуks који је последица индукције наизменичних струја у проводницима ствара вртложне струје у цилиндричном омотачу. Утицај вртложних струја на вредности електродинамичке силе се одређује из магнетних вектор потенцијала из Poisson-ове диференцијалне једначине $\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J}$. Поступак је сложен и захтеван због већег броја граничних услова и уважавање суперпозиција вишефазних проводних структура и већег броја хармоника. Појас (прстен) вртложних струја до дубине продора у омотачу може се представити вектором $\vec{J}_{poj}$ у облику Furijer-овог реда, [5,31]:

$$\vec{J}_{poj} = \frac{\sqrt{2} \cdot I_{sh-cir}}{2\pi R} \sum_{v=1}^{\infty} [a_v(t) \cos v\beta + b_n(t) \sin v\beta] \quad (1.67)$$

где је $n = 1, 2, 3, \dots$ ред хармоника у процесу.

Процес се решава у домену кога одређује струјни појас у омотача помоћу магнетног вектор потенцијал из Poisson-овој диференцијалној једначини: $\Delta \vec{A} = -\mu \cdot \vec{J}$ са три скаларне једначине или једном векторском $\left(\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J} dV}{R} \right)$. Ако је струја у појасу квазилинеична, смер елемента појаса $d\vec{l}_k$ је једнак смеру струје $\vec{i}$ у контури па је:

$$\vec{J}_{poj} dV = J_{poj} dS \quad d\vec{l}_k = \vec{i} \cdot d\vec{l}_k, \text{ или } \left(\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{l_k} \frac{\vec{i} \cdot d\vec{l}_k}{R} \right),$$

У Декартовом систему (x, y, z) вектор потенцијал $\vec{A}$ се изржава преко пројекција:

$$\left(A_x = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{J_x dV}{R} \right), \left(A_y = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{J_y dV}{R} \right), \left(A_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{J_z dV}{R} \right),$$

Вектор потенцијал омотача (контуре магнетног кола) је:

$$\vec{A}_{omot} = \vec{A}_A + \vec{A}_B + \vec{A}_C + \vec{A}_0$$

Па су, уз релацију (1.67), магнетни вектор-потенцијали три фазна проводника:

$$\begin{aligned}
 \rho_{A_A} &= -\frac{\mu \cdot i_{poj.sh-cirA}}{4\pi} \int \frac{dr}{R} = -\frac{\mu \cdot i_{pojA}}{2\pi} [\ln R - \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \left(\frac{a}{R}\right)^v \cos v\beta] \\
 \rho_{A_B} &= -\frac{\mu \cdot i_{poj.sh-cirB}}{4\pi} \int \frac{dr}{R} = -\frac{\mu \cdot i_{pojB}}{2\pi} [\ln R - \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \left(\frac{a}{R}\right)^v \cos v(\beta - \alpha)] \\
 \rho_{A_C} &= -\frac{\mu \cdot i_{poj.sh-cirC}}{4\pi} \int \frac{dr}{R} = -\frac{\mu \cdot i_{pojC}}{2\pi} [\ln R - \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \left(\frac{a}{R}\right)^v \cos v(\beta + \alpha)] \\
 \rho_{A_0} &= -\frac{\mu \cdot i_{poj.sh-cir}}{4\pi} \int \frac{dr}{R} = -\frac{\mu \cdot i_{pojC}}{2\pi} [\ln R - \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \left(\frac{a}{R}\right)^v \cos v(\beta + \alpha)]
 \end{aligned} \quad (1.68)$$

Комбиновањем (1.68) и (1.63) и (1.64):

$$\begin{aligned}
 \rho_{A_{omotac}} &= \frac{\mu \sqrt{2} \cdot I_{sh-cir}}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{v} \left(\frac{a}{R}\right)^v [1 - \cos v\beta] [e^{-t/Ta} - \cos \omega t] \cos v\beta - \right. \\
 &\quad \left. - \sqrt{3} \frac{1}{v} \left(\frac{a}{R}\right)^v \cdot \sin v\alpha \cdot \sin v\beta \sin \omega t + \frac{1}{2\pi} [a_v(t) \cos v\beta + b_v(t) \sin v\beta] \right\}.
 \end{aligned} \quad (1.69)$$

Појас оптичан струјом се може изразити преко магнетног вектор потенцијала:

$$\mathcal{J}_{poj} = -\chi \cdot d \frac{\partial A_{omota}}{\partial t} \quad (1.70)$$

Увођењем почетних услова $a_v(0) = 0$, $b_n(0) = 0$) Фурјер-ови коефицијенти су:

$$a_v(t) = -2 \left(\frac{a}{R}\right)^v (1 - \cos v\alpha) \left[\frac{\delta_p^2}{16v^2 + \delta_p^2} (e^{-\frac{v}{p} \omega t} - \cos \omega t + \frac{\delta_p}{v} \sin \omega t) + \frac{1}{\frac{\delta_p}{v} \omega T_a - 1} (e^{-\frac{\delta_p}{v} \omega t} - e^{-\frac{t}{Ta}}) \right] \quad (1.71.a)$$

$$(71.6): b_v(t) = -2 \cdot \sqrt{3} \left(\frac{a}{R}\right)^v \sin n\alpha \left[\frac{\delta_p^2}{16v^2 + \delta_p^2} (\sin \omega t + \frac{v}{\delta_p} \cos \omega t - \frac{v}{\delta_p} e^{-\frac{n}{\delta_p} \omega t}) \right] \quad (1.71.6)$$

Сила која делује на проводник А, ако је $\vec{k}_z$ – јединични вектор z – осе рачуна се по:

$$\vec{f}_A = \vec{f}_{AB} + \vec{f}_{AC} + \vec{f}_{A.omot} = i_A \cdot \vec{k}_z \times \vec{b}_{xy} \quad (1.72)$$

Магнетне индукције у смеру x – осе и y – осе су:

$$b_x = \frac{\mu \sqrt{2} \cdot i_{sh-cir}}{4\pi \cdot a} \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{a}{R}\right)^v b_v(t) + \frac{\mu i_{sh-cirB}}{2\pi \cdot a} \frac{1}{2\sqrt{3}} - \frac{\mu \cdot i_{sh-cirC}}{2\pi \cdot a} \frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (1.73.a)$$

$$a \ b_y = \frac{\mu \sqrt{2} \cdot i_{sh-cir}^{\sim}}{4\pi \cdot a} \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{a}{R} \right)^v a_v(t) + \frac{\mu i_{sh-cirB}^{\sim}}{2\pi \cdot a} \frac{1}{2} - \frac{\mu \cdot i_{sh-cirC}^{\sim}}{2\pi \cdot a} \frac{1}{2} \quad (1.73.б)$$

Заменом (1.71.a) , (1.71.б) и (1.73.a) и (1.73.a) у (1.72):

$$f_{Ax} = i_{sh-cir}^2 \frac{\mu}{2\pi \cdot a} a_v(t) = \frac{\mu \cdot i_{sh-cir}^2}{2\pi \cdot a} (\cos \omega t - e^{-\frac{t}{Ta}}) \left\{ \cos \omega t - e^{-\frac{t}{Ta}} + 2 \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{a}{R} \right)^v \cdot \right. \\ \cdot (1 - \cos v\alpha) \left[\frac{\delta_p^2}{16v^2 + \delta_p^2} (e^{-\frac{n}{p} \omega t} - \cos \omega t + \frac{\delta_p}{v} \sin \omega t) + \frac{1}{\frac{\delta_p}{v} \omega T_a - 1} (e^{-\frac{\delta_p}{v} \omega t} - e^{-\frac{t}{Ta}}) \right] \left. \right\} \quad (1.74.a)$$

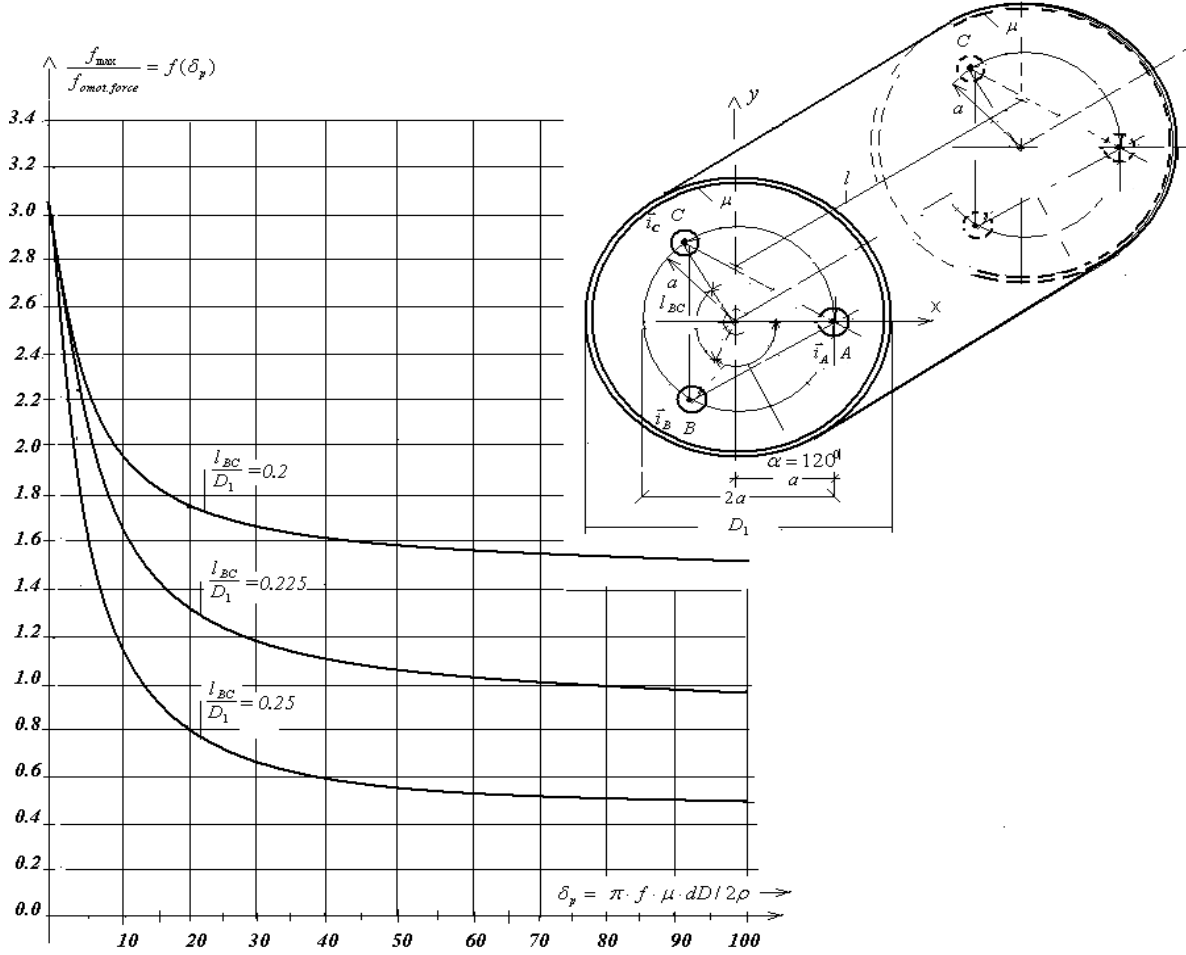
$$f_{Ay} = i_{sh-cir}^2 \frac{\mu}{2\pi \cdot a} b_v(t) = \frac{\mu \cdot i_{sh-cir}^2}{2\pi \cdot a} (\cos \omega t - e^{-\frac{t}{Ta}}) \left\{ \sin \omega t - e^{-\frac{t}{Ta}} + 2\sqrt{3} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{R} \right)^v \cdot \right. \\ \cdot \sin \alpha \left[\frac{\delta_p^2}{16v^2 + \delta_p^2} (\sin \omega t + \frac{v}{\delta_p} \cos \omega t) - \frac{v}{\delta_p} e^{-\frac{\delta_p}{v} \omega t} \right] \left. \right\}. \quad (1.74.б)$$

Укупна сила добија се када се (1.74.a) и (1.74.б) замени у (1.66). Може се одредити и однос максималне силе која делује на пример на проводник фазе А и силе између два паралелна проводника $f_{omot,force}^p = \frac{\mu \cdot I_{u,sh-cir}^2}{2\pi \cdot a}$ и фактора проводности δ_p .

Ради илустрације, у дисертацији су, на слици 1.5.4., одређене и приказане зависности

$\frac{f_{\max}}{f_{omot,force}} = f(\delta_p)$ од фактора $\delta_p = \pi f \mu \frac{dD}{2\rho_{el}}$, када је по изразу (1.52) $D = D_1$. Криве представљају однос максималне силе која делује на проводник фазе А, (сведене на силу између два паралелна проводника $f_{omot,force}^p = \frac{\mu \cdot I_{u,sh-cir}^2}{2\pi \cdot a}$ за 3 вредности параметра $\frac{l_{BC}}{D_1} = 0.2; 0.225; 0.25$.

Са слике се види да за потпуно непроводне $\mu = \mu_0 = 4\pi 10^{-7} [H / m]$ омотаче вредност силе износи $f_{\delta_p=0}^p = 3.24 \cdot f_{omot,force}^p$. Са омотачем од магнетно проводног материјала, $\mu \gg \mu_0 = 4\pi 10^{-7} [H / m]$, електродинамичке силе се могу значајно редуковати.



Слика 1.7.1. Зависности $\frac{f_{\max}}{f_{\text{mot. force}}} = f(\delta_p)$ од фактора $\delta_p = \pi f \mu \frac{dD}{2\rho_{el.}}$, омотача цилиндричног геометријског облика.

Ако се, ради једноставности, не узме у обзир Фуријер-ов развој и утицај виших хармоника, мера утицаја вртложних струја насталих у омотачу око трофазне ексцентричне структуре фазних проводника може се одредити применом поступка који је публикован у [23, 24]. Дакле, геометријској структури на слици 1.7.1. одговарају релације у наставку:

$$\vec{B}_{n,\rho,A} = \mu \cdot \vec{H}_{n,\rho,A} = \mu \frac{i_A}{2\pi\rho_A}, \quad (1.75)$$

$$d\phi_{AM} = \vec{B}_{n,\rho,A} \cdot d\vec{S} = \mu \frac{i_A}{2\pi\rho_A} l \cdot dr \cdot \cos\gamma, \quad (1.76)$$

$$\rho_A \cdot \cos\gamma + a \cdot \cos\theta_A = r \Leftrightarrow \cos\gamma = \frac{r - a \cdot \cos\theta_A}{\rho_A} \quad \rho_A^2 = r^2 + a^2 - 2ra \cdot \cos\theta_A$$

$$\begin{aligned}
 d\phi_{AM} &= \mu \frac{i_A}{2\pi\rho_A} \cos\gamma \cdot l \cdot dr = \mu \frac{i_A \cdot l}{2\pi\rho_A} \cdot \frac{r - a \cdot \cos\theta_A}{\rho_A} dr = \mu \frac{i_A \cdot l}{2\pi} \cdot \frac{r - a \cdot \cos\theta_A}{r^2 + a^2 - 2ra \cdot \cos\theta_A} dr; \\
 \phi_{AM} &= \mu \frac{i_A \cdot l}{2\pi} \int_{R_i}^{R_o} \frac{r - a \cdot \cos\theta_A}{r^2 + a^2 - 2ra \cdot \cos\theta_A} dr = \mu \frac{i_A \cdot l}{4\pi} \left| \ln(r^2 + a^2 - 2ra \cdot \cos\theta_A) \right|_{R_i}^{R_o}; \quad (1.59) \\
 \phi_{AM} &= \mu \frac{i_A \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{R_o^2 + a^2 - 2 \cdot R_o a \cdot \cos\theta_A}{R_i^2 + a^2 - 2 \cdot R_i a \cdot \cos\theta_A}; \quad (1.77)
 \end{aligned}$$

На сличан начин се одређује утицај струја проводника са фазама В и С и флуксеви у цилиндру:

$$\phi_{BM} = \mu \frac{i_B \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{R_o^2 + a^2 - 2 \cdot R_o a \cdot \cos\theta_B}{R_i^2 + a^2 - 2 \cdot R_i a \cdot \cos\theta_B}; \quad (1.78)$$

$$\phi_{CM} = \mu \frac{i_C \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{R_o^2 + a^2 - 2 \cdot R_o a \cdot \cos\theta_C}{R_i^2 + a^2 - 2 \cdot R_i a \cdot \cos\theta_C}; \quad (1.79)$$

Вртложе струје у магнетном цилиндру ствара резултантни флукс кроз елементарни пресек коме припада и тачка $\{M(r, (\rho), \theta)\}$ према релацији:

$$\phi_{\Sigma} = \phi_{AM} + \phi_{BM} + \phi_{CM} \quad (1.80)$$

А затим се могу одредити одговарајуће вртложне струје и електродинамичка сила као последица њиховог деловања.

1.8. Утицај допунских термичких губитака у транзијентном стању на смањење времена експлоатације трансформатора

Према доступној литератури, још увек нису успостављене теоријске зависности које се односе на енергетске карактеристике за посебне фазе (А,В,С) фазног енергетског трансформатора и компоненте корисних и расутих снага.

Енергетски трансформатор је електромагнетна спрега чији редослед фаза не утиче на карактер процеса у њему па се за прорачун губитака насталих због протицања струја инверзног редоследа могу користити слични методи који се користе за прорачун симетричних режима. [25, 20, 26]

Цулови губици су сразмерни квадрату струје: један део произведене топлотне енергије се конвекцијом расипа у околини а други део повећава температуру трансформатора (једначина електротермодинамичке равнотеже). Загревање се мора свести на минимум јер раст температуре изнад извесне границе (150°C) уништава изолацију намотаја и доводи до трајног оштећења трансформатора [25, 20].

Максимална струја која је дозвољена у нормалном и транзијентним режимима је дефинисана ИЕС стандардима [20, 19]. Подаци за одговарајућу T, G или π шему трансформатора се претежно добијају из огледа празног хода и кратког споја [9,17], и то су:

$$Z_T = \frac{v_{ks}(\%)V'^2}{100 \cdot S_n}, R_T = \frac{P_{ks} \cdot V'^2}{S_n^2} = r_{ks}, X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2}, Z_T = R_T + jX_T \quad (1.81)$$

У транзијентним режимима кратких спојева и приства виших хармоника загревање трансформатора је повећано јер се Џулови губици не могу конвекцијом да пренесу у околину. У теорији трансформатора [2,28] и усвојеним стандардима, у односу на изабрану еквивалентну T, G или π електричну шему губици се рачунају према релацији:

$$\Delta P_T = \Delta P_{p.h.} + \beta \Delta P_{k.s.} \quad (1.82)$$

где су : $\Delta P_{p.h.}$ -губици у празном ходу,

$\Delta P_{k.s.}$ - губици у кратком споју,

β - коефицијент преоптерећења.

У симетричном - нормалном режиму рада губици у прзном ходу су производ називног напона V_n , називне струје празног хода I_{ph} и фактора снаге празног хода $\cos \varphi_{ph}$:

$$\Delta P_{p.h.} = 3 \cdot V_n \cdot I_{ph} \cdot \cos \varphi_{ph} \quad (1.83)$$

Губици у празном ходу у неком транзијентном стању у коме се појави напон инверзног редоследа, V^i , и струја инверзног редоследа празног хода I_{ph}^i су:

$$\Delta P_{ph}^i = 3V_{ph}^i \cdot I_{ph}^i \cdot \cos \varphi_{ph} \quad (1.84)$$

Струја празног хода, у односу на импедансу празног хода у некој еквивалентној T, G или π електричној шеми, је одређена релацијом:

$$I_{p.h.} = V_n / Z_{ph}, I_{ph}^i = V_i / Z_{ph} \quad (1.85)$$

Где је коефицијент несиметрије струја односно напона $\epsilon_i = \frac{I_{ph}^i}{I_n} = \frac{V_i}{V_n} = \epsilon_v$

а $Z_{ph} = Z_{ph}^i$ - импеданса празног хода, које је једнака импеданси инверзног редоследа.

Губици празног хода условљени несиметричним напонам инверзног редоследа су:

$$\frac{\Delta P_{ph}^i}{\Delta P_{ph}} = \frac{3V_i}{3V_n} \frac{I_{ph}^i}{I_n} \frac{\cos \varphi_{ph}}{\cos \varphi_{ph}} = \epsilon_v^2 \quad (1.86)$$

$$\Delta P_{ph}^i = \epsilon_v^2 \cdot \Delta P_{ph} \quad (1.87)$$

Губици из огледа кратког споја трансформатора ΔP_{ks} се одређују по познатом изразу, [2, 28] и усвојеним стандардима:

$$\Delta P_{ks} = 3 \cdot I_{ks}^2 \cdot R_{ks} \quad (1.88)$$

где је: $I_{ks} = I_{sh-cir}$ - струја кратког споја у огледу кратког споја и обично је подешено $I_{ks} = I_n$,

R_{ks} - активна отпорност трансформатора измерена у огледу кратког споја.

Идентичним расуђивањем као у огледу празног хода и на основу једначина $V_{ks} = I_{ks} \cdot Z_{ks}$ и $V^i = I^i \cdot Z_{ks}$ може се написати да је:

$$\Delta P_{ks} = \frac{\varepsilon_u^2}{v_{ks}^2} \Delta P_{ks} \quad (1.89)$$

где је: v_{ks} - напон кратког споја енергетског трансформатора у релативним јединицама %.

Дакле, допунски губици у транзијентном стању могу да се одреде по релацији која обухвата губитке у симетричном и губитеке у несиметричном транзијентном режиму рада:

$$\Delta P_T = \varepsilon_u^2 \left(\Delta P_{ph} + \frac{\Delta P_{ks}}{v_{ks}^2} \right) \quad (1.90)$$

У овој релацији, први члан у загради је за читав ред величин мањи у односу на други и у практичним прорачунима се често занемарије. Губици настали због појаве виших хармоника се такође могу изразити као збир губитака празног хода и кратког споја али уз претпоставку да су еквивалентне шеме трансформатора које одговарају вишим хармоницима v_v идентичне са шемама основних хармоника V_1 , једина разлика је у алтернативној фреквенцији која се уноси у релације за израчунавање реактанси [детаљније образложење ове тезе биће дато у другом поглављу у делу који се односи на теоријски добијене и мерне шеме виших хармоника].

Укупни допунски губици празног хода настали због утицаја виших хармоника могу се одредити као вредност збира квадрата односа виших и првог хармоника:

$$\Delta P_{ph}^v = \Delta P_{ph} \cdot \sum_{v=2}^{\infty} \left(\frac{v_v}{V_1} \right)^2 \quad (1.91)$$

Фреквенције f_v изнад фреквенције основног хармоника f_1 утичу на повећање активних отпорности проводника намотаја трансформатора, скин ефект [16]. За проводнике кружног пресека од компактних материјала, коефицијент скин ефекта се рачуна из Beselo-вих функција у односу на параметар, $m = \frac{r}{\delta} = \frac{r}{2} \sqrt{\omega \mu \sigma}$ где је δ_d дубина продора ТЕМ таласа у проводник.

За 1 – 13 тог хармоника $v = 1 \Leftrightarrow 13$ кружна учестаност v – хармоника је производ броја v , $\omega_v = v \cdot 2\pi f_{v=1,50-Hz}$; $\Rightarrow v = 1,2,3...13$, па за $m \leq 1,2$; коефицијенти k_s су:

$$\begin{aligned} m \leq 1,2 &\Leftrightarrow k_s = 1 + \frac{m^4}{12} - \frac{m^8}{180} + \frac{m^{12}}{2442} - \\ m \geq 1,2 &\Leftrightarrow k_s = 0,25 + 0,708m + 0,06625m^{-1} \end{aligned} \quad (1.92)$$

За бакарне проводнике у намотају:

$$m \geq 1,2 \Leftrightarrow k_s = 0,25 + 0,708m + 0,06625m^{-1} ... \approx 0,47\sqrt{v} \quad (1.93)$$

Због скин ефекта и других утицаја (вртложне струје) активна отпорност у огледу кратког споја за ν -ти хармоник се одређује, [16] према:

$$r_{ks}^{\nu} \approx 0,47\sqrt{\nu}r_{ks} \quad (1.94)$$

па је је однос :

$$\frac{z_{ks}^{\nu}}{z_{ks}} \approx \frac{x_{ks}^{\nu}}{x_{ks}} = 0,88\nu \quad (1.95)$$

Допунски губици у кратком споју настали због изобличења напонског:

$$\Delta P_{ks}^{\nu} = 0,607 \frac{\Delta P_{ks}}{v_{ks}^2} \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{V_{\nu}^2}{\nu\sqrt{\nu}} \quad (1.96)$$

Поред допунских губитака у намотајима трансформатора појављују због утицаја вихорних струја појављују се допунски губици и у лимовима језгара магнетних кола трансформатора. У нормалним режимима ови губици су 5% номиналних губитака кратког споја. Огледи дати у референцама [5,17] показују да губици при појави виших хармоника могу достигну вредности од 30-50% ΔP_{ks} и практично се увећавају са вредношћу (ν^2):

$$\Delta P_{dop}^{\nu} = \nu^2 \cdot 0,05 \Delta P_{ks}^{\nu} \quad (1.97)$$

Због изобличења синусних таласних облика напона укупни допунски губици енергетског трансформатора се одређују као збир вредности израза (1.91), (1.92), (1.97)односно:

$$\Delta P_T'' = \Delta P_{ph}^{\nu} + \Delta P_{ks}^{\nu} + \Delta P_{dop}^{\nu} = \Delta P_{ph} \sum_{\nu=2}^{\infty} \left(\frac{v_{\nu}}{V_1}\right)^2 + 0,607 \frac{\Delta P_{ks}}{v_{ks}^2} \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{(1+0,05) \cdot V_{\nu}^2}{\nu\sqrt{\nu}} \quad (1.98)$$

Добијена релација се лакше користи када се номинални губици празног хода (ΔP_{ph})и кратког споја (ΔP_{ks}) изразе преко називне привидне снаге трансформатора (S_n). Таблични подаци ЕТ за (6 – 220)kV показују да губици (ΔP_{ph}) и (ΔP_{ks}) расту како расту снаге (S_n). У табели 1.8.1 су израчунате вредности за групу трансформатора`Minel` и средње вредности v_{ks}

Прекорачење температуре намотаја због појаве струја инверзног редоследа и утицаја виших хармоника одређује се као разлика температура намотаја околне средине (амбијента) у транзијентном процесу θ_{n-a} и температуре у нормалном режиму рада $\theta_{(n-a)n}$:

$$\Delta \theta = \theta_{n-a} - \theta_{(n-a)n} \quad (1.99)$$

Прекорачење температуре намотаја изнад температуре околине је сагласно [28] је :

$$\theta_{n-a} = \theta_u + \theta_{n-u} = \theta_{u.nom.} \left(\frac{\Sigma P}{\Sigma P_{nom.}} \right)^{n_0} + \theta_{(n-u).nom.} \left(\frac{P_{nam}}{P_{nam.nom.}} \right)^n \quad (1.100)$$

θ_u - прекорачење температуре уља изнада температуре амбијента у датом оптерећењу,
 θ_{n-u} - прекорачење температуре намотаја изнад температуре уља
 $\theta_{u,nom.}, \theta_{(n-u)nom.}$ - прекорачење температуре намотаја и уља изнад оне у нормалним условима
 $\Sigma P, \Sigma P_{nom.}$ - одговарајући укупни губици и губици у намотајима при датом преоптерећењу,
 $\Sigma P_{nom.}, \Sigma P_{nat.nom.}$ - губици у намотајима при номиналном оптерећењу,
 n, n_0 - коефицијенти са вредностима у распону: $n = 0,7 - 0,8, n_0 = 0,6 - 0,8$.
 Омски губици у намотајима у нормалним условима рада се одређују према, [29, 19]:

$$P_{nat} = P_{nat.nom.} \beta_p^{2n} \xi \quad (1.101)$$

Табела 1.8.1. Израчунате вредности коефицијената за раличите трансформаторе

трансформатори	$v_{ks} [V]$	$k_{ph} = \frac{\Delta P_{ph}}{S_n} [V]$	$k_{ks} = \frac{\Delta P_{ks}}{S_n} [V]$	$\frac{\Delta P_{ks}}{v_{ks}^2 \cdot S_n} [V]$	$\alpha_1 [V]$
- за интерконекцију са EES (35 – 220)kV	0,1	0,0015	0,005	0,5	2153,8
- за индустријске мреже	0,075	0,004	0,015	2,67	3929,8
- специјални (6 – 10)kV и за заваривање и примену у металургији	0,15	0,004	0,015	0,67	982,4

трансформатори	$\alpha_2 [V]$	$\alpha_\Sigma [V]$	$d_1 [V]$	$d_2 [V]$	$d_3 [V]$
- за интерконекцију са EES (35 – 220)kV	1750	3903,8	1307,4	64,6	2259,3
- за индустријске мреже	3111,1	7040,9	2385,4	117,9	4016,4
- специјални (6 – 10)kV, и за заваривање и примену у металургији	777,8	1760,2	596,3	29,5	1004,1

β_p, ξ - су коефицијенти преоптерећења ЕТ, и однос омски отпорности на датој и номиналној температури. У првом приближењу може се предпоставити да је вредност $\xi = 1$ и тада према релацијама (1.100) и (1.101), једначина (1.99) је:

$$\Delta \theta = \theta_{u,nat.} \left[\left(\frac{\Sigma P}{\Sigma P_{nat.}} \right)^{n_0} - 1 \right] + \theta_{(u-nat)n} (\beta^{2n} - 1) \quad (1.102)$$

Ако је ΣP : сума губитака у номиналном режиму рада ЕТ и допунских губитака од струја инверзног редоследа и виших хармоника тада, на основу (1.84), уколико су губици у празном ходу занемарени) и (1.98) се може написати:

$$\frac{\Sigma P}{\Sigma P_{nom.}} = \frac{\Sigma P_{nom} + \frac{k_{ks}}{u_{ks}^2} S_n \left(\varepsilon_u^2 + 0,607 \sum_{v=2}^{\infty} \frac{1+0,05v^2}{v\sqrt{v}} V_v^2 \right)}{\Sigma P_{nom.}} \quad (1.103)$$

Однос транзијентне струје изражених несиметрија и изобличења и номиналне струје трансформатора – фактор преоптерећења β , се израчунава из израза [28]:

$$\beta = \frac{\sqrt{I_d^2 + I_i^2 + \sum_{v=2}^{\infty} I_v^2}}{I_{nom.}} \quad (1.104)$$

где су: I_d , I_i - струје директног и инверзног редоследа ЕТ а, I_v - струја v - хармоника.

Применом Njtn-ове формуле за развој реда, [37], која се односи на узастопно приближење тачном решењу једначине (1.102) (тј. применом само прва два члана у развоју) и под прдпоставком да је $I_d = I_n$ и $\Sigma P_{nom}(k_{ph} + k_{ks})S_n$ а на основу (1.102-1.104), добија се:

$$\Delta \theta = \alpha_1 \left[(\varepsilon_u^2) + 0,607 \sum_{v=2}^{\infty} \frac{1+0,05v^2}{v\sqrt{v}} V_v^2 \right] + \alpha_2 \left(\varepsilon_u^2 + 1,291 \sum_{v=2}^{\infty} \frac{V_v^2}{v^2} \right) \quad (1.105)$$

где су коефицијенти : $\alpha_1 = \theta_{u,nom} n_0 \frac{k_{ks}}{u_{ks}^2 (k_{ph} + k_{ks})}$, $\alpha_2 = \theta_{(u-nam),nom} \frac{n}{u_{ks}^2}$

Једначина (1.105) добија једноставнији облик:

$$\Delta \theta = \alpha_{\Sigma} \varepsilon_u^2 + \sum_{v=2}^{\infty} \frac{d_1 + d_2 v^2 + d_3 \frac{1}{\sqrt{v}}}{v\sqrt{v}} \quad (1.106)$$

где су: $\alpha_{\Sigma} = \alpha_1 + \alpha_2$, $d_1 = 0,607 \alpha_1$, $d_2 = 0,03 \alpha_1$, $d_3 = 1,291 \alpha_2$.

Ако се зна вредност $\Delta \theta$, према формули $\gamma = \frac{1}{z} = \exp(b \Delta \theta)$ може се одредити смањење техничког века трансформатора у експлоатацији. За илустрацију поступка формуле су примењене за прорачун коефицијената и параметара који утичу на загревање и рад ЕТ "Minel". То су: α_{Σ} , α_1 , α_2 , $d_1 = 0,607 \alpha_1$, $d_2 = 0,03 \alpha_1$, $d_3 = 1,291 \alpha_2$ за $\theta_{u-nam} = 40^0 C$, $\theta_{(u-nam),nom.} = 25^0 C$, $n = n_0 = 0,7$. Суштински значај на трајање изолације има радна темпе-ратура. Сагласно референци [16], тада се век трајања одређује по емпиријкој формули:

$$Z = C e^{-b \theta} \quad (1.107)$$

где су: C , b - констатни коефицијенти за одређени тип изолације намотаја а nstantni θ - температура изолације.

Из релације (1.99) може се одредити трајање изолације за задату температуру:

$$z = \frac{Z}{Z_n} = \frac{Ce^{-b\theta}}{Ce^{-b\theta_n}} = e^{-b\Delta\theta} \quad (1.108)$$

где је: Z_n - трајање изолације при номиналној температури θ_n , $\Delta\theta = \theta - \theta_n$.

Параметар етар b у изразу (1.28) се може одредити према правилу Montsingera [29], где је $e^{-8b} = \frac{1}{2}$ из које је $b=0,0866$. И даље се као параметар може користити вредност (γ) која је инверзија вредности z и назива се виšekратник смањења времена експлоатације:

$$\gamma = \frac{1}{z} = \exp b\tau \quad (1.109)$$

Резиме:

Сprovedена истраживања у овом поглављу имају за резултат решења транзијентних процеса у еквивалентним магнетним и електричним колима трансформатора.

Анализа решења омогућила је да се оцени утицај параметра на транзијентне процесе у еквивалентним колима.

Подаци који су послужили за решавање су коефицијенти параметара и почетни и гранични услови.

У овом поглављу је представљен теоријски модел и примењена је аналитичка метода за прорачун нормалног и прелазног процеса у електричним и магнетним колима када је трансформатор еквивалентниран расподељеним параметрима. Прорачуном су обухваћени утицаји параметара на транзијентни процес у трансформатору.

Промена било ког параметра у колу захтева нови прорачун стања кола од самог почетка. Међутим, за стварање било ког модела прорачуна потребан је основни модел који је увек аналитички који произилази из теорије али се у њему најбоље стичу предзнања.

Такав модел је и развијан у овом поглављу уз критеријум прилагођавања новим тенденцијама у теорији и знањима, а крајњи резултат је стварање модела кола који презентује реалне прелазне процесе.

2. Расподела напона дуж намотаја у нормалним и транзијентним процесима

Навојци трансформатора имају своје параметре а напони и струје у њима осцилују слободно или под утицајем спољних извора познатих фреквенција. Простирање напонских и струјних таласа у навојцима намотаја зависи од параметара: отпорности, капацитивности према маси, индуктивности намотаја, капацитивности између два суседна навојка, узајамне индуктивности навојака, реакције примарног намотаја на секундар и обратно, Fouco-ових струја у проводницима и магнетном језгру, губитака услед хистерезе итд. [30].

Инерцију магнетних кола описују нелинеарна карактеристике магнећења, хистерезне криве $B = f(H)$ - правоугаони облик и високе вредности магнетне пермеабилности, $\mu = \frac{dB}{dH}$, које минимизирају утицаје ваздушних размака у магнетним контурама по којима се затварају магнетни флуксеви.

Магнетопобудна сила језгра по контури λ дуж које се мења вредност магнетног флукса је променљива вредност у простору, $MPS = f(\lambda)$.

Код реалних трансформатора, вредности индукција и јачина поља, B, H , у разним тачкама пресека језгра могу да буду различите, углавном из три разлога:

- а) због промене вредности попречног пресека,
- б) због хетерогености магнетних домена (феромагетик, процеп испуњен ваздухом итд) и
- ц) расипања магнетних флуксева између суседних навојака.

Магнетне карактеристике магнетних кола трансформатора $B_{sr} = f(H)$ се разликују од магнетних карактеристика узорака феромагнетних материјала, $B = f(H)$, из следећих разлога:

1. Дужине контура по којима се затварају линије флукса нису једнаке а има и контура по којима се затварају линије флукса расипања. У магнетном колу од делова истих магнетних особина у правцу тока флукса, пакованих у низу, мањи су утицаји неједнаких дужина магнетних линија.

2. Неједнаки попречни пресеци дуж контура флуксева. Ради смањења утицај неједнаких пресека, у прорачунима се користи најмања вредност попречног пресека S_m дуж контуре.

3. Утицаји спојева, напрстина и присуства немагнетних процепа у колу попуњених ваздухом дуж контура затварања флуксева. Према П. Кирхофовом закону за магнетна кола [30]:

$$\sum_j H_j \lambda_j = h \cdot \lambda + \frac{\delta \cdot B_\delta}{\mu_0} = \sum i = MPS = H(\lambda + \delta) \quad (2.1)$$

h – јачина поља која делује у магнетном материјалу.

$B_\delta = b = B$ вредност индукције ако у процепу нема расејања по попречном пресеку.

Дакле, диференцијална магнетна пермеабилност кола је: $\frac{1}{\mu_{de}} = \frac{\Delta H}{\Delta B}$, $\frac{1}{\mu_{de}} = \frac{1}{\mu_d} + \frac{1}{\zeta_{pf}}$

Разлике у процесу магнећења, прво по основној кривој а затим по хистерезној кривој. Најбоље је параметре магнећења, важне за транзијентни процес одредити на магнетном колу са дефинисаном геометријом и позицијом намотаја.

Циљ истраживања је да се одреди аналитички модел са којим се решава систем диференцијалних једначина процеса у намотајима са феромагнетним језгром, што је могуће ако се уведу апроксимације идеална крива магнећења у облику изломљена праве или занемарењем хистереза.

Решења процеса у еквивалентним магнетним и електричним колима добијена су применом метода: условне линеаризације (нелинеарне ЕМ карактеристике замењене линеарним), парцијалне-линеарне апроксимације, интеграције нелинеарних функција и метода узастопних приближења. Подаци који су послужили за решавање су коефицијенти параметара и почетни и гранични услови. Анализом решења и резултата оцењен је утицај параметара на транзијентне процесе у еквивалентним колима.

2.1. Квалитативна оцена процеса када намотај није на магнетном колу

2.1.1. Аналитички модел процеса у два суседна навојка оптичаних струјама истих вредности

При простирању простопериодичних ЕМ таласа у доменама њихових поља услов квазистационарности је испуњен ако су остале димензије простора врло мале у поређењу са дужином уз апроксимацију да се мале промене поља простиру и допиру до свих тачака домена пре него што се струја значајније измени. Елементарни део навојка у намотају, обзиром на занемариве димензије пресека проводника према дужини се може сматрати линеичним [16].

Применом Стоксове теореме, на леву страну Фарадејеве једначине.

$$\left(\oint_{\lambda} \vec{E} \cdot d\vec{\lambda} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \right), \text{ тј. } \oint_{\lambda} \vec{E} d\vec{\lambda} = \int_S \text{rotor} \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (2.2)$$

За контуру (λ_k) , са површином, $S \rightarrow 0$, II Максвелова једначина је: $(\text{rot} \vec{K} = -\partial \vec{B} / \partial t)$.

За разлику од електростатичког и стационарног, где је $\partial \vec{B} / \partial t = 0$ тј. $(\text{rot} \vec{E} = 0)$, у општем случају електромагнетно поље има ротор и оно је различито од нуле. У навојцима трансформатора поред изворне компоненте $\vec{E}_e$, чије линије почињу и завршавају на електричним оптерећењима

(q_i) поље има и *вртложну* компоненту са линијама које се, као и линије магнетне индукције затварају саме у себе.

У динамичком пољу $\left(\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0 \right)$, насталог од временски променљивог магнетног поља, јачина поља $(\vec{E})$ је функција скаларног потенцијала као деградијент (градијент негативног предзнака), [16, 36].

По Амперовом закону $(\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_{total})$, одређује се укупна (тотална) густина струје

$$(\vec{J}_{total} = \sigma \vec{K} + \partial \vec{D} / \partial t + \rho \vec{v}_\rho + \sigma \vec{K}_{out-side} + \sigma (\vec{v} \times \vec{B}) + \text{rot}(\vec{D} \times \vec{v})) \quad (2.3)$$

а $\vec{B}$ је одређена као *ротор* помоћне функције $(\vec{A})$ која је названа вектор потенцијал $(\vec{B} = \text{rotor} \vec{A})$.

Ротор функције се израчунава из пројекција $(\vec{A})$ на координате математичког система.

$$\left(A_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{J_x dV}{R} \right), \left(A_y = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{J_y dV}{R} \right) \left(A_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{J_z dV}{R} \right), \quad (2.4)$$

су пројекције у Декартовом систему (x, y, z) , а три скаларне једначине се замењују једном векторском:

$$\left(\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J} dV}{R} \right). \quad (2.5)$$

Када је струја квазилинеична смер елемента контуре $d\vec{\lambda}_k$ је једнак смеру струје $\vec{i}$, а према [16]:

$$\vec{J} dV = J dS d\vec{\lambda}_k = i \cdot d\vec{\lambda}_k, \left(\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{l_k} \frac{i \cdot d\vec{\lambda}_k}{R} \right), \quad (2.6.a)$$

$$\text{rotor} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (2.6.b)$$

Ротор векторске функције $(\vec{A})$ и вектор магнетне индукције $\vec{B}$ се одреде у истој тачки $M(x, y, z)$, а затим се по Stoks-овој формули одреди зависност магнетног флукса од магнетног вектор потенцијала. Како је $(\vec{B} = \text{rotor} \vec{A})$ флукс векторе $(\vec{B})$ кроз неку затворену контуру $\lambda_k = C$, пошто је по Stoks-овој теореме: $\int_S \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S} = \oint_{C=\lambda_k} \vec{A} \cdot d\vec{\lambda}_k$. следи да је:

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S} = \oint_{C=\lambda_k} \vec{A} \cdot d\vec{\lambda}_k \quad (2.7)$$

Коначно $\Rightarrow \phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_{C=\lambda_k} \vec{A} \cdot d\vec{\lambda}_k$ флукс је једнак циркулацији вектора $(\vec{A})$ по затвореној контури

$\lambda_k = C$ на коју се ослања површина (S) :

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_{C=\lambda_k} \vec{A} \cdot d\vec{\lambda}_k \quad (2.7a)$$

II. Максвелова једначина [16], $(\text{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t)$ се на основу $(\vec{B} = \text{rotor} \vec{A})$, пише у облику:

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{A} = -\text{rot} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \Leftrightarrow \text{rot}(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = 0 \quad (2.8)$$

Израз $(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0)$ значи да поље векторског збира није вртложно за разлику од самосталног поља $(\vec{E})$ као у електростатици. Зато се збирно поље и изражава као деградијент једне скаларне функције ψ .

$$(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\text{grad} \psi) \Leftrightarrow (\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \psi) \quad (2.9)$$

За стационарно поље у коме је $\partial \vec{A} / \partial t = 0$; $\vec{E} = -\text{grad} \psi$ функција ψ представља електрични скалар потенцијал ϕ . За такве услове се може написати:

$$(\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \phi) \quad (2.10)$$

Према (2.10) променљиво електрично поље у намотају има две компоненте од којих: $(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t})$ - прва компонента одређује извод векторског потенцијала по времену (потиче од променљивог магнетног поља), $(-\text{grad} \phi)$ - другу компоненту стварају електрична оптерећења као у електростатици.

Код брзо променљивих поља у времену изрази вектор потенцијала би се морали кориговати да би се узела у обзир коначност брзине ЕМ поремећаја у намотају (за вакум је $c = 3 \cdot 10^8 [m/s]$). У намотају као и у низу проблема у електротехници се занемарује ефекат коначне брзине простирања и сматра да се поремећај простире тренутно [16]. Поступак, у принципу, није математички коректан, али је за ниско фреквентне процесе у елементарним ЕМ доменама добра и корисна апроксимација за упрошћену анализу. **За релативно споре промене струја $(\partial i / \partial t)$ и мале димензије просторних домена, мале промене поља се распростиру и допиру до свих тачака домена пре него што се струја значајније измени па је ова апроксимација оправдана. Овако описано поље се назива квазистационарно.** [31].

При простирању простопериодичних ЕМ таласа у доменама њихових поља услов квазистационарности је испуњен ако су остале димензије простора врло мале у поређењу са дужином.

Квазистационарно поље струје i у соленоидном намотају дужине L полупречника R , N густо намотаних навојака, на слици 2.1., магнетски вектор потенцијал се одређују према [16]:

$$\left(\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{j} dV}{R} \right) \text{ као и електрични скалар потенцијали : } \left(\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho \cdot dV}{r} \right) \quad (2.11.a.)$$

$$\left(\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \right) \text{ за } q_i \text{ расподељена оптерећење у домену } V, \text{ размаци } (r_i) \quad (2.11b.)$$

$$\left(\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\eta \cdot dS}{r} \right) \text{ за } \eta \text{ расподељено оптерећење на површини } (S). \quad (2.11.ц)$$

Дефиниција магнетног скалар потенцијала струјне контуре коначних димензија C кроз коју тече струја i која се ослања на фиктивну мембрану површине S је:

Поље и потенцијал контуре C су идентични са пољем и потенцијалом система елементарних струјних контура истог интензитета i распоредјених на површини S тако да им се странице додирују.

Потенцијал елементарне контуре [16] је: $d\varphi_m = \frac{1}{4\pi} \frac{dm^p \cdot \vec{R}}{R^3} = \frac{i}{4\pi} \frac{\vec{h} \cdot \vec{R}}{R^3} dS$, где је:

$m = iS = \frac{1}{2} \oint \vec{r} \times d\vec{r}$ - елементарни магнетни момент,

$\vec{R}$ - вектор положаја тачке $M(x, y, z)$,

$\vec{h}$ - нормала на површину елементарне контуре: $\varphi_m = \frac{i}{4\pi} \int_S \frac{\vec{h} \cdot \vec{R}}{R^3} dS$

Затим се поље одређује из: $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}\varphi$ а индукција из ($\vec{B} = \text{rotor}\vec{A}$)

За квалитативну оцену процеса анализира поље цилиндричног проводника, дела навојка у равни (x, y) са струјом i у немагнетној средини, $\mu = \mu_0$. Линије вектор потенцијала $\left(\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\lambda_k} \frac{i \cdot d\vec{\lambda}_k}{R} \right)$ су кружнице паралелане равни а смер вектора је смер тангенти концентричних кружница са центрима на оси z , слика 2.1.

Магнетног поље унутар и ван елементарних делова цилиндричних проводника суседних навојака одређује се израчунавањем векторског потенцијала у домену, према Пуасоновој једначини, $\Delta \vec{A} = -\mu \sigma$ и уз помоћ делта ($\Delta = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}$) - Лапласовог диференцијалног оператора у Декартовом систему. Елементарни делови проводника се како је то приказано на слици 2.1. сматрају приближно паралелним и линеичним. У систему цилиндричних координата компоненте и осе Декартовог система су, преко Ламеових коефицијената повезане релацијама ($x = r \cdot \cos \varphi$; $y = r \cdot \sin \varphi$; $z = z$) а Пуасонова једначина добија форму:

$$(\Delta \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial \vec{A}}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2}) = -\mu \sigma \quad (2.12)$$

Наговештена квалитативна анализа разматраног простора поља и особине, разматрају се у доменима:

(I) ($r \leq a$) са елементарним делом проводника претходног навојка примара оптичан струјом (i),

(II) ($r \geq a$) у коме нема проводника оптичаних струјама (i),

(III) ($r \leq a$) са елементарним делом проводника наредног навојка:

- а) примара оптичаног струјом (i) исте вредности и истог смера (истог предзнака у релацијама)
- б) секундара са струјом (i) исте вредности а различитог смера (супротног знака у релацијама).

$$(I) \quad (r \leq a) \quad \frac{\partial^2 A_z^I}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_z^I}{\partial r} = -\mu_0 \sigma \quad (2.12.a)$$

$$(II) \quad (r \geq a) \quad \frac{\partial^2 A_z^{II}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_z^{II}}{\partial r} = 0 \text{ релацијама} \quad (2.12.б)$$

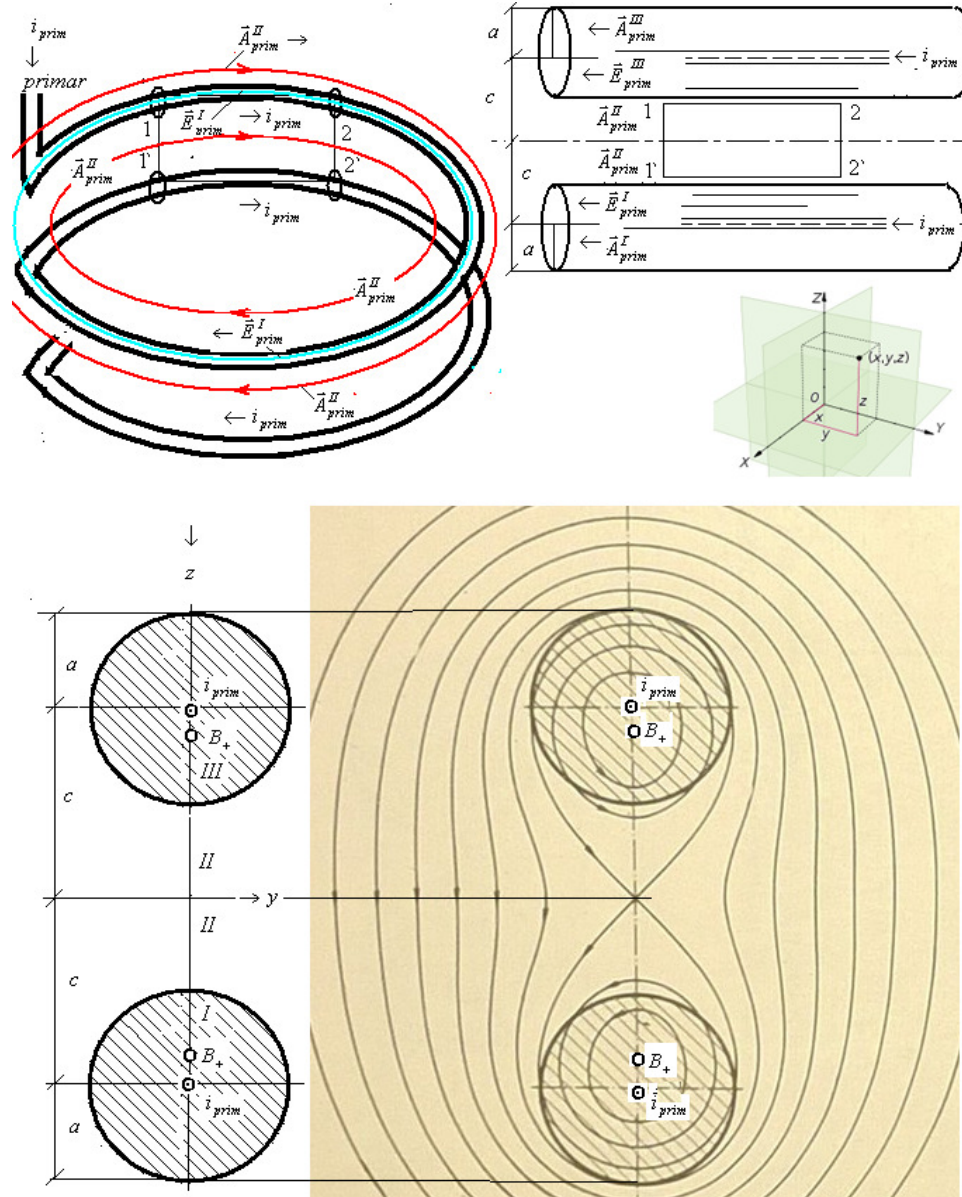
$$(III) \quad (r \leq a) \quad \frac{\partial^2 A_z^{III}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_z^{III}}{\partial r} = -\mu_0 \sigma \text{ релација} \quad (2.12.ц)$$

Решења ових једначина су:

$$A_z^I = -\frac{\mu_0 i}{4\pi} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \quad (2.13.a)$$

$$A_z^{II} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi} \left(\ln \frac{r}{a} + \frac{1}{2} \right) \quad (2.13.b)$$

$$A_z^{III} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \quad (2.13.ц)$$



Слика 2.1.1.1 Магнетни вектор потенцијали, јачине електричних поља и расподела магнетног поља у два паралелна навојка примара. (Засенчени део су линије поља паралелних навојака истих смерова струја) [31]

Линије потенцијала у сва три домена су концентричне кружнице а у цилиндричним координатама су јачине:

$$H_{\varphi}^I = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z^I}{\partial r} = \frac{i}{2\pi} \frac{r}{a^2} \quad (2.14.a)$$

$$H_{\varphi}^{II} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z^{II}}{\partial r} = \frac{i}{2\pi r} \quad (2.14.b)$$

$$H_{\varphi}^{III} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z^{III}}{\partial r} = \frac{i}{2\pi} \frac{r}{a^2} \quad (2.14.c)$$

У Декартовим координатама у равни (x, y) , преко Ламеових коефицијената су јачине поља:

$$H_x^I = -\frac{i}{2\pi} \frac{y}{a^2}, \quad H_y^I = -\frac{i}{2\pi} \frac{x}{a^2} \quad (2.15.a)$$

$$H_x^{II} = -\frac{i}{2\pi} \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad H_y^{II} = -\frac{i}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2} \quad (2.15.b)$$

$$H_x^{III} = -\frac{i}{2\pi} \frac{y}{a^2}, \quad H_y^{III} = -\frac{i}{2\pi} \frac{x}{a^2} \quad (2.15.c)$$

Квалитативна анализа одговара дугим правим проводницима а проводници навојака су праволинијски код правоугаоних језгара и кружни код цилиндричних али се ради математичке коректности, морају третирали као кратки. Таква анализа и добијени резултати анализе утицаја коначних димензија и облика проводника навојака посредством помоћне функције, су већ публиковани у [15] и није задатак ове дисертација. Задатак се односи на развој методе која доводи до успостављања алгоритама за одређивање расподеле напона и струја дуж намотаја примара и секундара трансформатора у прелазном процесу.

За квалитативну оцену процеса претпоставка је да кроз два навојка соленоида, смештена у две паралелне равни нормалне оси z без феромагнетног језгра, $\mu = \mu_0$, теку струје истог интензитета i и са истим смером.

На основу метода суперпозиције уз помоћ напред постављених претпоставки може се одредити магнетно поље и јачине поља два суседна навојка. Пажња је усмерена на два цилиндрична проводника кружног пресека, истог полупречника (a) а кроз које теку исте вредности струје (i), истих смерова, слика 2.2. или супротних смерова, респективно слика 2.1. Из (2.13.) у Декартовом координатном систему, према слици 2.2.имамо:

$$A^I = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\frac{(z-c)^2 + y^2}{2a^2} \pm \ln \frac{\sqrt{(z+c)^2 + y^2}}{a} \pm \frac{1}{2} \right) \quad (2.16.a)$$

$$A^{II} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\ln \frac{\sqrt{(z-c)^2 + y^2}}{a} \pm \ln \frac{\sqrt{(z+c)^2 + y^2}}{a} \right) \quad (2.16.b)$$

$$A^{III} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\ln \frac{\sqrt{(z+c)^2 + y^2}}{a} \pm \frac{(z+c)^2 + y^2}{2a^2} + \frac{1}{2} \right) \quad (2.16.ц)$$

Унутар проводника два суседна навојка примара линије магнетног поља се затварају око тачака (B_+), респективно (B_-) а њихов положај на оси (z) одређен је са:

$$H_y^I = \left[-\frac{\partial A_z^I}{\partial z} \right]_{y=0} \Leftrightarrow \frac{z-c}{a^2} + \frac{1}{z+c} = 0; \quad z_+ = \sqrt{c^2 - a^2} \quad z_- = \sqrt{c^2 + a^2} \quad (2.17)$$

Унутар проводника суседних навојака примара и секундара у Декартовом систему морају се респектовати предзнаци $(-)$ у (16) и координата (x) а вектор потенцијал одређен је сличним једначинама:

$$A^I = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\frac{(x-c)^2 + y^2}{2a^2} - \ln \frac{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}{a} - \frac{1}{2} \right) \quad (2.18.a)$$

$$A^{II} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\ln \frac{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}{a} - \ln \frac{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}{a} \right) \quad (2.18.b)$$

$$A^{III} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\ln \frac{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}{a} - \frac{(x+c)^2 + y^2}{2a^2} + \frac{1}{2} \right) \quad (2.18.c)$$

Линије поља затварају се око тачака (B_+) , респективно (B_-) на оси (x)

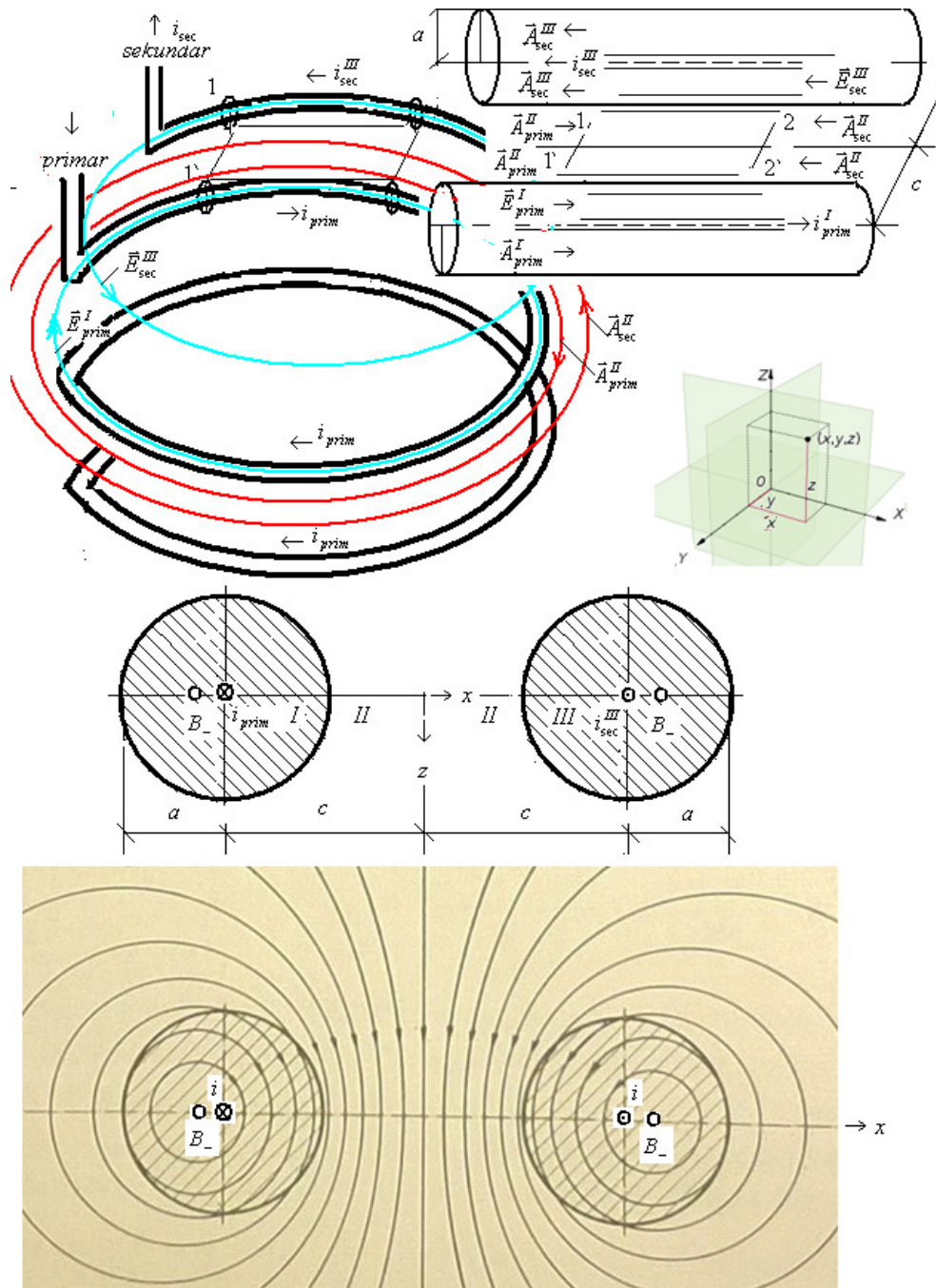
$$H_x^I = \left[-\frac{\partial A^I}{\partial x} \right]_{x=0} \Leftrightarrow \frac{x-c}{a^2} + \frac{1}{x+c} = 0; x_+ = \sqrt{c^2 - a^2} \quad x_- = \sqrt{c^2 + a^2} \quad (2.19)$$

Предзнаци $(+)$ у заградама (2.16) одговарају 'паковању' суседних навојака примара, слика 2.1.1.1; а предзнаци $(-)$ када је у суседном проводника струја супротног смера тј. комбинација једног навојака примара и једног навојака секундара, слика 2.1.1.2.

Екстремне вредности векторског потенцијала су у тачкама (B_+) , респективно (B_-) , слике 2.1.1.1 и слика 2.1.1.2. на којима су приказане Кернелове линије поља познате у референцама [31, 30]. Оне су једнако актуелне и за парове проводника и за скупове проводника који образују навојке у намотајима.

Из једначина (2.16 - 2.19.) се види, да је поље унутар проводника идентично са изразима у [31,16,30]. За представљање линија поља коришћене су слике из [31]. Линије векторског потенцијала у домену II имају облик **Casino – кружница** (када су струје у домену I и III истих смерова) и Аполонијевих кружница ако су струје у домену I и III супротних смерова.

Индукција и квазистационарно поље струје (i) једног намотаја [примар/секундар] дужине (λ) полупречника R $[(R = R_{prim})/(R = R_{sec})]$ густо намотаних навојака N $[(N = N_{prim})/(N = N_{sec})]$.



Слика 2.1.1.2. Магнетни вектор потенцијали, јачине електричних поља и расподела магнетног поља у два паралелна навојка од којих један припада примару а други секундару. *Засенчени део су линије поља паралелних проводника различитих смерова струја [31].

Индукција и квазистационарно поље струје (i) једног намотаја [примар/секундар] дужине (λ) полупречника R [$(R = R_{prim}) / (R = R_{sec})$] густо намотаних навојака N [$(N = N_{prim}) / (N = N_{sec})$] се може одредити:

-На сложенији начин поље дуж осе намотаја, може се одредити из вредности векторског потенцијала по оси z .

-На лакши начин магнетно поље на оси намотаја (соленоида) дужине (λ) полупречника (R) одређује се методом суперпозиције елементарних вредности поља кружних петљи дуж осе z . Ако је са N означен укупан број навојака у намотају онда је број навојака на јединици дужине $n = N/\lambda$.

По Bio-Savart-овом закону
$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\lambda \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\lambda \sin(\angle dl, r)}{r^2}$$
. Са слике 2.1.1.2. је:

$$\lambda = R \cdot \cot g \alpha, \quad d\lambda = -R \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha}, \quad r = \frac{R}{\sin \alpha},$$
 а поље које је створено струјом i која тече кроз део соленоида $d\lambda = dz$ у тачки O има вредност:

$$dB = \frac{1}{2} \mu_0 i \frac{R^2}{r^3} n d\lambda = -\frac{\mu_0 i}{2} n \sin \alpha d\alpha; \quad B = -\frac{\mu_0 i}{2} n \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 i}{2} n (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \quad (2.20)$$

Тражену вредност је могуће представити као функцију $B(r)$ и јасно је да она има максимум на средини осе соленоид а са приближно константном вредношћу до граница намотаја по z оси (слика у слици.2.1.1.2.).

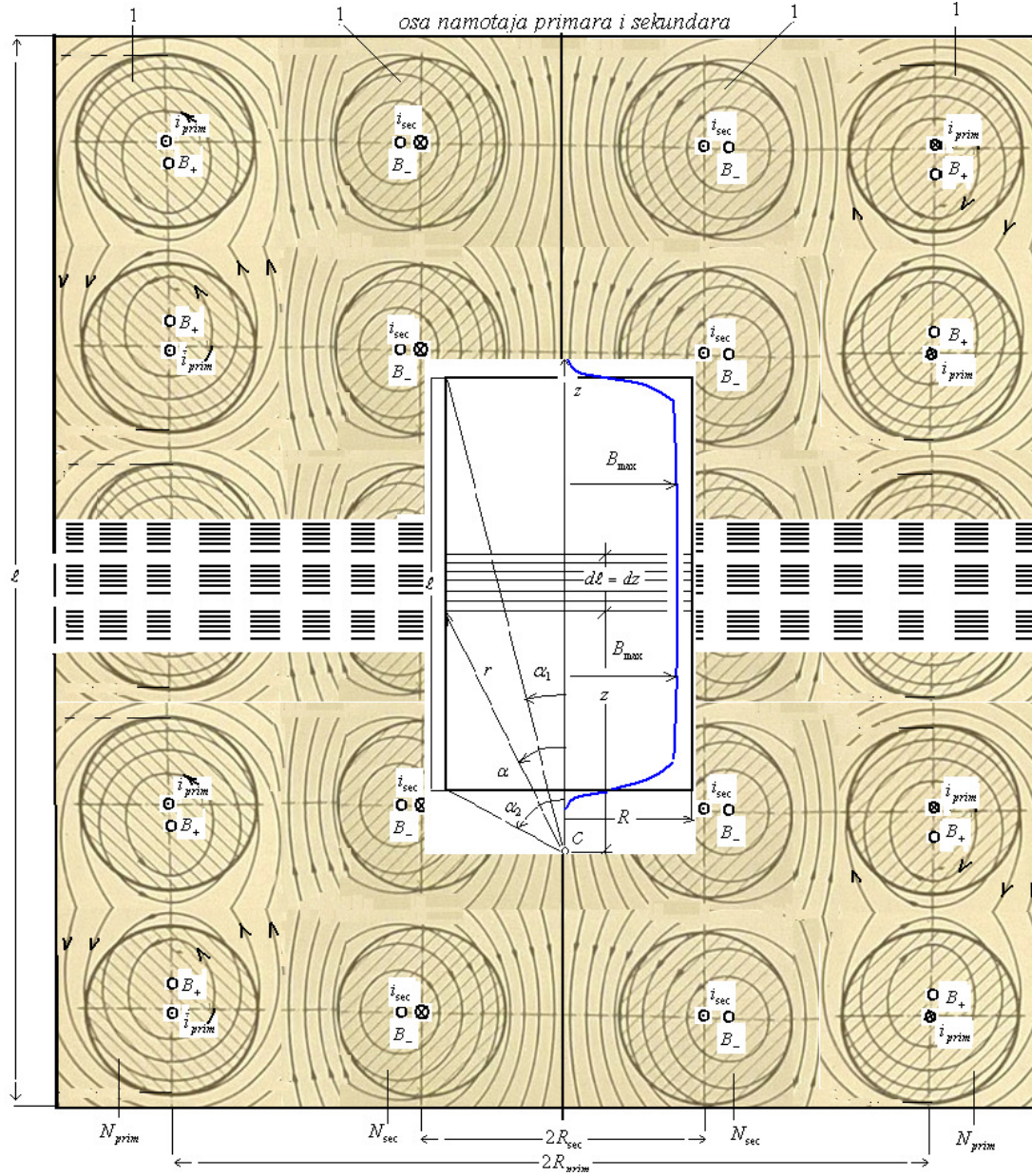
Део намотаја са N навојака кроз кога тече јачина струје i , на делу dz дуж осе z приближно се сматра елементарним струјним прстеном са јачином струје $(\frac{N \cdot i}{\lambda} dz)$ а цео намотај као низ еквивалентних кружних прстенова размакнутих за (dz) [31, 16, 42, 43].

У тачкама осе z елементарне индукције од појединих струјних прстенова намотаја имају само аксијалне компоненте које се могу сабрати у некој тачки $M(x, y, z)$ на оси изван домена намотаја и тако одредити коефицијенти корекције зависни од облика:

$$B = \int dB = \mu_0 \frac{N \cdot i}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{1 + (2R/\lambda)^2}} = \mu_0 \frac{N \cdot i}{\lambda} \cdot k_{cf} \quad (2.21)$$

$$k_{cf} \cong \frac{1}{\sqrt{1 + (2R/\lambda)^2}} = 0.71 \frac{2R}{L} = 1; \quad 0.89 \frac{2R}{L} = \frac{1}{2}; \quad 0.95 \frac{2R}{L} = \frac{1}{3}; \quad 0.98 \frac{2R}{L} = \frac{1}{4}; \quad \dots 0.995 \frac{2R}{L} = \frac{1}{10}; \quad \dots 1 \frac{2R}{L} \rightarrow 0 \quad (2.22)$$

Користи се апроксимација о већој дужини у односу на полупречник довољно тачној за $\frac{2R}{\lambda} \geq \frac{1}{4}$ где се уз грешку од 2% рачуна магнетна индукција у оси дугог соленоида и према
$$B \cong \mu_0 \frac{N \cdot i}{l}$$
, смер индукције се поклапа са осом соленоид (правило десне завојнице).



Слика 2.1.1.3. Индуција и квазистационарно поље струје i једног намотаја [примар/секундар] дужине (λ) полупречника R [$(R = R_{prim}) / (R = R_{sec})$] густо намотаних навојака N [$(N = N_{prim}) / (N = N_{sec})$].

Затим се на лакши начин одреди $\oint_{C=l_k} \vec{A} \cdot d\vec{l}_k$ и флуксеви унутар и ван намотаја ($r < R$) слика 2.1.1.3 и 2.1.1.4:

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_{C=l_k} \vec{A} \cdot d\vec{l}_k \Leftrightarrow \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \frac{N \cdot i}{l} r^2 \pi \quad \text{и} \quad (2.23)$$

$$\oint_{C=l_k} \vec{A} \cdot d\vec{l}_k = A \cdot 2\pi \cdot r, \quad \Leftrightarrow \quad A \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \frac{N \cdot i}{l} r^2 \pi \quad (2.24)$$

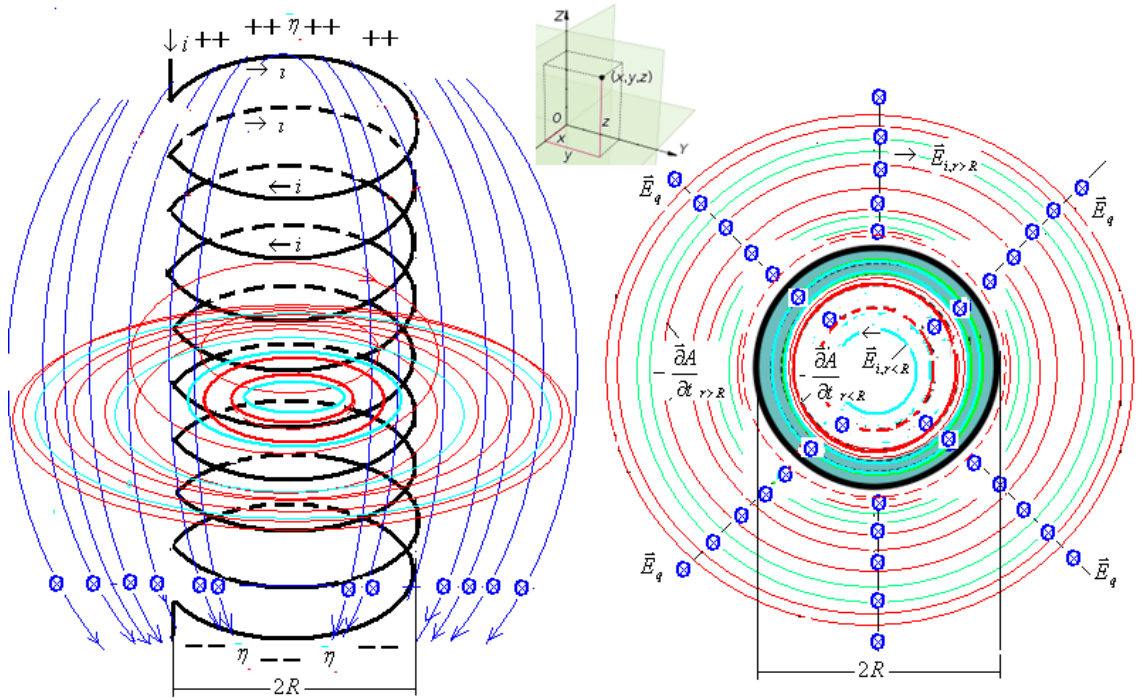
$$A = \mu_0 \frac{N \cdot i}{l} \frac{r}{2} \quad (2.25)$$

$$-\frac{\partial A}{\partial t} = -\mu_0 \frac{N}{l} \frac{r}{2} \frac{\partial i}{\partial t} \quad \text{за } (r < R) \quad (2.26)$$

Пошто је за $(r > R)$ из $\int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \frac{N \cdot i}{l} R^2 \pi$ ван соленоида је магнетна индукција

$B_{out-side} \approx 0$ а циркулација $\oint_{C=l_k} \vec{A} \cdot d\vec{l}_k = 2\pi \cdot r \cdot A$. Због тога је: $2\pi \cdot r \cdot A = \mu_0 \frac{N \cdot i}{l} R^2 \pi$ а затим:

$$A = \mu_0 \frac{N \cdot i}{l} R^2 \frac{1}{r} \quad -\frac{\partial A}{\partial t} = -\mu_0 \frac{N}{l} R^2 \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \quad \text{за } (r > R)$$



Слика 2.1.1.4.: Магнетски вектор потенцијали, квазистационарно поље и поље електростатичких оптерећења које ствара струја i једног намотаја [примар/секундар] дужине (λ) полупречника (R)

Компонента јачине поља која потиче од индукције B за $(r < R)$:

$$E_i = -\frac{\partial A}{\partial t} = -\mu_0 \frac{N}{l} \frac{r}{2} \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.27)$$

Компонента јачине поља која потиче од индукције B за $(r > R)$:

$$\vec{E}_i = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{N}{l} R^2 \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.28)$$

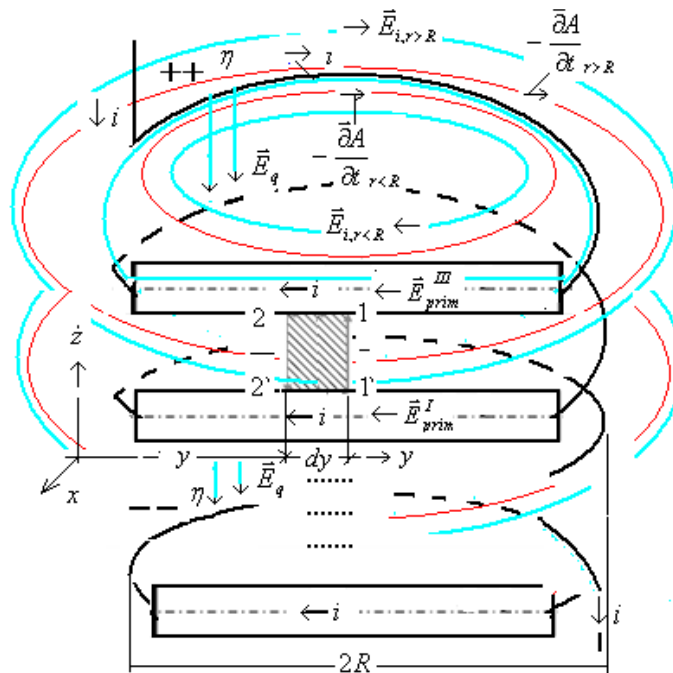
Линије индукованог електричног поља $\vec{E}_i$ су концентрични кругови у равни нормалној оси соленоид. Интензитет поља унутар соленоида расте сразмерно полупречнику (r) а ван соленоид опада са растом (r). Позитиван смер поља рачуна се у односу на позитиван смер струје и поклапа се са смером $(-\partial \vec{A} / \partial t)$.

Поред компоненте индукованог електричног поља ($\vec{E}_i$) постоји компонента поља од електростатичких оптерећења расподељених по површини проводника соленоидног намотаја, ($\vec{E}_q = -grad\varphi$). Линије вектора поља $\vec{E}_q$ леже у меридијалним равнина соленоида, полазе од позитивних оптерећења локализованих на једном крају соленоида и завршавају се на негативним оптерећењима на другом крају соленоида.

Квазистационарна оптерећења мењају алгебарски знак у времену у складу са променом смера струје и често се занемарују. У овом делу анализе биће занемарен утицај квазистационарних оптерећења, пошто је њихова количина мала у поређењу са количином електрицитета коју пренеси струја. Сматра се да је у једном тренутку у односу на спољни домен, јачина струје иста у свим пресецима намотаја.

2.1.2. Расподела напона у навојку, утицај суседног навојка

За два геометријски слична суседна навојка постављена у две паралелне равни нормалне на осу z између којих постоји елементарна аксијална симетрија (исти предзнаци струја, иста густина струје у пресецима), временски променљиво поље се израчунава по: $E = -grad\varphi - \frac{\partial A}{\partial t}$ према [31, 16].



Слика 2.1.2.1: Квазилинеарни одсечци два суседна навојка са истим струјама i са аксијалном симетријом.

Према слици 2.1.2.1. за одсечке између трансверзалних пресека y и $y+dy$ два суседна навојка са цилиндричним проводницима, истих струја i , на елементарној контури 1, 2, 2', 1', 1 вредности линијских интеграла вектора $\vec{E}$ су дуж:

$$\text{Изводница 1, 2: } \int_1^2 \vec{E}_y d\lambda = \varphi_1 - \varphi_2 - \int_1^2 \frac{\partial A}{\partial t} d\lambda = \varphi_1 - \varphi_2 - \left[\int_1^2 \frac{\partial A_{r < Rc}}{\partial t} d\lambda + \int_1^2 \frac{\partial A_{r > Rc}}{\partial t} d\lambda \right] \quad (2.29.a)$$

$$\text{Слично за 1', 2': } \int_{1'}^{2'} \vec{E}_y d\lambda = \varphi_1' - \varphi_2' - \int_{1'}^{2'} \frac{\partial A}{\partial t} d\lambda = \varphi_1' - \varphi_2' - \left[\int_{1'}^{2'} \frac{\partial A_{r < Rc}}{\partial t} d\lambda + \int_{1'}^{2'} \frac{\partial A_{r > Rc}}{\partial t} d\lambda \right] \quad (2.29.b)$$

$$\text{Ако се (1'') одузме од (1'): } \varphi_1 - \varphi_2 - (\varphi_1' - \varphi_2') = \int_1^2 \vec{E}_y d\lambda - \int_{1'}^{2'} \vec{E}_y d\lambda + \int_1^2 \frac{\partial A}{\partial t} d\lambda - \int_{1'}^{2'} \frac{\partial A}{\partial t} d\lambda \quad (2.29.c)$$

Када су тачке 1 и 2 почетак и крај једног навојка, $d\lambda \approx \Delta\lambda$, а r – његова електрична отпорност по Омовом закону $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ и $\vec{J}_y = \sigma \vec{E}_y$, $\vec{J}_y = \frac{i}{S_c} = \sigma \vec{E}_y$ тј: $\vec{E}_y = \frac{1}{\sigma} \frac{i}{S_c} = \frac{r}{\Delta l}$ и дефиниције $\Delta v = \varphi_2 - \varphi_1$.

Према једначини (2.7) магнетни флуks навојка са струјом i је једнак циркулацији вектора $(\vec{A})$ по затвореној контури $\lambda_k = C$ на коју се ослања површина. Због тога (2.29.a) прелази у:

$$\begin{aligned} \int_1^2 \vec{E}_y d\lambda &= \varphi_1 - \varphi_2 - \int_1^2 \frac{\partial A}{\partial t} d\lambda = \varphi_1 - \varphi_2 - \left[\int_1^2 \frac{\partial A_{r < Rc}}{\partial t} d\lambda + \int_1^2 \frac{\partial A_{r > Rc}}{\partial t} d\lambda \right] \\ E_y \Delta\lambda &= \frac{1}{\sigma} \frac{i}{S_c} \Delta\lambda = -\Delta v - \left[\frac{\partial A_{r < Rc}}{\partial t} \Delta\lambda + \frac{\partial A_{r > Rc}}{\partial t} \Delta l \right] \\ \frac{1}{\sigma} \frac{i}{S_c} \Delta\lambda &= -\Delta v - \left[\frac{\partial A_{r < Rc}}{\partial t} + \frac{\partial A_{r > Rc}}{\partial t} \right] \Delta l \\ \frac{\partial A}{\partial t} &= \left[\frac{\partial A_{r < Rc}}{\partial t} + \frac{\partial A_{r > Rc}}{\partial t} \right] \Delta l = \frac{\partial}{\partial t} [\phi_e + \phi_i] = l_e \frac{\partial i}{\partial t} + l_i \frac{\partial i}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.30)$$

где су: $\phi_i = l_i i$ - вредност интерног флукса који ствара струја i , обухваћен пресеком проводника, l_i његова "унутрашња" индуктивност, а $\phi_e = l_e i$ - вредност спољног флукса који ствара струја i изван пресека проводника и његова "спољња" индуктивност l_e .

Укупна подужна индуктивност навојка је: $l_u = l_e + l_i$, $r \cdot i \cdot \Delta\lambda = -\Delta v - [l_e \frac{\partial i}{\partial t} + l_i \frac{\partial i}{\partial t}] \Delta\lambda$ или на други начин:

$$-\frac{\Delta v}{\Delta\lambda} = r \cdot i + [l_e + l_i] \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.31)$$

Ако се навојак условно развије по оси y $[-\frac{\Delta v}{\Delta\lambda} = r \cdot i + [l_e + l_i] \frac{\partial i}{\partial t}]$: $-\frac{\partial v}{\partial y} = r \cdot i + l_u \frac{\partial i}{\partial t}$.

То је позната прва једначина простирања (једначина телеграфичара), а у правцу универзалне осе $\chi = x; y$, релевантној за обе осе x и y координате Декартовог система:

$$-\frac{\partial v}{\partial \chi} = r \cdot i + l_u \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.32)$$

Треба нагласити да због различитих ефеката у проводницима и магнетном колу, скин итд., индуктивности l_u, l_e, l_i и отпорности r , јако зависе од фреквенције и зато се односи на појединична простопериодична стања али то не искључује принцип суперпозиције у анализи транзијентних стања применом Фуријеовог развоја.

Анализа је настављена на елементарном одсечку ограничен трансверзалним равнима χ и $\chi + d\chi$ универзалне осе $\chi = x; y$, релевантној за обе осе x и y (и одсечак ограничен трансверзалним равнима x и $x+dx$, или одсечак ограничен трансверзалним равнима y и $y+dy$ развијених кружних облика навојка у цилиндричним структурама или правоугаоног у квадарским структурама).

Излазни флуks вектора $\vec{J}$ кроз спољну граничну површину елементарног дела цилиндричног проводника навојка са површинском густином статичких оптерећења η одређује се из једначина континуитета [31, 16]:

$$\oint_{S_{sp}} \vec{J} dS_{sp} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint_{Con.1} \eta \cdot d\lambda \cdot d\chi \quad (2.33)$$

Ако је специфична електрична проводност диелектрика, $\sigma_{diel} \neq 0$, укупни флуks вектора $\vec{J}$ има три компоненте:

-два фукса кроз универзалне трансверзалне пресеке χ и $\chi + d\chi$, истих вредности:

$$\int_{S_\chi} \vec{J} dS_\chi = -i \quad \text{и} \quad \int_{S_{\chi+d\chi}} \vec{J} dS_{\chi+d\chi} = i + \frac{\partial i}{\partial \chi} d\chi \quad \text{и}$$

-флуks кроз спољни омотач елемента навојка,

$$\oint_{Con.1} \sigma_{diel} E_n d\lambda d\chi, \quad \text{где је } E_n \text{ нормална компонента јачине електричног поља на површину}$$

спољњег омотача.

$$-i + (i + \frac{\partial i}{\partial \chi} d\chi) + \oint_{Con.1} \sigma_{diel} E_n d\lambda d\chi = -\frac{\partial}{\partial t} \oint_{Con.1} \eta \cdot d\lambda \cdot d\chi$$

односно:

$$\frac{\partial i}{\partial \chi} + \oint_{Con.1} \sigma_{diel} E_n d\lambda = -\frac{\partial}{\partial t} \oint_{Con.1} \eta \cdot d\lambda \quad (2.34)$$

$$\text{Такође је [31, 16]:} \quad \oint_{Con.1} \epsilon_{diel} E_n d\lambda = \oint_{Con.1} \eta d\lambda = q' = c \cdot v$$

c – капацитивност дела према маси,

v – напон дела навојка.

$$\text{Па уз смену } \left[\frac{\sigma}{\epsilon} \right]_{diel} c = g \text{ (одводност проводне структуре навојка [31, 16]), једначина (2.34)}$$

је:

$$\frac{\partial i}{\partial \chi} + \left[\frac{\sigma}{\epsilon} \right]_{diel} c \cdot v = -c \frac{\partial v}{\partial t} \quad - \frac{\partial i}{\partial \chi} = g \cdot v + c \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.35)$$

Ова једначина је друга основна једначина простирања која узима у обзир и губитке у процесу.

И прва и друга једначина су одавно познате као систем диференцијалних Tompson-ових једначина телеграфичара за анализу простирања напона и струја по водовима . Кратка анализа је послужила само као доказ да је, уз извесне апроксимације, могуће да се тај систем искористи за анализу процеса у намотајима што је и приказано у наставку.

2.1.3. Модел процеса у два електромагнетно спрегнута навојка на феромагнетном језгру

Карактер прелазног процеса у намотајима трансформатора одређују величине и параметри електричног извор, оптерећења и намотаја: отпорност и индуктивност, попречна капацитивност и одводност, подужна капацитивност, параметар међусобне индуктивности примара и секундара.

Подужни и попречни параметри су део еквивалентне шеме једног j навојка намотаја примара/секундара трансформатора. Навојак j је део система n квазилинеичних електричних кола густо мотаних геометријски сличних навојака примара $n = N' \gg 1$ /секундара $n = N'' \gg 1$ на магнетном колу трансформатора са попречним пресеком S_m . Струје примара и секундара су i', i'' .

Према слици 2.1.3.1. а и према I. Максвеловој једначини имамо: $\oint_{\lambda_k} H d\lambda_k = \sum i = N' i' + N'' i''$; за контуру λ_k по којој се затвара флуks Φ_{Fe} кроз феромагнетно језгро и флуks расипања кроз процеп $\Phi_{\gamma\delta}$.

$$\oint_{\lambda_k} H d\lambda_k = \int_0^{\lambda_{Fe}} H_{Fe} d\lambda_k + \int_0^{\delta} H_{\delta} d\lambda_k = N' i' + N'' i''; \quad (2.36)$$

$$\oint_{\lambda_k} H d\lambda_k = \int_0^{\lambda_{iFe}} H_{iFe} d\lambda_k + \int_0^{\lambda_{eFe}} H_{eFe} d\lambda_k + \int_0^{\delta} H_{\delta} d\lambda_k = H_{iFe} \lambda_{iFe} + H_{eFe} \lambda_{eFe} + H_{\delta} \lambda_{\delta} = N' i' + N'' i'' \quad (2.37)$$

За део феромагнетног језгра дужине λ_{iFe} , дуж магнетног језгра (висина намотаја) важи:

$$\int_0^{\lambda_{iFe}} H_{iFe} d\lambda_k = H_{iFe} \lambda_{iFe} \quad (2.38)$$

За део феромагнетног језгра λ_{eFe} изван намотаја важи:

$$\int_0^{\lambda_{eFe}} H_{eFe} d\lambda_k = H_{eFe} \lambda_{eFe} \quad (2.39)$$

За контуру изван магнетног кола δ (домен расипања – ваздух) важи: δ_0 .

$$\int_0^{\lambda_\delta} H_\delta d\lambda_k = H_\delta \lambda_\delta \quad (2.40)$$

У квалитативној анализи се усваја: $B_{eFe} \approx B_{iFe}$ тј. $H_{eFe} \approx H_{iFe}$ а услов на површини раздвајања гвозденог језгра и домена расипања су: $B_{nFe} = B_{n\delta}$ тј. $\mu_{Fe} H_{eFe} = \mu_0 H_\delta$, затим следи:

$$H_\delta = \frac{\mu_{Fe}}{\mu_0} H_{eFe}.$$

Навојку j примара припада део магнетне контуре $\Delta\lambda_k = \lambda_{iFe} / N^{\cdot}$ и ако је секундар концентрично постављен у односу на језгро и примар, навојку секундара припада $\Delta\lambda_k = \lambda_{iFe} / N^{\cdot\cdot}$ јер у општем случају је $\Delta\lambda_k \neq \Delta\lambda_k$, због неједнаких висина намотаја $\lambda_{iFe} \neq \lambda_{iFe}$.

Примарни намотај трансформатора:

Из $\Delta\lambda_k = \lambda_{iFe} / N^{\cdot}$ на други начин је $\lambda_{iFe} = \sum_{k=1}^{N^{\cdot}} \Delta\lambda_k$ па (2.38) постаје (2.41):

$$\int_0^{\lambda_{iFe}} H_{iFe} d\lambda_k = \sum_{k=1}^{N^{\cdot}} H_{iFe} \Delta\lambda_k \quad (2.41)$$

$$\text{Па (2.37) постаје: } \sum_{k=1}^{N^{\cdot}} H_{iFe} \Delta\lambda_k + H_{eFe} \lambda_{eFe} + H_\delta \lambda_\delta = N^{\cdot} i^{\cdot} + N^{\cdot\cdot} i^{\cdot\cdot} \quad (2.42)$$

Заменом вредности $H_{eFe} = \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} H_\delta$ у (2.42) и писањем на другачији начин :

$$\sum_{k=1}^{N^{\cdot}} H_{iFe} \Delta\lambda_k + H_\delta \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \lambda_{eFe} + \lambda_\delta \right] = N^{\cdot} i^{\cdot} + N^{\cdot\cdot} i^{\cdot\cdot} \quad (2.43)$$

Пошто је: $H_\delta = \frac{\mu_{Fe}}{\mu_0} H_{eFe} = \frac{\mu_{Fe}}{\mu_0} \frac{\sum_{k=1}^{N^{\cdot}} H_{eFe} \Delta\lambda_k}{N^{\cdot} \Delta\lambda_k}$, као и $\lambda_{iFe} = N^{\cdot} \Delta\lambda_k$ и $H_{eFe} \approx H_{iFe}$

$$\sum_{k=1}^{N^{\cdot}} H_{iFe} \Delta\lambda_k + \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \lambda_{eFe} + \lambda_\delta \right] \frac{\mu_{Fe}}{\mu_0} \frac{\sum_{k=1}^{N^{\cdot}} H_{iFe} \Delta\lambda_k}{\lambda_{iFe}} = N^{\cdot} i^{\cdot} + N^{\cdot\cdot} i^{\cdot\cdot}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^N H_{iFe} \Delta \lambda_k + \left[\frac{\mu_0}{\mu_{eFe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \frac{\mu_{eFe}}{\mu_0} \sum_{k=1}^{N'} H_{iFe} \Delta \lambda_k &= N' i' + N'' i'' \\
 \left[\frac{1}{\mu_{Fe}} + \frac{1}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \mu_{Fe} \sum_{k=1}^{N'} H_{iFe} \Delta \lambda_k &= N' i' + N'' i'' \\
 \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \sum_{k=1}^{N'} \mu_{Fe} H_{iFe} \Delta \lambda_k &= \mu_0 (N' i' + N'' i'') \quad (2.44)
 \end{aligned}$$

$$\text{Због } B_{iFe} = \mu_{Fe} H_{iFe} \text{ у } (1^{IV}) \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \sum_{k=1}^{N'} B_{iFe} \Delta \lambda_k = \mu_0 (N' i' + N'' i'') \quad (2.45)$$

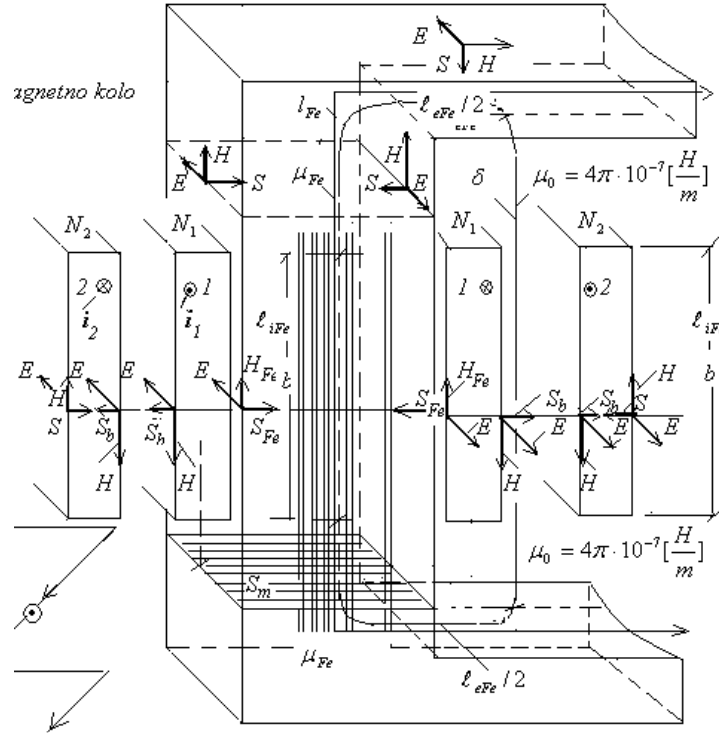
$$\sum_k^{N'} B_{iFe} \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \Delta \lambda_k = \mu_0 (N' i' + N'' i'') \quad (2.46)$$

и коначно у навојку:

$$B_{iFe} = \frac{\mu_0}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \left(1 + \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} \right) + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}}} \cdot \frac{1}{N' \Delta \lambda_k} \cdot (N' i' + N'' i'') \quad (2.47)$$

$$\oint_{\lambda_{kma}} B d\lambda_{mag} = \sum_k^{N'} B_{iFe} \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \Delta \lambda_k = \mu_0 (N' i' + N'' i'') \quad (2.48)$$

Процес зависи од облика магнетног кола: $\lambda_{mag} = \lambda_{iFe} + \lambda_{eFe} + \lambda_\delta$ тј. од односа вредности висине намотавања λ_{iFe} , вредност ван намотаја (осталих делова магнетног кола) $\lambda_{eFe} = 2\lambda_{eFe}/2$, ваздушног процепа $\lambda_\delta = \delta$ и материјала μ_{Fe}, μ_0 . Најчешће је $\lambda_{iFe} = \lambda_{eFe} \approx \delta$ и $\mu_{Fe} \gg \mu_0$. На слици 2.1.3.1., у наставку приказане су димензије магнетног кола трансформатора у којима су једнаке висине намотаја примара и секундара $\lambda_{iFe} = \lambda_{iFe} = \lambda_{iFe}$.



Слика 2.1.3.1. Дименије магнетног кола трансформатора и висине намотаја примара и секундара

При решавању магнетних кола највећи изазов је како одредити вредност дужине линије магнетног поља расипања λ_δ .

$$\left[\frac{1}{\mu_{Fe}} + \frac{1}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} \right] \ll \frac{1}{\mu_0} \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \Leftrightarrow \left[\frac{1}{\mu_{Fe}} + \frac{1}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \approx \frac{1}{\mu_0} \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \quad (2.49)$$

Уз те корекције вредност индукције у навојку је:

$$B_j = B_{iFe} \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \quad (2.50)$$

$$B_j = B_{iFe} \frac{1}{\lambda_{iFe}} \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} (\lambda_{iFe} + \lambda_{eFe}) + \lambda_\delta \right]. \text{ За } \mu_{Fe} \gg \mu_0 \text{ приближна вредност } B_j \approx B_{iFe} \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}}$$

Међутим при одређивању вредности електромоторне силе у навојку j примарна вредност магнетне индукције је дефинисана II Максвеловом једначином и контуром навојка λ_w :

$$e_j = \oint_{\lambda_w} \vec{E} d\vec{\lambda}_w = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}_j}{\partial t} d\vec{S}_o, \text{ затим } B_j = B_{iFe} \text{ дакле је : } \vec{B}_j = - \frac{1}{S_j} \int_0^t e_j dt = \vec{B}_{iFe} \quad (2.51)$$

$$\text{Заменом у (2.34): } - \sum_{k=0}^N \int_0^t e_j dt \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \Delta \lambda_k = \mu_0 (N \dot{i} + N \ddot{i}) \left| \frac{\partial}{\partial t} \right. \quad (2.52)$$

тј. диференцирањем и променом редоследа операција сумирања и интеграције добије се:

$$\oint_{\lambda_{mag}} B d\lambda_m = - \sum_k^{N^*} \frac{1}{S_j} \int_0^t e_j dt \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \Delta \lambda_k = \mu_0 (N^* i^* + N^{**} i^{**}) \quad (2.53)$$

$$-e_j = \frac{\mu_0}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} (1 + \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}}) + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}}} \cdot \frac{S_j}{N^* \Delta \lambda_k} \cdot (N^* \frac{\partial i^*}{\partial t} + N^{**} \frac{\partial i^{**}}{\partial t}) \quad (2.54)$$

$$-e_j \Delta \lambda_k = \frac{\mu_0}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} (1 + \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}}) + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}}} \frac{S_j}{N^*} (N^* \frac{\partial i^*}{\partial t} + N^{**} \frac{\partial i^{**}}{\partial t}) \quad (2.55)$$

$$-e_j \Delta \lambda_k = l^* \Delta \lambda_k \frac{\partial i^*}{\partial t} + l_m \Delta \lambda_k \frac{\partial i^{**}}{\partial t} \text{ или } -e_1 = l_m \frac{\partial i^{**}}{\partial t} \quad -e_j \Delta \lambda_k = l^* \Delta \lambda_k \frac{\partial i^*}{\partial t} - e_1 \Delta \lambda_k \quad (2.56)$$

Тачни изрази јединичне подужне сопствене индуктивности једног навојка примара и јединичне подужне међусобне индуктивности навојка примара и секундара су:

$$l^* = \frac{\mu_0}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} (1 + \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}}) + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}}} \cdot \frac{S_j}{\lambda_{iFe}} N^* \quad (2.57.a)$$

$$l_m = \frac{\mu_0}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} (1 + \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}}) + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}}} \cdot \frac{S_j}{\lambda_{iFe}} N^{**} \quad (2.58.b)$$

Приближан израз добија се ако се замени: $\left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \approx \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} = \frac{\lambda_\delta}{N^* \Delta \lambda_k}$ (2.59)

$$-e_j = \frac{\mu_0}{\lambda_\delta} \cdot S_j (N^* \frac{\partial i^*}{\partial t} + N^{**} \frac{\partial i^{**}}{\partial t}) \text{ или } -e_j \Delta \lambda_k = l^* \Delta \lambda_k \frac{\partial i^*}{\partial t} + l_m \Delta \lambda_k \frac{\partial i^{**}}{\partial t} \quad (2.60)$$

сопствена индуктивност:

$$l^* \approx \frac{\mu_0}{\lambda_\delta} \cdot S_j N^* \quad (2.61.a)$$

и међусобна индуктивност:

$$l_m \approx \frac{\mu_0}{\lambda_\delta} \cdot S_j N^{**} \quad (2.61.b)$$

Правимо корекцију због активних губитака у подужној грани:

$$-e_j = r^* i^* + l^* \frac{\partial i^*}{\partial t} + l_m \frac{\partial i^{**}}{\partial t} \quad (2.62)$$

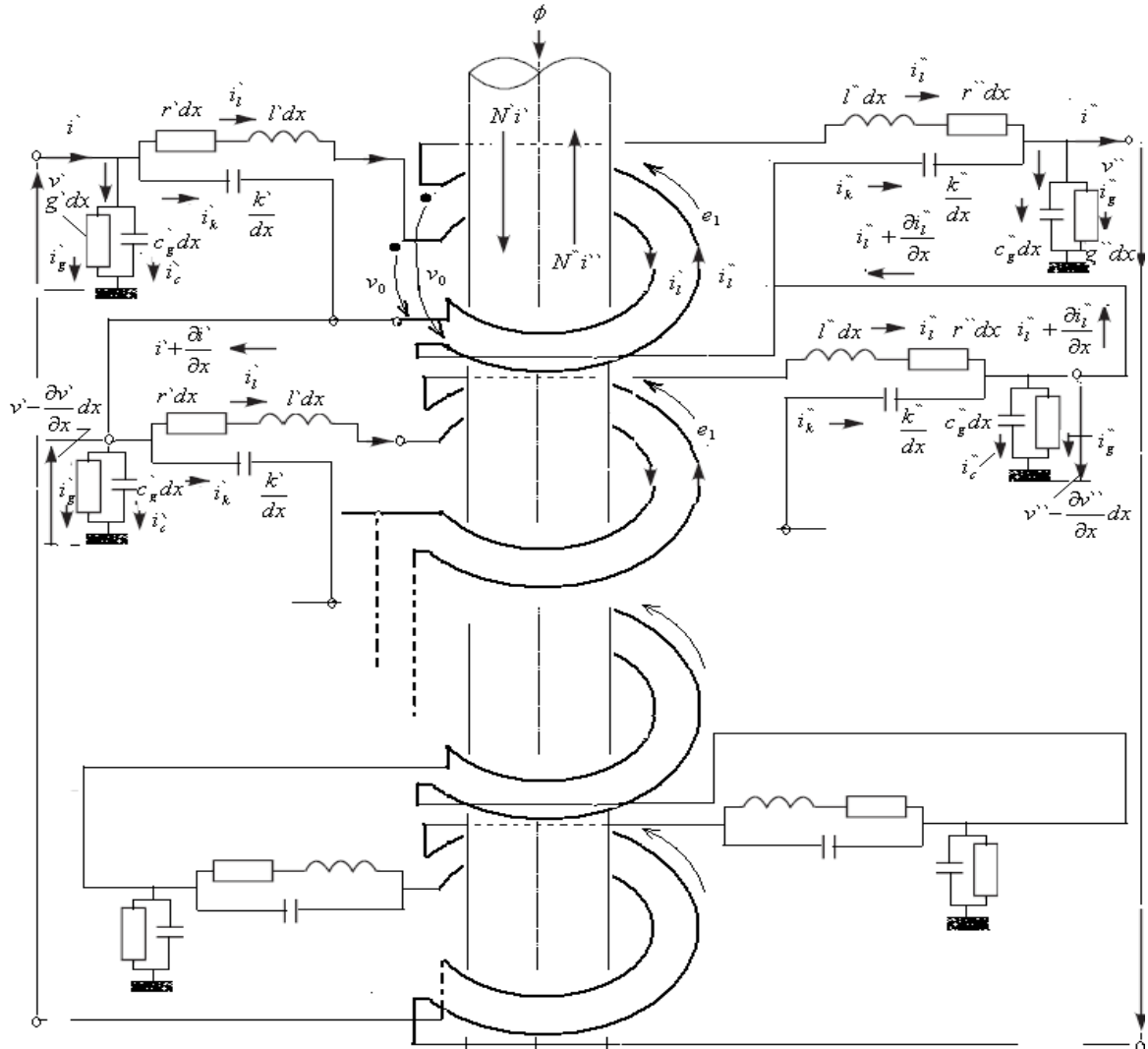
Израз одговара величинама и параметрима гране на слици 2.1.3.2., $-e_j = r' \dot{i}' + l' \frac{\partial \dot{i}'}{\partial t} - e_1$ (2.63)

Секундарни намотај трансформатора:

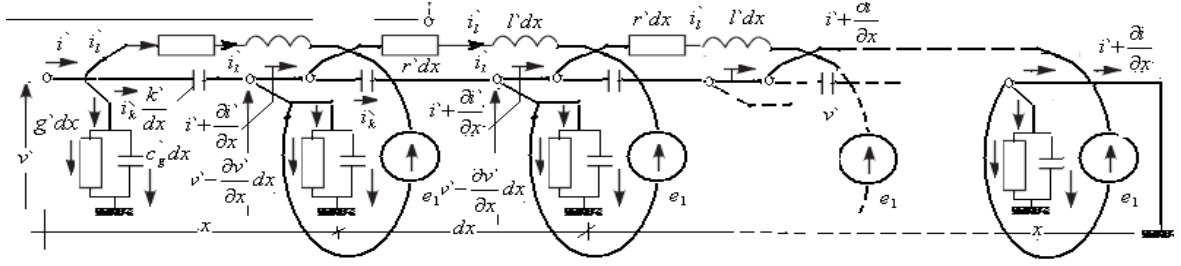
На сличан начин решава се процес у навојку j секундара .

Вредност електромоторне силе у навојку j секундара рачуна се по сличном поступку, применом II Максвелове једначине на контуру навојка λ_w секундара (w -намотај) .

$$e_j = \oint_{\lambda_w} \vec{E} d\vec{\lambda}_w = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}_j}{\partial t} \cdot d\vec{S} \text{ о, затим } B_j = B_{iFe} \text{ дакле је : } \vec{B}_j = - \frac{1}{S_j} \int_0^t e_j dt = \vec{B}_{iFe}, \quad (2.64)$$



а)



б)

Слика 2.1.3.2. а). Подужни и попречни параметри еквивалентне шеме j тог навојка намотаја примара/секундара трансформатора., б) развијена шема по x оси са j навојком у намотаја примара/секундара трансформатора.

$$\text{Заменом у (2.34): } - \sum_k^N \int_0^t e_j dt \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \Delta \lambda_k = \mu_0 (N i' + N i'') \left| \frac{\partial}{\partial t} \right. \quad (2.65)$$

тј. диференцирањем и променом редоследа операција сумирања и интеграције добија се:

$$\oint_{\lambda_{mag}} B d\lambda_m = - \sum_k^N \frac{1}{S_j} \int_0^t e_j dt \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \Delta \lambda_k = \mu_0 (N i' + N i'') \quad (2.66)$$

$$-e_j = \frac{\mu_0}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} (1 + \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}}) + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}}} \cdot \frac{S_j}{N} \cdot (N \frac{\partial i'}{\partial t} + N \frac{\partial i''}{\partial t}) \quad (2.67)$$

$$-e_j \Delta \lambda_k = \frac{\mu_0}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} (1 + \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}}) + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}}} \cdot \frac{S_j}{N} (N \frac{\partial i'}{\partial t} + N \frac{\partial i''}{\partial t}) \quad (2.68)$$

$$-e_j \Delta \lambda_k = l_m \Delta \lambda_k \frac{\partial i'}{\partial t} + l_k \Delta \lambda_k \frac{\partial i''}{\partial t} \quad (2.69)$$

Тачни изрази јединичне подужне сопствене индуктивности једног навојка примара и јединичне подужне међусобне индуктивности навојка примара и секундара су:

$$l'' = \frac{\mu_0}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} (1 + \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}}) + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}}} \cdot \frac{S_j}{\lambda_{iFe}} N'' \quad (2.70.a) \text{ и } l_m'' = \frac{\mu_0}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} (1 + \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}}) + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}}} \cdot \frac{S_j}{\lambda_{iFe}} N' \quad (2.70.b)$$

$$\text{Приближан израз добија се ако се замени: } \left[\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \frac{\lambda_{eFe}}{\lambda_{iFe}} + \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} \right] \approx \frac{\lambda_\delta}{\lambda_{iFe}} = \frac{\lambda_\delta}{N \Delta \lambda_k} \quad (2.71)$$

$$-e_j = \frac{\mu_0}{\lambda_\delta} \cdot S_j (N \frac{\partial i'}{\partial t} + N \frac{\partial i''}{\partial t}) \quad (2.71.a) \text{ или } -e_j \Delta \lambda_k = l'' \Delta \lambda_k \frac{\partial i'}{\partial t} + l_m'' \Delta \lambda_k \frac{\partial i''}{\partial t} \quad (2.71.b)$$

$$\text{сопствена } l'' \approx \frac{\mu_0}{\lambda_\delta} \cdot S_j N'' \quad (2.72.a) \text{ и међусобна индуктивност секундара } l_m'' \approx \frac{\mu_0}{\lambda_\delta} \cdot S_j N' \quad (2.72.b)$$

Ако су намотаји примара/секундара паковани концентрично један око другог може се очекивати да су вредности које одговарају сметшају једног навојка по висини стуба међусобно једнаке $\Delta\lambda_k \approx \Delta\lambda_k$

Правимо корекцију због активних губитака у подужној грани:

$$-e_j = r'' i'' + l_m'' \frac{\partial i''}{\partial t} + l'' \frac{\partial i''}{\partial t} \quad (2.73)$$

Израз одговара величинама и параметрима гране на слици 2.1.3.2.

$$-e_j = r' i' + l' \frac{\partial i'}{\partial t} - e_1 \quad (2.74)$$

Вредности емс e_1 у примару и секундару су последице истог флуksа и једнаке су и у

$$-e_1 = l_m'' \frac{\partial i''}{\partial t} = l_m' \frac{\partial i''}{\partial t}; \Leftrightarrow \text{због чега је } \frac{l_m''}{l_m'} = \frac{N''}{N'} = \frac{i''}{i'} \quad i'' = \frac{l_m''}{l_m'} i'; \quad i'' = \frac{N''}{N'} i' \quad (2.75)$$

$$i'' = \frac{N''}{N'} i' = m i' \quad \text{где је } m \text{ — преносни однос трансформатора} \quad (2.76)$$

$$-e_j = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = r' i' + l' \frac{\partial i'}{\partial t} + l_m' \frac{\partial i''}{\partial t} = r' i' + l' \frac{\partial i'}{\partial t} + l_m'' \frac{\partial i''}{\partial t}; -e_j = r' i' + l' \frac{\partial i'}{\partial t} + l_m' \frac{\partial i''}{\partial t};$$

2.1.4. Расподела снаге у цилиндричном намотају и двонамотајном трансформатору

У поступку решавања расподеле напона и струја у намотајима трансформатора први корак је дефинисање расподеле електричне снаге која, преко два проводника са струјом i у цилиндрични намотај, долази из електричног извор престоериодичног напона v слика 2.1.4.1.[31, 41].

Јачина магнетног поља унутар намотаја (испрекидана линија) је у произвољном тренутку усмерена на горе а ван намотаја је смер јачине на доле. Јачина електричног поља има смер нормале по кружности која представља осно симетричне навојке са струјом i и тај смер је коецидентан са смером е.м.с. коју индукује резултантни флуks унутар намотаја. Pointing-ов вектор, $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$, [31, 41], је зато унутар намотаја усмерен ка оси, (пуне линије), а ван намотаја супротно.

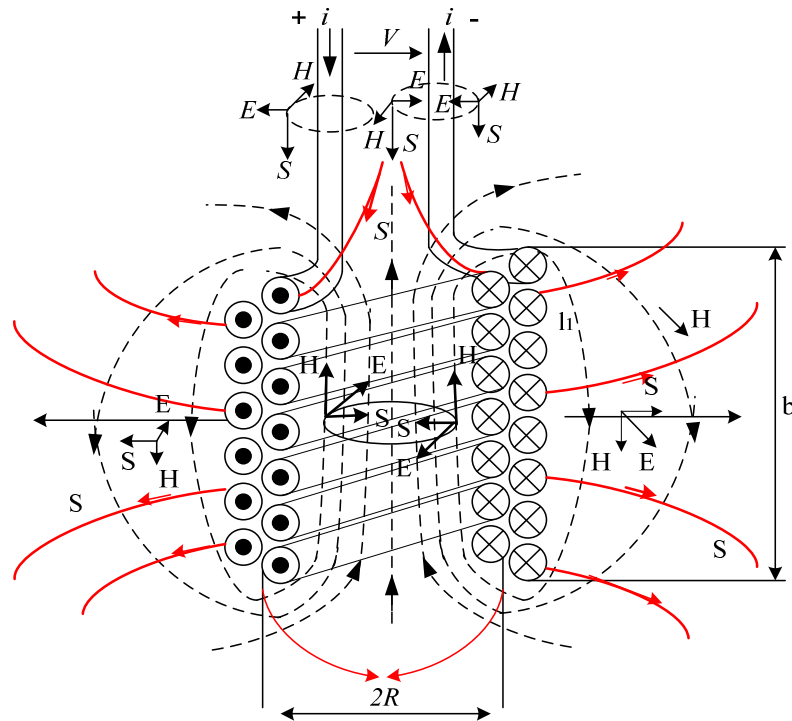
Ако намотај има N навојака, јачина магнетног поља H , је дефинисана Ампер-овим законом, по затвореној контури $\lambda_1 = 2b \oint_{\lambda_1} \vec{H} d\lambda_1 = N i$ а јачина електричног поља Максвеловим обликом

Фарадејевог закона, по затвореној контури једног навојка: $\lambda_2 = 2R\pi$ тј. $\oint_{\lambda_2} \vec{E} d\lambda_2 = -\frac{v}{N}$.

Множењем левих и десних страна једначина за обе јачине поља, уз уважавање чињенице да су вектори $\vec{H}$, $\vec{E}$, $d\lambda_1$, $d\lambda_2$ нормални једни у односу на друге добија се:

$$\oint_{\lambda_1} \oint_{\lambda_2} (\vec{E} \times \vec{H}) (d\lambda_1 \times d\lambda_2) = \oint_{A_w} \vec{S} \cdot d\vec{A}_w = -i \cdot v, \quad (2.77)$$

$d\vec{A}_w = d\lambda_1 \times d\lambda_2$ — је елемент површине намотаја а $\vec{A}_w$ — пуна површина у домену намотаја која обухвата и унутрашњи и спољни део.



Слика 2.1.4.1.а. Расподела флукса снаге (Пинтингов вектор) у цилиндричном намотају

Дакле, флукс снаге који је доведен у намотај, излази из намотаја – из примара (или улази у намотај – секундар) кроз бочне површине, спољну и унутрашњу површину. Смер кретања снаге се мења са двоструком фреквенцијом у односу на фреквенцију напона електричног извора: у интервалу једне четвртине периоде електромагнетна енергија се акумулира у домену магнетног поља намотаја а у интервалу друге четвртине периоде враћа ка спољном извору електричне енергије. Флукс активне снаге (активни губици) имају увек исти смер – према пријемнику. На слици 2.1.4.1.а., су линије Poiting-овог вектора приказане за моменат када реактивна снага долази из извора у цилиндрични намотај, [31, 41].

Аутор дисертације је на сличан начин разматрио расподелу снаге у двонамотајном трансформатора (у овом случају није оптерећен), са правоугаоним пресеком Fe језгра, слика 2.1.4.1.б.

Електрична Енергија долази у намотај и магнетно коло са спољних површина и преноси се из примарног у секундарни намотај кроз ваздушни процеп између два намотаја. Укупни флукс Φ у магнетном колу индукује у намотајима е.м.с. чији се смер поклапа са смером јачине електричног поља E у домену магнетног кола. У датом тренутку јачина магнетног поља, H , у стубу усмерено је на горе, а у домену ваздушног процепа на доле, да би ван намотаја опет била усмерена на горе.

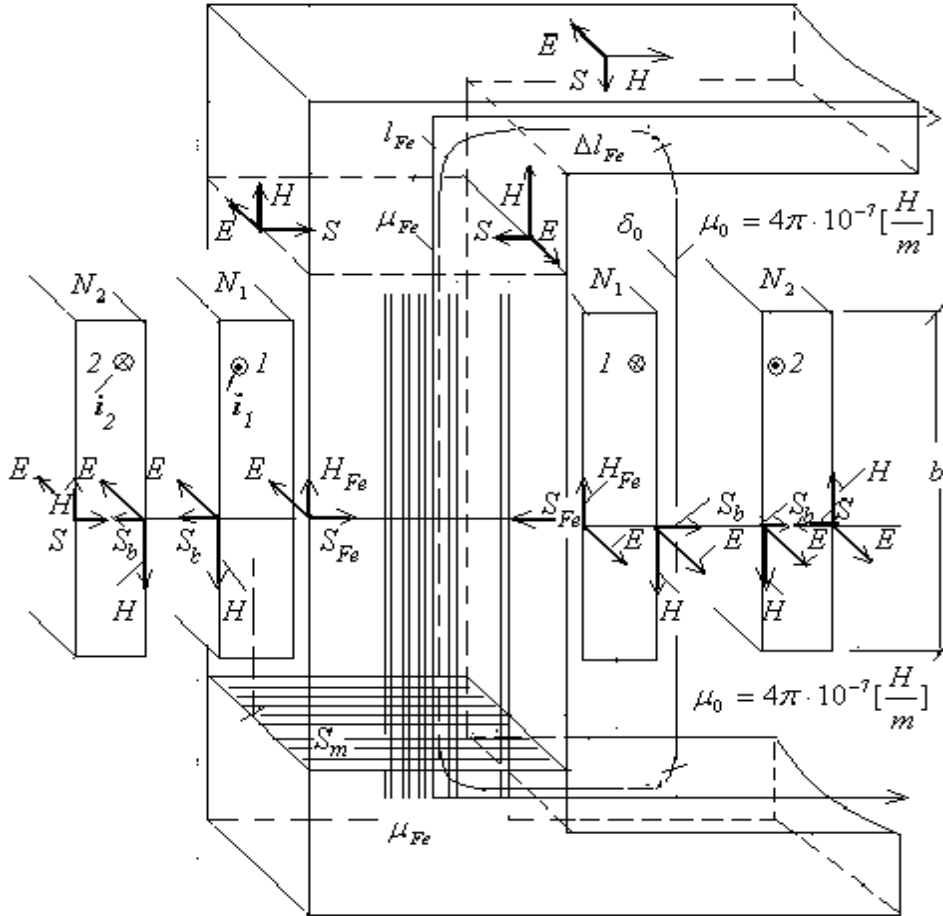
После одређивања Pointing-овог вектора јасно је да ЕМ снага излази из намотаја примара I, и продире у секундарни намотај II, и у магнетно коло. Из секундарног намотаја снага се на примарну страну предаје истим путем али има супротни смер. Снага која продире у магнетно коло састоји се из активне и реактивне компоненте за магнетњење језгра и дела који покривају активне губитке у магнетном колу.

Тај део активне снаге губитака има само један смер – ка магнетном колу, где нестаје претварајући се у топлоту.

Поређењем вредности флукса снаге, који излази из примарног намотаја и продире у магнетно коло S_{Fe} и вредности флукса снаге у процепу S_{δ} , због граничног услова на површинама

раздвајања, јачине електричног поља $\vec{E}$ са обе стране су једнаке, а за јачине магнетног поља важи гранични услов: $\mu_{Fe} H_{Fe} = \mu_0 H_\delta$, $H_\delta = \frac{\mu_{Fe}}{\mu_0} H_{Fe}$, (4'). Дакле, однос флуксева снаге је:

$$\frac{S_{Fe}}{S_\delta} = \frac{H_{Fe}}{H_\delta} = \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}}, \quad (2.78.a) \text{ што значи да је : } S_{Fe} \ll S_\delta \quad (2.78.b)$$



б) Пренос снаге из примара у секундар кроз магнетно коло
Слика 2.1.4.1.6. Пренос снаге из примара у секундар кроз магнетно коло трансформатора

Поређењем овог запажања о расподели снага у односу на расподелу у намотају без Fe магнетног кола произилази да магнетно коло значајно смањује флукс снаге оријентисан према унутрашњости намотаја и јако повећава флукс снаге који излази вани кроз спољну страну површине намотаја. Занемарењем снаге, изгубљене у магнетом колу може се одредити снага која улази у ваздушни процеп између два намотаја. У првом приближењу, обзиром на претходну анализу, и релације 2.78., $\lambda_{eFe} = b$, може се сматрати да је јачина магнетног поља $\vec{H} = iN/b$ да је јачина електричног поља $\vec{E} = -v/N \lambda_1$. Вредност Pointing-овог вектора који продире у процеп:

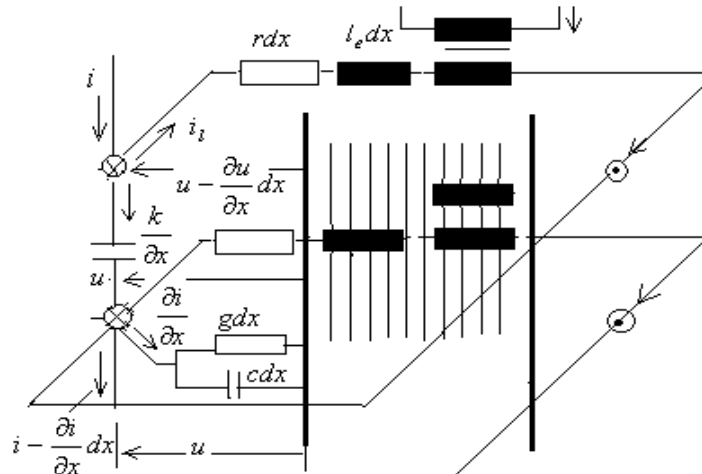
$$S_\delta = HE = -v i / b \lambda_1 a \quad (2.79)$$

Флукс снаге који улази кроз укупну спољну површину примарног намотаја једнак је пуној тренутној пролзној снаги кроз трансформатор $S_\delta b \lambda_1 = -v i$. Та вредност снаге продире у секундар.

Ако се користе ефективне вредности простопериодичних величина ЕМ поља добиће се комплексна вредност Pointing-овог вектора која се састоји из активне и реактивне компоненте. Реактивна компонента стално мења смер а активна компонента је стално усмерена од примарног ка секундарни намотај ако енергија из спољног извора долази на примар.

У кратком споју, главни магнетни флуks је згуснут у процепу и практично одговара флуксу расипања. Флуks расипања у оба намотаја индукује јачине електричног поља супротних смерова због чијих деловања на средини процепа, између намотаја, постоји површина на којој је $\vec{E}=0$. Дакле, то значи да је на тој површини и вредност Pointing-овог вектора једнака нули $S_{\delta E=0}=0$, површина постаје баријера кроз коју не може да продре никакав флуks снаге (изузетак је флуks који покрива губитке у баку секундара).

Према сликама 2.1.3.3.а. и 2.1.3.3.ц. у простору једног j навојка намотаја примара или секундара трансформатора одговара нфентезимални елемент dx дуж осе x тј. $dx \Leftrightarrow \Delta\lambda$, а број намотаја (N) одговара укупној дужини проводника од кога је намота урађен ($N \Leftrightarrow \lambda$).



Слика 2.1.4.2.. Електромагнетни параметри једног навојка

У подужном делу намотаја су ефективни параметар активне отпорност једног навојка rdx и индуктивности ldx , капацитивности између два суседна навојка је k/dx .

У попречном делу електричног кола намотаја су параметар одводност једног навојка gdx и капацитивност једног навојка према земљи cdx . Једначине прелазног процеса у трансформатору важе ако се анализа ради у кратком времену и уз 2 услова:

а) ако намотаји примара и секундара имају довољно велики број навојака ($N_1, N_2 \gg 1$)

б) утицај секундарне струје i_{l2} и параметра међусобне индуктивности на напонску једначину гране са струјом i_{l1} узет је у обзир тако што је парцијалној шеми једног навојка кола

примара додат параметар подужне индуктивности $l_m = \frac{M}{\Delta\lambda} = k_c \sqrt{l_p l_c}$

Тиме је избегнуто решавање већег броја једначина а очувана коректност. Модификана напонска једначину гране са струјом i_{l1} добијена је по поступку приказаном у [32], уз претпоставку да је оптерећење секундар мала вредност али није једнака нули, која је овде примењена на један навојак а важи за решавање једначине трансформатора са концентрисаним параметрима. За елиминисање активног извора $e_1 = v_1$ из дела шеме у грани са струјом i_{l1} служи

апроксимација која се односи на везу струја примара и секундара у огледу кратког споја [32, 34] када је $r_{sh-circ} = 0$ затим:

$$l_s \frac{\partial i_2}{\partial t} + l_m \frac{\partial i_1}{\partial t} = 0, \Rightarrow \frac{i_2}{i_1} = -\frac{l_s}{l_m} = \frac{N_2}{N_1}; i_{l2} = -\frac{l_s}{l_m} i_{l1} = -\frac{N_2}{N_1} i_{l1};$$

$$\text{и } \frac{\partial i_{l2}}{\partial t} = -\frac{l_m}{l_s} \frac{\partial i_{l1}}{\partial t} - \frac{r_s}{l_s} i_{l2} \approx -\frac{l_m}{l_s} \frac{\partial i_1}{\partial t} + \frac{l_m}{l_s^2} r_s i_1; - \Leftarrow \frac{\partial i_{l2}}{\partial t} = -\frac{l_s}{l_m} \frac{\partial i_{l1}}{\partial t}$$

После замене вредности за $\frac{\partial i_2}{\partial t}$ у једначини која описује контуру примара:

$$-\frac{\partial v_1}{\partial x} - l_p (1 - \frac{l_m^2}{l_p \cdot l_s}) \frac{\partial i_{l1}}{\partial t} = (r_p + \frac{N_1^2}{N_2^2} r_s) \cdot i_{l1};$$

$$k_c^2 = \frac{l_m^2}{l_p l_s}; \quad r = r_p + \frac{N_1^2}{N_2^2} r_s \quad l = l_p (1 - k_c^2) \quad l_m = k_c \sqrt{l_p l_s}$$

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = [r_p + (\frac{N_1}{N_2})^2 r_s] \cdot i_{l1} + l_p (1 - k_c^2) \frac{\partial i_{l1}}{\partial t} = r \cdot i_l + l \cdot \frac{\partial i_l}{\partial t};$$

На овај начин добијена је једначина са ефективним параметрима (r, l) и величинама и у којој нема струје секундара (са индексом примар/секундар p, s). За одабране смерове напона ($v, v - \frac{\partial v}{\partial x} dx$) и струја ($i, i - \frac{\partial i}{\partial x} dx$) ($i_s, i_l, i_k, \frac{\partial i}{\partial x}$), по II Кирхофовом закону могу се написати поред једначине једначине 2.81 и једначине 2.82, 2.83 :

$$v - \frac{\partial v}{\partial x} dx - r dx i_l - l dx \cdot \frac{\partial i_l}{\partial t} - v = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = r \cdot i_l + l \frac{\partial i_l}{\partial t}$$

Једначина (27)

$$v - \frac{\partial v}{\partial x} dx - \frac{1}{k} \int i_k dt - v = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{k} \int i_k dt$$

А према II Кирхофовом закону добијамо једначине:

$$-\frac{\partial i}{\partial x} dx - c dx \frac{\partial v}{\partial t} - g dx \cdot v = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = g \cdot v + c \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$i = i_l + i_k, \quad \frac{\partial i}{\partial x} = \frac{\partial i_l}{\partial x} + \frac{\partial i_k}{\partial x};$$

Диференцирањем (2.81, 2.84) по променљивој (x) добијамо:

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = r \frac{\partial i_l}{\partial x} + l \frac{\partial^2 i_l}{\partial x \partial t}; \quad (2.86)$$

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = g \frac{\partial v}{\partial x} + c \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} \quad (2.87)$$

Диференцирањем једначине (2.82, 2.83, 2.84) по променљивој (t) добија се:

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{k} \int i_k dt \right\} \quad (2.88)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = \frac{\partial^2 i_l}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 i_k}{\partial x \partial t} \quad (2.89)$$

2.1.5. Параметри капацитивности релевантни за решавање прелазног процеса

Једначине (2.86, 2.87) су телеграфске једначине Thompsona (1855.године) којима су додате једначине (2.86, 2.88, 2.89) комбинованог електромагнетног модела које се решавају применом Laplas-Karson-овог метода, ако су познати гранични услови и режим под којим се намотај налази (празан ход, кратак спој, уземљен излазни крај итд). Када је трансформатор прикључен на извор са простопериодичном функцијом напона може се користити општи метод трансформације из временског у комплексни домен а операције се може упростити уз претпоставку $\psi = 0$, $e^{j\psi} = 1$

$$v = V_m \cos(\omega t + \psi) = V_m R_e \{ e^{j(\omega t + \psi)} \} = R_e \{ V_m e^{j\omega t} e^{j\psi} \} = R_e \{ V_m e^{j\omega t} \} \Leftrightarrow \quad (2.90)$$

$$v = R_e \{ \overset{p}{V}_m \}, \quad i = R_e \{ \overset{p}{I}_m \} \quad F_m = \sqrt{2} \cdot F$$

Ако се вредности (10) диференцирају по променљивим (x) и (t):

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} &= \sqrt{2} R_e \left\{ \frac{d \overset{p}{V}}{dx} e^{j\omega t} \right\}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \sqrt{2} R_e \{ j\omega \overset{p}{V} \cdot e^{j\omega t} \} = \sqrt{2} R_e \{ j\omega \overset{p}{V} \} \\ \frac{\partial i}{\partial x} &= \sqrt{2} R_e \left\{ \frac{d \overset{p}{I}}{dx} e^{j\omega t} \right\}, \quad \frac{\partial i}{\partial t} = \sqrt{2} R_e \{ j\omega \overset{p}{I} \cdot e^{j\omega t} \} = \sqrt{2} R_e \{ j\omega \overset{p}{I} \} \end{aligned} \quad (2.91)$$

Применом ове трансформације на сваку од једначина (2.47, 2.48, 2.49, 2.50, 2.51) и ради једноставности писања изостављањем ознаке фазора и увођењем смене ($p=j\omega$) систем једначина се своди на:

$$-\frac{dV}{dx} = (r + j\omega \cdot l_e) I_l \Rightarrow I_l = -\frac{1}{r + j\omega l_e} \frac{dV}{dx} \Rightarrow \frac{dI_l}{dx} = -\frac{1}{r + pl_e} \frac{d^2 V}{dx^2} \quad (2.92)$$

$$-\frac{dV}{dx} = \frac{1}{j\omega k} I_k \quad \Rightarrow \quad I_k = -j\omega \cdot k \frac{dV}{dx} \Rightarrow \frac{dI_k}{dx} = -p \cdot k \cdot \frac{d^2V}{dx^2} \quad (2.93)$$

$$-\frac{dI}{dx} = (g + j\omega \cdot c) \cdot V \quad (2.94)$$

$$I = I_l + I_k \Rightarrow \frac{dI}{dx} = \frac{dI_l}{dx} + \frac{dI_k}{dx}; \quad (2.95)$$

Заменом (2.92, 2.93, 2.94) у (2.95) добија се коначно:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{r + pl_e} + pk \right] \frac{d^2V}{dx^2} &= (g + pc) \cdot U \Rightarrow \\ \frac{1}{r + pl_e} [1 + pk(r + pl_e)] \frac{d^2V}{dx^2} &= (g + pc) \cdot V \Rightarrow \\ \frac{d^2V}{dx^2} - (r + pl_e)(g + pc) \frac{1}{[1 + pk(r + pl_e)]} V &= 0 \end{aligned} \quad (2.96)$$

Комплексна вредност γ је константа простирања која важи за процесе на водовима је:

$$\gamma^2 = (r + pl_e)(g + pc) \quad (2.97)$$

Она и овде може да се односи на параметре трансформатора. Уз вредност γ у једначини (2.96) постоји допунска вредност као коефицијент у разломка k_{corT} — који се може **назвати комплексни корекционог коефицијента константе простирања за трансформаторе*** а последица је утицаја међусобне индуктивности кроз ефективне параметре отпорности и индуктивности и подужне капацитивности између навојака. Његова вредност износи:

$$k_{corT}^2 = \frac{1}{1 + pk(r + pl_e)} \quad (2.98)$$

Тада је нова вредност - β — константа простирања која одговара кретању напонског или струјног таласа по навојцима дуж намотаја трансформатора а дефинисана је релацијом (14):

$$\beta^2 = \gamma^2 k_{corT}^2 = (r + pl_e)(g + pc) \frac{1}{1 + pk(r + pl_e)} \quad (2.99)$$

$$\frac{d^2V}{dx^2} - \beta^2 V = 0 \quad (2.100)$$

Ова једначина је D'Alamber-ова једначина простирања хармоничних таласа а њен општи интеграл је:

$$V = Ae^{\beta x} + Be^{-\beta x} \quad (2.101)$$

Израз (16) одређује ефективну вредност напона на било ком месту (било ком навојку) на одстојању (x) од улазног краја односно на навојку у намотају који одговара том одстојању од почетка намотавања. Диференцирањем (2.101) по променљивој (x)

$$\frac{dV}{dx} = \beta(Ae^{\beta x} - Be^{-\beta x}) \quad (2.102)$$

и заменом у релацију (2.92) добија се тражена вредност струје у намотају трансформатора:

$$I = I_m + I_l + I_k = -\left[\frac{1}{r + pl_e} + pk\right] \frac{dU}{dx} = -\left[\frac{1}{r + pl_e} + pk\right] \beta(Ae^{\beta x} - Be^{-\beta x}) \quad (2.103)$$

$$I = -\frac{1}{\sqrt{\frac{r + pl_e}{g + pc}}} \frac{1}{k_{corT}} (Ae^{\beta x} - Be^{-\beta x}) = -\frac{1}{Z_{wT}} (Ae^{\beta x} - Be^{-\beta x}) \quad (2.104)$$

Z_{wT} зависи од параметара намотаја и представља таласну импедансу намотаја трансформатора.

$$Z_{wT} = \sqrt{\frac{r + pl_e}{g + pc}} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{1 + pk(r + pl_e)}}} = \sqrt{\frac{(r + pl_e)l}{(g + pc)l}} \cdot k_{corT} = \sqrt{\frac{R + pL_e}{G + pC}} \cdot k_{corT}$$

Комплексну ефективну вредност напона и струја одређују гранични услови одређени у односу на почетак или крај намотаја. Нека су $V_{(x=0)} = V_1$, $I_{(x=0)} = I_1$. Тада су према (2.101) и (2.104):

$$V_1 = A + B, \quad I_1 = -\frac{1}{Z_{wT}}(A - B), \quad (2.105)$$

а вредности константи су $A = \frac{1}{2}(V_1 - I_1 Z_{wT})$, $B = \frac{1}{2}(V_1 + I_1 Z_{wT})$.

На произвољном одстојању (x) (односно на произвољном навојку који одговара одстојању (x)) од почетка намотаја напон и струја су :

$$V_x = \frac{1}{2}(V_1 - I_1 Z_{wT}) \cdot e^{\beta x} + \frac{1}{2}(V_1 + I_1 Z_{wT}) \cdot e^{-\beta x} \quad (2.106)$$

$$V_x = V_1 \frac{e^{\beta x} + e^{-\beta x}}{2} - I_1 Z_{wT} \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{2} \quad (2.107)$$

На излазном крају намотаја ($x = l$), напон је:

$$V_{x=l} = V_2 = V_1 \frac{e^{\beta l} + e^{-\beta l}}{2} - I_1 Z_{wT} \frac{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}{2} \quad (2.108)$$

Ако се вредности константи A, B , замене у једначину (2.100) општи израз за струју је:

$$I_x = -\frac{1}{Z_{wT}} \left[\frac{1}{2}(V_1 - I_1 Z_{wT}) \cdot e^{\beta x} - \frac{1}{2}(V_1 + I_1 Z_{wT}) \cdot e^{-\beta x} \right]$$

$$I_x = -\frac{V_1}{Z_{wT}} \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{2} + I_1 \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{2} \quad (2.109)$$

На излазном крају намотаја ($x = l$), комплексна вредност струје је:

$$I_{x=l} = I_2 = -\frac{V_1}{Z_{wT}} \frac{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}{2} + I_1 \frac{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}{2} \quad (2.110)$$

Једначине се могу превести на облик са хиперболичним функцијама

$$V_x = V_1 \cosh \beta x - I_1 Z_{wT} \sinh \beta x \quad (2.111)$$

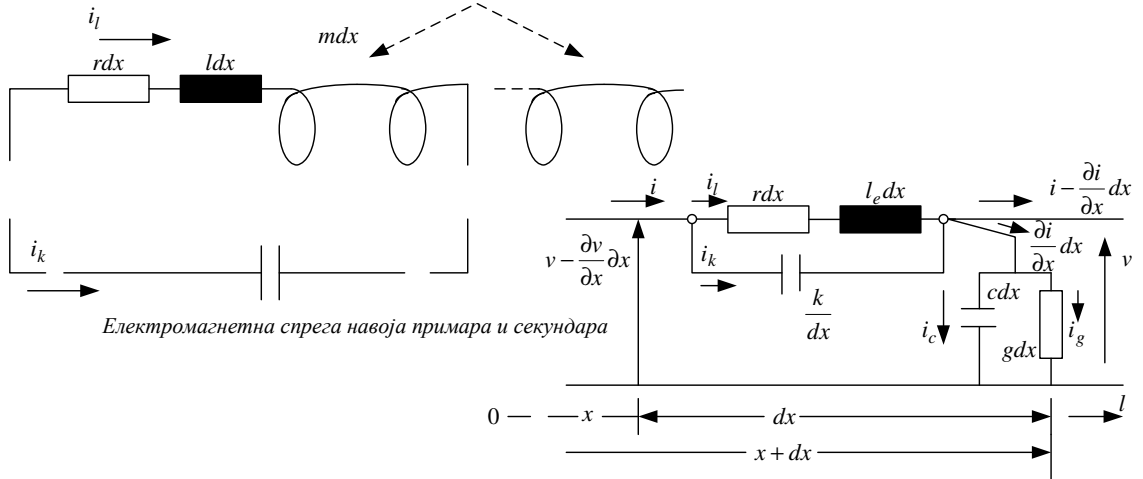
$$I_x = I_1 \cosh \beta x - \frac{V_1}{Z_{wT}} \sinh \beta x \quad (2.112)$$

На излазном крају намотаја ($x = l$), комплексне вредности напона и струје су:

$$V_{x=l} = V_2 = V_1 \cosh \beta \cdot l - I_1 Z_{wT} \sinh \beta \cdot l \quad (2.113)$$

$$I_{x=l} = I_2 = I_1 \cosh \beta \cdot l - \frac{V_1}{Z_{wT}} \sinh \beta \cdot l \quad (2.114)$$

Постављени модел – једначина (2.102), слика 2.1.3.4. тестиран је у решавању прелазног процеса који дефинишу само електростатичке параметри попречне капацитивности навојака према земљи (c) и капацитивности између два навојка у низу у намотају (k).



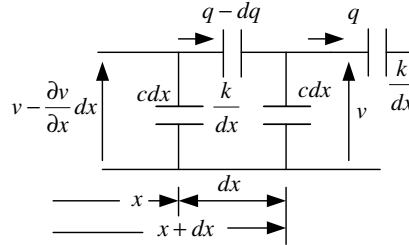
а) Параметри једног навојка намотаја примара енергетског трансформатора

$$\left[\frac{1}{r + pl_e} + pk \right] \frac{d^2 V}{dx^2} = (g + pc)V \Rightarrow$$

$$\left[\frac{1}{\infty} + pk \right] \frac{d^2 V}{dx^2} = (0 + pc)V$$

$$\frac{d^2 V}{dx^2} - \beta^2 V = 0, \quad \beta = \sqrt{\frac{c}{k}}$$

$$V_x = \frac{V_0 \sinh \beta(l-x)}{\sinh \beta l}$$



$$\gamma = \sqrt{\frac{c}{k}}$$

$$-dq = cdxv$$

$$-dv = \frac{q}{k} \frac{dx}{dx}$$

$$v = \frac{V_0 \sinh \gamma(l-x)}{\sinh \gamma l}$$

б) Параметри капацитивности у процесу

Слика 2.1.5.1. Еквивалентна шема енергетског трансформатора

То важи уз услов да су у моделу грана која садржи вредности параметара ($r + pl_e = \infty$) и гране са параметрима отворене (вредности струја грана једнаке су нули) и да је вредност параметра ($g = 0$). Резултати добијени по овом моделу упоређени су са моделом успостављеним у [33] Чешког Академика Антонина Веверке и добијени су идентична решења за напон процеса што се види из следеће кратке анализе.

Према (2.83):

$$\left[\frac{1}{r + pl_e} + pk \right] \frac{d^2 V}{dx^2} = (g + pc) \cdot V \Leftrightarrow \left[\frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} + pk \right] \frac{d^2 V}{dx^2} = (0 + pc)V$$

$$pk \frac{d^2 V}{dx^2} = pcU \Rightarrow \frac{d^2 V}{dx^2} - \frac{c}{k} V = 0, \quad \beta = \sqrt{\frac{c}{k}}, \quad \frac{d^2 V}{dx^2} - \beta^2 V = 0 \quad (2.115)$$

Гранични услови (на улазnoj тачки намотаја трансформатора):

за $x = 0$, $V_{x=0} = V_0 = A + B$, и

Гранични услов (на крајњој тачки намотаја уземљена):

$$\text{за } x = l, \quad V_{x=l} = 0 = Ae^{\beta \cdot l} + Be^{-\beta \cdot l},$$

$$A = -V_0 \frac{e^{-\beta \cdot l}}{e^{\beta \cdot l} - e^{-\beta \cdot l}}, \quad B = V_0 \frac{e^{\beta \cdot l}}{e^{\beta \cdot l} - e^{-\beta \cdot l}},$$

$$V = -V_0 \frac{e^{-\beta \cdot l} \cdot e^{\beta \cdot x}}{e^{\beta \cdot l} - e^{-\beta \cdot l}} + V_0 \frac{e^{\beta \cdot l} e^{-\beta \cdot x}}{e^{\beta \cdot l} - e^{-\beta \cdot l}} = V_0 \frac{e^{\beta(l-x)} - e^{-\beta(l-x)}}{2} \frac{2}{e^{\beta \cdot l} - e^{-\beta \cdot l}} \quad (2.116)$$

добија се решење као у моделу Академика А. Веверке [33, 35]:

$$V_x = \frac{V_0 \sinh \beta(l-x)}{\sinh \beta \cdot l} \quad (2.117)$$

Резиме:

У овом поглављу је приказана рачунарска симулација теоријског модела електромагнетних прелазних процеса код енергетског трансформатора. Анализирано је понашање изабраног модела трансформатора у прелазном процесу.

Теоријски модел односи се на енергетски трансформатор са концентрисаним параметрима уз уважавање параметра међусобне индуктивности.

Симулација је изведена помоћу програмског пакета MATLAB. Применом рачунарске симулације, динамичког понашања енергетског трансформатора, при прелазним процесима, потврђена је веродостојност постављеног теоријског модела у различитим режимима рада.

Посматран је симетричан систем оптерећења, а промене величина и параметара су обухваћене матричним системом диференцијалних једначина.

У овом поглављу су описане функције и математички поступци, који су верификовани добијањем оригиналног алгоритма који може да прихвати већи број променљивих параметара. У програму Matlab било је потребно направити алгоритам за прорачун према успостављеној методи.

Основа за одређивање алгоритма је класична анализа транзијентног процеса оптерећеног и неоптерећеног трофазног трансформатора Yd11.

Симулација замењује типска испитивања на свим трансформаторима са квазисиметрично постављеним намотајима, (приказ у равни), а у овом случају у моделу је уврштен и утицај нулте компоненте флукса.

3. Алгоритми нормалног и транзијентног стања енергетског трансформатора

Алгоритам је општи поступак за решавање једног проблема (или групе проблема) који после коначног броја једнозначних корака даје решење проблема (или показује да је проблем нерешив).

За добијање решења користе се:

- *аналитичке методе*,
- *методе нумеричког програмирања*: динамичко, нумеричко програмирање независно променљивих, комбиновано програмирање са целобројним вредностима и целобројно квадратно програмирање,
- *методе са подршком* – (heuristic approaches),
- *алгоритми засновани на вештачкој интелигенцији* – (Artificial Intelligence-based algorithms) који обухватају експертске системе, проверене симулације, вештачке неуронске мреже, теорију fuzzy скупова и генетичке алгоритме (expert systems, simulated annealing, artificial neural networks, fuzzy set theory, and genetic algorithms), итд...

Математички модели елемената су променљиви зависно од конструкције, структуре и структуре и стања дела електричне мреже у којој је трансформатор. Да би се смањио утицај броја стања и структуре мреже на промену модела потребно је установити базу података о параметрима модела која би обухватила највећи број могућих стања и ситуација у промени структуре.

Операторски метод се користи за решавање прелазних процеса у трансформаторима тако што се прво дефинишу диференцијалне једначине процеса са временском координатом у његовим деловима које у принципу представљају непознате функције а затим потраже ликови у облику помоћних функција у комплексном домену [14]. Нове једначине нису више диференцијалне него обичне алгебарске и када се добију ликови помоћу њих се одреде тражене функције времена. Проблем методе није решавање једначина него прелаз из оригиналне функције у лик и обратно.

3.1 Примена операторског метода за решавање теоријског модела транзијентних процеса у двонамотајним трансформаторима

Прелазни процеси у трансформаторима изазвани поремећајима у раду као што су: кварови, прекиди фазних проводника при комутацијама прекидача снаге итд, праћени су променама фреквенција и временских константи и подељени су у три групе:

- Краткотрајни процеси у знаку основне фреквенције 50Hz са трајањем 0 до 1s. У овим процесима се

користе математички модели који садрже диференцијалне једначине са величинама тренутних вредности а решења садрже временске константе. За решавање ових модела користе се математичке трансформације из временског у комплексни домен и обратно и оператори.

- Процеси средње дужине трајања, преко 1s, и релативно спорих промена величина у временском интервалу 1 до 10 s, које карактеришу фреквенције нивоа 1Hz .
- Дуготрајни у којима су трајно нарушени сви планирани и могући режими.

Енергетски трансформатор је други по значају елемент електроенергетских система функционише у нормалном режиму и режиму транзијентног стања. Рад трансформатора је описан системом диференцијалних и алгебарских једначина. Ранг једначина одређују димензије и сложеност конструкције трансформатора и предвиђени ниво детаљизације при његовом моделовању. Тај ранг се, обзиром на вишефазност (q) и број намотаја (нпр. примар, секундар и терцијер) и врсту спреге и утицај нулте тачке креће од 2 до 10.

Трансформатор је у принципу уређај у коме су у величинама и параметрима присутне нелинеарности које обликују тригонометријске и експоненцијалне зависности, засићења итд. Однос максималних и минималних вредности временских константи и осталих параметара може да се креће у већем опсегу чак и до више стотина.

Моделовање трансформатора може се остварити довољно тачно до 10 реда за одређивање тренутних вредности електричних и магнетних кола. Ранг се може снизити до нивоа петог реда за двонамотајне трансформаторе у нормалном режиму рада, при чему неизменичне величине одређују само физички процеси.

За математички опис прелазних процеса довољно је трансформатор поделити на функционалне делове који остварују извесне функције. У њему је та функција, трансформација енергије једног нивоа напона и струје у други ниво напона и струје при истој фреквенцији али само у нормалном режиму рада. У транзијентним стањима генерисане су, поред принудне компоненте спољног извора и слободне компоненте и хармоници виших фреквенција. Поред тога потребно је дефинисати и функционалне везе помоћу једначина које описују те везе. Математички модел трансформатора је формиран као скуп математичких модела елемената и једначина њихових функционалних веза.

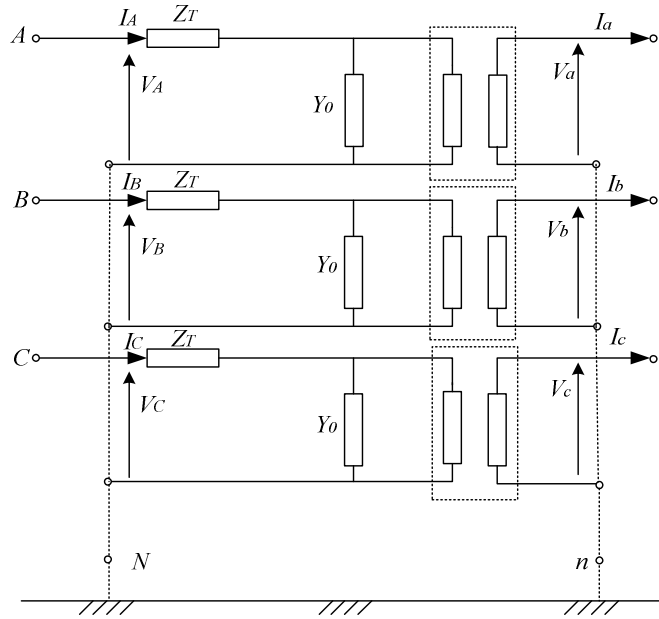
Алгоритам транзијентног стања, поред узрочника стања: спољни електрични извор или промена структуре електричне мреже, одређује конструкција и параметри који теоријски дефинишу карактер напона и струја на крајевима намотаја трансформатора.

Теоријски модел прелазног процеса у намотајима трансформатора

Задатак магнетних кола је да створе просторну расподелу магнетопобудних сила или магнетних флуксева које производе струје у намотајима на колу или страна магнетна поља. Магнетно коло и функционише као електромагнетна спрега два електрична намотаја [30] :

- примара прикљученог на извор наизменичне струје и
- секундара са укљученим електричним оптерећењем.

Процеси у трофазном трансформатору су еквивалентни процесима у једнофазном ако се утицаји остале две фазе разматрају по предпоставкама [7, 8] као у моделу идеалног симетричног трофазног трансформатора, према слици 3.1.1:



Слика 3.1.1. а) Три одвојена магнетна кола и б) еквивалентне шема трансформатора са концентрисаним параметрима

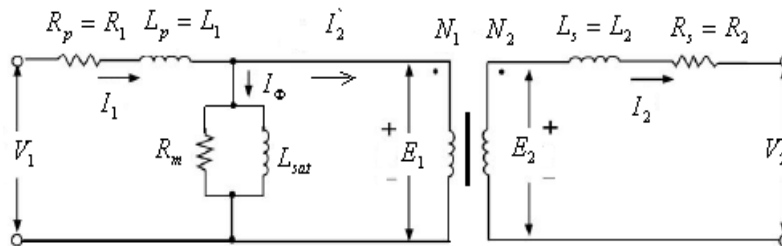
$$1. \text{Проводности магнетних кола за све три фазе једнаке, } \lambda_a \equiv \lambda_b \equiv \lambda_c \equiv \lambda. \quad (3.1)$$

$$2. \text{Збир магнетопобудних сила три фазе једнак нули, } \dot{M}_{\mu a} + \dot{M}_{\mu b} + \dot{M}_{\mu c} = 0 \quad (3.2)$$

$$3. \text{Према IV Максвеловој једначини, } \operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \phi_{\mu a} + \phi_{\mu b} + \phi_{\mu c} = 0 \quad (3.3)$$

Струје и напони у намотајима могу да осцилују слободно или осцилацију под утицајем спољних извора познатих учестаности. Теорија простирања таласа кроз навојке намотаја обухвата параметре капацитивности према маси, индуктивности намотаја, капацитивности између суседних навојака, узајамне индуктивности једног навојка на други, реакцију примарног намотаја на секундар и обратно, вихорне струје у магнетном језгру, губитке услед хистерезе. [8].

Модел трофазног трансформатора се састоји од два комплета намотаја на истом језгру. У моделу су вредности отпорности примара и секундара, $R_p = R_1 / \Omega$, $R_s = R_2 / \Omega$ и индуктивности $L_p = L_1 / H$, $L_s = L_2 / H$, вредности које дефинишу карактеристике магнетног кола, отпорност која се односи на активне губитака магнетног кола R_m и параметар нелинеарне индуктивности која обухвата и засићење L_{sat} . Карактеристика магнећења је парцијална линеарна [7,8]:



Слика 3.1.2. а) Једна еквивалентна шема трофазног трансформатора б) Хистерезна крива

Нелинеарна карактеристика магнећења је хистерезна зависност $B = f(H_{Fe})$ високе вредности магнетне пермеабилности $\mu = dB/dH$.

Високим вредностима магнетне пермеабилности $\mu = dB/dH$ се минимизирају утицаји ваздушних процепа у контурама по којима се затварају магнетни флуксеви. Магнетопобудна сила језгра по контури (λ) магнетног флукса је променљива вредност у простору, $mps = f(\lambda)$.

Магнетна индукција и јачина поља (B, H) имају различите вредности у разним тачкама попречног пресека језгра. Те вредности могу бити променљиве из три разлога:

- а) због промене вредности попречног пресека и
- б) због хетерогености магнетних домена (феромагетик, процеп испуњен ваздухом итд) и
- ц) расејања магнетних флуксева између суседних навојака.

Магнетне карактеристике магнетних кола трансформатора су зависности $B_{sr}=f(H)$, и разликују се од магнетних карактеристика материјала $B=f(H)$ из следећих разлога [5,7]:

- Дужине контура по којима се затварају магнетни флуксеви нису једнаке а постоје и флуксеви расипања. Утицаји неједнаких дужина контура се могу умањити једино предпоставком да магнетно коло чине елементарни делови са истим магнетним особинама који су паковани у низу у правцу планиране контуре.
- Неједнакости попречног пресека дуж контура флуксева. У прорачунима тај утицај се умањује тако што се користи најмања вредност попречног пресека S_m контуре магнетног кола.
- Утицаји спојева, напрстина и присуства немагнетних процепа у колу попуњених ваздухом дуж контура затварања флуксева.
- Разлике у процесу магнећења, које се одвија по хистерезној кривој.

Магнетни параметри морају се одредити на готовом магнетном колу које има свој геометријски облик позицију намотаја. Сви наглашени утицаји и разлози су детаљно описани у поглављу 2.

Према II Кирхофовом закону за магнетна кола [5, 8], и Фарадејевом закону емс примара и секундера, v_1 и v_2 су последице промена флуксева:

$$\Phi = -\frac{1}{N_p} \int_0^t v_p dt = -\frac{1}{N_1} \int_0^t v_1 dt \quad \Phi = -\frac{1}{N_s} \int_0^t v_s dt = -\frac{1}{N_2} \int_0^t v_2 dt \quad (3.4)$$

3.1.1. Модел прелазног процеса у идеалном трансформатору са линеарном карактеристиком магнећења

За идеални трансформатор са линеарном карактеристиком магнећења, подразумевамо модел трансформатора са магнетно незасићеним језгром. Магнетна карактеристика линеарног модела је у функцији од струје магнећења, и за флукс важи да је:

$$\Phi = f(i_\mu) \quad \Psi = f(\Phi)$$

Напонске једначине су следеће:

$$v_{iz.p} = V_{iz.m} \sin(\omega \cdot t + \theta),$$

$$\begin{aligned}
 v_{iz.p} - L_p \frac{di_p}{dt} - M \frac{di_s}{dt} &= 0, \\
 L_s \frac{di_s}{dt} + M \frac{di_p}{dt} &= 0 \Leftrightarrow \frac{di_s}{dt} = -\frac{M}{L_s} \frac{di_p}{dt}, \\
 v_{iz.p} - L_p \left(1 - \frac{M^2}{L_p \cdot L_s}\right) \frac{di_p}{dt} &= 0.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Коефицијент спреге је, $k_c = \frac{M}{\sqrt{L_p L_s}} \approx 1$, ако су флуксеви обухваћени намотајем примара и

секундара једнаких вредности, $L_p = \mu_0 \mu_r \left(\frac{N_1}{l}\right)^2 V$, $L_s = \mu_0 \mu_r \left(\frac{N_2}{l}\right)^2 V$, $M = \sqrt{L_p L_s}$,
 $M = \mu_0 \mu_r \left(\frac{N_1 N_2}{l}\right)^2 V$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$, N_1 , N_2 бројеви навојака примара и секундара а V запремина као део простора у коме су смештени намотаји, слика 3.2.1.1.

У колу примара трансформатора постоје активни губици представљени отпорношћу R_p а у колу секундара отпорношћу R_s ако је енергетски трансформатор непосредно прикључен на извор напона:

$$\begin{aligned}
 v_{iz.p} - L_p \frac{di_p}{dt} - M \frac{di_s}{dt} &= R_p \cdot i_p, \quad v_p = v_1 = -M \frac{di_s}{dt}, \\
 L_s \frac{di_s}{dt} + M \frac{di_p}{dt} + R_s \cdot i_s &= 0, \quad \frac{\partial}{\partial t}, \quad v_s = v_2 = -M \frac{di_p}{dt}, \\
 R_s \frac{di_s}{dt} + M \frac{d^2 i_p}{dt^2} + L_s \frac{d^2 i_s}{dt^2} &= 0.
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

У секундарном колу једнофазног трансформатора могу настати три карактеристична режима.

- Празан ход $R_s = \infty \Rightarrow i_s = 0, \Rightarrow v_s = -M \frac{di_p}{dt}$
- Кратак спој $R_s = 0, \Rightarrow -L_s \frac{di_s}{dt} + M \frac{di_p}{dt} = 0, \Rightarrow \frac{i_s}{i_p} = \frac{L_s}{M} = \frac{N_2}{N_1};$
- Оптерећење на секундару је мала вредност али није једнака нули $v_s = i_s Z_{load}$
 $R_s \approx Z_{load} \rightarrow 0$

$$R_s \rightarrow 0, \Rightarrow i_s \approx \frac{L_s}{M} i_p; \quad \frac{di_s}{dt} = -\frac{M}{L_s} \frac{di_p}{dt} - \frac{R_s}{L_s} i_s$$

Заменом вредности за извод (di_s / dt) у прву једначину система једначина (3.6) добија се :

$$v_{iz.p} - L_p(1 - \frac{M^2}{L_p \cdot L_s}) \frac{di_p}{dt} = (R_p + \frac{N_1^2}{N_2^2} R_s) \cdot i_p, \quad (3.7)$$

$$v_{iz.p} - L_p(1 - k_c^2) \frac{di_p}{dt} = [R_p + (\frac{N_1}{N_2})^2 R_s] \cdot i_p.$$

Из прве једначине система једначина (3.5) је такође:

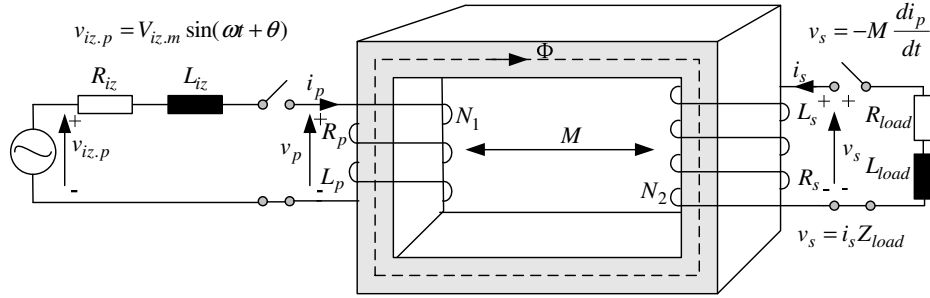
$$\frac{di_s}{dt} = \frac{1}{M} (v_{iz.p} - R_p i_p - L_p \frac{di_p}{dt}) \quad (3.8)$$

Диференцирањем и заменом у другој једначини система (3.6) добија се:

$$\frac{R_s}{M} (v_{iz.p} - R_p i_p - L_p \frac{di_p}{dt}) + M \frac{d^2 i_p}{dt^2} + \frac{L_s}{M} \frac{d}{dt} (v_{iz.p} - R_p i_p - L_p \frac{di_p}{dt}) = 0 \quad (3.9)$$

Једначина (3.6) се доводи на облик диференцијалне једначине са константним коефицијентима:

$$(L_p L_s - M^2) \frac{d^2 i_p}{dt^2} + (R_p L_s + R_s L_p) \frac{di_p}{dt} + R_p R_s i_p = R_s v_{iz.p} + L_s \frac{dv_{iz.p}}{dt} \quad (3.10)$$



Слика 3.1.1.1. Шема електромагнетне спрега намотаја описана концентрисаним параметрима

Када је примар трансформатора прикључен на спољно електрично коло са напонским извором $v_{iz.p} = V_{iz.m} \sin(\omega t + \theta)$ и параметрима кола R_{iz} , L_{iz} а на секундар трансформатора прикључено оптерећење са параметрима R_{load} , L_{load} у примару су: укупна активна отпорност $R_{p\Sigma} = R_p + R_{iz}$ укупна индуктивност $L_{p\Sigma} = L_p + L_{iz}$ а у секундару активна отпорност је $R_{s\Sigma} = R_s + R_{load}$ укупна индуктивност $L_{s\Sigma} = L_s + L_{load}$ и временске константе добијају друге вредности:

$$\tau_{p\Sigma} = \frac{R_{p\Sigma}}{L_{p\Sigma}} = \frac{R_p + R_{iz}}{L_p + L_{iz}}, \quad \tau_{s\Sigma} = \frac{R_{s\Sigma}}{L_{s\Sigma}} = \frac{R_s + R_{load}}{L_p + L_{load}}, \quad (3.11)$$

Из прве једначине система једначина (3.6.а) је такође:

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{1}{M} (v_{iz.p} - R_{p\Sigma} i_p - L_{p\Sigma} \frac{di_p}{dt}) \quad (3.12)$$

Диференцирањем и заменом у другу једначину система (2) добија се:

$$\frac{R_{s\Sigma}}{M} (v_{iz.p} - R_{p\Sigma} i_p - L_{p\Sigma} \frac{di_p}{dt}) + M \frac{d^2 i_p}{dt^2} + \frac{L_{s\Sigma}}{M} \frac{d}{dt} (v_{iz.p} - R_{p\Sigma} i_p - L_{p\Sigma} \frac{di_p}{dt}) = 0 \quad (3.13)$$

Једначина (3.6) има облик диференцијалне једначине са константним коефицијентима:

$$(L_{p\Sigma}L_{s\Sigma} - M^2)\frac{d^2i_p}{dt^2} + (R_{p\Sigma}L_{s\Sigma} + R_{s\Sigma}L_{p\Sigma})\frac{di_p}{dt} + R_{p\Sigma}R_{s\Sigma}i_p = R_{s\Sigma}v_{iz.p} + L_{s\Sigma}\frac{dv_{iz.p}}{dt} \quad (3.14)$$

У наставку увођењем замена (3.10) у једначину (3.9) добија се карактеристична једначина:

$$\tau_{p\Sigma}\tau_{s\Sigma}(1-k_{c\Sigma}^2)\frac{d^2i_p}{dt^2} + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})\frac{di_p}{dt} + i_p = \frac{1}{R_{p\Sigma}}(v_{iz.p} + \tau_{s\Sigma}\frac{dv_{iz.p}}{dt}); \quad (3.15)$$

за чији хомогени део према теорему о конволуцији ($\partial/\partial t \Leftrightarrow j\omega = p$) важи једначина:

$$\tau_{p\Sigma}\tau_{s\Sigma}(1-k_{c\Sigma}^2)p^2 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})p + 1 = 0 \quad (3.16)$$

Корени карактеристичне једначине, када је декремент $D = 0$, су:

$$p_{1,2} = \frac{-(\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}) \pm \sqrt{(\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 - 4\tau_{p\Sigma}\tau_{s\Sigma}(1-k_{c\Sigma}^2)}}{2\tau_{p\Sigma}\tau_{s\Sigma}(1-k_{c\Sigma}^2)} \quad (3.17)$$

А када је дискриминант једначине D већи од нуле корени су вишеструки и различити.

$$\tau_{p\Sigma}\tau_{s\Sigma}(1-k_{c\Sigma}^2)p^2 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})p + 1 > 0 \quad (3.18)$$

Струја примара је збир слободне компоненте i_{psl} и принудне компоненте i_{ppr} струје:

$$i_p = i_{psl} + i_{ppr} = A_1e^{p_1t} + A_2e^{p_2t} + i_{ppr} \quad (3.19)$$

Принудну простопериодичну компоненту ствара напон извора $v_{iz.p} = V_m \sin(\omega \cdot t + \theta)$;

$$i_{ppr} = I_{pm} \sin(\omega \cdot t + \theta - \varphi_p) \quad (3.20)$$

Заменом израз за принудну компоненту i_{ppr} у (11) одредиће се вредности за I_{pm} и φ_p

$$\begin{aligned} I_{pm} \{ [1 - \tau_{p\Sigma}\tau_{s\Sigma}(1-k_{c\Sigma}^2)\omega^2] \sin(\omega \cdot t + \theta - \varphi_p) + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}) \omega \cos(\omega \cdot t + \theta - \varphi_p) \} = \\ = \frac{1}{R_{p\Sigma}} V_{iz.m} [\sin(\omega \cdot t + \theta) + \tau_{s\Sigma} \omega \cos(\omega \cdot t + \theta)]; \end{aligned} \quad (3.21)$$

Квадрирањем а затим кореновањем леве и десне стране последње једначине добија се:

$$I_{pm} \sqrt{[1 - \tau_{p\Sigma}\tau_{s\Sigma}(1-k_{c\Sigma}^2)\omega^2]^2 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 \omega^2} \sin(\omega \cdot t + \theta - \varphi_p - \alpha) = \frac{V_{iz.m}}{R_{p\Sigma}} \sqrt{1 + \tau_{s\Sigma}^2 \omega^2} \sin(\omega \cdot t + \theta + \beta) \quad (3.22)$$

$$\alpha = \arctg \frac{(\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})\omega}{1 - \tau_{p\Sigma}\tau_{s\Sigma}(1-k_{c\Sigma}^2)\omega^2}, \quad \beta = \arctg(\tau_{s\Sigma}\omega). \quad (3.23)$$

$$\varphi_p = \alpha - \beta = \arctg \frac{(\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})\omega}{1 - \tau_{p\Sigma}\tau_{s\Sigma}(1-k_{c\Sigma}^2)\omega^2} - \arctg(\tau_{s\Sigma}\omega) \quad (3.24)$$

$$I_{pm} = \frac{U_{iz.m}}{R_{p\Sigma}} \frac{\sqrt{1 + \tau_{s\Sigma}^2 \omega^2}}{\sqrt{[1 - \tau_{p\Sigma}\tau_{s\Sigma}(1-k_{c\Sigma}^2)\omega^2]^2 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 \omega^2}} \quad (3.25)$$

У моменту укључења оба прекидача на слици 3.2.1.1(у колу примара и секундару) вредности су:

$$i_p(0) = 0 \text{ за } i_s(0) = 0 \text{ и } v_p(0) = V_{iz.m} \sin(\omega t) \quad (3.26)$$

Из прве једначине система једначина (3.1) први извод је:

$$\left. \frac{di_p}{dt} \right|_{t=0} = \frac{L_{s\Sigma}}{L_{p\Sigma}L_{s\Sigma} - M^2} u_p(0) = \frac{u_{iz.p}(0)}{L_{p\Sigma}(1 - k_{c\Sigma}^2)} \quad (3.27)$$

Интеграционе константе одређују се из граничних услова:

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 + I_{pm} \sin(\theta - \varphi_p) &= 0 \\ A_1 p + A_2 p + \omega \cdot I_{pm} \cos(\theta - \varphi_p) &= \frac{v_{iz.p}(0)}{L_{p\Sigma}(1 - k_{c\Sigma}^2)} \\ A_1 &= \frac{1}{p_1 - p_2} \left\{ \frac{v_{iz.p}(0)}{L_{p\Sigma}(1 - k_{c\Sigma}^2)} + I_{pm} [p_2 \sin(\theta - \varphi_p) - \omega \cos(\theta - \varphi_p)] \right\} \\ A_2 &= \frac{1}{p_1 - p_2} \left\{ -\frac{v_{iz.p}(0)}{L_{p\Sigma}(1 - k_{c\Sigma}^2)} + I_{pm} [\omega \cos(\theta - \varphi_p) - p_1 \sin(\theta - \varphi_p)] \right\} \\ i_p = i_{psl} + i_{ppr} &= A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + i_{ppr} = I_{pm} \left\{ \frac{1}{p_1 - p_2} [(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) \left(\frac{v_{iz.p}(0)}{I_{pm} L_{p\Sigma}(1 - k_{c\Sigma}^2)} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \omega \cos(\theta - \varphi_p) \right) + (p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t}) \sin(\theta - \varphi_p) \right] + \sin(\alpha + \theta - \varphi_p) \right\}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

Вредност струје i_s добија се из диференцијалне једначине:

$$\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma} (1 - k_{c\Sigma}^2) \frac{d^2 i_s}{dt^2} + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}) \frac{di_s}{dt} + i_s = -\frac{M}{R_{p\Sigma} R_{s\Sigma}} \left(\frac{dv_{iz.p}}{dt} \right) \quad (3.29)$$

За хомогени део диференцијалне једначине важи исти декремент D

$$\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma} (1 - k_{c\Sigma}^2) p^2 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}) p + 1 = 0 \quad (3.30)$$

Решење за струју секундар је збир слободне и принудне компоненте:

$$i_s = i_{ssl} + i_{spr} = B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t} + i_{spr} \quad (3.31)$$

Принудна компонент је дефинисана временским обликом:

$$i_{spr} = I_{sm} \sin(\omega \cdot t + \theta - \varphi_s) \quad (3.32)$$

Ако се израз за принудну компоненту i_{spr} замени у (3.27) одредиће се вредности за I_{sm} и

φ_s

$$I_{sm} = \frac{\omega M V_{iz.m}}{R_{p\Sigma} R_{s\Sigma}} \frac{1}{\sqrt{[1 - \tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma} (1 - k_{c\Sigma}^2) \omega^2]^2 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 \omega^2}} \quad (3.33)$$

$$\varphi_s = \arctg \frac{(\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}) \omega}{1 - \tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma} (1 - k_{c\Sigma}^2) \omega^2} + \frac{\pi}{2} \quad (3.34)$$

Интеграционе константе се добијају из два услова: 1. У моменту затварања оба прекидача (на примару и секундару) вредности $i_s(0) = 0$. 2. Из једначине (3.1) први извод је:

$$\left. \frac{di_s}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{M}{L_{s\Sigma}} \left. \frac{di_p}{dt} \right|_{t=0} = \frac{k_{c\Sigma}^2 v_{iz,p}(0)}{M(1-k_{c\Sigma}^2)} \quad (3.36)$$

Интеграционе константе имају следеће вредности:

$$B_1 = \frac{1}{p_1 - p_2} \left\{ -\frac{k_{c\Sigma}^2 v_{iz,p}(0)}{M(1-k_{c\Sigma}^2)} + I_{sm} [p_2 \sin(\theta - \varphi_s) - \omega \cos(\theta - \varphi_s)] \right\} \quad (3.37)$$

$$B_2 = \frac{1}{p_1 - p_2} \left\{ \frac{k_{c\Sigma}^2 v_{iz,p}(0)}{M(1-k_{c\Sigma}^2)} + I_{sm} [\omega \cos(\theta - \varphi_s) - p_1 \sin(\theta - \varphi_s)] \right\} \quad (3.38)$$

Израз за струју секундара је онда:

$$\begin{aligned} i_s = i_{ssl} + i_{spr} = B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t} + i_{spr} = I_{sm} \times \left\{ \frac{1}{p_1 - p_2} [-(e^{p_1 t} - e^{p_2 t})] \left(\frac{v_{iz,p}(0)}{I_{sm} M(1-k_{c\Sigma}^2)} + \right. \right. \\ \left. \left. + \omega \cos(\theta - \varphi_s) \right) + (p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t}) \sin(\theta - \varphi_s) \right\} + \sin(\omega t + \theta - \varphi_s) \end{aligned} \quad (3.39)$$

Ако нема магнетних расипања вредности $k_c = 1$, $p_1 = -\frac{1}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}}$, $p_2 = -\infty$

$$(3.40)$$

$$i_p = i_{psl} + i_{ppr} = A_1 e^{p_1 t} + i_{ppr} \quad i_{ppr} = I_{pm} \sin(\omega \cdot t + \theta - \varphi_p) \quad (3.41)$$

$$i_s = i_{ssl} + i_{spr} = B_1 e^{p_1 t} + i_{spr} \quad i_{spr} = I_{sm} \sin(\omega \cdot t + \theta - \varphi_s) \quad (3.42)$$

За примар су:
$$I_{pm} = \frac{V_m}{L_{p\Sigma}} \frac{\tau_{p\Sigma} \sqrt{1 + \omega^2 \tau_{s\Sigma}^2}}{\sqrt{1 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 \omega^2}} = \frac{V_m}{R_{p\Sigma}} \frac{\sqrt{1 + \tau_{s\Sigma}^2 \omega^2}}{\sqrt{1 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 \omega^2}} \quad (3.43)$$

$$\frac{V_m}{L_{p\Sigma}} \frac{\tau_{p\Sigma}}{\sqrt{1 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 \omega^2}} = \frac{I_{pm}}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_{s\Sigma}^2}} \quad (3.44)$$

$$A_1 = \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \frac{v_{iz,p}(0)}{L_{p\Sigma}} - I_{pm} \sin(\theta - \varphi_p), \quad \varphi_p = \arctg[(\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})\omega] \quad (3.45)$$

А за секундар су вредности:

$$I_{sm} = \frac{\omega M}{L_{p\Sigma} L_{s\Sigma}} \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\sqrt{1 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 \omega^2}} = \frac{\omega M V_m}{R_{p\Sigma} R_{s\Sigma}} \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 \omega^2}} = \frac{\omega M}{L_{s\Sigma}} \frac{\tau_{s\Sigma}}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_{s\Sigma}^2}} I_{pm} \quad (3.46)$$

$$B_1 = -\frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \frac{v_{iz,p}(0)}{M} - I_{sm} \sin(\theta - \varphi_s) = -\frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \frac{v_{iz,p}(0)}{M} - I_{sm} \cos(\theta - \varphi_p) \quad (3.47)$$

$$\varphi_s = \arctg[(\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})\omega] + \frac{\pi}{2}; \quad \Leftrightarrow \varphi_s = \varphi_p + \frac{\pi}{2}; \Rightarrow \sin(\theta - \varphi_s) = \cos(\theta - \varphi_p) \quad (3.48)$$

$$\frac{1}{I_{pm}^2} \left| A_1 - \frac{v_{iz.p}(0)}{L_{p\Sigma}} \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \right|^2 = \sin^2(\theta - \varphi_p), \frac{1}{I_{sm}^2} \left| B_1 - \frac{v_{iz.p}(0)}{M} \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \right|^2 = \cos^2(\theta - \varphi_p) \quad (3.49)$$

Сабирањем последњих израза добија се:

$$\frac{1}{I_{pm}^2} \left| A_1 - \frac{v_{iz.p}(0)}{L_{p\Sigma}} \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \right|^2 + \frac{1}{I_{sm}^2} \left| B_1 - \frac{v_{iz.p}(0)}{M} \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \right|^2 = 1 \quad (3.50)$$

Вредности струја трансформатора су:

$$i_p = e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}}} \left| \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \frac{v_{iz.p}(0)}{L_{p\Sigma}} - I_{pm} \sin(\theta - \varphi_p) \right| + I_{pm} \sin(\omega t + \theta - \varphi_p) \quad (3.51)$$

$$i_s = e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}}} \left| -\frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \frac{v_{iz.p}(0)}{M} - I_{sm} \sin(\theta - \varphi_s) \right| + I_{sm} \sin(\omega t + \theta - \varphi_s) \quad (3.52)$$

Вредности напона рачунају се из прве две једначине система једначина (3.6):

$$v_p = v_1 = -M \frac{di_s}{dt} = \frac{M}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}}} \left[\frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \frac{v_{iz.p}(0)}{M} - I_{sm} \sin(\theta - \varphi_s) \right] - \omega M I_{sm} \cos(\omega t + \theta - \varphi_s) \quad (3.53)$$

$$v_s = v_2 = -M \frac{di_p}{dt} = \frac{M}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}}} \left[\frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \frac{v_{iz.p}(0)}{L_{p\Sigma}} - I_{pm} \sin(\theta - \varphi_p) \right] - \omega M I_{pm} \cos(\omega t + \theta - \varphi_p) \quad (3.54)$$

У Реалним трансформаторима напона од $10 \text{ kV} < V_n < 110 \text{ kV}$ су за основни хармоник $f = 50$ [Hz] вредности односа параметара намотаја примара и секундара такве да су грешке од $0,1\%$ [14]:

$$|X_{X=\omega L}| > 4 \left| R \right| \Leftrightarrow \tau^2 \omega^2 = \left(\frac{L\omega}{R} \right) \omega \approx 4 \times 314 = 1256 \gg 1 \quad \sqrt{\frac{1 + \tau_{s\Sigma}^2 \omega^2}{1 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}) \omega^2}} \approx \frac{\tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \quad (3.55)$$

$$I_{pm} = \frac{V_{iz.m}}{L_{p\Sigma}} \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \Leftrightarrow \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} = \frac{I_{pm}}{V_{iz.m}} L_{p\Sigma} \quad \varphi_p = \arctg[(\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}) \omega] \quad (3.56)$$

$$A_1 = \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \frac{v_{iz.p}(0)}{L_{p\Sigma}} - I_{pm} \sin \theta - \varphi_p = \frac{I_{pm}}{U_{iz.m}} L_{p\Sigma} \frac{v_{iz.p}(0)}{L_{p\Sigma}} - I_{pm} \sin \theta - \varphi_p = I_{pm} \left[\frac{v_{iz.p}(0)}{U_{iz.m}} - \sin \theta - \varphi_p \right] \quad (3.57)$$

$$i_p = I_{pm} \left\{ e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}}} \left[\frac{v_{iz.p}(0)}{V_{iz.m}} - \sin(\theta - \varphi_p) \right] + \sin(\omega t + \theta - \varphi_p) \right\} \quad (3.58)$$

$$I_{sm} = \frac{V_{iz.m}}{L_{p\Sigma}} \frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{(\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}) \omega} \frac{M \omega}{L_{s\Sigma}} = \frac{M}{L_{s\Sigma}} I_{pm} \quad (3.59)$$

$$\varphi_s = \arctg[(\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}) \omega] + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \varphi_s = \varphi_p + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin(\theta - \varphi_s) = \cos(\theta - \varphi_p) \quad (3.60)$$

$$B_1 = -\frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \frac{v_{iz.p}(0)}{M} - I_{sm} \sin(\theta - \varphi_s) = I_{pm} \left[-\frac{v_{iz.p}(0)}{U_{iz.m}} \frac{L_{p\Sigma}}{M} - \frac{M}{L_{s\Sigma}} \cos(\theta - \varphi_p) \right] \quad (3.61)$$

$$i_s = e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}}} \left[-\frac{\tau_{p\Sigma} \tau_{s\Sigma}}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} \frac{v_{iz.p}(0)}{M} - I_{sm} \sin(\theta - \varphi_s) \right] + I_{sm} \sin(\omega t + \theta - \varphi_s) \quad (3.62)$$

$$i_s = I_{pm} \left\{ e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}}} \left[-\frac{v_{iz.p}(0)}{V_{iz.m}} \frac{L_{p\Sigma}}{M} - \frac{M}{L_{s\Sigma}} \cos(\theta - \varphi_p) \right] + \frac{M}{L_{s\Sigma}} \sin(\omega t + \theta - \varphi_p - \frac{\pi}{2}) \right\} \quad (3.63)$$

У празном ходу је: $R_{s\Sigma} = \infty / L_{s\Sigma} = \infty \Rightarrow i_s = 0, \Rightarrow v_s = -M \frac{di_p}{dt}$ (3.64)

$$\tau_{s\Sigma} = \frac{L_s + L_{load}}{R_s + R_{load}} = 0, \quad \tau_{p\Sigma} = \frac{L_{p\Sigma}}{R_{p\Sigma}}, \quad \sqrt{\frac{1 + \tau_{s\Sigma}^2 \omega^2}{1 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 \omega^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau_{p\Sigma} \omega)^2}}, \quad I_{pm} = \frac{V_{iz.m}}{L_{p\Sigma}} \frac{\tau_{p\Sigma}}{\sqrt{1 + (\tau_{p\Sigma} \omega)^2}}$$

$$i_p = i_1 = I_{pm} \left\{ e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma}}} \left[\frac{u_{iz.p}(0)}{U_{iz.m}} - \sin(\theta - \varphi_p) \right] + \sin(\omega t + \theta - \varphi_p) \right\} \quad (3.65)$$

Ова вредност представља и струју магнетнења, односно:

$$i_m = i_{10} = I_{pm} \left\{ e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma}}} \left[\frac{v_{iz.p}(0)}{V_{iz.m}} - \sin(\theta - \varphi_p) \right] + \sin(\omega t + \theta - \varphi_p) \right\} \quad (3.66)$$

$$\frac{di_p}{dt} = I_{pm} \left\{ -\frac{1}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}}} \left[\frac{v_{iz.p}(0)}{V_{iz.m}} - \sin(\theta - \varphi_p) \right] + \omega \cos(\omega t + \theta - \varphi_p) \right\} \quad (3.67)$$

$$v_s = -M \frac{di_p}{dt} = M I_{pm} \left\{ \frac{1}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}} e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma}}} \left[\frac{v_{iz.p}(0)}{V_{iz.m}} - \sin(\theta - \varphi_p) \right] - \omega \cos(\omega t + \theta - \varphi_p) \right\} \quad (3.68)$$

$$v_s = M I_{pm} \left\{ \frac{1}{\tau_{p\Sigma}} e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma}}} \left[\frac{v_{iz.p}(0)}{V_{iz.m}} - \sin(\theta - \varphi_p) \right] - \omega \cos(\omega t + \theta - \varphi_p) \right\} \quad (3.68')$$

Вредност флукса је:

$$\Phi = -\frac{1}{N_2} \int_0^t u_s dt = -\frac{MI_{pm}}{N_2} \int_0^t \left\{ \frac{1}{\tau_{p\Sigma}} e^{-\frac{t}{\tau_{p\Sigma}}} \left[\frac{v_{iz.p}(0)}{V_{iz.m}} - \sin(\theta - \varphi_p) \right] - \omega \cos(\omega t + \theta - \varphi_p) \right\} dt \quad (3.69)$$

У кратком споју услови су:

$$R_{s\Sigma} \rightarrow 0, \Rightarrow -L_s \frac{di_s}{dt} + M \frac{di_s}{dt} = 0, \Rightarrow \frac{i_s}{i_p} = \frac{L_s}{M}; \tau_s = \frac{L_{s\Sigma}}{R_{s\Sigma}} = \infty, \tau_{p\Sigma} = \frac{L_{p\Sigma}}{R_{p\Sigma}}; \sqrt{\frac{1 + \tau_{s\Sigma}^2 \omega^2}{1 + (\tau_{p\Sigma} + \tau_{s\Sigma})^2 \omega^2}} \approx 1; \quad (3.70)$$

$$i_p = I_{pm} \left\{ e^{-\frac{t}{\tau_{s\Sigma}(\frac{\tau_{p\Sigma}}{\tau_{s\Sigma}} + 1)}} \left[\frac{v_{iz.p}(0)}{V_{iz.m}} - \sin(\theta - \varphi_p) \right] + \sin(\omega t + \theta - \varphi_p) \right\} \Rightarrow \quad (3.71)$$

$$i_p = I_{pm} \left\{ e^{-\frac{t}{\tau_{s\Sigma}}} \left[\frac{v_{iz.p}(0)}{V_{iz.m}} - \sin(\theta - \varphi_p) \right] + \sin(\omega t + \theta - \varphi_p) \right\}$$

$$i_s = \frac{L_{s\Sigma}}{M} i_p = I_{pm} \frac{L_{s\Sigma}}{M} \left\{ e^{-\frac{t}{\tau_{s\Sigma}}} \left[\frac{v_{iz.p}(0)}{V_{iz.m}} - \sin(\theta - \varphi_p) \right] + \sin(\omega t + \theta - \varphi_p) \right\} \quad (3.72)$$

3.2. Прорачун параметара трансформатора

Рачунарска симулација данас представља једну од водећих метода за решавање, опис, разумевање и анализу сложених динамичких система у свим областима техничких наука.

Теоријски модел прелазног електромагнетног процеса са предпостављеним концентрисаним параметрима намотаја примара и секундара формиран је на основу задатих електричних вредности напона извора на кога је трансформатор прикључен [30]. Симулација је изведена у програмском пакету Matlab-Simulink [16], ради верификације теоријског модела.

Испитивања и симулације на моделу са концентрисаним параметрима су прва фаза добијања комбинованог модела прелазних процеса. Циљ симулације је да се верификује могућност решавања електромагнетног прелазног процеса какав је и празан ход и кратак спој помоћу постављеног теоријског модела са задатом карактеристиком магнећења, шема у којој су вредности концентрисаних параметара намотаја, на слици 3.1.1.1 резултат симулације су дијаграми, графици излазних вектора флуksа, струје магнећења и напони на примару и секундару.

Програмски пакет Matlab-Simulink је намењен решавању различитих математичких и инжењерских проблема који су моделовани применом линеарне алгебре и матричног рачуна [16] у којем је и извршена ова симулација. У примерима трансформатора велике и мале снаге показано је да се оваквом рачунарском симулацијом на квалитетан начин могу описати прелазни процеси у трансформаторима и на тај начин омогућити боља анализа њиховог понашања.

Модел трансформатора је реализован тако да су му улази вектори напон извора, параметри извора и намотаја трансформатора. У складу са техничком праксом треба одредити отпорност и индуктивност намотаја у јединичном систему (**per unit*).

Базне вредности су називна снага $S_n [VA]$, називна фреквенција $f_n [Hz]$, и називни напон $V_n [V]$ и ефективна вредност напона V_{rms} који одговара намотају.

За сваки намотај отпорност и индуктивност износи :

Базна јединична отпорност и базна јединична индуктивност за сваки намотај су

$$R_{base} = \frac{[V_n]^2}{S_n} \quad L_{base} = \frac{R_{base}}{2\pi f_n} \quad R(p.u.) = \frac{R(\Omega)}{R_{base}(\Omega)} \quad L(p.u.) = \frac{L(H)}{L_{base}(H)}$$

Јединична вредност активну отпорност магнетног кола R_m базирана је према назначеној снази $S_n [VA]$ и називном напону намотаја 1 [16].

3.3 Модел трансформатора Софтверском пакету Matlab- Simulink

Дакле ако се процес симулира са заосталим-резидуалним флуksom $\phi_{0,pu}$, друга тачка карактеристике засићења је на ординати и одговара нултој вредности струје како показује слика 3.3.1. Карактеристика засићења је улаз са $(\phi_{0,pu})$ вредностима у per-unit систему, и стартом од пара (0,0). Енергетски Блок (PSB) претвара векторе флуksа и векторе струје I_{ny} у јединице које ће се користити у моделу засићења. $\Phi = \Phi_{pu} \Phi_{base}$, $\Phi_{pu} = \Phi / \Phi_{base}$, $I = I_{pu} I_{base}$, $I_{pu} = I / I_{base}$,

Базне вредности флуksа и струје одговарају номиналном напону, снази и фреквенцији:
Параметри намотаја1: Номинална ефективна вредност напона у[V], отпорност и погонска индуктивност намотаја 1 у per-unit.

Параметри намотаја 2: Номинална ефективна вредност напона у[V], отпорност и погонска индуктивност намотаја 2 у per-unit.

Карактеристика засићења – означена као ток/дијаграм пара струја (p.u.) – флуks (p.u.) који стартује од тачке (0,0). Активни губици у језгру магнетног кола и почетни флуks: Активни губици снаге у језгру који улазе у параметар отпорности R_m у p.u. На пример: Означавањем са 0,2% активну снагу губитака при номиналном напону номинална вредност за $R_m = 500 p.u.$

Симулација – Слика 3.3.1.: Празан ход трансформатора. Струја секундарна је једнака нули . Симулације изведена за реални трофазни енергетски трансформатор Siemens–ONAN (димензије: дужина 7800 mm, ширина 3250 mm, висина 6100 mm , трансформатор има вентилаторе који могу да прораде при већим оптерећењима; проток уља зависи само од сифонског ефекта) са подацима: спрега Y_u , струја празног хода $i_0 \% \cong 0,5\%$, напон кратког споја $u_k \% \cong 10,5\%$, линијски напони

примара и секундара $U_{np} = U_{n1} = 71.09[kV]$, $U_{ns} = U_{n2} = 21,24[kV]$, снаге $S_n = 100[MVA]$; $P_{Fe} = 49[kW]$; $P_{cun} = 285[kW]$, $V_{np} = V_{n1} = 123 = \{110 \pm 8\% \}[kV]$,

$V_{ns} = V_{n2} = 36,75[kV]$, са примарне стране реактанса кратког споја је:

$X_k = \frac{u_k \%}{100} \frac{V_{ln}^2}{S_n} = \frac{10}{100} \frac{123^2 \cdot 10^6}{100 \cdot 100 \cdot 10^6} \cong 15.13[\Omega]$. Однос броја навојака примарног и секундарног

намота: $k_t = \frac{V_{2n}}{V_{1n}} = \frac{36,75}{123} = 0,2988 \cong 0,3.$

Реактансе примарног и секундарног намотаја:

$$X_{k1} = \frac{X_k}{2} = \frac{15.13}{2} \cong 7.56 \text{ } [\Omega] \text{ , } X_{k2} = \frac{X_k}{2} k_t^2 = \frac{15.13}{2} (0.3)^2 \cong 0.68 \text{ } [\Omega].$$

Расипне индуктивности примарног и секундарног намотаја су:

$$L_1 = L_{\gamma 1} = \frac{X_{k1}}{\omega} = \frac{7.56}{314} \cong 0.024 \text{ } [H] \text{ , } L_2 = L_{\gamma 2} = \frac{X_{k2}}{\omega} = \frac{0.68}{314} \cong 0.0022 \text{ } [H].$$

Импеданса магнетнења је:

$$Z_m \cong X_m = \frac{V_{1n} V_{1n}}{\sqrt{3} \cdot i_0 \% I_n V_{1n}} = \frac{V_{1n}^2}{i_0 S_n} = \frac{123^2 10^6}{0.005 \cdot 100 \cdot 10^6} = 30.26 [k\Omega].$$

$$\text{Индуктивност са примарне стране је: } L_m = \frac{X_m}{\omega} = \frac{30.26 \cdot 10^3}{314} = 96.36 \text{ } [H].$$

Отпорност намотаја трансформатора (примара и секундара):

$$R_1 = R_p = R_{1k} = \frac{1}{2} \frac{P_{cun}}{3 I_{1n}^2} = \frac{1}{2} \frac{P_{cun}}{3 \cdot S_n^2} (\sqrt{3} V_{1n})^2 = \frac{1}{2} \frac{P_{cun}}{S_n^2} V_{1n}^2 = \frac{1}{2} \frac{285 \cdot 10^3}{100^2 10^{12}} 123^2 10^6 \cong 0.2156 \text{ } [\Omega],$$

$$R_2 = R_s = R_{2k} = \frac{1}{2} \frac{P_{cun}}{3 I_{2n}^2} = \frac{1}{2} \frac{P_{cun}}{3 \cdot S_n^2} (\sqrt{3} V_{2n})^2 = \frac{1}{2} \frac{P_{cun}}{S_n^2} V_{2n}^2 = \frac{1}{2} \frac{285 \cdot 10^3}{100^2 10^{12}} 36.75^2 \cdot 10^6 \cong 0.0194 \text{ } [\Omega],$$

$$R_{base} = \frac{[V_n]^2}{S_n} = 50.43 \Omega \text{ , } L_{base} = \frac{R_{base}}{2\pi f_n} = \frac{50.43}{314} = 0.1606,$$

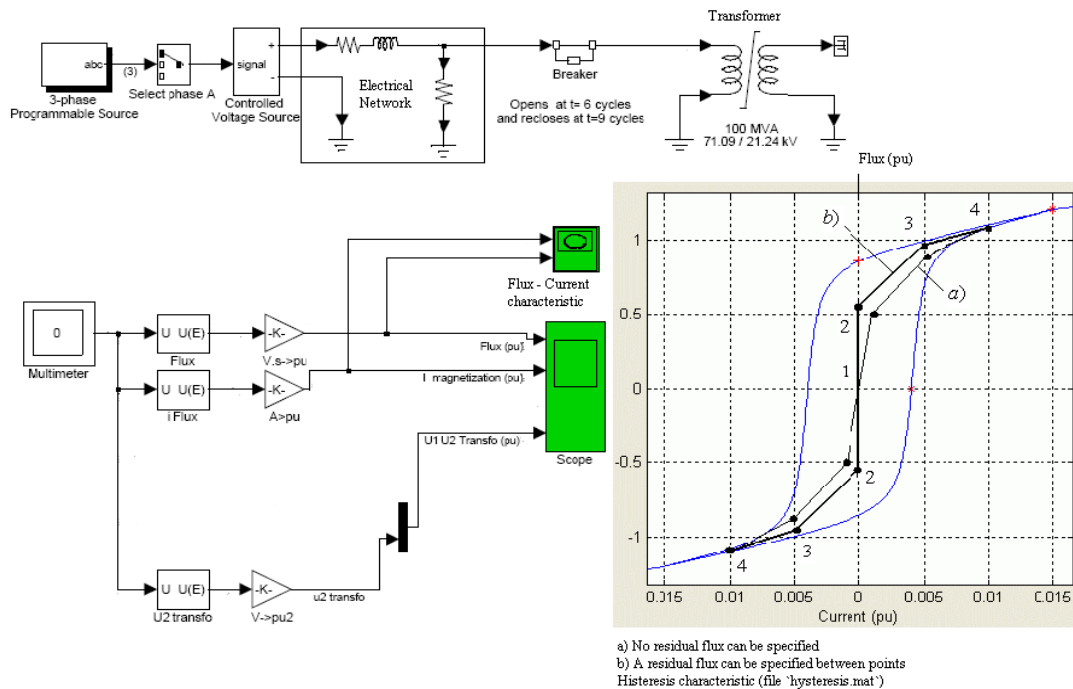
$$\Phi_{base} = \frac{V_1}{2\pi f_n} \sqrt{2} = \frac{123e3 / \text{sqrt}(3)}{2\pi \cdot 50} \text{sqrt}(2) = 3.19 \text{Wb},$$

$$I_{base} = \frac{S_n}{V_1} \sqrt{2} = \frac{100e6}{123e3 / \text{sqrt}(3)} \text{sqrt}(2) = 1983 \text{A}$$

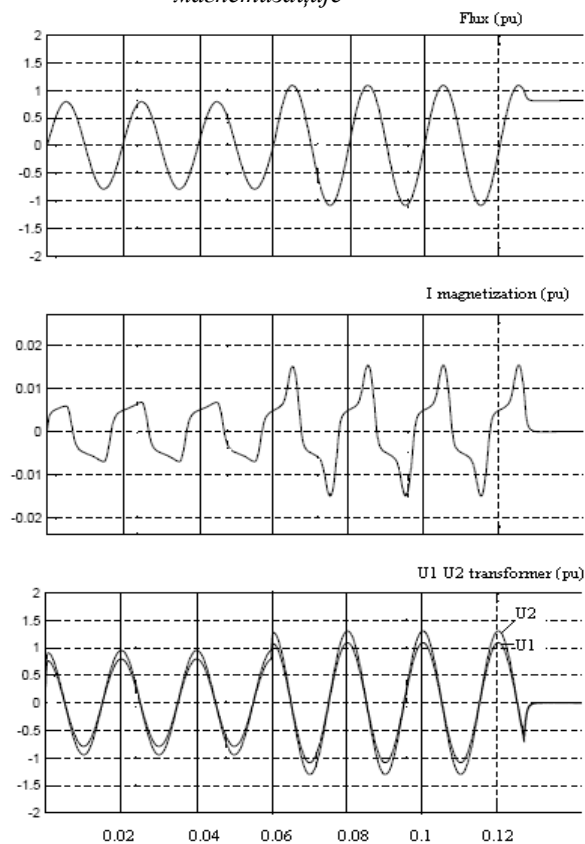
Симулациони модел односи се на једнофазно напајан трофазни трансформатор 100 MVA, 123/36.75 kV из извора 50 Hz. Трансформатор: Номинална снага 100e6, 50Hz, Параметри намотаја 1(примар): 123e3 Vrm`с/sqrt(3), P=0,00427 p.u., L= 0,145p.u., параметри намотаја 2(секундар): 36.7e3 Vrm`с/sqrt(3), P=0,00427 p.u., L=0,145 p.u., Активни губици у магнетном колу: 1000 p.u. Карактеристика засићења: [0 0; 0 1.0; 1.0 1.22], заостали Flux = 0.6 p.u..

Улазне вредности које одговарају дијалог бокс-у су :

$$R_1 = \frac{0.2156[\Omega]}{50.43.[\Omega]} = 0.004275 \text{ p.u.} \quad L_1 = \frac{0.024[H]}{0.1606[H]} = 0.1494 \text{ p.u.}$$



Слика 3.3.1: а) Симулација празног хода трансформатора и карактеристика zasiћења блока zasiћеног трансформатора је представљена као делимично линеарна крива зависности флукса од струје магнетизације



Слика 3.3.2. Резултати симулације бр.1.: Дијаграм флукса, струје магнетизације и напона примара и секундара.

Запажање: У симулацији процес који представља режим празног хода, трансформатора показује утицај карактеристике засићења и временских константи трансформатора. У том тренутку почињу да расту вредност флуksа и струје магњења што изазива пораст напони примара и секундару с тим што напон на секундару трансформатора може да има већу јединичну вредност од напона примара. У току процеса утицај имају временске константе примара и секундару као и нелинеарна карактеристика магнетног засићења. Напон на секундару, услед тог утицаја има благи скок после времена 0,06 s и перманентно је стабилан до краја симулације.

Симулација бр. 2 –Слика 3.3.3.: Симулира се кратак спој и контролише струја секундару подешена према номиналној струји $I_n^{\text{н}} = 232[A]$, за реални трофазни трансформатор СИМЕНС спрега Ду5, – (димензије: дужина, ширина, висина 1140 x 800x1700mm, трансформатор има вентилаторе који раде при већим оптерећењима; ток уља зависи само од сифон-ефекта) са следећим подацима:

струја празног хода $i_0 \% \cong 1\%$,

напон кратког споја $u_k \% \cong 3,75\%$,

напони примара и секундару $U_{np} = U_{n1} = 10.5kV$, $U_{ns} = U_{n2} = 230V$,

снаге $S_n = 160kVA$; $P_{Fe} = 500W$; $P_{cun} = 3200W$, $V_{np} = V_{n1} = 10.5kV$, $V_{ns} = V_{n2} = 0.4kV$.

Са примарне стране реактанса кратког споја је: $X_k = \frac{u_k \% V_{1n}^2}{100 S_n} = \frac{3.75 \cdot 10.5^2 \cdot 10^6}{100 \cdot 160 \cdot 10^3} \cong 25.8[\Omega]$

Однос броја навојака примарног и секундарног намота: $k_t = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} = \frac{10.5}{0.230} = 45.652 \cong 46$

Реактансе и расипна индуктивност примарног намотаја:

$$X_{k1} = \frac{X_k}{2} = \frac{25.8}{2} \cong 12.9 [\Omega], \quad L_1 = L_{\gamma 1} = \frac{X_{k1}}{\omega} = \frac{12.9}{314} \cong 0,043 [H].$$

Импеданса магњења је: $Z_m \cong X_m = \frac{V_{1n} V_{1n}}{\sqrt{3} \cdot i_0 \% I_n V_{1n}} = \frac{V_{1n}^2}{i_0 S_n} = \frac{10.5^2 \cdot 10^6}{0,01 \cdot 160 \cdot 10^3} = 68,9[k\Omega]$.

Индуктивност магњења са примарне стране је: $L_m = \frac{X_m}{\omega} = \frac{68.9 \cdot 10^3}{314} = 219,36 [H]$.

Отпорност намотаја трансформатора примара:

$$R_1 = R_p = R_{lk} = \frac{1}{2} \frac{P_{cun}}{I_{1n}^2} = \frac{1}{2} \frac{P_{cun}}{S_n^2} V_{1n}^2 = \frac{1}{2} \frac{3200}{160^2 \cdot 10^6} 10.5^2 \cdot 10^6 \cong 6,89 [\Omega],$$

$$R_{base} = \frac{[V_n]^2}{S_n} = \frac{10.5^2 \cdot 10^6}{160 \cdot 10^3} = 689[\Omega], \quad L_{base} = \frac{R_{base}}{2\pi f_n} = \frac{689}{314} = 2.194[H].$$

За ову симулацију коршћен је једнофазно напајан трофазни трансформатор ONAN, Ду5 160 kVA, 12(10.5)/0.4 kV из извора 50 Hz. Трансформатор: Номинална снага 250е6, 50Hz, Параметри намотаја 1(примар):10.5е3 Vrms, P=0.01 р.и., L= 0.02 р.и., параметри намотаја 2(секундар): 0.4е3 Vrms/sqrt(3), Активни губици у магнетном колу: 50 р.и. Карактеристика засићења:[0 0;0 1.0;1.0 1.22], заостали флуks=0.6 р.и.

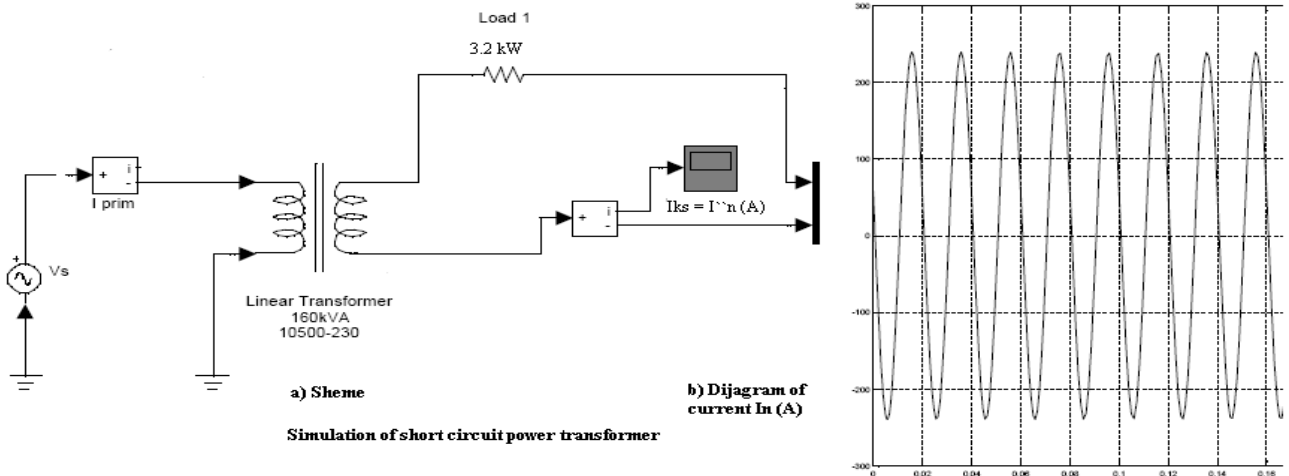
Запажање Кратак спој остварен подешавањем оптерећења у секундару на $P_{cun} = 3200W$.

Улазне вредности које одговарају диалог бокс-у су :

$$R_{1pu} = \frac{6.89[\Omega]}{689[\Omega]} = 0.01 \text{ p.u.} \quad L_{1pu} = \frac{0.043[H]}{2.194[H]} \cong 0.02 \text{ p.u.}$$

Кратак спој је симулиран уз подешену струју секундара:

$$I_n'' = \frac{S_n}{\sqrt{3}V_n} = \frac{160 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 0.4 \cdot 10^3} = 232[A]$$



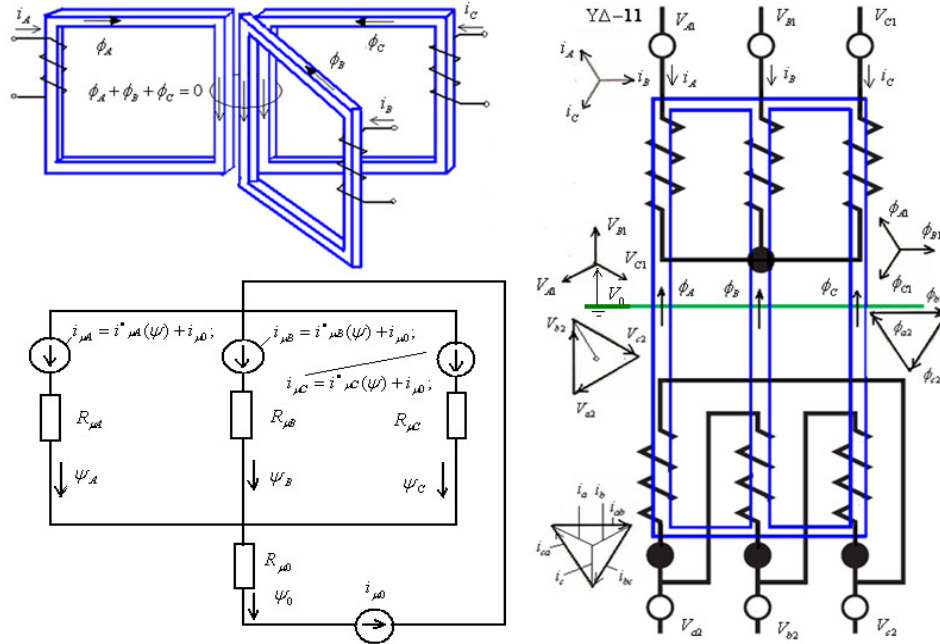
Слика 3.3.3. Симулација кратког споја уз подешавање струје примара

3.4 Алгоритам електромагнетних прелазних процеса оптерећеног и неоптерећеног трансформатора

Магнетна кола трофазних трансформатора, слика.3.4.1., образују се спајањем три језгра (рама) једнофазних трансформатора. Струје у једнофазним намотајима који су прикључени на симетрични трофазни систем мрежних напона, стварају флуксеве у спојеним магнетним гранама појединих фаза чији је збир једнак нули. Вредности магнетне проводности појединих грана овакве комбинације су такође приближно међусобно једнаке:

$$\lambda_{A\mu} \cong \lambda_{B\mu} \cong \lambda_{C\mu} \cong \lambda_{\mu} = \frac{\Phi}{F}; -(\lambda_{\mu} = \frac{1}{R_{\mu}});$$

Магнетно коло трофазног трансформатора се често представља као фиктивна привидна структура језгара у равни (Слика 3.4.1.), са груписаним гранама према просторном распореду. Пројекција језгра у равни указује да несиметрија у конструкцији може да утиче на резултате при израчунавању несиметричних струја магнећења али је тај утицај ипак незнатан. Величине и параметри симетрично оптерећених трофазних трансформатора могу се описати према теорији које је у потпуности развијена за било коју обухваћену грану било које фазе примара и секундара монофазног трансформатора. Извесне корекције су потребне због начина магнећења језгара трофазних трансформатора и прорачуна струја магнећења.



Слика 3.4.1. Сема деловања магнетних величина код трофазног трансформатора

Струје магнећења су занемариве у поређењу са струјама оптерећења а неуравнотеженост ових струја има минорни утицај на фазоре струја магнећења. Фазни намотаји могу да буду спојени у звезду, троугао и ретко у изломљену звезду. Алтернативни спојеви трофазних дво-намотних трансформатора користе се као спојеви примара и секундара Y/Y и Y/D са референтним фазним ставом (0, 5, 6, 11...). Од свих могућих група фазних ставова напона примара и секундара дво-намотних трансформатора група споја фазног става 11 (и са неутралном тачком) има водеће место међу звезда спојевима и користи се у варијантама (Y/Y_n – 0, Y/Δ – 11, Y_n/Δ – 11).

У примеру I описан утицај заједничког и расутог магнетног флуksа на остале параметре, код класичног трофазног трансформатора YΔ – 11. Посматран је симетричан систем оптерећења, приказане су промене кроз систем једначина и њихов матрични приказ. Математички модел трансформатора укључује и динамичку хистерезну петљу.

Пример II за исти тип трансформатора посматран случај када систем флуksова није симетричан тј. када је трансформатор несиметрично оптерећен. Добијен је алгоритам прелазних процеса у класичном трофазном трансформатору који ради под несиметричним оптерећењем. Пример III за исти тип трансформатора, приказане су промене при неоптерећењу. **Пример IV** је Симулацију у Matlabu која има за циљ да верификује предлозени метод, када је укључена и нулта компонента флуksа.

3.4.1 Пример 1 : Анализа параметара код класичног трофазног трансформатор YΔ – 11

Магнетно коло кога сачињавају три стуба, по један за сваку фазу и два јарма, систем флуksева је симетричан:

$$\psi_A + \psi_B + \psi_C = 0$$

У познатим референцама прелазни процеси у трофазним трансформаторима засноване су на претпоставци о симетричном систему флуksева,

$$\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0 \text{ т.ј.}$$

$$\psi_A + \psi_B + \psi_C = 0$$

Примар и секундар се третирају као електрична кола са концентрисаним параметрима а параметри се свде на једну од страна, примар или секундар. На примару су тренутне вредности напона фаза v_A, v_B, v_C , и v_0 - напон неутралне тачке. На секундару су тренутне вредности напона v_{ca}, v_{ab}, v_{bc} . Струје примара су i_A, i_B, i_C , и струје секундара i_{ca}, i_{ab}, i_{bc} . Струје магнећења које стварају поједине фазе су означена са $i_{A\mu}, i_{B\mu}, i_{C\mu}$ а тренутне вредности електромоторних сила насталих у појединим фазним намотајима примара и секундара су:

- Емс (*емс) на примару као последица промене флуksа фазним намотајем обухваћеног флуksа за сваку фазу појединачно, алтернативно:

$$-\frac{d\psi_A}{dt}, -\frac{d\psi_B}{dt}, -\frac{d\psi_C}{dt},$$

- Емс (*емс) на секундару као последица промене флуksа фазним намотајем обухваћеног флуksа за сваку фазу појединачно, алтернативно : $-\frac{d\psi_{ca}}{dt}, -\frac{d\psi_{ab}}{dt}, -\frac{d\psi_{bc}}{dt}$; и

- Мпс магнетног кола: уопште $i_1 + \sqrt{3} \frac{i_2}{n} = i_\mu$ (нпр.за фазу А: $N_1 i_A + \frac{\sqrt{3} N_2 i_{ca}}{n} = N_1 i_\mu$).

Ако је $n = \frac{N_1}{N_2}$ - преносни однос а алтернативни индекси $(1), (2)$ - су резервисани за

примарну ($1=A,B,C$) и секундарну страну ($2=a,b,c$). Опште једначине електромоторних сила, магнетопобудних сила, флуksева оваквог трансформатора, могу се написати у следећем матричном облику:

$$v_1 = -\left(-\frac{d\psi_1}{dt}\right) + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 \quad (3.73)$$

$$-v_2 = -\left(-\frac{d\psi_2}{dt}\right) + L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 \quad (3.74)$$

$$i_\mu = \varphi(\psi) \quad \sqrt{3}(\psi_1) = (\psi_2) \quad (L_{\sigma 1}) = (n^2 L_{\sigma 2}) \quad (R_1) = (n^2 R_2)$$

$$i_\mu = \varphi(\psi), -\frac{d\psi_1}{dt} = L_\mu \frac{di_2}{dt} \quad (3.75)$$

Овде су : v_1, v_2 , стубне матрице (стубни вектори) напона, i_1, i_2 - стубне матрице (*стубни вектори) струја, ψ_1, ψ_2 - стубне матрице (стубни вектори) флуksева, R_1, R_2 - квадратне матрице активних отпорности намотаја примара и секундара, $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}$ - квадратне матрице индуктивности расипања примара и секундара. Довољно тачна је претпоставка да су параметри индуктивности расипања и активне отпорности намотаја примара за (n^2) пута веће од истих таквих параметара секундара:

$$v_1 = \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} v_{ca} \\ v_{ab} \\ v_{bc} \end{bmatrix}, \quad i_1 = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}, \quad i_2 = \begin{bmatrix} i_{ca} \\ i_{ab} \\ i_{bc} \end{bmatrix}, \quad \psi_1 = \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix}, \quad \psi_2 = \begin{bmatrix} \psi_{ca} \\ \psi_{ab} \\ \psi_{bc} \end{bmatrix},$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} R_A & & \\ & R_B & \\ & & R_C \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} R_{ca} & & \\ & R_{ab} & \\ & & R_{bc} \end{bmatrix}, L_{\sigma 1} = \begin{bmatrix} L_{\sigma A} & & \\ & L_{\sigma B} & \\ & & L_{\sigma C} \end{bmatrix} \text{ и } L_{\sigma 2} = \begin{bmatrix} L_{\sigma ca} & & \\ & L_{\sigma ab} & \\ & & L_{\sigma bc} \end{bmatrix}$$

Параметри отпорности су једнаки по вредности:

$$|R_A| = |R_B| = |R_C| = |R_1|, \quad |R_{ca}| = |R_{ab}| = |R_{bc}| = |R_2|.$$

Параметри индуктивности су једнаки по вредности:

$$|L_{\sigma A}| = |L_{\sigma B}| = |L_{\sigma C}| = |L_{\sigma 1}|, \quad |L_{\sigma ca}| = |L_{\sigma ab}| = |L_{\sigma bc}| = |L_{\sigma 2}|.$$

Једначине (3.73, 3.74, 3.75) се морају трансформисати да би се могле применити:

$$v_A - v_0 = \frac{d\psi_A}{dt} + L_{\sigma 1} \frac{di_A}{dt} + R_1 i_A \quad (3.76)$$

Поступак трансформација је изведен за једначина фазе (А) а за остале две фазе (В,С) једначине су само написане пошто је коришћена аналогија везана за трансформацију једначина фазе А:

Први корак је замена вредности из (3.75):

$$\sqrt{3}\psi_A = \psi_{ca}, \quad L_{\sigma 1} = n^2 L_{\sigma 2}, \quad R_1 = n^2 R_2, \quad i_{\mu A} = \varphi(\psi_A) i_A + \frac{\sqrt{3}}{n} i_{ca} = i_{\mu A} = \varphi(\psi_A),$$

$$\dot{i}_{\mu A} = \dot{\varphi}(\psi_A) \frac{d\psi_A}{dt} \quad \text{и} \quad f(\psi_A) = \dot{\varphi}(\psi_A) \quad \text{у једначину (74),}$$

$$-v_{ac} = \frac{d\psi_{ca}}{dt} + L_{\sigma 2} \frac{di_{ca}}{dt} + R_2 i_{ca} \Leftrightarrow -(v_a - v_c) = \sqrt{3} \frac{d\psi_A}{dt} + L_{\sigma 2} \frac{di_{ca}}{dt} + R_2 i_{ca} \quad (3.77)$$

$$-n\sqrt{3}(v_a - v_c) = n\sqrt{3}\sqrt{3} \frac{d\psi_A}{dt} + n\sqrt{3}L_{\sigma 2} \frac{di_{ca}}{dt} + n\sqrt{3}R_2 i_{ca} \quad (3.78)$$

$$-n\sqrt{3}(v_a - v_c) = 3n \frac{d\psi_A}{dt} + n^2 L_{\sigma 2} \frac{\sqrt{3}}{n} \frac{di_{ca}}{dt} + n^2 R_2 \frac{\sqrt{3}}{n} i_{ca}$$

Сабирањем једначина (3.76) и (3.77) добија се :

$$v_A - v_0 - n\sqrt{3}(v_a - v_c) = (1 + 3n) \frac{d\psi_A}{dt} + L_{\sigma 1} \frac{d}{dt} \left(i_A + \frac{\sqrt{3}}{n} i_{ca} \right) + R_1 \left(i_A + \frac{\sqrt{3}}{n} i_{ca} \right)$$

$$v_A - v_0 - n\sqrt{3}(v_a - v_c) = (1 + 3n) \frac{d\psi_A}{dt} + L_{\sigma 1} \frac{di_{\mu A}}{dt} + R_1 i_{\mu A}$$

$$v_A - v_0 - n\sqrt{3}(v_a - v_c) = (1 + 3n) \frac{d\psi_A}{dt} + L_{\sigma 1} \frac{d}{dt} [\varphi(\psi_A)] + R_1 \cdot \varphi(\psi_A)$$

Такође је $\frac{d}{dt} [\varphi(\psi_A)] = \dot{\varphi}(\psi_A) \frac{d\psi_A}{dt} = f(\psi_A) \frac{d\psi_A}{dt}$, па је коначно:

$$[1 + 3n + L_{\sigma 1} f(\psi_A)] \frac{d\psi_A}{dt} = v_A - v_0 - n\sqrt{3}(v_a - v_c) - R_1 \cdot \varphi(\psi_A) \quad (3.79)$$

$$\begin{aligned}\text{За фазе појединачно: } \frac{d\psi_A}{dt} &= \frac{v_A - v_0 - n\sqrt{3}(v_a - v_c) - R_1\phi(\psi_A)}{1 + 3n + L_{\sigma 1}f(\psi_A)} = F(\psi_A), \\ \frac{d\psi_B}{dt} &= \frac{v_B - v_0 - n\sqrt{3}(v_b - v_a) - R_1\phi(\psi_B)}{1 + 3n + L_{\sigma 1}f(\psi_B)} = F(\psi_B), \\ \frac{d\psi_C}{dt} &= \frac{v_C - v_0 - n\sqrt{3}(v_c - v_b) - R_1\phi(\psi_C)}{1 + 3n + L_{\sigma 1}f(\psi_C)} = F(\psi_C).\end{aligned}\quad (3.80)$$

$$\begin{aligned}\text{Једначине за струје: } \frac{di_A}{dt} &= L_{\sigma 1}^{-1}[v_A - v_0 - R_1i_A - F(\psi_A)] \\ \frac{di_B}{dt} &= L_{\sigma 1}^{-1}[v_B - v_0 - R_1i_B - F(\psi_B)] \\ \frac{di_C}{dt} &= L_{\sigma 1}^{-1}[v_C - v_0 - R_1i_C - F(\psi_C)]\end{aligned}\quad (3.81)$$

3.4.2 Пример 2: класични трофазни трансформатор $Y\Delta - 11$, и несиметрични систем

Трансформатор са магнетним колом кога сачињавају три стуба, по један за сваку фазу и два јарма, систем флуксева није симетричан $\psi_A + \psi_B + \psi_C = \psi_0 \neq 0$:

За овај трансформатор су применљиве једначине за електромоторне силе, а за магнетопобудне силе једначине се могу написати на основу еквивалентне шеме магнетног кола са 3 стуба и 2 магнетна јарма. У гранама које одговарају стубовима извори су струје магнећења које припадају стубовима са фазним намотајима а магнетни флуксеви теку према месту спајања стубова (у овом случају спојну тачку у суштини образују јармови спољних фаза, тј јармови који спајају стубове на којима у намотаји фаза А и С) .

Све познате анализе трофазних трансформатора полазе од претпоставке о симетричном систему флуксева, $\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$ т.ј. $\psi_A + \psi_B + \psi_C = 0$. У стварности, на трансформаторе делују несиметрични система напона или они напајају несиметрична оптерећења, дакле збир флуксева који стварају струје магнећења је једнак некој вредности $\psi_A + \psi_B + \psi_C = \psi_0$ која је унета у еквиваленту шему на слици 1.б. Ако су познате зависности $i_{\mu}^{\bullet} = \phi(\psi)$, $i_{\mu 0} = \phi(\psi_0)$ односно: $i_{\mu} = i_{\mu}^{\bullet}(\psi) + i_{\mu 0}$, $i_{\mu A} = i_{\mu A}^{\bullet}(\psi) + i_{\mu 0}$.

$$\begin{aligned}\frac{di_{\mu}}{dt} &= \frac{d}{dt}[\phi(\psi)] = \phi'(\psi) \frac{d\psi}{dt}, \quad \phi'(\psi) = f_{\mu} = f(\psi), \text{ и } ((\phi'(\psi_A) = f_{\mu A} = f(\psi_A))) \\ \frac{di_{\mu 0}}{dt} &= \frac{d}{dt}[\phi(\psi_0)] = \phi'(\psi_0) \frac{d\psi_0}{dt}; \quad \phi'(\psi_0) = f_{\mu 0} = f(\psi_0) \\ \frac{di_{\mu}}{dt} &= \frac{di_{\mu}^{\bullet}}{dt} + \frac{di_{\mu 0}}{dt} = \phi'(\psi) \frac{d\psi}{dt} + \phi'(\psi_0) \frac{d\psi_0}{dt}.\end{aligned}\quad (3.82)$$

одређују се вредности магнетних отпорности $R_{\mu} = \psi^{-1} \dot{i}_{\mu} = \psi^{-1} \phi(\psi)$ и $R_{\mu 0} = \psi_0^{-1} i_{\mu 0} = \psi_0^{-1} \phi(\psi_0)$

По методи супрепозиције $i_{\mu} = \dot{i}_{\mu}(\psi) + i_{\mu 0} = R_{\mu}(\psi)\psi + R_{\mu 0}(\psi_0)\psi_0$.

Дакле у стубовима које припада намотајима алтернативних фаза А, В, С укупна струја магнећење

$$\begin{aligned} i_{\mu A} &= R_{\mu A}(\psi_A)\psi_A + R_{\mu 0}(\psi_0)\psi_0 = f_A(\psi_A, \psi_B, \psi_C) \\ i_{\mu B} &= R_{\mu B}(\psi_B)\psi_B + R_{\mu 0}(\psi_0)\psi_0 = f_B(\psi_A, \psi_B, \psi_C) \\ i_{\mu C} &= R_{\mu C}(\psi_C)\psi_C + R_{\mu 0}(\psi_0)\psi_0 = f_C(\psi_A, \psi_B, \psi_C) \end{aligned} \quad (3.83)$$

Из последње једначине система једначина (II.3) за фазу (A) је

$$\begin{aligned} \frac{di_{\mu A}}{dt} &= \frac{di_{\mu A}^{\bullet}}{dt} + \frac{i_{\mu 0}}{dt} = \dot{\varphi}(\psi_A) \frac{d\psi_A}{dt} + \dot{\varphi}(\psi_0) \frac{d}{dt}(\psi_A + \psi_B + \psi_C), \\ \frac{di_{\mu A}}{dt} &= \frac{di_{\mu A}^{\bullet}}{dt} + \frac{i_{\mu 0}}{dt} = \dot{\varphi}(\psi_A) \frac{d\psi_A}{dt} + \dot{\varphi}(\psi_0) \frac{d\psi_A}{dt} + \dot{\varphi}(\psi_0) \frac{d\psi_B}{dt} + \dot{\varphi}(\psi_0) \frac{d\psi_C}{dt}, \\ \frac{di_{\mu A}}{dt} &= [\dot{\varphi}(\psi_A) + \dot{\varphi}(\psi_0)] \frac{d\psi_A}{dt} + \dot{\varphi}(\psi_0) \frac{d\psi_B}{dt} + \dot{\varphi}(\psi_0) \frac{d\psi_C}{dt}. \end{aligned}$$

Увођењем $\varphi(\psi_A, \psi_0) = \dot{\varphi}(\psi_A) + \dot{\varphi}(\psi_0)$ и $\varphi_1(\psi_0) = \dot{\varphi}(\psi_0)$, добија се слично као за фазу А, $\varphi(\psi_B, \psi_0) = \dot{\varphi}(\psi_B) + \dot{\varphi}(\psi_0)$, и $\varphi(\psi_C, \psi_0) = \dot{\varphi}(\psi_C) + \dot{\varphi}(\psi_0)$, систем једначина за све три фазе:

$$\begin{aligned} \frac{di_{\mu A}}{dt} &= \varphi(\psi_A, \psi_0) \frac{d\psi_A}{dt} + \varphi_1(\psi_0) \frac{d\psi_B}{dt} + \varphi_1(\psi_0) \frac{d\psi_C}{dt} \\ \frac{di_{\mu B}}{dt} &= \varphi(\psi_B, \psi_0) \frac{d\psi_B}{dt} + \varphi_1(\psi_0) \frac{d\psi_A}{dt} + \varphi_1(\psi_0) \frac{d\psi_C}{dt} \\ \frac{di_{\mu C}}{dt} &= \varphi(\psi_C, \psi_0) \frac{d\psi_C}{dt} + \varphi_1(\psi_0) \frac{d\psi_A}{dt} + \varphi_1(\psi_0) \frac{d\psi_B}{dt} \end{aligned} \quad (3.84)$$

Дакле, у матричном облику:

$$\frac{di_{\mu}}{dt} = F_1(\psi_A, \psi_B, \psi_C) \frac{d\psi}{dt} \quad (3.85)$$

Применом система једначина (3.83) и (3.84) могу се за фазу А трансформатора са три стуба написати једначине описане изводима [где је, за пример $((v_2 - v_2^{\cdot}) = (v_a - v_c))$]:

$$\frac{d\psi_A}{dt} = \frac{v_A - v_0 - n\sqrt{3}(v_a - v_c) - R_1\varphi_2(\psi_A, \psi_B, \psi_C)}{1 + 3n + L_{\sigma 1}F_1(\psi_A, \psi_B, \psi_C)}, \quad (3.86)$$

$$\frac{di_A}{dt} = L_{\sigma 1}^{-1}[v_A - v_0 - R_1i_A - F_1(\psi_A, \psi_B, \psi_C)] \quad (3.87)$$

Што значи да се за примар могу саставити једначине са величинама извода флукса и струје општег индекса ($1 = A, B, C$), напони $(v_2 - v_2^{\cdot})$ секундарне стране у имениоцу израза (3.86) имаће индекса по редоследу ($2 = a, b, c$) ($2^{\cdot} = c, a, b$), тј. за:

фазу А $(v_2 - v_2^{\cdot}) = (v_a - v_c)$, фазу В: $(v_2 - v_2^{\cdot}) = (v_b - v_a)$, фазу С $(v_2 - v_2^{\cdot}) = (v_c - v_b)$.

Опште релације су :

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{v_1 - v_0 - n\sqrt{3}(v_2 - v_2^{\cdot}) - R_1\varphi_2(\psi_A, \psi_B, \psi_C)}{1 + 3n + L_{\sigma 1}F_1(\psi_A, \psi_B, \psi_C)},$$

$$\frac{di_1}{dt} = L_{\sigma 1}^{-1} [v_1 - v_0 - R_1 i_1 - F_1(\psi)]$$

где су функције F_1 , и φ_2 - изражене као квадратна односно дијагонална матрица.

$$F_1(\psi_A, \psi_B, \psi_C) = \begin{bmatrix} \varphi(\psi_A, \psi_0) & \varphi_1(\psi_0) & \varphi_1(\psi_0) \\ \varphi_1(\psi_0) & \varphi(\psi_B, \psi_0) & \varphi_1(\psi_0) \\ \varphi_1(\psi_0) & \varphi_1(\psi_0) & \varphi(\psi_C, \psi_0) \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{\mu A}}{dt} \\ \frac{di_{\mu B}}{dt} \\ \frac{di_{\mu C}}{dt} \end{bmatrix} = F_1(\psi_A, \psi_B, \psi_C) \cdot \begin{bmatrix} \frac{d\psi_A}{dt} \\ \frac{d\psi_B}{dt} \\ \frac{d\psi_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi(\psi_A, \psi_0) & \varphi_1(\psi_0) & \varphi_1(\psi_0) \\ \varphi_1(\psi_0) & \varphi(\psi_B, \psi_0) & \varphi_1(\psi_0) \\ \varphi_1(\psi_0) & \varphi_1(\psi_0) & \varphi(\psi_C, \psi_0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{d\psi_A}{dt} \\ \frac{d\psi_B}{dt} \\ \frac{d\psi_C}{dt} \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

Поред матрице F_1 , користи се матрица $\varphi_2(\psi_A, \psi_B, \psi_C)$ из прве и друге релације (3.82) да би се упростило добијање алгоритма прелазних процеса у класичном трофазном трансформатору са три стуба који ради под несиметричним оптерећењем:

$$\varphi_2(\psi_A, \psi_B, \psi_C) = \begin{bmatrix} f(\psi_A) + f(\psi_0) & & \\ & f(\psi_B) + f(\psi_0) & \\ & & f(\psi_C) + f(\psi_0) \end{bmatrix} \quad (3.89')$$

Ако се недијагонални елементи матрице F_1 , занемаре и изоставе, то неће знатније утицати на резултат. Под тим условима матрица F_1 , биће дијагонална тј.:

$$F_1(\psi_A, \psi_B, \psi_C) = \begin{bmatrix} \varphi(\psi_A, \psi_0) & & \\ & \varphi(\psi_B, \psi_0) & \\ & & \varphi(\psi_C, \psi_0) \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

Недостатак оптерећења на трансформатору упрошћава једначине прелазног процеса.

3.4.3 Пример 3: неоптерећени трофазни трансформатора

За изабрану спрегу неоптерећеног трансформатора $Yy, Dy, Yd, \dots$, са напоном неутралне тачке $v_0 = i_{no-load} z_{netr-point}$ и $i_{no-load}$ – струјом трансформатора ($z_{netr-point}$ – импеданса неутралне тачке), једначине (80) и (81) свде се на системе матричних једначина:

$$\begin{aligned} i_{no-load} &= i_A + i_B + i_C \\ \frac{di_{no-load}}{dt} &= \frac{di_A}{dt} + \frac{di_B}{dt} + \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_A}{dt} &= L_{\sigma 1}^{-1} [v_A - v_0 - R_1 i_A - \frac{d\psi_A}{dt}] \\ \frac{di_B}{dt} &= L_{\sigma 1}^{-1} [v_B - v_0 - R_1 i_B - \frac{d\psi_B}{dt}] \end{aligned} \quad (3.90')$$

$$\frac{di_C}{dt} = L_{\sigma 1}^{-1} [v_C - v_0 - R_1 i_C - \frac{d\psi_C}{dt}]$$

Сабирањем три једначине система (90) добијамо (91)

$$\frac{di_{no-load}}{dt} = \frac{di_A}{dt} + \frac{di_B}{dt} + \frac{di_C}{dt} = L_{\sigma 1}^{-1} [v_A + v_B + v_C - 3v_0 - R_1 (i_A + i_B + i_C) - (\frac{d\psi_A}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt})]$$

После сређивања имамо:

$$\frac{di_{no-load}}{dt} = \frac{di_A}{dt} + \frac{di_B}{dt} + \frac{di_C}{dt} = L_{\sigma 1}^{-1} [v_A + v_B + v_C - 3v_0 - R_1 i_{no-load} - (\frac{d\psi_A}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt})] \quad (3.91)$$

Једначина (3.92) може се написати у погодном облику за сваку фазу појединачно:

$$\begin{aligned} [1 + 3n + L_{\sigma 1} f(\psi_A)] \frac{d\psi_A}{dt} &= v_A - v_0 - n\sqrt{3}(v_a - v_c) - R_1 \cdot \varphi(\psi_A) \quad \text{За фазу А} \\ [1 + 3n + L_{\sigma 1} f(\psi_B)] \frac{d\psi_B}{dt} &= v_B - v_0 - n\sqrt{3}(v_b - v_a) - R_1 \cdot \varphi(\psi_B) \quad \text{За фазу В} \\ [1 + 3n + L_{\sigma 1} f(\psi_C)] \frac{d\psi_C}{dt} &= v_C - v_0 - n\sqrt{3}(v_c - v_b) - R_1 \cdot \varphi(\psi_A) \quad \text{За фазу С} \end{aligned} \quad (3.92)$$

Сабирањем ове три једначине добија се (3.93):

$$\begin{aligned} (\frac{d\psi_A}{dt} + \frac{d\psi_B}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt}) + 3n(\frac{d\psi_A}{dt} + \frac{d\psi_B}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt}) + L_{\sigma 1} [f(\psi_A) \frac{d\psi_A}{dt} + f(\psi_B) \frac{d\psi_B}{dt} + f(\psi_C) \frac{d\psi_C}{dt}] = \\ = v_A + v_B + v_C - 3v_0 - n\sqrt{3}[(v_a - v_c) + (v_b - v_a) + (v_c - v_b)] - R_1 [\varphi(\psi_A) + \varphi(\psi_B) + \varphi(\psi_C)] \end{aligned} \quad (3.93)$$

или писањем на други начин (3.94):

$$\begin{aligned} n\sqrt{3}[(v_a - v_c) + (v_b - v_a) + (v_c - v_b)] + R_1 [\varphi(\psi_A) + \varphi(\psi_B) + \varphi(\psi_C)] + 3n(\frac{d\psi_A}{dt} + \frac{d\psi_B}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt}) + \\ + L_{\sigma 1} [f(\psi_A) \frac{d\psi_A}{dt} + f(\psi_B) \frac{d\psi_B}{dt} + f(\psi_C) \frac{d\psi_C}{dt}] = v_A + v_B + v_C - 3v_0 - (\frac{d\psi_A}{dt} + \frac{d\psi_B}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt}) \end{aligned} \quad (3.94)$$

Заменом вредности из израза (3.94) у једначину (3.91) и сређивањем сложеног израза добија се:

$$\begin{aligned} \frac{di_{no-load}}{dt} &= L_{\sigma 1}^{-1} [\frac{1}{3}(\frac{d\psi_A}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt}) - R_1 (i_A + i_B + i_C)] \\ \frac{di_{no-load}}{dt} &= L_{\sigma 1}^{-1} [\frac{1}{3}(\frac{d\psi_A}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt} + \frac{d\psi_C}{dt}) - R_1 i_{no-load}] \end{aligned}$$

Затим се на основу (3.73) добија матрична једначина за одређивање флуксева у стубовима трансформатора на којима се налазе намотаји фаза А, В, С:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\psi_A}{dt} \\ \frac{d\psi_B}{dt} \\ \frac{d\psi_C}{dt} \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} - 3 \cdot z_{neutr-point} \begin{bmatrix} i_{no-load} \\ i_{no-load} \\ i_{no-load} \end{bmatrix} - R_1 \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

Матрица константе К је:

$$K = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} + L_{\sigma 1} \xi(\psi_A) & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{4}{3} + L_{\sigma 1} \xi(\psi_B) & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} + L_{\sigma 1}(\psi_C) \end{bmatrix}$$

или писањем на други начин:

$$i_A = i_{\mu A} + i_{no-load}$$

$$i_B = i_{\mu B} + i_{no-load}$$

$$i_C = i_{\mu C} + i_{no-load}$$

Функција струја магнећења у стубовима трансформатора фаза А, В, С, $i_{\mu A,B,C} = \xi(\psi_{A,B,C})$ се апроксимирају степеним редом са потенцијама p, q и са константама α, β .

$$i_{\mu A} = \alpha \psi_A + \beta \psi_A^p + \gamma \psi_A^q$$

$$i_{\mu B} = \alpha \psi_B + \beta \psi_B^p + \gamma \psi_B^q$$

$$i_{\mu C} = \alpha \psi_C + \beta \psi_C^p + \gamma \psi_C^q.$$

са опстим изводом $\xi(\psi) = \frac{di_{\mu}}{dt} = \frac{d\xi(\psi)}{dt}$, [за фазу А $\xi(\psi_A) = \frac{di_{\mu A}}{dt} = \frac{d[\alpha \psi_A + \beta \psi_A^p + \gamma \psi_A^q]}{dt}$],

вредност функције је $\xi(\psi_A)$ за фазу А је: $\xi(\psi_A) = \alpha + \beta \cdot p \psi_A^{p-1} + \gamma \cdot q \psi_A^{q-1}$

$$[\text{За фазу В је } \xi(\psi_B) = \alpha + \beta \cdot p \psi_B^{p-1} + \gamma \cdot q \psi_B^{q-1}]$$

$$[\text{За фазу С је } \xi(\psi_C) = \alpha + \beta \cdot p \psi_C^{p-1} + \gamma \cdot q \psi_C^{q-1}]$$

Функције $\xi(\psi_A)$ за фазу А се множи са $L_{\sigma 1}$, а слично је и у осталим двама фазама и део је дијагоналних чланова $[\frac{4}{3} + L_{\sigma 1} \xi(\psi_A)]$, у матрици K .

3.5 Програм за симулацију

Метода симулације која се ослања на вестачку интелигенцију у рачунару кроз „проиграмирање” може да замени сложени-класични поступак израчунавања и мерења и да пружи објективну слику о понашању енергетског трансформатора.

У програму Matlab састављен је симулациони програм за одређивање електричних и магнетних величина према алгоритму модела транзијентних процеса. Такође је направљен и програм за генерирање тих величина. Програм служи за проверу генерисаних и обрађених вредности. Тако се тачно зна које су величине генерисане и обрађене после симулације сигнала.

Програм је састављен из два дела: фронт дијаграма (SCOPY) и блок дијаграма. Блок дијаграм служи за писање програма, а фронт дијаграм за приказ корисничке кореспонденције.

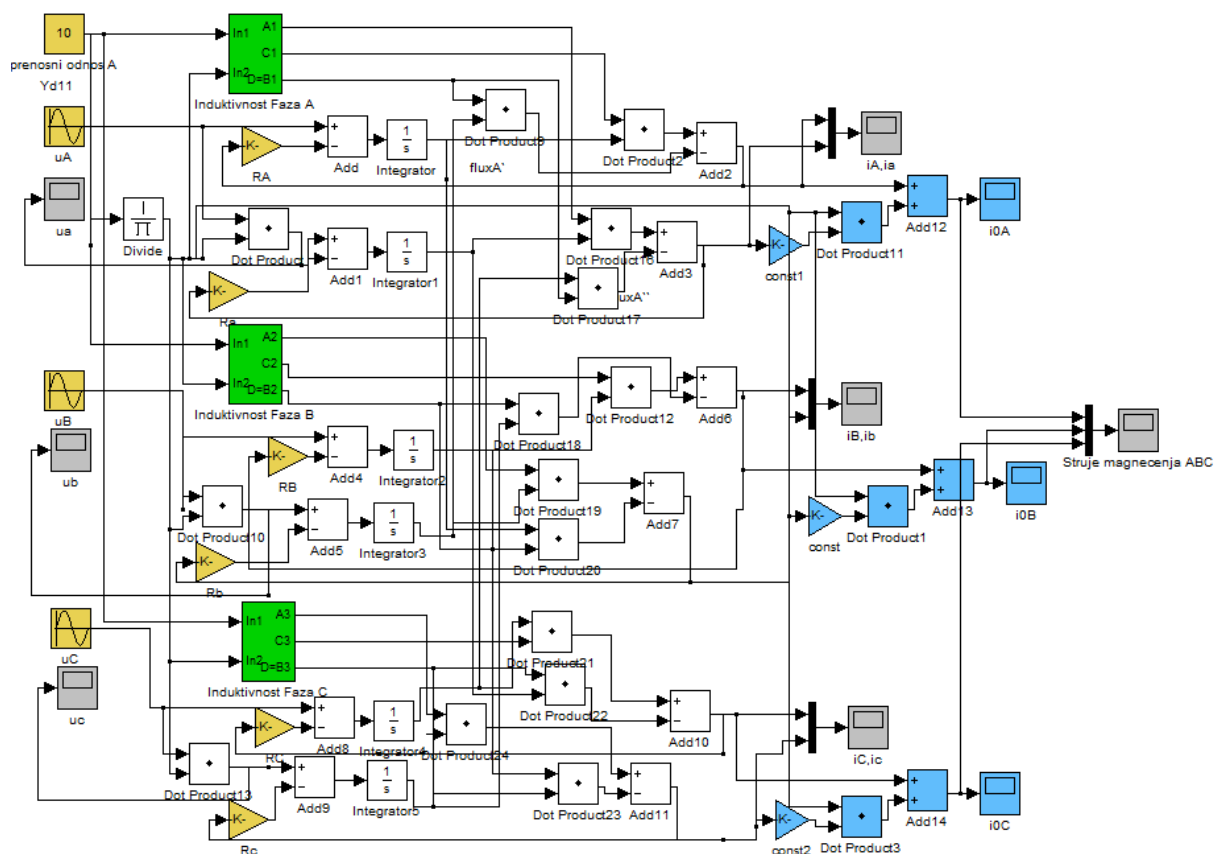
Генерирање електричних и магнетних величина у предложеном моделу

Програм за генерисање величина је направљен помоћу уграђене функције "симулирање сигнала", која служи за генерисање разних сигнала, и потребно је изабрати синусни сигнал. Уласком у функцију могуће је подесити фреквенцију узроковања и број узорака која се жели симулирати. Као улазне варијабле функције изаберу се фреквенција, амплитуде и фазни угао.

Функција "симулирање сигнала" смештена је у **Дот продукт** петљи (две исте петље, једна за напон једна за струју), која има број итерација једнак хармонику кога желимо генерисати, тј. броју редова сваког поља "cluster"-а. Улазни податци за **Дот продукт** петљу налазе се у "cluster" облику. У програму су два "cluster"-а напон и струја, која се састоје од три поља: за сваку фазу појединачно фреквенција и амплитуда. Путем уписа вредности у "cluster" бира се жељени ниво величине напона и струје. На фронт дијаграму уписују се сва три параметра посебно за сваки фазу трансформатора.

Петља у свакој итерацији чита вредности из свих поља "cluster" на локацији поља која је једнака тренутној итерацији. Прва итерација садржи податке о почетним вредностима струја и напона. У петљи се, у свакој следећој итерацији, сабирају вредности тренутне итерације с полазном и тако добија вредност у жељеном временском тренутку. Након завршетка последње итерације петље, тј. када се саберу све претходне, завршне вредности величина уписују се у излазни.txt документ који се састоји од два стуба. У првом су уписана времена узроковања, а у другом ступцу вредности напона и струје. Првих пет редова садржи информационе вредности о генерисаној величини.

За потврду исправности новог модела и алгоритма транзијентних процеса трансформатора написан је посебан програм у Матлабу на основу кога су састављене две шеме за симулацију процеса са произвољно задатим параметрима. За демонстрацију метода изабран је суви трансформатор АВВ, споја Yd, снага 1; 2; 3.15 MVA- цији су подаци дати у табелу у наставку.



Слика 3.5.1 Петља за генерисање електричних и магнетних величина у енергетском трансформатору (Yd-11)

Обрада података у предложеном моделу

Програм за обраду података заснован је на математичкој фуријеровој трансформацији и алгоритму за прорачун транзијентних процеса. Методе на темељу: Фуријерове трансформације (FFT) обавља се над редуцираним пољем. Резултат трансформације уписује се у два поља. Једно поље садржи реалне компоненте а друго имагинарне. Алгоритми који следе рачунају апсолутне вредности, фазне ставове и остале важне вредности.

Програм је подељен у три дела, први обрађује напонски сигнал, други део струјни сигнал, а трећи део садржи алгоритам за рачунање магнетног флукса. Сваки део подељен је у више структурних петљи које омогућавају да се кораци програма одвијају један за другим, тј. спречавају преклапање програма. Програм прво чита вредности уписане у .txt датотеци која је претходно генерирана програмом за генерацију сигнала и шаље их у поље с два стубца. Након читања обавља се радња брисања редова и стубаца поља како би остало поље са стубцем у којему се налазе само генерисане вредности. Петља за рачунање токова радне снаге покреће се након секунде. Временски одмак од секунде постављен је да би се осигурало довољно времена да се проведу петље фуријерове трансформације, тј. да не би дошло до преклапања вредности.

Улазни параметри за трећу петљу су поља добијена након фуријерове трансформације. Петља рачуна напоне и струје појединих фаза.

Задатак програма је да потврди применљивост метода и алгоритма. Након завршетка програма, на "фронт дијаграму" приказане су све вредности хармоника струје и напона и флукса. Све интересантне величине, вредности доминантног сигнала и хармоника такође се приказане графовима. Поређењем вредности које су задате у програм за обраду података може се потврдити

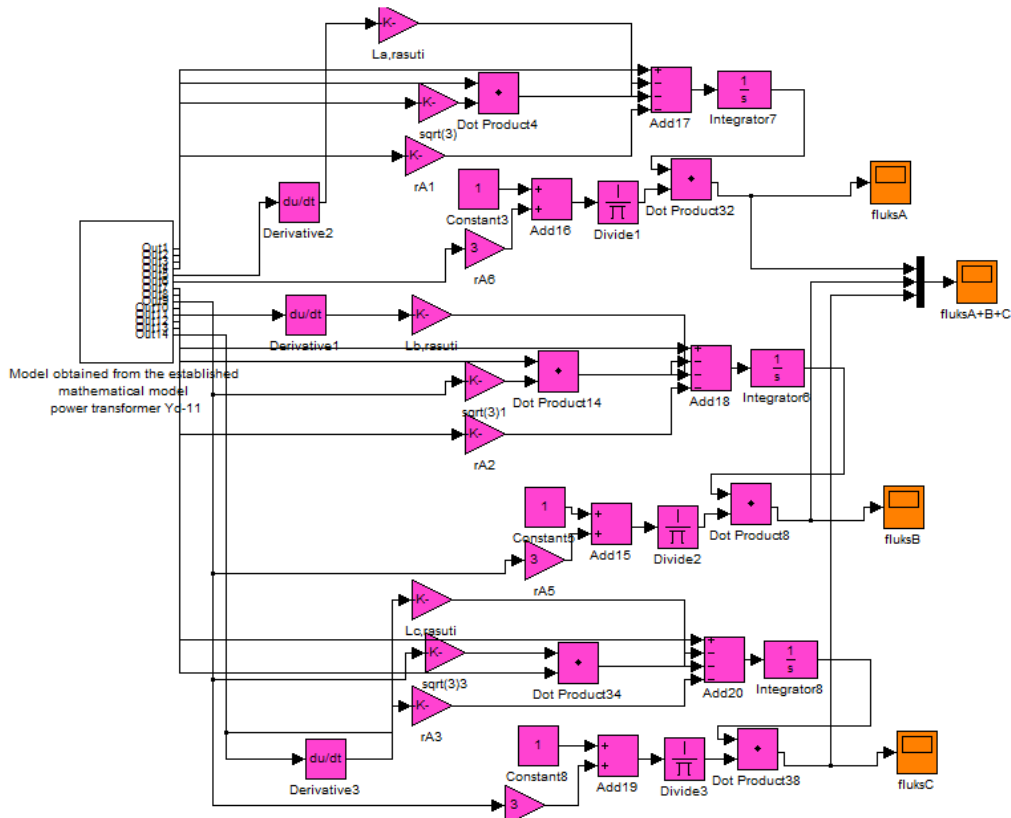
да програм за обраду података функционише исправно. У наредној етапи програм је спојен са стварним вредностима струја, напона и фреквенција.

Подаци о вредностима трофазних АВВ трансформаторима, преузети су из [15] и дати у **табели 3.5.1.**:

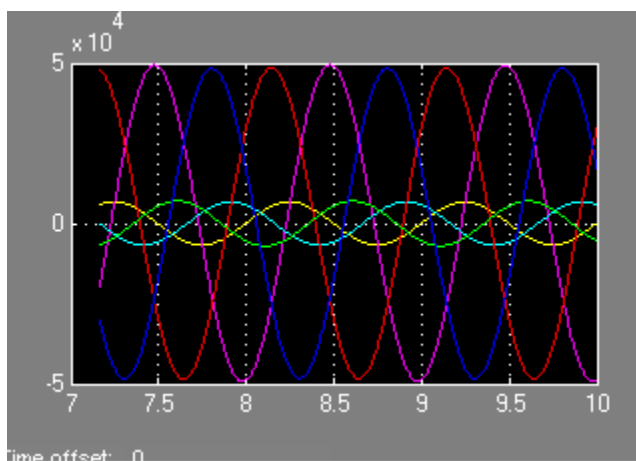
Табела 3.5.1 [15] Подаци о вредностима трофазних АВВ трансформаторима

Power $Z_T (\Omega)$	ХВ/ЛВ (кВ)	Импедансес, (%)	Но-ЛоадЛоссес (W)	ЛоадЛоссес(75 ⁰ Ц) (W)	$R_T (\Omega)$	$X_T (\Omega)$
(кВА)	(кВ)	(%)	(W)	(W)		
T1АББ 1000 $9.6 \cdot 10^{-3}$	10/0.4	6%	2000	8800	$1.40 \cdot 10^{-3}$	$9.5 \cdot 10^{-3}$
T2АББ 2000 $4.8 \cdot 10^{-3}$	10/0.4	6%	3500	15500	$0.61 \cdot 10^{-3}$	$4.76 \cdot 10^{-3}$
T3АББ 3150 $3.05 \cdot 10^{-3}$	10/0.4	6%	5200	22600	$0.34 \cdot 10^{-3}$	$3.03 \cdot 10^{-3}$

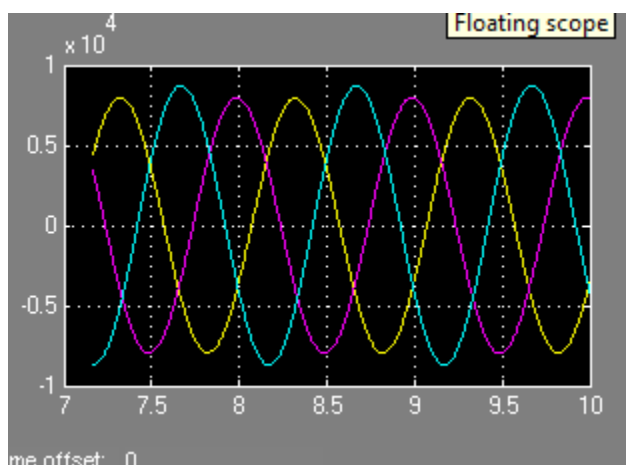
Блок шема (слика 3.5.1.) представља демонстрацију модела који је добијен из утврђеног математичког модела енергетског трансформатора *Уд-1*. Модел је компримован у субсистем и проширен са адекватним блоковима који прате математичко излагање рада, ради добијања неопходних параметара анализираних прелазних процеса код енергетског трансформатора (слика 3.5.2.). Модел симулације је „активан“ и може се кориговати у односу на параметре. На дијаграмима су приказане карактеристике датог неоптерећеног енергетског трансформатора *Уд-11*.



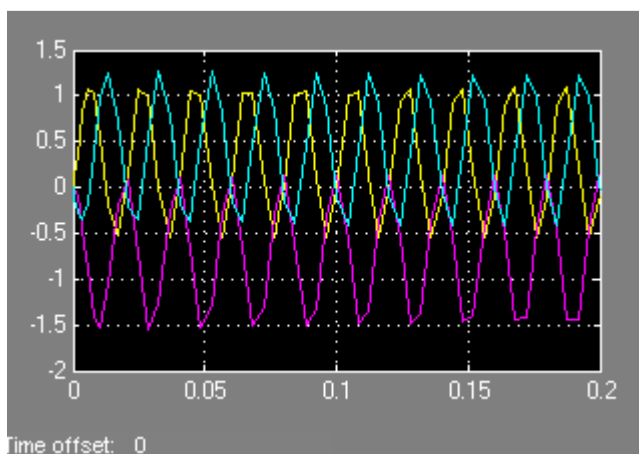
Слика.3.5.2. Приказ модела добијеног из предложеног математичког модела прелазног процеса енергетског трансформатора



Слика.3.5.3. Графичка демонстрација струје примара и секундара неоптерећеног енергетског трансформатора Уд-11, који је алгоритмом описан у моделу



Слика.3.5.4. Графичка демонстрација струја магнетног неоптерећеног енергетског трансформатора Уд-11, који је алгоритмом описан у моделу.

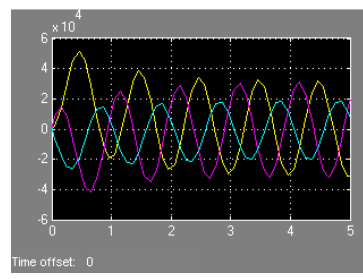
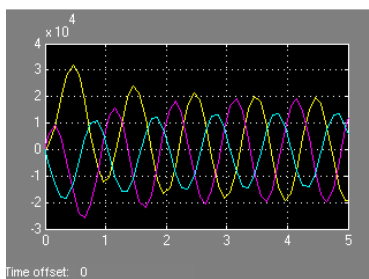
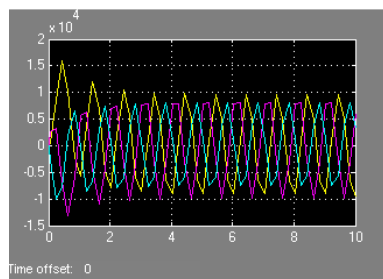


Слика.3.5.5. Графичка демонстрација магнетног флукса неоптерећеног енергетског трансформатора Уд-11, који је алгоритмом описан у моделу.

Прикључењем напона настаје прелазни процес праћен променом струје магнећења у колу, кроз табеларни и графички приказ је представљена ова промена код различитих типова трансформатора.

Табела 3.5.2. Струја магнећења код различитих типова трансформатора

T1:1[MVA],10/0.4[kV/kV], P = X =0.16Ω			T2:2[MVA],10/0.4[kV/kV], P = X =0.08Ω			T3:3.5[MVA],10/0.4[kV/kV], P = X =0.05Ω		
I _μ A[A]	I _μ B[A]	I _μ C[A]	I _μ A[A]	I _μ B[A]	I _μ C[A]	I _μ A[A]	I _μ B[A]	I _μ C[A]
1.06E-10	0.00125	-0.0011	2.12E-10	0.00252	-0.0018	3.39E-10	0.00403	-0.0025
3.82E-09	0.00755	-0.0063	7.63E-09	0.01511	-0.0109	1.22E-08	0.02418	-0.015
1.02E-07	0.03904	-0.0328	2.04E-07	0.07808	-0.0565	3.26E-07	0.12493	-0.0776
2.58E-06	0.19646	-0.1649	5.16E-06	0.39294	-0.2843	8.26E-06	0.6287	-0.3904
6.47E-05	0.98356	-0.8257	1.29E-04	1.96714	-1.4234	2.07E-04	3.14742	-1.9544
0.00161	4.91827	-4.1301	0.003235	9.83655	-7.1198	0.005175	15.7385	-9.7757
0.04043	24.572	-20.662	0.080866	49.144	-35.619	0.129385	78.6303	-48.908
1.01021	122.342	-103.57	2.020426	244.684	-178.56	3.232682	391.494	-245.2
25.1691	598.38	-523.92	50.33821	1196.76	-903.73	80.54114	1914.82	-1241.6
613.54073	2618.91	-2725.4	1227.081	5237.83	-4712.9	1963.33	8380.52	-6488.8
4222.8569	4501.12	-7412.6	8445.714	9002.24	-12890	13513.14	14403.6	-17835
9479.5309	2584.5	-10346	18959.06	5168.99	-18113	30334.5	8270.39	-25210
14065.429	-2201	-10319	28130.86	-4401.9	-18248	45009.37	-7043.1	-25627



Слика.3.5.6. Промена струје магнећења у колу различитих енергетских трансформатора

Одређивање значајних вредности електричних и магнетних величина трофазног енергетског трансформатора изабране групе споја у транзиентном процесу могуће је извести путем добијених алгоритама. У раду су описане функције и математики поступци који су резултирали добијањем оригиналног алгоритма који може да прихвати већи бој променљивих параметара. У програму Matlab-у било је потребно направити алгоритам за прорачун према успостављеној методи. Основа за одређивање алгоритма је класична анализа транзијентног процеса оптерећеног и неоптерећеног трофазног трансформатора. Захваљујући анализи и резултатима из два примера било је могуће написати а затим, у Matlab-у, саставити симулациони програм за одређивање електричних и магнетних величина према алгоритму модела транзиентних процеса. Помоћу програма и добијених временских облика у фронт дијаграму (на SCOPY-ју) била је направљена је компарација и провера тачности примењеног метода и добијеног алгоритма.

Вредност програма је проверена и потврђена на примеру израчунавања и симулације карактеристичних величина (струја, напона и магнетних флукова) за избрани енергетски трансформатор групе спреге $Y_n / \Delta - 11$.

Презентована метода и програм за израчунавање и симулацију омогућавају брзо и квалитетно одређивање величина при прелазним процесима у неоптерећеним или оптерећеним трофазним енергетским трансформаторима произвољне групе споја. Добијени модел је универзалан а алгоритам се може користити и за различите режиме у којима се трансформатор може наћи. Примењени програм је имао двоструку намену:

- прво да послужи израчунавању и симулацији величина које се иначе могу добити испитивањем или мерењем на трансформатору, и

- друга намена је верификација предложеног метода и успостављеног оригиналног алгоритма. Симулација замењује типска испитивања на свим трансформаторима са квазисиметрично постављеним намотајима, (приказ у равни), а у овом случају у моделу је уврштен и утицај нулте компоненте флукса.

Резиме:

У овом поглављу је приказан графоаналитички метод за одређивање импедансе извора мерењем струја и напона на два, по карактеру, различита оптерећења.

Метод је применљив за одређивање импеданси извора у мрежама и инсталацијама или трансформатора малих снага и струјних трансформатора.

За разлику од класичних огледа кратког споја и празног хода који су дефинисани за два екстремна режима у овом поглављу је описан метод заснован на мерењима блиским називном оптерећењу: пасивни параметри извора или трансформатора се одређују из струја и напона изабраног активног и реактивног оптерећења (капацитивног/индуктивног).

У недостатку мерне опреме, експеримент је симулиран у изабраном софтверском пакету Matlab-y.

Графоаналитички метод је примењен за одређивање импедансе трансформатора тј. за одређивање активних и индуктивних параметара. На овај начин се могу одредити и његове импедансе када спољни извор генерише високе фреквенције, односно у условима транзијентних процеса.

На крају овог поглавља описана су запажања која произилазе из добијених резултата.

4. Верификовање добијених алгоритама методама вештачке интелигенције - проверене симулације и приказ добијених резултата

4.1. Прорачун пренапона и оцена понашања енергетског трансформатора при укључењу пригушнице

На основу теоријског модела приказана је рачунарска симулација електромагнетних прелазних процеса у енергетском трансформатору са комплетним анализирањем стања трансформатора [2, 27].

При укључењу реактивног потрошача на секундарно коло трофазног трансформатора, настају сложенији проблеми, јер процес зависи од врсте спреге трансформатора, а могућа је појава несиметрије и хармоника у дистрибутивним мрежама [37]. Могуће методе истраживања тог проблема су: аналитичке методе, нумеричко програмирање, приступи са подршком, алгоритми засновани на вештачкој интелигенцији, графичко испитивање алгоритама [37, 44, 45, 46], парцијално добијени алгоритми и табеларно истражени алгоритми.

У овом делу докторске дисертације су приказане једноставне еквивалентне шеме за анализу појава на енергетском трансформатору при трополном укључењу трофазног реактора са задатом вредношћу, линеарног параметра индуктивности. Узети су у обзир сви утицајни параметри занемарени мање утицајни параметри. По том методу могу се и оценити вредности пренапона на секундару трансформатора при укључењу реактора са уземљеном неутралном тачком. Стручној и научној јавности је овај део истраживања кроз примењени метод и резултате, табеле и дијаграме, представљен кроз рад [37, 47, 48].

Остатак овог поглавља је уређен на следећи начин: Други део представља аналитички модел појаве пренапона, несиметрија и хармоника при укључењу линеарних пасивних параметара као што је индуктивност реактора. Активна отпорност у електричном колу пригушује осцилације, али не утичу на њихов карактер, зато је овај параметар, ради једноставнијег прорачуна, занемарљиво мали.

Трећи део описује динамичке промене у енергетском трансформатору $Yd11$. Укључењем трофазног уземљеног реактора на секундар трансформатора, због несинхронизовано укључења фаза (a,b,c) настају значајни пренапони на изводима секундара, који су анализирани у Matlab Simulinku.

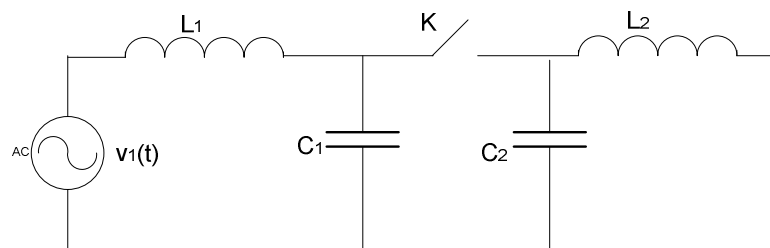
Четврти део је симулациони модел који анализира карактеристична стања укључењем прве фазе (a) затим укључења других двеју фаза (b и c). При укључењу сваке од фаза настаје посебно стање према којем се рачунају вредности и врши оцена пренапона.

Коришћењем симулације успешно је анализирана појава пренапона. При мерењу пренапона на контактима прекидача, према описаном методу, приказана је процена њихове вредности као и њихов временски ток. Из дијаграма се може закључити како се одвијао комутациони процес у сваком временском тренутку.

У петом делу овог поглавља је приказан графоаналитички метод за одређивање импедансе извора мерењем струја и напона на два, по карактеру, различита оптерећења. За разлику од класичних огледа кратког споја и празног хода који су дефинисани за два екстремна режима овај метод је заснован на мерењима блиским називном оптерећењу: пасивни параметри извора или трансформатора се одређују из струја и напона изабраног активног и реактивног оптерећења (капацитивног/индуктивног).

4.2. Аналитичка метода

У истраживању пренапона и појава несиметрија и хармоника при укључењу линеарних пасивних параметара као што је индуктивност реактора, коришћене су аналитичке методе. Активна отпорност у електричном колу пригушује осцилације, али не утичу на њихов карактер, зато је оправдана претпоставка да, како је то приказано на слика 4.2.1, ради једноставнијег прорачуна у колу нема параметра активне отпорности. Добијеном резултату, ако је то од интереса ради добијања егзактних вредности, може се додати функција која се односи на пригушење осцилација.



Слика.4.2.1. Једнополни приказ ситуације прекида у колу

Познато је [31,38] да у паралелним електричним гранама у којима су у једној индуктивност а у другој капацитивност већи допринос осциловању даје грана у којој се акумулира више енергије. Зато је при прорачуну и оцени прелазног процеса који настаје при укључењу индуктивног оптерећења на трансформатор [2, 27], могуће изоставити међусобну индуктивност трансформатора која је много већа од индуктивности реактора L_2 . Из истог разлога је изостављена

капацитивност примарног намотаја трансформатора у односу на капацитивност снажног извора [2, 27].

Под таквим претпоставкама је формирана шема на слици 4.2.1. за коју важи да је :

$$v_1(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi), \quad - \text{напон електричног извора,}$$

L_1 – индуктивност расипања трансформатора (може бити повећана за индуктивност далековода сведену на секундарну страну **трансформатора**),

C_1 - капацитивност секундара трансформатора према земљи,

C_2 - капацитивност реактора,

L_2 – индуктивност реактора или индуктивно оптерећење.

Прорачун пренапона на секундарним изводима, односно на реактору, после затварања контакта склопке K може се извести према следећој релацији [37]. :

$$v(t) = v^*(t) + \Delta v(0) \cdot \cos(\nu \cdot t) + \Delta v(0) \frac{\omega}{\nu} \operatorname{ctg} \varphi \sin(\nu \cdot t) \quad (4.1)$$

За реалне случајеве је $\frac{\omega}{\nu} \operatorname{ctg} \varphi \sin(\nu \cdot t) \ll 1$, израз (4.1) се, са довољном тачношћу апроксимира са:

$$v(t) = v^*(t) + \Delta v(0) \cdot \cos(\nu \cdot t) \quad (4.2)$$

У релацији (4.2) су: $v(t)$ – напон на C_1 од тренутка затварања контакта K :

$$v^*(t) = \frac{v_1(t)}{(1 + \frac{L_1}{L_2})(1 - \frac{\omega^2}{\nu^2})} - \text{напон на капацитивности } C_1 \text{ који одговара стационарном стању после}$$

затварања контакта K .

$\Delta v(0) = v(0) - v^*(0)$, - разлика тренутне вредности напона $v(0)$ и напона у тренутку затварања контакта K , $v^*(0)$.

На основу релације (4.2) може се сматрати да напон на C_1 након укључења контакта K има две компоненте:

1. напон стационарног стања после затварања контакта и
2. компоненту која карактерише прелазну појаву а осцилује са фреквенцијом ν и амплитудом $\Delta v(0)$.

Ово логичко размишљање се може применити и на трополно укључење али се мора знати да, при укључењу, и под претпоставком да су једнаки размаци контакта у остале две фазе, не може наступити истовремено укључење све три фазе.

4.3. УКЉУЧЕЊЕ ТРОФАЗНОГ УЗЕМЉЕНОГ РЕАКТОРА НА СЕКУНДАР

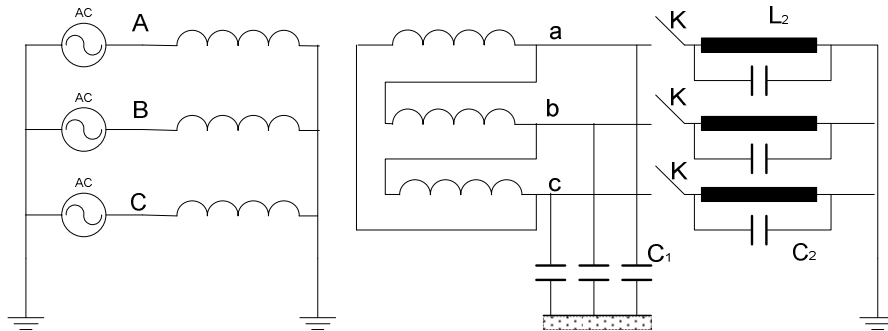
Укључење трофазног уземљеног реактора на секундар трансформатора Yd11, је размотрена на слици 4.3.1, а шема се може упростити, па се добија простије електрично коло, на слици 4.3.2, у коме је L_1 расипна индуктивност трансформатора и увећана за индуктивност вода сведена на секундарну страну.

На прикључцима секундара су симетрични фазни напони ($state I$), слика 4.3.2.

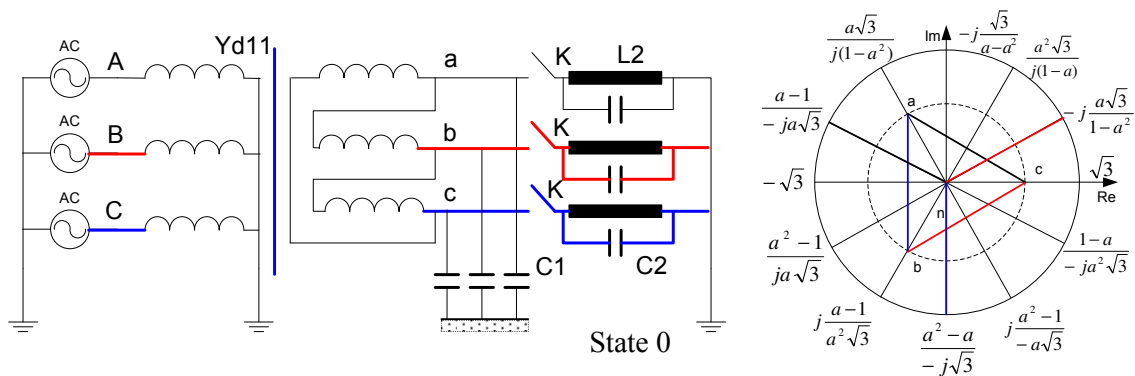
При укључењу реактора са дефинисаним линеарним параметром индуктивности са уземљеном неутралном тачком на секундар трансформатора, због несинхронизовано укључења фаза (a, b, c) настају већи пренапони на изводима секундара [2, 27]. Фактори који карактеришу пренапоне достижу вредности $\kappa = 2.61$.

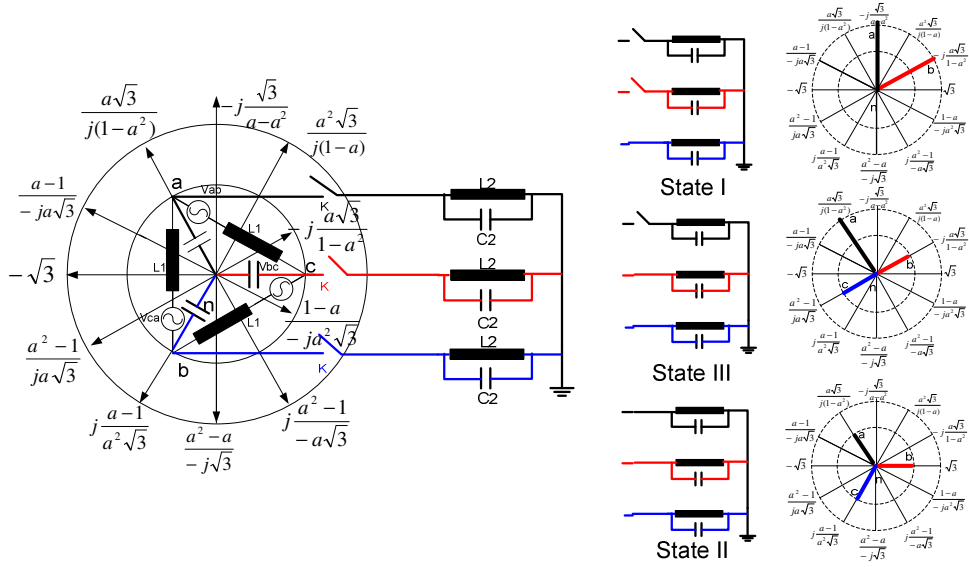
У току приближавања контакта, посредством електричног лука прво се успостави спој између контакта са највећом разликом потенцијала [27, 37]. Нормално је да се то догоди у фази чији напон пролази кроз максималну вредност у временском тренутку када размак између контакта има такву вредност да га амплитуда фазног напона учини проводним.

Слика 4.3.2. илуструје успостављање контакта између прикључка секундара и одговарајућег прикључка реактора. Фазни напон тачке (c) у новом стационарном стању, ($state II$), мења предзнак и вредност. Ако се гледа са стране прикључака секундара, на прикључку је велико индуктивно оптерећење, а прикључци (a) и (b) са незнатним капацитивним оптерећењем (сопствена капацитивност секундара).



Слика 4.3.1. Енергетски трансформатор са трополним прекидачем према реактору





Слика. 4.3.2. Енергетски трансформатор са трополним прекидачем, еквивалентни дијаграм и State 0, I, II, III прелазни процеси на прекидачу према реактору

Прикључци (a) и (b) су на линијским напонима према земљи а прикључак (c) је на потенцијалу земље. Прелазак из State 0 у State I (слика 4.3.2.), односно укључење једне фазе се може третирати као једнофазна појава [31, 35, 38], и ако се то догоди у тренутку t_1 када је $v_c = V_m$ према шеми на слици 4.3.2., добија се:

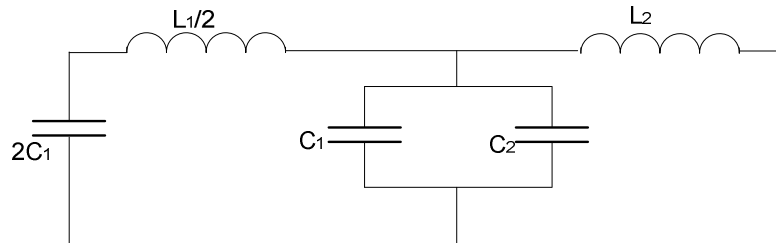
$$v_c(t) = 3 \cdot \omega^2 L_2 C_1 V_m \sin(\omega \cdot t + \varphi) = 0 \quad (4.3)$$

$$\Delta v_c(0) = V_m + 3 \cdot \omega^2 L_2 C_1 V_m \cong V_m \quad (4.4)$$

Из релација (4.2, 4.3, 4.4), следи да ће после $t = t_1$ потенцијал тачке (c) са вредности $v_c = V_m$ да падне на вредност потенцијала земље осцилујући око те вредности у складу са релацијом:

$$v_c(t) = V_m \sin(v_2 \cdot t) \quad (4.5)$$

при чему је доминантна кружна учестаност која одговара електричном колу State I, слика 4.3.2. када је укључен пол (c). State I има две кружне учестаности које се једноставно одређују ако се шема тог стања трансформише у еквивалентну шему на слици. 4.3.3.



Слика. 4.3.3. Еквивалентна шема за ситуацију прелазних процеса на прекидачу слике 4.3.2.(State I)

За LC коло на слици 4.3.3. са граном у којој су капацитивности сабране ($C = C_1 + C_2$), сопствене учестаности се добијају према релацији:

$$v_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{L_1 C_1} + \frac{1}{L_2 (C_1 + C_2)} + \frac{2}{L_1 (C_1 + C_2)} \right] \pm \sqrt{\left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{L_1 C_1} + \frac{1}{L_2 (C_1 + C_2)} + \frac{2}{L_1 (C_1 + C_2)} \right] \right\}^2 - \frac{1}{L_1 L_2 (C_1 + C_2) C_1}} \quad (4.6)$$

При чему је у пренапонском процесу доминантан хармоник са фреквенцијом V_2 .

Та фреквенцију V_2 може се одредити из (4.6) али и на једноставнији начин према релацији (4.7) у наставку ако се занемари део који се односи на део индуктивност расипања трансформатора $L_l / 2$ у шеми на слици 4.3.3.

$$V_2 = \frac{1}{\sqrt{(3C_1 + C_2)L_2}} \quad (4.7)$$

Напони на прикључцима (a) и (b) осцилују истим ритмом као и напон на прикључку (c) односно на кондензатору C_l , јер је троугао напона споја ($d = \Delta$), намотаја секундара довољно стабилан. У датом тренутку, што је потврђено у симулацији, напони (a) и (b) имају вредности $2V_m < v_a = v_b = -2.6 \cdot V_m < 3V_m$, с'тим да у фази (b) због раста стационарног напона има тенденцију пораста на $v_b = -2.73 \cdot V_m$, кроз $\Delta t = \frac{\pi}{6\omega}$, а у фази (a) због пада стационарног напона има нешто мању вредност, $v_a < -2.6 \cdot V_m$.

Ако настане *State III* при успостављењу контакта у фази (b), доминатна фреквенција V_3 , је због укључења другог реактора за ($\sqrt{2}$) пута већи од V_2 , $V_3 = \sqrt{2}V_2$.

Неутрална тачка *State II* је на средини линијског напона $V_{bc}(t)$. Ако је до пробоја у фази (a) дошло у тренутку $t_2 = t_1 + \frac{\pi}{\omega}$, односно за $\Delta t_1 = \frac{\pi}{V_2}$, после фазе (c), напон тачке (c) мења се од тренутка (t_2) у складу са релацијом (4.2) [27, 39], при чему је приближно

$$v^*(t) \cong V_m \cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin \left[\omega \left(t + \frac{\pi}{V_2} \right) + \frac{\pi}{3} \right] \quad (8)$$

$$\Delta v_c(0) \cong -V_m \left[1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \left(\omega \frac{\pi}{V_2} + \frac{\pi}{3} \right) \right] \quad (4.9)$$

Максимална вредност напона прикључка (c) према земљи, после $\Delta t = \pi / V_2$ (ако у међувремену не дође до пробоја контакта фазе (a), достиже вредност која је, као у случају *State II*, приближно једнака вредности $V_{m,c} = (1 + \sqrt{3})V_m$.

Највећи могући коефицијент пренапона настаје ако обе преостале фазе успоставе контакт истовремено, тј. у тренутку $t = t_1 + \frac{\pi}{\omega}$. Тада је:

$$v_c(0) \cong 2V_m; \quad v_c^*(t) \cong V_m \sin\left[\omega\left(t + \frac{\pi}{\omega}\right) + \frac{\pi}{2}\right] \quad (4.10)$$

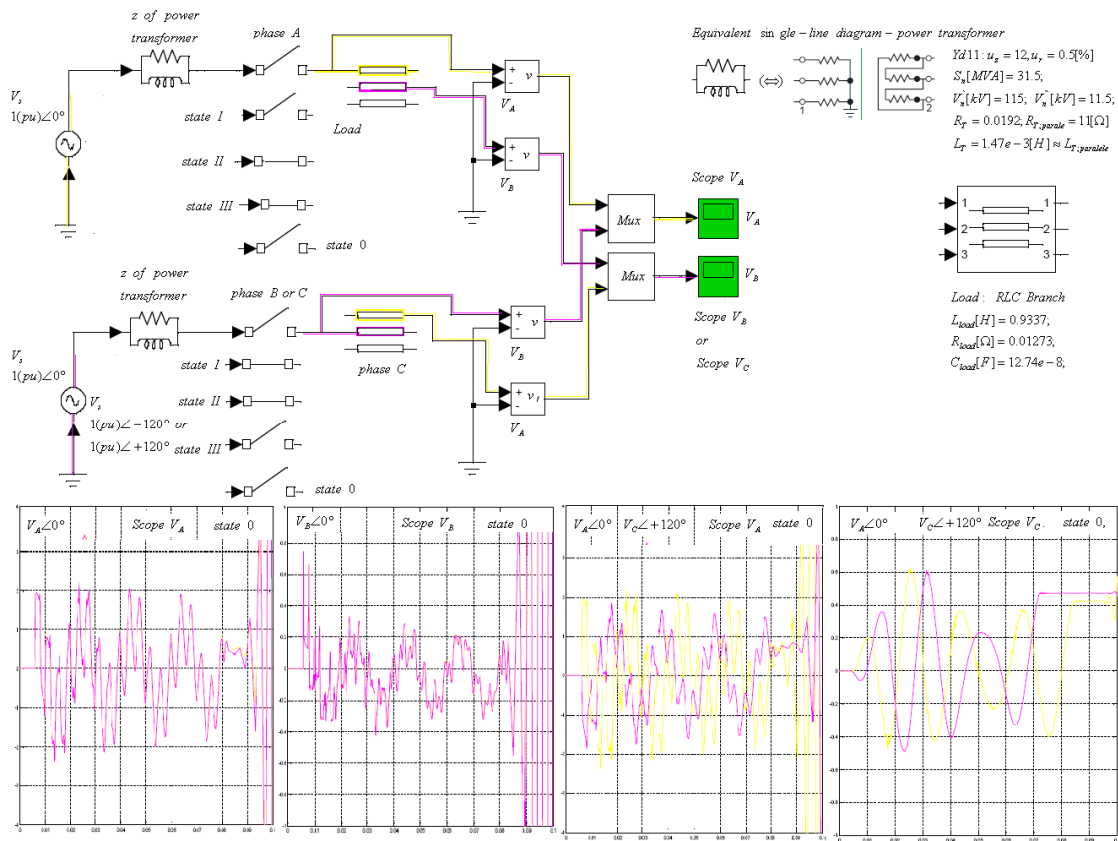
Коефицијент пренапона, уколико се занемаре пригушни процеси (карактерише их активна отпорност у колу), достиже вредност ($\cong 3$) у тренутку $t = t_1 + \frac{\pi}{\omega} + \frac{\pi}{\omega}$. Кружна фреквенција је $\omega \approx \sqrt{3}\omega_2$ јер су у структуру кола, у *State II*, укључене све три индуктивности L_2 .

Ако се догоди да пробој међу контактима фазе (c) настане даље од позиције где је настала максималне вредности напона, на пример у тренутку када напон фазе (a) пролази кроз вредност нула и када је ($\varphi = \frac{3\pi}{4}$), већа је вероватноћа да ће се појавити сва описана стања, пошто се за време осцилаторног процеса због пробоја између контаката фазе (c), напон фазе (a) промени $0 \leq v_a \leq -2\Delta v$ а фазе (b) промени за $-\frac{\sqrt{2}}{2}V_m \leq v_b \leq -(\frac{\sqrt{2}}{2}V_m + 2\Delta v)$. Због веће вредности напона између контакта долази до пробоја и у фази (b) што има за последицу прелаз са осциловања према *State I* у осциловање према *State III*, фреквенцијом (ω_3) и тек после тога (на слици 4.4.1., дијаграми симулације, после више периоде фреквенције ω_3) успоставља се контакт у фази (a) и коло са фреквенцијом (ω_4) прелази у стационарно стање *State II*.

4.4. Симулације

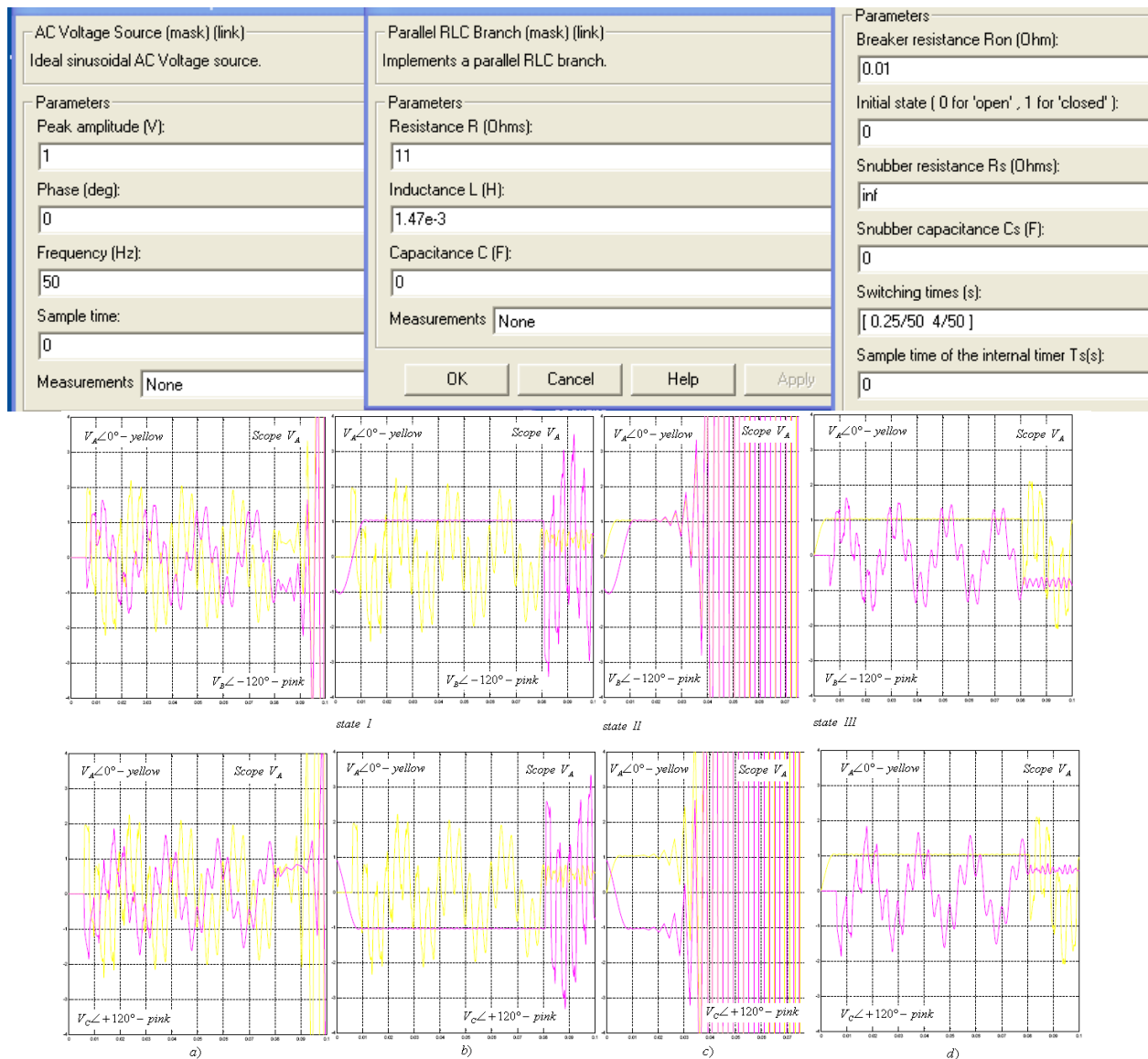
Предности Matlab симулација су велики број могућности а резултати симулације су облици и карактеристичне вредности добијених таласних дијаграма. У пакету МАТЛАБ програма за симулацију кроз промену позиције прекидача за изабране параметре оптерећења изведена је верификација модела транзиентног стања. За одређивање таласних облика напона на индуктивном оптерећењу коришћен је адаптирани део пакета Matlab. Сви таласни облици приказани су на сликама 4.4.1 и 4.4.2.

Блок прекидања кола представља склопку где ће њено отварање и затварање бити контролисано из спољњег Симулинк сигнала (external control mode) или контролног унутрашњег тајмера (internal control mode). Процес електричног лука се симулира отварањем прекидача.



Слика 4.4.1. а)Основна шема за симулацију транзијентних пренапона у МАТЛАБУ, б)дијаграми 0 теста

Табела 4.4.1. Подаци о параметрима елемената са електричне шеме симулације трантијентних пренапона.



Слика 4.4.2. Дијаграми транзијентних пренапона на изводима трансформатора за различита динамичка стања – укључења и искључења фаза A,B,C.

Подаци о параметрима извора, прекидача у паралелном колу које представља трансформатор .

Load : RLC Branch

$$L_{load} [H] = 0.9337;$$

$$R_{load} [\Omega] = 0.01273; \quad \text{оптерећење}$$

$$C_{load} [F] = 12.74e-8;$$

$$Yd11: u_z = 12, u_r = 0.5[\%]$$

$$S_n [MVA] = 31.5;$$

$$V_n [kV] = 115; V_n'' [kV] = 11.5;$$

$$R_T = 0.0192; R_{T;parale} = 11[\Omega]$$

$$L_T = 1.47e-3[H] \approx L_{T;parale}$$

трансформатор

Дијаграм напона на секундару трансформатора са Yd спојем при укључењу или искључењу претежно индуктивног оптерећења на изводе фаза A, B, C .

У овом делу је описан метод и алгоритам за прорачун и естимацију пренапона на изводима енергетских трансформатора при укључењу индуктивног потрошача на секундару трансформатора. Карактеристична стања су укључење прве фазе а затим укључење других двеју фаза. При укључењу сваке од фаза настаје посебно стање које се представља алтернативним електричним колом и поједностављеном еквивалентном шемом према којој се рачунају вредности и врси оцена пренапона. За изабране параметаре трансформатора и индуктивног оптерећења, изведена је симулација у изабраном софтверском пакету у МАТЛАБ-у.

Презентована метода и симулација омогућавају брзо и квалитетно решавање процеса који су значајни за релејну заштиту и аутоматско управљање, нпр. аутоматско поновно укључење у електричним мрежама. Прорачун и симулација могу успешно да замене скупа и по исходу непредвидава типска испитивања пренапона на енергетским трансформаторима. Коришћењем искустава у симулацији једнофазних еквивалентни електричних кола која се односе на укључење реактора, могу се успешно анализирати појаве и оценити вредности напона и фреквенција које настају при трофазном укључењу. За одређивање таласних облика напона на индуктивном оптерећењу корисцен је адаптирани део пакета Matlab, сви таласни облици приказани су на графицима, који указују на пренапоне код трансформатора.

То значи да се пре мерења пренапона на контактима прекидача, према описаном методу могу проценити њихове вредности као и њихов временски ток. Из дијаграма се може закључити како се одвијао комутациони процес у сваком временском тренутку.

Укључење трофазног уземљеног реактора на секундар трансформатора $Yd11$, је размотрена у раду, због несинхронизовано укључења фаза (a, b, c) настају значајни пренапони на изводима секундара. Фактори који карактерису пренапоне достижу вредности $k=2.61$. У току приближавања контакта, посредством електричног лука прво се успостави спој између контакта са највећом разликом потенцијала [27, 39]. Нормално је да се то догоди у фази чији напон пролази кроз максималну вредност у временском тренутку када размак између контакта има такву вредност да га амплитуда фазног напона учини проводним.

4.5. Графоаналитички метод мерења параметара трансформатора

Вредности активне и реактивне отпорности електричних извора, какав је у принципу и секундар трансформатора за пријемнике укључене на крајевима секундара, могу се добити директним мерењем самих отпорности, индиректно мерењем активних компоненти напона и струја - напони се често мере уз помоћ струје која пролази кроз отпорник или неке друге електричне величине, (индиректно мерење). Подаци о вредностима пасивних параметара извора и секундара трансформатора који се понаша као извор често недостају па се могу добити или мерењем или се могу симулирати ради добијања приближних вредности параметара. Ако је напајан енергијом која садржи компоненте напона и струја високе фреквенције трансформатор се понаша другачије јер јер феромагнетном језгру не одговарају брзе промене магнетног поља и није

могуће остварити пуно магнећење. И поред чињенице да се утицај фреквенције на магнећење не сме занемарити, сада у стручној литератури не постоји поуздан поступак који би овај процес могао да оцени. У недостатку мерне опреме или за верификацију мерног метода користе се симулације у неком од програма.

У овом делу дисертације је приказан графоаналитички метод за одређивање импедансе извора мерењем струја и напона на два, по карактеру, различита оптерећења. Метод је применљив за одређивање импеданси извора у мрежама и инсталацијама или трансформатора малих снага и струјних трансформатора. За разлику од класичних огледа кратког споја и празног хода који су дефинисани за два екстремна режима овај метод је заснован на мерењима блиским називном оптерећењу: пасивни параметри извора или трансформатора се одређују из струја и напона изабраног активног и реактивног оптерећењу (капацитивног/индуктивног). У недостатку мерне опреме, експеримент је симулиран у изабраном софтверском пакету Matlab. Метод и добијени резултати су публиковани у раду [40].

4.5.1. Преглед метода идентификација параметара елемената снаге трансформатора у електричној мрежи

Позната су два метода за идентификацију параметара елемената снаге:

- Логистички - регресиони LR (класични) који се већ користи за дијагностику режима у мрежама,
- Метод прорачуна импеданси елемената краткоспојних петљи се првенствено користи у нисконапонским (NN) мрежама и инсталацијама (системима ОДС) има релативно висок степен тачности, практично обухвата све карактеристике кола, примењује се у ОДС радијалног типа. Метод користи предпоставку да су познати сви параметри кола: најчешће у фази димензионисања опреме, корисник (у инсталацијама не зна све параметре мреже, коју поседује испоручиоц и обратно). Када је елемент снаге (трансформатор) у мрежи се могу измерити импедансе. Уколико трансформатор није прикључен у мрежу и није у функцији могуће је само израчунати ову импедансу на основу предпостављених параметара од којих неки могу и да недостају,
- вештачки (виртуелни) са неуронским мрежама ANN који ће наћи већу примену у истраживању поузданости и заштите електроенергетских мрежа и у будуће ће бити коришћен као основни. Најчешће се користе методи вештачке интелигенције и проверених симулација у изабраном Софтверском пакету програма.

Сва три метода имају по два различита приступа:

1. Активни приступ заснован на регистрацији напона и струја у тачакама мреже у којима је прикључен трансформатор, одмах после настанка поремећаја - квара. Лако се реализују али зависне од режима високонапонског вода и

2. Пасивни, заснован на вишеструкој емисији импулса у мрезу уз регистрацију редоследа рефлектованих сигнала. Његова предност је већа тачност, независно од режима контролисаног елемента и могућност решавања већег броја задатака а мана велика цена и потреба да се пренесе већи фреквентни опсег сигнала.

Приступи прве групе се могу усавршити. Тако се дошло до метода код кога се детекција петљи квара и елемента снаге - трансформатора врши у односу на вредности параметара хаваријског режима вода (напони и струје) - (параметарске методе) и метода код кога се лоцирање

квара изводи у односу на времена простирања напонских и струјних таласа (таласне методе) што се може остварити са једне или са обе стране.

Методу мерења са једне стране, ИЛК карактерише висока оперативност мерења и могућност добијања информација о распону до места кvara непосредно у метрима. Недостатак метода је мала тачност- велика мерна несигурност.

Предност метода мерења на обе стране је у могућности решавања већег броја задатака аутоматског управљања делом мрежеи висока тачност.

ILK методе мерења parametara režima poremećaja samo sa jedne strane zasnovane su na računanju reaktansi petlji kratkih spojeva srazmerних odstojanju do mesta kvara, a određene su odnosom napona i struja u kolu u kome je petlja.

Који су захтеви за мерења на трансформатору: За енергетске трансформаторе су важни:

- 1) Континуитет и сигурност мерних каблова.
- 2) Провера отпорности изолације трансформатора.
- 3) Вредновање грешке (мерење-израчунавање) грешке при мерењу импедансе.
- 4) Исправност рада склопки.

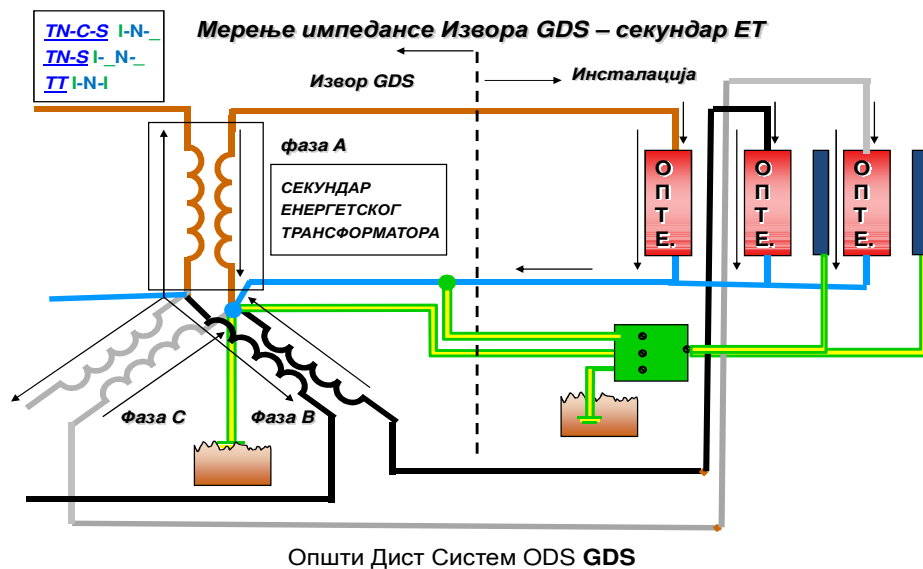
Обавезни и захтеvani важнији тестови по општем стандарду ИЕС [13],

Стандард ИЕС 60364-6 захтева да су сви каблови у главним и додатим инсталацијама тестирани како би дефинисали функционалност и ефикасност општег дистрибутивног система.

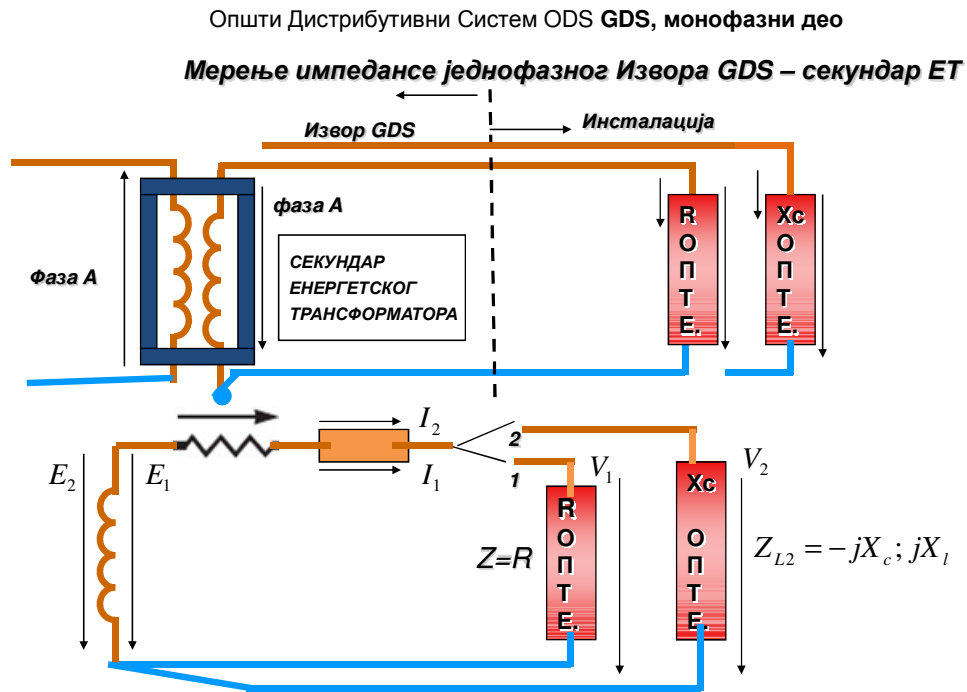
Стандард такође захтева да инструмент буде способан да обезбеди минималnu струју од 200mA и напон од 4 do 24 V DC или AC.

4.5.2. Мерење струја и напона код трансформатора: оглед празног хода и кратког споја

Трофазни двонамотајни трансформатор на слици 4.5.2.1 има HV/LV намотаје у изабраном споју (YY или Dy). У делта или звезда споју HV намотаја трансформатора, фазни напони имају синусни облик тј. исти облик напона који има мрежа на коју је прикључен.



Слика 4.5.2.1. Мерење импедансе код енергетског трансформатора

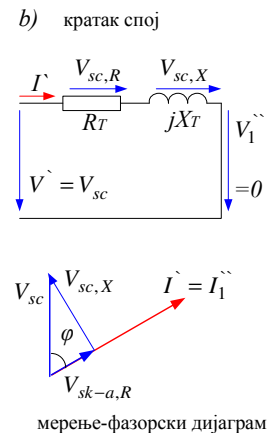
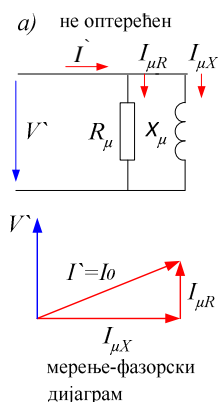


slide 6

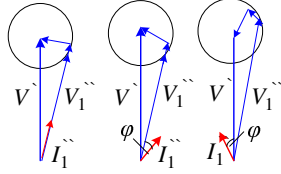
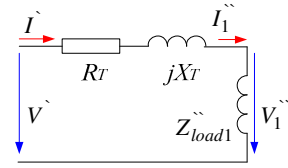
Слика 4.5.2.2. а) Мерење импедансе секундар 3- фазног Т, б) мерење импедансе секундар 1- фазног Т

Напони на VN страни трансформатора или NN-страни могу осим основног да садрже и више хармоники (3,5,7...) [15,17,18]. У делта споју нема хармоника у фазним напонима на VN страни трансформатора и када их има у фазним напонима на (NN- страни) и у фазним напонима у мрежи. [15, 17].

Монофазна шема одговара трофазном систему само када су све три фазне импедансе у систему једнаке Z ; кроз њих теку струје i истих модула јер су на импедансе делују исти модули напона V [23]. За монофазни двонамотајни трансформатор са 2 приступа шема одговара релацијама: кратак спој.

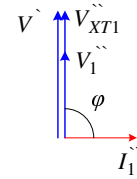
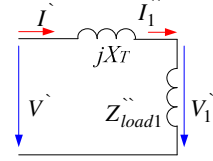


c) Оптерећени



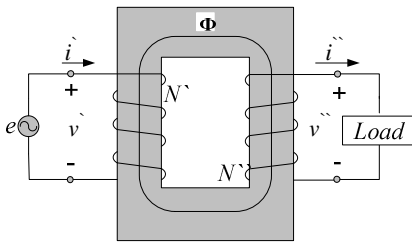
зависност $V_{1''}$ од $I_{1''}$, векторски дијаграм

d) висока фреквенција



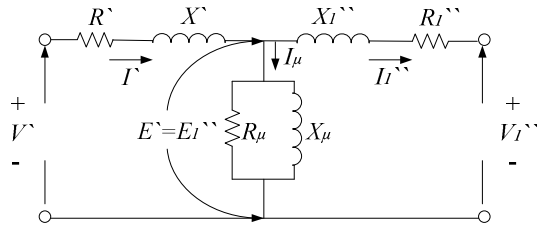
Слика.4.5.2.3. Класични метод мерења импедансе једнофазног ЕТ : а) празан ход, б)кратак спој, с)оптерећени ЕТ, d)оптерећени ЕТ висока фреквенција, шеме и дијаграми.

f)



једнофазни трансформатор

g)



еквивалентна шема трансформатора

Слика.4.5.2.4 , а)Једнофано оптерећени трансформатор б) еквивалентно коло трансформатора

$$V_{1''} = -E_{1''} + Z_{1''} I_{1''}, \text{ и } -E_{1''} = -E_{1''} = Z_0 I_0 = Z_\mu I_\mu \quad (4.11)$$

-величине и изразу (1.1) су секундарне величине сведене на примарну страну. Прво се одреди струја I_0 у односу на емс $E_{1''}$ и параметри кола:

$$I_0 = I_0 - I_1 = -\frac{E_{1''}}{Z_0} + \frac{-E_{1''}}{Z_1 + Z_{load}} \quad -E_{1''} = \frac{I_0}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_1 + Z_{load}}} \quad (4.12)$$

Заменом израза (4.12) у напонске једначине (4.11) добија се (4.11') :

$$V_1 = -E_1 + Z_1 I_1 = I_1 \left[Z_1 + \frac{1}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_1'' + Z_{load}''}} \right] = I_1 Z_{eq},$$

$$\Leftrightarrow Z_{eq} = Z_1 + \frac{1}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_1'' + Z_{load}''}} \quad (4.11')$$

Из релација (4.11') је јасно да еквивалентно коло трансформатора кроз кога пролази струја примара I_1 мора да има еквивалентну импедансу Z_{eq} . Импеданса је представљена у колу на слици 4.5.2.4.б и у простом смислу то је редна веза Z_1 са паралелном комбинацијом $Z_0 = Z_\mu$ и $(Z_1'' + Z_{load}'')$.

Величине трансформатора које обухватају и губитке се на класичан начин мере у огледу празног хода (без оптерећења) и кратког споја али за трансформаторе малих снага и струјне трафое, због тешкоћа при мерењу активних губитака овај метод практично није применљив.

*Мерење активне отпорности намотаја трансформатора помоћу класичне шеме, мерења већих вредности отпорности треба вршити при познатој температури јер је она основа за накнадно одређивање загревања. Ако уз податак о отпорности није дата температура сматра се да је 20°C.

Мерење се изводи U-I методом (једносмерна струја и напон). Главна тешкоћа је висока вредност индуктивности L_x трансформатора која доводи до погрешних резултата. Наиме, при укључењу једносмерног напона струје расте по експоненцијалној кривој која је одређена временском константом намотаја $\tau = L_x / R_x$ која за веће трансформаторе може да има вредност и неколико минута. Ако се вредност струје очита одмах после укључења добија се већа вредност за R_x од стварне вредности. Зато се са читавањем мора причекати око 5 временских констаната (која најчешће није позната). Са друге стране због проласка струје, може у том времену да дође до повећања температуре намотаја у односу на почетну вредност.

- Прва тешкоћа се решава стављањем предотпора у мерно коло уз примену веће вредности мерног напона. Временска константа мерног кола се додавањем предотпорника смањује. Раст температуре због раста мерне струје се смањује употребом осетљивијег волтметра који остварује мерење са малом вредношћу струје. Мерење се може вршити са струјом до **10% I_n** , јер је у том случају загревање намотаја у току мерења само **1% од називног**. Мерење се изводи између сва три пара стезаљки трансформатора и узима средња вредност. Отпорност намотаја трофазног трансформатора који се уводи у еквивалентну шему а изражава као отпорност једне фазе (еквивалентне) звезде без обзира каква је спрега Тако отпорност фазе заменске шеме звезде, без обзира на стварну спрегу трансформатора износи $R_{ph} = R_x = (2/3)R$. Добијена вредност се

прерачуна на топло стање (75°C), по $\frac{R_{75}}{R_\theta} = \frac{235+75}{235+\theta} R_x$.

2. Класични оглед празног хода (без оптерећења), слика 4.5.2.3.а: систем једначина за неоптерећени трансформатор са дефинисаном примарном импедансом T , Z_1 је општи систем (4.13):

$$V_1 = -E_1 + Z_1 I_1, \quad V_2 = E_2 - Z_2 I_2, \quad \Rightarrow V_1 = E_1 - Z_1 I_1, \quad I_2 = I_1 - I_0 \quad (4.13)$$

Када импеданса оптерећења $Z_{load} \rightarrow \infty$, секундарна струја је једнака нули $I'' = 0$; $\dot{I}_1 = 0$ и $\dot{V}_1 = -\dot{E}_1 + Z_1 \dot{I}_1 = \dot{E}_1 (Z_1 + Z_0)$, $\dot{V}_1 = -\dot{E}_1 = -\dot{E}_0 = Z_0 \dot{I}_0$, $\dot{I}_1 = \dot{I}_0$; (4.14)

У трофазном трансформатору се струје добијају мерењем из средњих вредности мерених фазних струја $\dot{I}_0 = (I_A + I_B + I_C) / 3$ и фазних напона $\dot{V}_0 = (V_A + V_B + V_C) / 3$ (4.15)

На основу вредности $\dot{I}_0$ и $\dot{V}_0$ одреди се фактор снаге у празном ходу, $(\cos \varphi_0)$. Величине које се могу одредити из огледа празног хода трансформатора при вредности називног напона су: Преносни однос трансформатора - однос секундарног и примарног називног напона у празном ходу : $K_n = N'' / N' = E_R'' / E_R' \approx V_R'' / V_R'$ (4.16)

Струја празног хода $\dot{I}_{0,oc}$ р.и.: релат. вредност називне примарне струје:

$$\dot{I}_{0,ocpu} = I_{0,oc} / I_R' \quad (4.17)$$

Међусобна импеданса дефинисана по услову $Z'' \approx 0$, из (1.1) $|Z_0| \approx \frac{V_R'}{I_{0,oc}} = |Z_{0,oc}|$ (4.18)

Њена активна компонента добија се као $R_0 = \frac{P_{0,oc}}{3I_{0,oc}^2} = |Z_0| \cos \varphi_0$ (4.19)

И реактивна компонента—реактанса $X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = |Z_0| \sin \varphi_0 \approx |Z_0|$ (4.20)

Губици празног хода који се разликују од губитака у језгру, $P_{core,oc}$ када је напон једнак називном $V' = V_R'$ јер су губици у бакру примара, у тим условима, мали део губитака $P_{Cu,oc} = 3I_{0,oc}^2 R'$, пошто је и струја $I_{0,oc}$, врло мала. Пошто нема оптерећења, под условом да V' мало мења вредност, маг нетни флуks има вредност заосталог флуksа. При називном напону, губици у језгру су приближно иси као губици у празном ходу $P_{core} = P_{core,oc}$ тј. укупни губици п.х. $P_{0,oc}$, $P_{core} = P_{core,oc} = P_0$.

3. Класични оглед кратког споја, слика 4.5.2.3.б.

Секундар је кратко спојен и тада је вредност импедансе оптерећења и секундарног напона једнаке нули: $Z_{load}'' \cong 0$, $V_1'' \cong 0$.

(У трофазном трансформатору сви секундарни крајеви су кратко спојени и тако се добија симетрични кратак спој [27]).

Општи систем једначина за оглед кратког споја је (2.1), из кога се могу одредити величине: .

$$\dot{V}_1 = -\dot{E}_1 + Z_1 \dot{I}_1 - \dot{E}_1 = -\dot{E}_1 = -Z_1 \dot{I}_1 = Z_0 \dot{I}_0 = Z_\mu \dot{I}_\mu; (Z_0 = \infty \Leftrightarrow \dot{I}_0 = 0) \dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}_1 \quad (4.21)$$

Систем једначина одговара шеми огледа к.с. на слици 4.5.2.3.б. Решавањем система могу се одредити примарна $\dot{I}_0$, секундарна $-\dot{I}_1$, и струја магнетнења $\dot{I}_0$ и заједничка емс кратког споја $-\dot{E}_1$.

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{V}_{sc}}{Z' + \frac{Z_1'' Z_0''}{Z_1'' + Z_0''}} = \frac{\dot{V}_{sc}}{Z_{sc}} \approx \frac{\dot{V}_{sc}}{Z' + Z_1''} \quad (4.21')$$

$$-\dot{I}_1'' = \frac{\dot{I}_0 Z_0''}{Z_1'' + Z_0''} \approx \dot{I}_0 \quad (4.21'')$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_0 \frac{Z_1''}{Z_1'' + Z_0''} \approx \frac{\dot{V}_{sc}}{Z_0''} \frac{Z_1''}{Z_{sc}} = \dot{I}_{0,oc} \frac{Z_1''}{Z_{sc}} \quad (4.21''')$$

$$-\dot{E} = Z_0'' \dot{I}_0 = Z_0'' \dot{I}_{0,oc} \frac{Z_1''}{Z_{sc}} = \dot{V}_{sc} \frac{Z_1''}{Z_{sc}} \quad (4.21^{IV})$$

$$\text{где је } (Z_{sc} = Z' + \frac{Z_1'' Z_0''}{Z_1'' + Z_0''} \approx Z' + Z_1'') \quad (4.21^V)$$

Ако је $Z_0'' \gg Z_1''$, импеданса (импеданса Т са к.с. секундаром сведена на страну мреже):

$$Z_{sc} \approx Z' + Z_1'' = R_{sc} + jX_{sc} = Z_T) \quad (R_{sc} \approx R' + R_1'' = R_T; \quad X_{sc} = X' + X_1'' = X_T) \quad (4.22)$$

На одговарајућем фазорском дијаграму слика.4.5.2.3.б.види се да је напон кратког споја хипотенуза троугла $\dot{V}_{sc} = Z_{sc} \dot{I}'$ а катете су активни $V_{sc,R} = R_{sc} \dot{I}'$ и реактивни напон $V_{sc,R} = jX_{sc} \dot{I}'$. Угао напона φ_{sc} (или импедансе, назван углом кратког споја) у троуглу који графички приказује услова кратког споја се наводи као референтни и његова вредност је: $\varphi_{sc} = \arctan(X_{sc} / R_{sc})$.

Подешавањем $Z' \approx Z_1'' = Z_{sc} / 2$ добијају се прости изрази за струју магнетеза и емс к.с.

$$\dot{I}_0 = -\dot{I}_1'' = \frac{\dot{V}_{sc}}{Z_{sc}}, \quad \dot{I}_0 = \frac{\dot{V}_{sc}}{2Z_0''} = \frac{I_{0,oc}}{2}, \quad -\dot{E} = Z_0'' \frac{\dot{I}_{0,oc}}{2} = \frac{\dot{V}_{sc}}{2} \quad (4.23)$$

Као код огледа празног хода није потребно активно оптерећење или већи напонски извор. Ако је фреквенције називна $f=f_{RATED}$, читају се вредности као у огледу п.х., струја и снага примара узета из мреже P_{sc} . Очитавањем $\dot{I}'$, P_{sc} , $\cos \varphi_{sc}$ у дијаграм унетих у облику функција фазних напона $\dot{V}'$ добија се дијаграм за графичко одређивање $\dot{V}'_{sc}$, P_{sc} и $\cos \varphi_{sc}$ у односу на струју примара $\dot{I}' = \dot{I}_R$.

Дијаграм за 3 фазни трансформатор се добија из фазних вредности струја и напона $\dot{I}' = (\dot{I}'_A + \dot{I}'_B + \dot{I}'_C) / 3$ и $\dot{V}' = (\dot{V}'_A + \dot{V}'_B + \dot{V}'_C) / 3$. Фактор снаге се одреди из вредности $\dot{I}'$ и $\dot{V}'$ $\cos \varphi_{sc} = P_{sc} / 3 \cdot \dot{V}' \dot{I}'$.

Из огледа кратког споја, у односу на називну вредност струје, импеданса (активни и реактивни део) је:

$$|Z_{sc}| = \frac{\dot{V}'_{sc}}{\dot{I}_R} \text{ тј. } R_{sc} = \frac{P_{sc}}{3\dot{I}_R^2} = |Z_{sc}| \cos \varphi_{sc} \quad X_{sc} = \sqrt{Z_{sc}^2 - R_{sc}^2} = |Z_{sc}| \sin \varphi_{sc}, \quad (4.24)$$

Активна отпорност је збир отпора два намотаја $R_{sc} = R' + R'' = R_T$. У току огледа треба нагласити температуру θ на којој је изведено мерење R_{sc} ; $R_{sc,75} = R_{sc} [1 + 0.004 (75 - 0)]$ (око $75^\circ C$) Реактивна компонента $X_{sc} = X' + X'' = X_T$, се рачуна из збира расипних индуктивности, независно од респективних струја намотаја. Зато је $X_{sc} = X_T$ независна вредност од струја при којима је изведено мерење [35, 49,52,53]. Импедансе и фактор снаге у к.с. се одреде за температуру $75^\circ C$:

$$|Z_{sc,75^\circ C}| = \sqrt{R_{sc,75}^2 + X_{sc,75}^2}, \cos \varphi_{sc} = R_{sc,75} / |Z_{sc,75}| \quad (4.25)$$

Губици у огледу к.с. P_{sc} : Ако кроз намотаје теку називне струје $I' = I_R = I''$ практично нема разлике вредности губитака у бакру на примарној и секундарној страни.

$$P_{Cu,R} = P'_{Cu,R} + P''_{Cu,R} = 3R' I_R'^2 + 3R'' I_R''^2 \Leftrightarrow P_{Cu,R} = 3R' I_R'^2 + 3R'' I_R''^2 = 3R_{sc} I_R'^2 \quad (4.26)$$

јер су губици у бакру вишеструко већи од губитака у језгру при огледу кратког споја. $P_{core,sc}$.

Напон к.с. је дефинисан као напон који се мора довести једном намотају ако у другом к.с. намотају тече називна струја I_R' , која одговара називном напону намотаја на $75^\circ C$. Ако је напон доведен на примар, напон к.с., изражен у апсолутним јединицама је $V_{sc}' = |Z_{sc,75}| I_R'$. При мерењима, напон кратког споја се такође изражава у јединичном **p.u.- per unit sistemu** или у процентима називног напона:

$$v_{sc} = V'_{pu,sc} = V_{sc}' / V_R' = Z_{pu,sc} \text{ или } v_{sc} = (V_{sc}' / V_R') 100 \%. \quad (4.26)$$

Активна и реактивна компонента напона кс.. се добијају из израза:

$$v_{a,sc} = R_{sc,75} I_R' / V_R' = R_{pu,sc} = v_{sc} \cos \varphi_{sc}, \quad v_{r,sc} = X_{sc} I_R' / V_R' = X_{pu,sc} = v_{sc} \sin \varphi_{sc} \quad (4.27)$$

4.5.3. Графоаналитички метод мерења

У огледу празног хода и кратког споја није потребно активно оптерећење или већи напонски извор.

За одређивање два параметра импедансе извора **графоаналитичким методом** (овде: отпорност r и реактанса x трансформатора), треба испитати два режима оптерећења [27,51]. Проблем везан за постојање **већих оптерећење или већих напонских извора** може се превазићи применом метода симулације и софтверских пакета који су у ту сврху намењени.

Анализа ГАФ метода мерења изведена је на примеру 2 различита пасивна оптерећења, активно и реактивно (капацитивно/индуктивно) а симулацијом су добијени интересантни резултати Треба поменути да се **примена индуктивних оптерећења не препоручује** јер та оптерећења имају истакнуту компоненту активне отпорности коју није могуће на једноставан начин одредити. [27,8,49,50]. Активна компонента инд. оптерећења има утицај и на фазни став φ_{2l} . Зато у мерном поступку предност имају капацитивна оптерећења у којима је утицај активне компоненте знатно мањи. Из векторских дијаграма који одговарају мерним шемама (за активно,

слика 4.5.3.1.a,b и реативно капацитивно/индуктивно оптерећење, слика 4.5.3.1.c,d) могу се саставити једначине за два случаја:

$$R: E_1^2 = (V_1 + r \cdot I_1)^2 + x^2 \cdot I_1^2; [\text{sign}: + r I_1 \Leftrightarrow R = R, V_1 = R I_1; |R| = |V_1 / I_1|] \quad (4.28)$$

$$X_c: E_2^2 = (V_2 - x \cdot I_2)^2 + r^2 I_2^2 [\text{sign} - x I_2 \Leftrightarrow X = X_c = |V_2 / I_2|, V_2 = -jX_c I_2 = V_{2c} = -jX_c I_{2c}] \quad (4.29)$$

$$[X_l] E_2^2 = (V_2 + x \cdot I_2)^2 + r^2 \cdot I_2^2 [\text{sign} + x I_2 \Leftrightarrow X = X_l = |V_2 / I_2|, V_2 = jX_l I_2 = V_{2l} = jX_l I_{2l}] \quad (4.30)$$

где су E_1, E_2 – e.m.s празног хода извора (мерене или симулиране на секундарној страни трансформатора када је изостављено оптерећење–секундар отворен). Решавањем једначина (4.28 и 4.30):

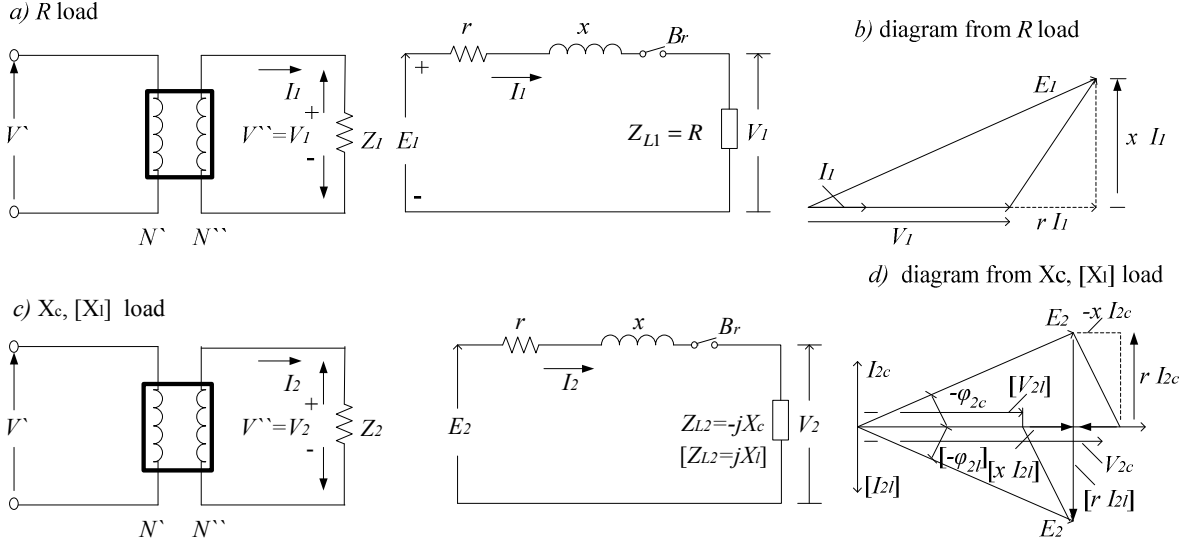
$$\begin{aligned} x^2 \cdot I_1^2 + r^2 \cdot I_1^2 + r \cdot 2 \cdot V_1 I_1 &= E_1^2 - V_1^2; & \text{активно оптерећење} \\ x^2 \cdot I_2^2 + r^2 \cdot I_2^2 - x \cdot 2 \cdot V_2 I_2 &= E_2^2 - V_2^2; & \text{капацитивно оптерећење} \\ [x^2 \cdot I_2^2 + r^2 \cdot I_2^2 + x \cdot 2 \cdot V_2 I_2 &= E_2^2 - V_2^2;] & \text{индуктивно оптерећење} \\ (x^2 + r^2 + r \cdot 2 \cdot \frac{V_1}{I_1}) \cdot I_1^2 &= E_1^2 - V_1^2; & \text{активно оптерећење} \\ (x^2 + r^2 - x \cdot 2 \cdot \frac{V_2}{I_2}) \cdot I_2^2 &= E_2^2 - V_2^2; & \text{капацитивно оптерећење} \\ [(x^2 + r^2 + x \cdot 2 \cdot \frac{V_2}{I_2}) \cdot I_2^2 &= E_2^2 - V_2^2;] & \text{индуктивно оптерећење} \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} (x^2 + r^2 + r \cdot 2 \cdot \frac{V_1}{I_1}) \cdot \frac{E_1^2}{I_1^2} - \frac{V_1^2}{I_1^2} &= M; & \text{активно оптерећење} \\ (x^2 + r^2 - x \cdot 2 \cdot \frac{V_2}{I_2}) \cdot \frac{E_2^2}{I_2^2} - \frac{V_2^2}{I_2^2} &= N; & \text{капацитивно оптерећење} \\ [(x^2 + r^2 + x \cdot 2 \cdot \frac{V_2}{I_2}) \cdot \frac{E_2^2}{I_2^2} - \frac{V_2^2}{I_2^2} &= N;] & \text{индуктивно оптерећење} \end{aligned} \quad (4.31')$$

Увођењем смена (4.32) и (4.33):

$$m = (\frac{E_1}{I_1})^2, \quad n = (\frac{E_2}{I_2})^2, \quad R^2 = (\frac{V_1}{I_1})^2, \quad X_c^2 = (\frac{V_2}{I_2})^2, \quad [X_l^2 = (\frac{V_2}{I_2})^2] - \text{индуктивно} \quad (4.32)$$

$$M = m - R^2, \quad N = n - X_c^2, [N = n - X_l^2], \quad p_c = m - n - (R^2 - X_c^2) [p_l = m - n - (R^2 - X_l^2)] \quad (4.33)$$



Слика 4.5.3.1. Шема и векторски дијаграм: а) за активно оптерећење R , б) векторски дијаграм за активно оптерећење R , в) реактивно X_c (X_l) оптерећење, д) векторски дијаграм за X_c (X_l) оптерећење.

$$\begin{aligned}
 1. \quad R \& C: x^2 + r^2 + r \cdot 2 \cdot R = m - R^2; \quad 2. \quad R \& L: x^2 + r^2 + r \cdot 2 \cdot R = m - R^2; \\
 x^2 + r^2 - x \cdot 2 \cdot X_c &= n - X_c^2; /(-1) \quad x^2 + r^2 + x \cdot 2 \cdot X_c = n - X_l^2; /(-1) \\
 \frac{2(r \cdot R + x \cdot X_c)}{2(r \cdot R - x \cdot X_l)} &= \frac{M - N}{M - N}; \\
 x = \frac{M - N}{2X_c} - \frac{R}{X_c} r, \quad x &= \frac{p_c}{2X_c} - \frac{R}{X_c} r, \quad x = -\frac{M - N}{2X_l} + \frac{R}{X_l} r, \quad x = -\frac{p_l}{2X_l} + \frac{R}{X_l} r
 \end{aligned}$$

Да би се одредила вредност r у две комбинације **RC** и **RL** мора се елиминисати вредност реактансе x у (4.31)

$$\begin{aligned}
 \left[\frac{p_c}{2X_c} - \frac{R}{X_c} r \right]^2 + r^2 + 2R \cdot r &= M; \quad \left[-\frac{p_l}{2X_l} + \frac{R}{X_l} r \right]^2 + r^2 + 2R \cdot r = M; \\
 \left[\frac{p_c}{2X_c} \right]^2 - \frac{p_c}{X_c} \frac{R}{X_c} r + \left[\frac{R}{X_c} \right]^2 r^2 + r^2 + 2R \cdot r &= M \quad (4.34)
 \end{aligned}$$

$$\left[\frac{p_l}{2X_l} \right]^2 - \frac{p_l}{X_l} \frac{R}{X_l} r + \left[\frac{R}{X_l} \right]^2 r^2 + r^2 + 2R \cdot r = M \quad (4.35)$$

За обе комбинације једначина има исти облик, па се може написати идентична једначина са универзалним параметрима X , p :

$$\begin{aligned}
 \left[\frac{p}{2X} \right]^2 - \frac{p}{X} \frac{R}{X} r + \left[\frac{R}{X} \right]^2 r^2 + r^2 + 2R \cdot r &= M \quad (\text{explicite релација}) \quad \text{или} \quad (4.36) \\
 \left[1 + \left(\frac{R}{X} \right)^2 \right] \cdot r^2 + \left[2R - \frac{pR}{X^2} \right] \cdot r + \left[\frac{p}{2X} \right]^2 - M &= 0 \quad (\text{implicite релација})
 \end{aligned}$$

Упрошћењем ``implicite`` израза нормалног облика опште квадратне једначина (степен 2) $a \cdot r^2 + b \cdot r + c = 0$, у којој после замене вредности $\frac{R}{X} = q$, коефицијенти a, b, c имају вредности:

$$a = 1 + q^2; b = R \left[2 - \frac{M - N}{X^2} \right]; c = \left[\frac{M - N}{2X} \right]^2 - M; \text{ или } \{ b = R \left[2 - \frac{p}{X^2} \right]; c = \left[\frac{p}{2X} \right]^2 - M; \}$$

После дељења једначине $a \cdot r^2 + b \cdot r + c = 0$, са (a) : $r^2 + b_1 \cdot r + c_1 = 0$, $(b_1 = b/a)$, $(c_1 = c/a)$.

Број реалних решења зависи од предзнака дискриминанте $D = (4ac - b^2) \leq 0$ или $(c_1 - \frac{b_1^2}{4}) \leq 0$: ако је

- $(D < 0)$, $(4ac - b^2) < 0$, има 2 решења (2 реална корена)

- $(D = 0)$, $(4ac - b^2) = 0$, има 1 решење (2 иста корена) $r_{1,2} = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow -\frac{b}{2a} > 0$, за $(b < 0)$

- $(D > 0)$, $(4ac - b^2) > 0$, има 2 решења (2 комплексна корена).

Решавање квадратне једначине:

1. Начин:

$$a \cdot r^2 + b \cdot r + c = a(r - \alpha)(r - \beta) = 0 \quad \text{или}$$

$$r^2 + b_1 \cdot r + c_1 = (r - \alpha)(r - \beta) = 0.$$

2. Начин: примена израза $r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; или $r_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{(\frac{b}{2})^2 - ac}}{a}$

а за облик $r^2 + b_1 \cdot r + c_1 = 0$, $\Leftrightarrow r_{1,2} = \frac{b_1}{2} \pm \sqrt{\frac{b_1^2}{4} - c_1}$;

Својство корена је $r_1 + r_2 = -\frac{b}{a} = -b_1$ и $r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a} = c_1$.

Активне електричне отпорности r су по физичкој природи реалне вредности и веће од нуле $r > 0$; па и карактеристични корени квадратне једначине морају да буду веће вредности од нуле $\text{Re}\{r_1\} > 0$; $\text{Re}\{r_2\} > 0$. То је могуће ако је дискриминанта $(D \leq 0)$ тј. $(4ac - b^2) \leq 0$, када једначина има 2 решења (2 реална корена или два корена исте вредности) односно ако је :

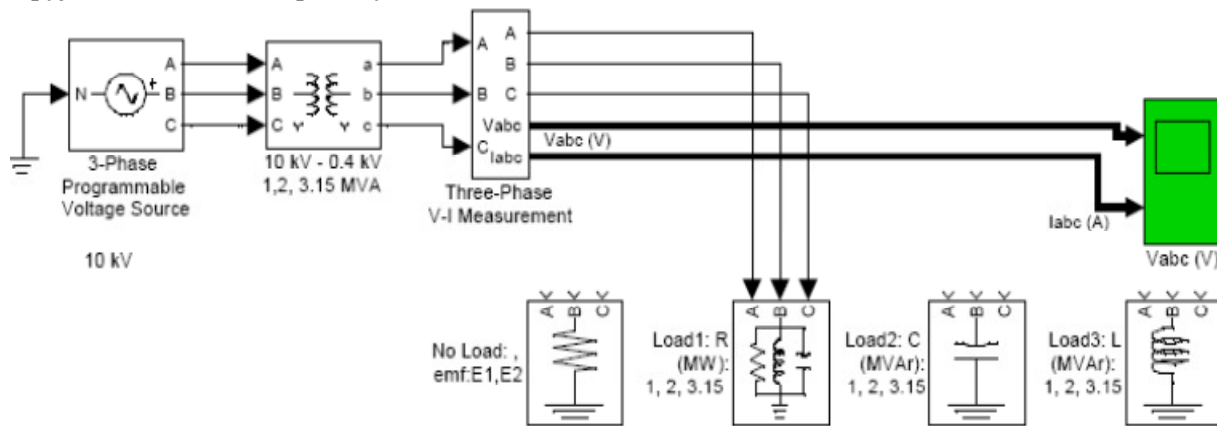
$$1. \quad 0 > -\frac{b}{2a} \quad \text{и} \quad 0 > \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4ac}{b^2}} \right] \quad \text{или} \quad 2. \quad 0 < -\frac{b}{2a} \quad \text{и} \quad 0 < \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4ac}{b^2}} \right]$$

Допунски услов је да подкорена количина мора да буде већа од нуле $[1 - 4ac/b^2] \geq 0$; да би r остала реална вредност $[r] = \text{Re}$, вредност, због физичке суштине, не може да буде имагинарна: $[r] \neq \text{Im}$. Пошто је $[a > 0]$, $[\frac{b}{2a}]^2 > 0$, тај услов зависи од односа вредности $[\frac{c}{a}]$, и постаје : $[1 - \frac{4ac}{b^2}] = [1 - \frac{1}{(b/2a)^2} \frac{c}{a}] \geq 0$; , $(\frac{b}{2a})^2 \geq [\frac{c}{a}]$, Ако су вредности $(b/2a)^2 = [c/a]$, вредност подкорене количине је једнака нули и постоји само једно решење и то

$r_1 = r = -\frac{b}{2a} = \text{Re}$. То у принципу значи да је вредност за $b < 0$; тј. $b = R \left[2 - \frac{P}{X^2} \right] < 0$. и могуће је ако је $\left[2 - \frac{P}{X^2} \right] < 0$ или уз услов да је $2 < \frac{P}{X^2}$.

4.5.4. Приказ трофазног U-I Мерења параметара трансформатора симулацијом (шема 4.5.4.1.) у изабраном пакету Matlab Sym Power System.

За верификацију графоаналитичког метода коришћена је симулација у Matlab (the adapted program psb3phasesignalseq [22]). Као објекат је изабран енергетски трансформатор ABB споја Yy, снага 1,2,3.15MVA и тестови са три пара мерења за: активно, капацитивно и индуктивно оптерећење. Подаци о ABB трансформатори добијени из огледа п.х.и к.с. преузети су из [26] и приказани у таб. 4.5.4.1.; Називна снага [kVA], Називни напон – напон напајања или напон празног хода, примара – виши напон HV(kV) $V_A V_B V_C$ и нижи секундар $V_a V_b V_c$, вредности импдансе (%), губици празног хода и губици оптерећеног трансформатора при називној струји – називном оптерећењу..



Слика 4.5.4.1. Приказ 3-фазног Програмираног извора и 3-фазног U-I Мерења

Табела 4.5.4.1. [26] Подаци о ABB трансформатори добијени из огледа п.х.и к.с.

Power	HV/LV	Impedances,	No-Load Losses	Load Losses (75°C)	$R_T (\Omega)$	$X_T (\Omega)$	$Z_T (\Omega)$
(kVA)	(kV)	(%)	(W)	(W)			
T1ABB 1000	10/0.4	6%	2000	8800	$1.40 \cdot 10^{-3}$	$9.5 \cdot 10^{-3}$	$9.6 \cdot 10^{-3}$
T2ABB 2000	10/0.4	6%	3500	1550	$0.61 \cdot 10^{-3}$	$4.76 \cdot 10^{-3}$	$4.8 \cdot 10^{-3}$
T3ABB 3150	10/0.4	6%	5200	22600	$0.34 \cdot 10^{-3}$	$3.03 \cdot 10^{-3}$	$3.05 \cdot 10^{-3}$

Симулације на ABB енергетским трансформаторима су изведене за 100% оптерећење T1: $S_n = 1 \text{ MVA}$; T2 $S_n = 2 \text{ MVA}$; и T3: $S_n = 3.15 \text{ MVA}$.

На дијаграмима су називне секундарне струје $I_a I_b I_c$ и напони $V_a V_b V_c$, у различитим тестовима оптерећења: активним, реактивним, капацитивним/индуктивним. Добијени временски токови величина су на сл. 4.5.4.2, 4.5.4.6., 4.5.4.7.

У наставку су дати табела 4.5.4.2 са свим потребним вредностима за прорачун активних отпорности и реактанси трансформатора и дијаграми, струја и напона за парове комбинованих тестова са истим вредностима активног и капацитивног/индуктивног оптерећења.

Из табела 4.5.4.1. и 4.5.4.2. јасно је да су одступања, релативне грешке мерних резултата за вредности R_T , X_T које се налазе у prospectu ABB [26] и оних израчунатих добијених из вредности путем симулације су за реактансе 20% а за активне отпорности до 5% за сва три трансформатора.

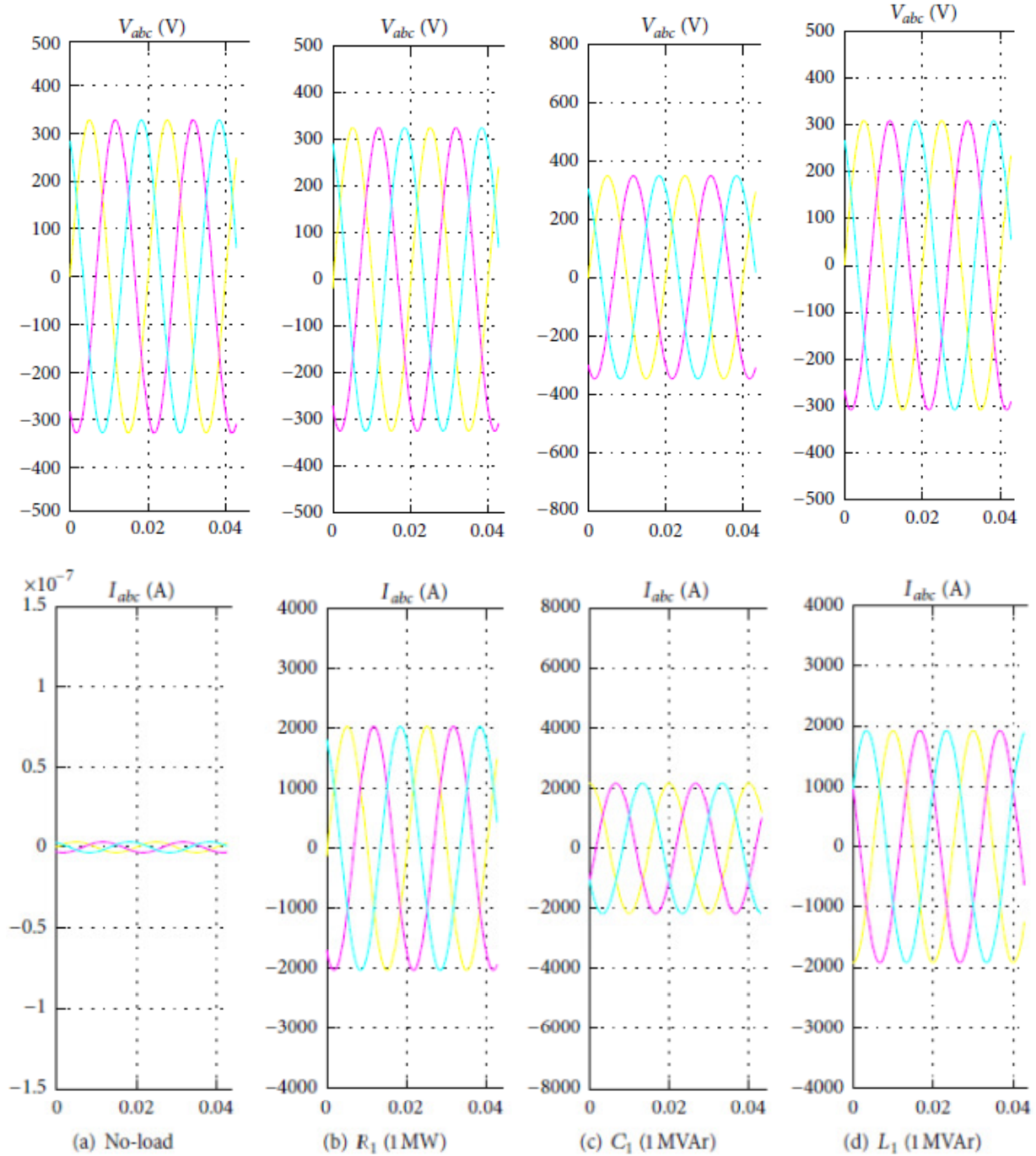
*За хармоничке промене однос максималних и ефективних вредности је:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, V = \frac{V_m}{\sqrt{2}}, E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

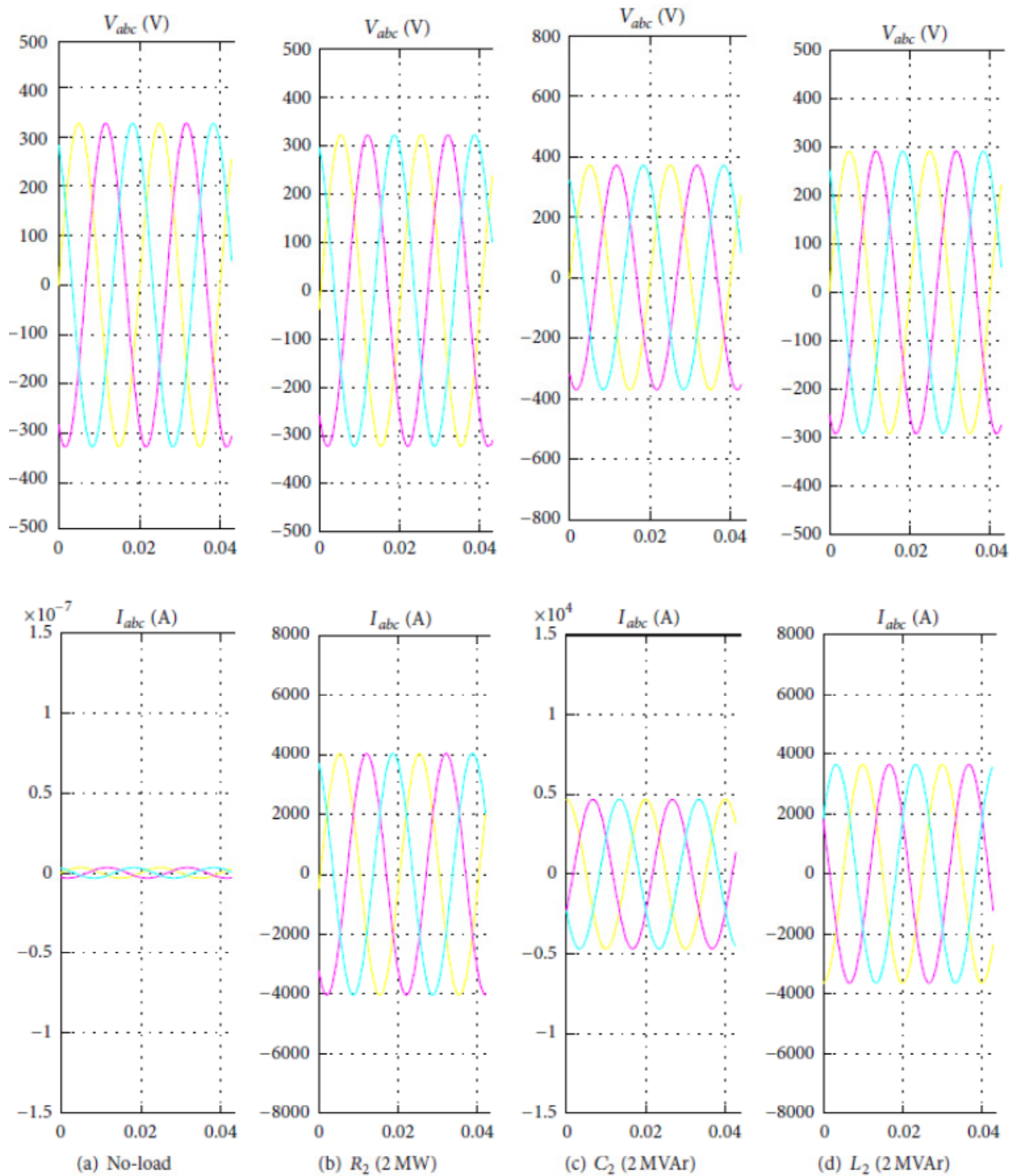
Табела 4.5.4.2. Величине и параметри израчунати по графоаналитичком методу

<i>Vrednost</i>	<i>T1: 1[MVA], R = X_c = 0.16[Ω]</i>	<i>T2: 2[MVA], R = X_c = 0.08[Ω]</i>	<i>T3: 3.15 [MVA] R = X_c = 0.05[Ω];</i>
$E_{1m} = E_{2m} [V]$	326.4	326.4	326.4
$E_{1m}^2 = E_{2m}^2 [V^2]$	106537	106537	106537
$V_{1m} [V]$	323.1	323	323.2
$V_{1m}^2 [V^2]$	104393.6	104329	104458
$I_{1m} [A]$	2000	4000	6400
$I_{1m}^2 [A^2]$	$4 \cdot 10^6$	$16 \cdot 10^6$	$40.96 \cdot 10^6$
$V_{2m} [V]$	350	350	350
$V_{2m}^2 [V^2]$	122500	122500	122500
$I_{2m} [A]$	2200	4400	7000
$I_{2m}^2 [A^2]$	$4.84 \cdot 10^6$	$19.36 \cdot 10^6$	$49 \cdot 10^6$
$M [\Omega^2]$	$5.358735 \cdot 10^{-4}$	$1.3396 \cdot 10^{-4}$	$0.50751 \cdot 10^{-4}$
$N [\Omega^2]$	$-3.298141 \cdot 10^{-3}$	$-0.8245 \cdot 10^{-3}$	$-0.3525775 \cdot 10^{-3}$
$\frac{M - N}{2} [\Omega^2]$	$1.913875 \cdot 10^{-3}$	$0.478468 \cdot 10^{-3}$	$0.20166426 \cdot 10^{-3}$
$\frac{M - N}{2X_c} [\Omega]$	0.01196161	$5.99 \cdot 10^{-3}$	$4.033285 \cdot 10^{-3}$
$(\frac{M - N}{2X_c})^2 [\Omega^2]$	$1.431 \cdot 10^{-4}$	$0.3588 \cdot 10^{-4}$	$0.1626739 \cdot 10^{-4}$
$a = 1 + \left \frac{R}{X_c} \right ^2 = 1 + 1 = 2$	2	2	2
$b = 2X_c (1 - \frac{M - N}{2X_c} \frac{1}{X_c}), [\Omega^2]$	0.2961	0.148	0.091983
$c = (\frac{M - N}{2 X_c })^2 - M, [\Omega^2]$	$-3.927574 \cdot 10^{-4}$	$-0.981 \cdot 10^{-4}$	$-0.3448361 \cdot 10^{-4}$

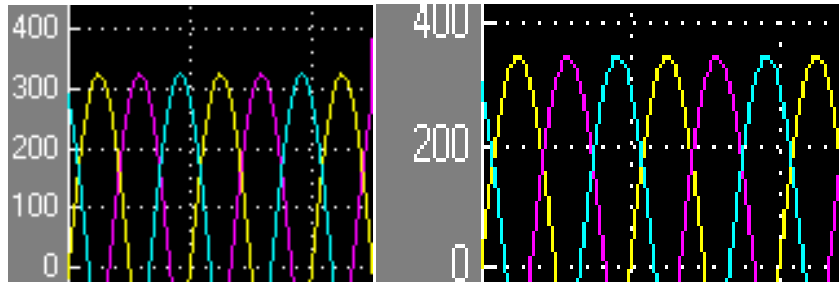
$r_2 < 0$ nije realno; $r_1[\Omega]$	$1.35 \cdot 10^{-3}$	$0.66 \cdot 10^{-3}$	$0.372 \cdot 10^{-3}$
$r_{1ABB}[\Omega^2]$	$1.40 \cdot 10^{-3}$	$0.61 \cdot 10^{-3}$	$0.34 \cdot 10^{-3}$
$x_2 < 0$ nije realno; $x_1[\Omega]$	$11.82 \cdot 10^{-3}$	$5.305 \cdot 10^{-3}$	$3.66 \cdot 10^{-3}$
$x_{1ABB}[\Omega^2]$	$9.5 \cdot 10^{-3}$	$4.76 \cdot 10^{-3}$	$3.03 \cdot 10^{-3}$



Слика 4.5.4.2. Дијаграм напона $V_{a,b,c}$ (V) и струја $I_{a,b,c}$ (A) за трансформаторе снаге 1 MW, 1 MVar



Слика 4.5.4.3.: Дијаграм напона $V_{a,b,c}$ (V) и струја $I_{a,b,c}$ (A) за трансформаторе снаге 2MW, 2 MVar



Слика 4.5.4.4.е. Графички приказ напона за активно R и реактивно X_c оптерећење $R=0.16 \text{ Ohm}$, 1 MW ,
Напони (V) $X_c=0.16 \text{ Ohm}$, 1 MVar

- Load (1 MW) , $R=0.16 \text{ Ohm}$, Детаљ напона ($V_1=300+7\text{mm} \times 3.3 \text{ V/mm}=323.1 \text{ V}$)

- Load (1 MVA) , $X_c=0.16 \text{ Ohm}$, Детаљ напона ($V_2=300+15\text{mm} \times 3.3 \text{ V/mm}=350 \text{ V}$)

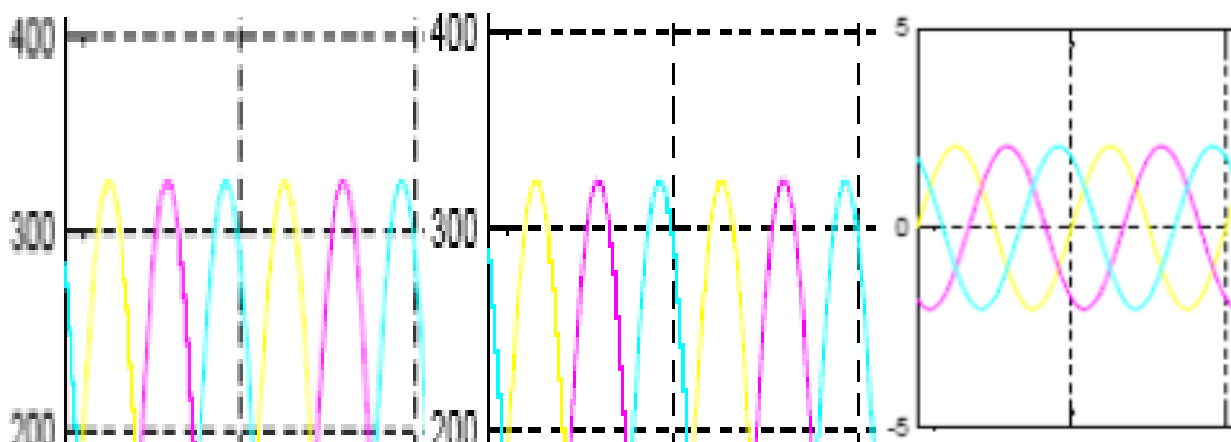


Слика 4.5.4.4.ф. Графички приказ струје за активно R и реактивно X_c оптерећење $R=0.16 \text{ Ohm}$, 1 MW ,
 $X_c = 0.16 \text{ Ohm}$, 1 MVar

- Load (1 MW) $R=0.16 \text{ Ohm}$, Детаљ струје $I_1= 2000\text{A}$:

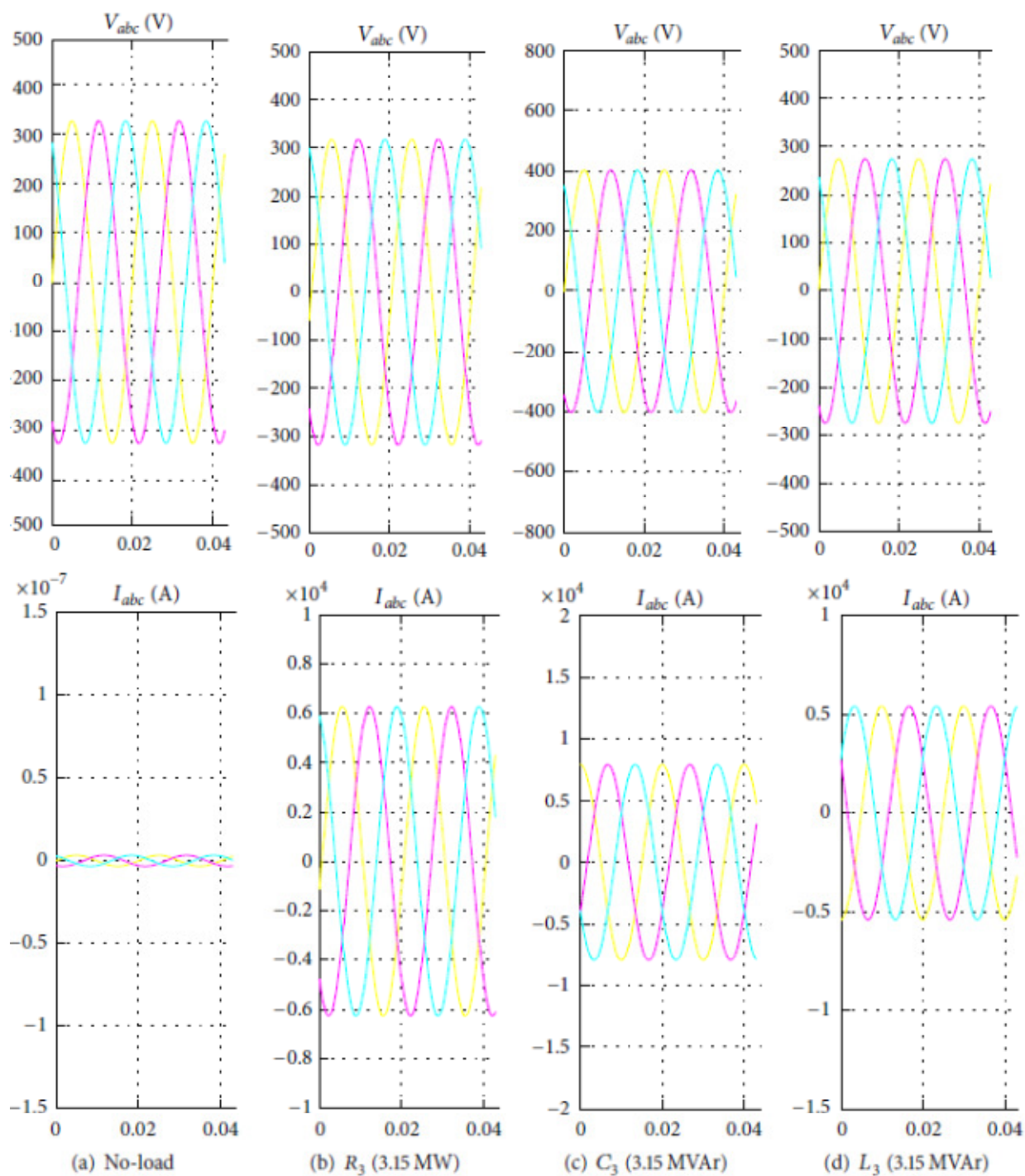
- Load (1 MVar) $X_c=0.16 \text{ Ohm}$ Детаљ струје ($I_2=2000+3\text{mm} \times 66.6\text{A/mm}=2200 \text{ A}$)

Слика 4.5.4.4.е и ф. Дијаграм напона $V_{a,b,c}(\text{V})$ и струја $I_{a,b,c}(\text{A})$ за трансформаторе снаге 1 MW ,
 1 MVar

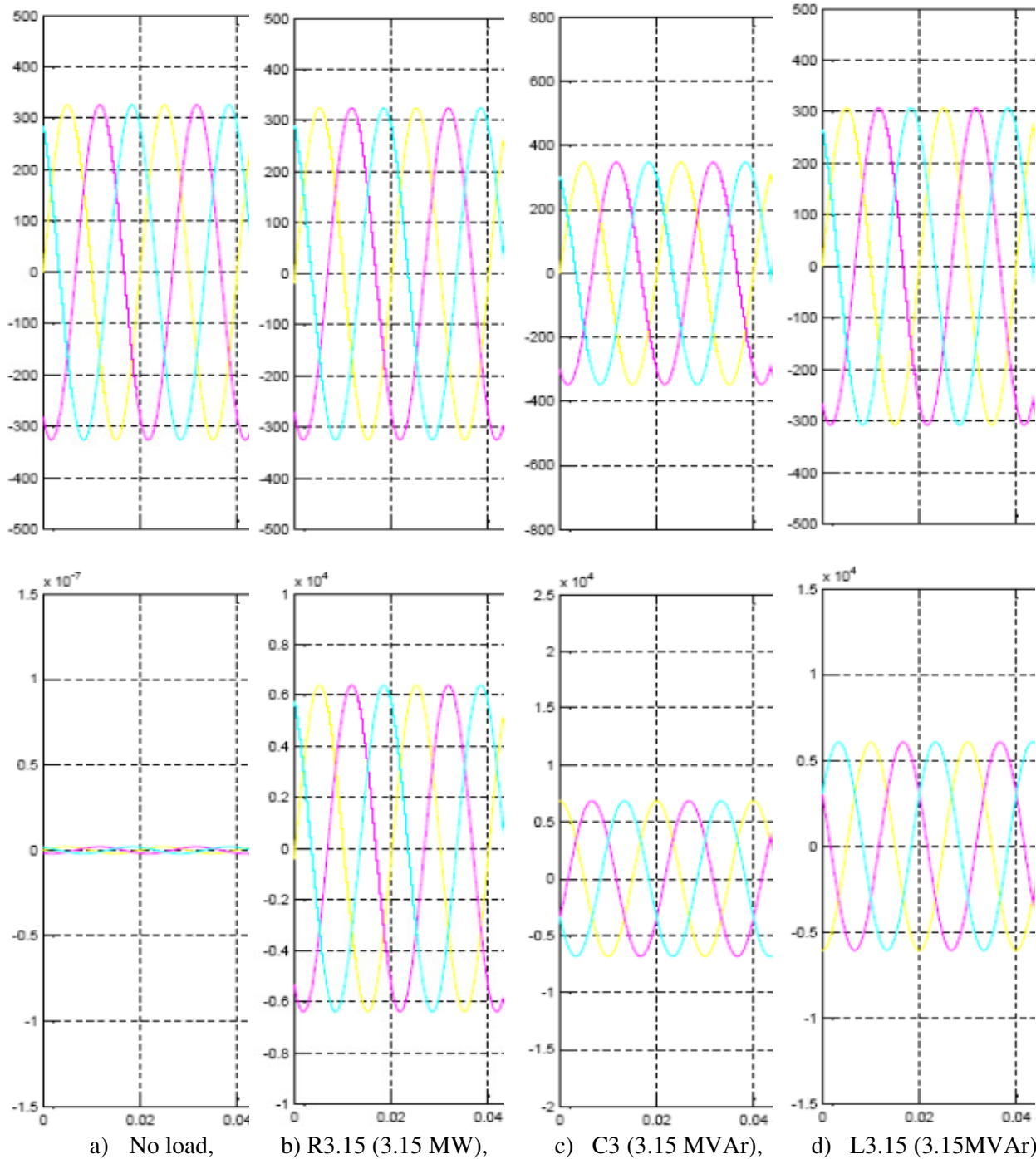


No load g) електромоторне силе ($E_1=E_2=300+8\text{mm} \times 3.3 \text{ V/mm}=326.4\text{V}$) h) Детаљ струје $I_0=2\text{A}$

Слика .4.5.4.5.г и h. Детаљи дијаграма емс E_1 и E_2 (V) и h) струја $I_0(\text{A})$ за трансформаторе снаге 1 MW , 1 MVar , са малим оптерећењем (празан ход)



Слика 4.5.4.6. Дијаграми напона $V_{a,b,c}$ (V) и струја $I_{a,b,c}$ (A), за трансформаторе снаге 2 MW, 2MVar



Графоаналитички метод се може користити, како за одређивање импеданси извора енергије наизменичне струје – генераторе, тако и за одређивање активних и индуктивних параметара извора у шемама произвољне сложености и импеданси извора са високим фреквенцијама, односно транзијентних процеса. Треба поменути да се бољи резултати добијају у тестовима у којима се комбинују активна и капацитивна R и C оптерећења билска номиналним оптерећењима јер су тада грешке у мерењима или симулацијама најмање. У рачунском поступку

већа су одступања при одређивању реактansi, што је природно јер реактивна оптерећења ``претежно`` нису ``чиста``, у њима су увек присутни знатни активни губици (ти губици су мањи код капацитивних оптерећења у односу на индуктивна).

5. ПРИЛОЗИ УЗ РАД

5.1. ПРИЛОГ 1

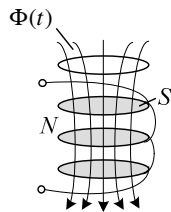
Адекватан математички модел трофазног енергетског трансформатора је један од важних елемената у програмима за рачунарску анализу прелазних процеса код електроенергетског система. У првом и другом делу дисертације кроз аналитичке методе потврђено је да транзијенти процес у трансформатору описују електричне величине у временском домену: напони -- v , струје -- i и снаге -- p , и магнетне: заједнички флуks у магнетном колу Φ и расути флуksеви Φ_γ . Те величина садржане су моделу и у алгоритму 2 анализирана процеса:

П.1. процес у трансформатору са линеарном и

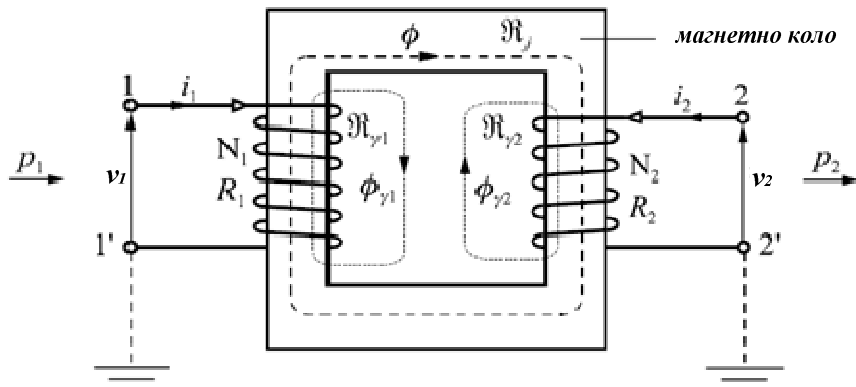
П.2. за процес у трансформатору са нелинеарном карактеристиком магнећења.

Иста вредност магнетног флуksа пролази кроз групу навојака (слика 5.1.1.) и у сваком навојку ствар емс $e(t)$., на крајевима намотаја одговарајућу вредност напона.

$$e(t) = -N \frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{d\psi(t)}{dt}$$



Слика 5.1.1. Цилиндрични скуп навојака



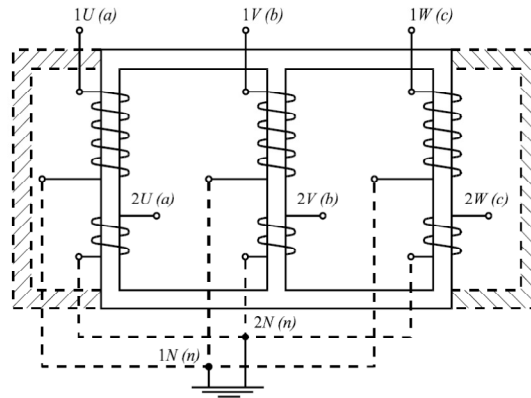
Слика 5.1.2. Једнофазни трансформатор

електричне контуре, напони су v_j :

$$v_1 = R_1 i_1 + N_1 d(\Phi_{\gamma 1} + \Phi), \quad v_1 = R_1 i_1 + N_1 d(\Phi_{\gamma 1}/dt + \Phi/dt)$$

$$v_2 = R_2 i_2 + N_2 d(\Phi_{\gamma 2} + \Phi), \quad v_2 = R_2 i_2 + N_2 d(\Phi_{\gamma 2}/dt + \Phi/dt)$$

магнетне контуре:

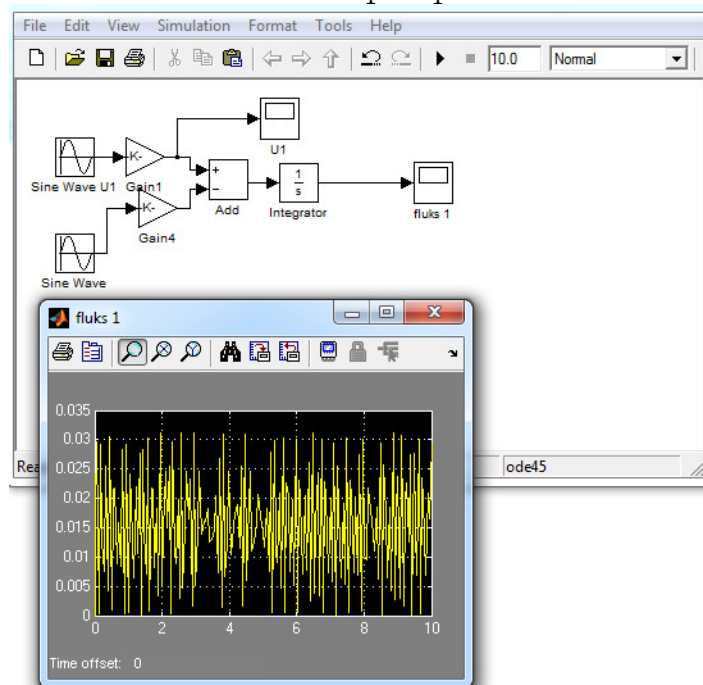


Слика 5.1.3. Електрично и магнетно коло трансформатора.

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = \mathcal{R}_j \Phi, N_1 i_1 = \mathcal{R}_{\gamma 1} \Phi_{\gamma 1}, N_2 i_2 = \mathcal{R}_{\gamma 2} \Phi_{\gamma 2}$$

Диференцирањем се упрости једначина флукса примара:

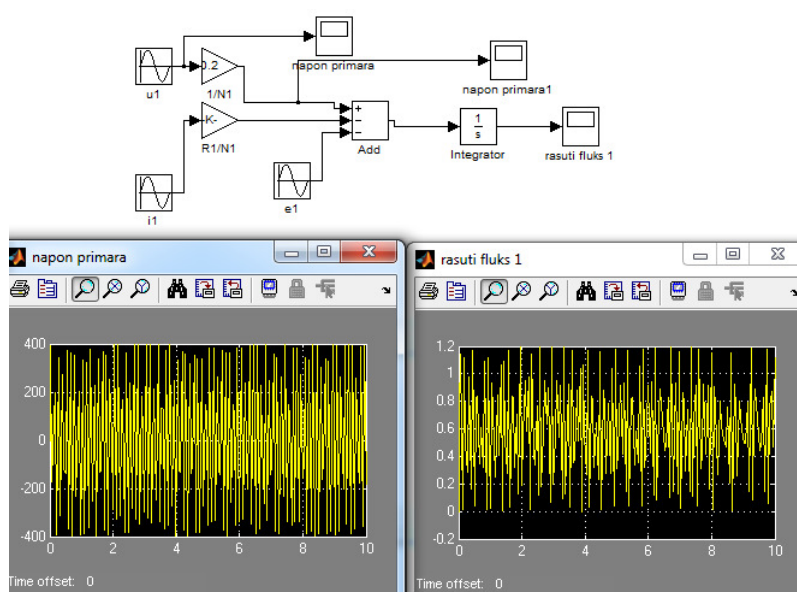
$$\frac{d}{dt} (\Phi + \Phi_{\gamma 1}) = \frac{u_1}{N_1} - \frac{R_1}{N_1} i_1$$



Слика 5.1.4. Заједнички флукс примара трансформатора

Диференцирањем се добија и релација за расути флукс где важи једначина:

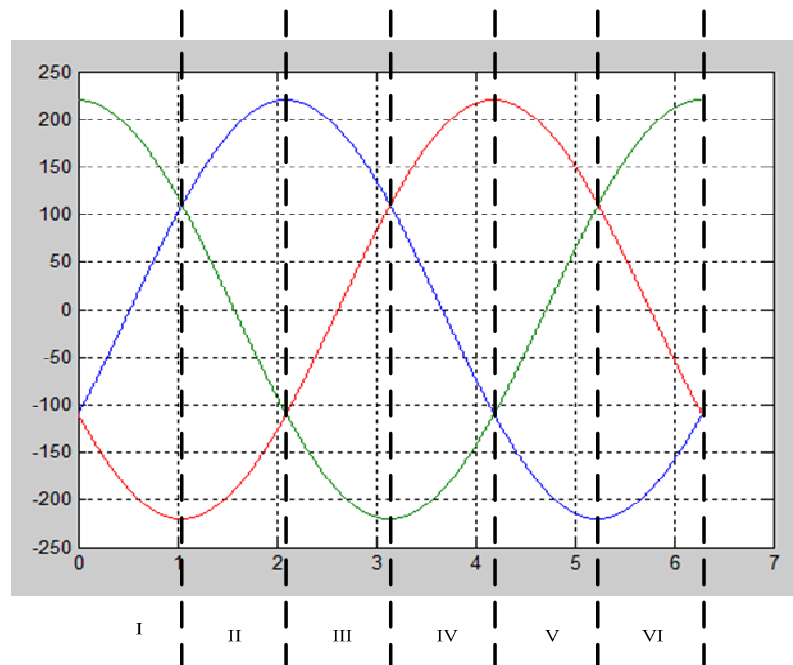
$$\frac{d}{dt} \Phi_{\gamma 1} = \frac{v_1}{N_1} - \frac{R_1}{N_1} i_1 - e$$



Слика 5.1.5. Расути флукс примара трансформатора

Дијаграм магнетног флукса у стубу трофазног трансформатора и облик струјног таласа дати су на слици 5.1.6. Алгоритам се односи на 6 домена јер су три фазе померене за по 120° , а у сваком домену су 2 фазе у којима се флукс повећава и трећа у којој је флукс у опадању:

```
t=0:0.000001:(2*pi); y1=220*sin(t-(pi/6));y2=220*sin((t-(pi/6))+(2*pi/3));y3=220*sin((t-(pi/6))+(4*pi/3));plot(t,y1,t,y2,t,y3);grid on
```

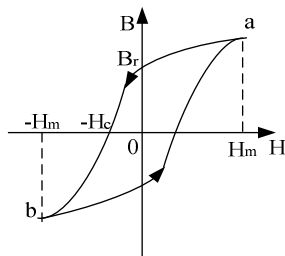


Слика 5.1.6. Магнетни флукс који тече у стубу трофазног трансформатора

У свакој од шест области важи да фаза једног језгра додаје флукс језгрима друге две фазе, и обратно фазни намотаји два језгра додају флукс језгру треће фазе.

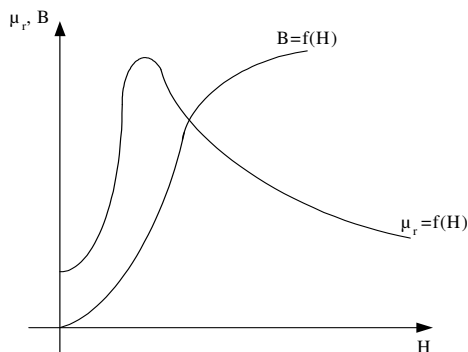
	Плава	Црвена	Зелена	
0 до $\pi / 3$	↑	↓	↓	допуњава једна фаза
$\pi / 3$ до $2 \pi / 3$	↑	↑	↓	допуњавају две фазе
$2 \pi / 3$ до π	↓	↑	↓	допуњава једна фаза
π до $4 \pi / 3$	↓	↑	↑	допуњавају две фазе у
$4 \pi / 3$ до $5 \pi / 3$	↓	↓	↑	допуњава једна фаза
$5 \pi / 3$ до 2π	↑	↓	↑	допуњавају две фазе

Вишеструки циклуси магнећења прелазе у затворену *хистерезисни циклус* (слика 5.1.7.).



Слика 5.1.7. Хистерезисни циклус

Када јачина поља постане једнака нули, магнетна индукција не исчезава већ задржава неки интензитет B_r , која се назива *реманентна индукција*. При измени смера и порасту магнетног поља, магнетна индукција опада да би при *коерцитивно поље* H_c била једнака нули. Дијаграм показује зависност релативне магнетне пермеабилности и индукције од јачине магнетног поља, сл 5.1.7.



Слика 5.1.8. Зависност релативне магнетне пермеабилности и индукције од јачине поља

Легуре гвожђа и силицијума (Fe-Si) веома су јефтине и добрих својстава, и зато представљају материјале који се примењују у изради лимова, за трансформаторе. Легирање силицијумом смањује снагу губитака насталих услед вихорних струја, у односу на чисто Fe.

Легуре гвожђа и никла (Fe-Ni, фероникл легуре) имају врло велике вредности μ_r и мале H_c . велике релативне магнетна проводности (μ_{ri}) и правоугаони хистерезисни циклус мале површине што је значајно за примене у рачунарској техници, електроници и телекомуникацијама.

Табела 5.1.1. Карактеристике важнијих магнетно меких материјала, са применама

	μ_{rm}	$B_r(T)$	$H_c(A/m)$	$\rho(\Omega m)$	T_{kr}	Примена
Fe-Si легури	3000- 20000	0.8-1.2	3-120	$10^{-7}-10^{-6}$		Трансформаторски и динамо лимови
Fe-Ni легури	15000- 150000	0.4-1	0.2-30	$10^{-7}-10^{-6}$		Рачунарска и ТК техника
Ni-Zn ферити	10-10000	0.1-0.4	16-1600	$1-10^6$	100- 600	Широкопојасни трансфор- матори, калемови Q фактора ($10^5-10^6 Hz$)
Mn-Zn ферити	10000- 100000	0.4	4-60	$10-01-10$	100- 200	Широкопојасни трансфор- матори, калемови Q фактора ($10^3-10^6 Hz$)

Снага губитака услед хистерезе по јединици масе лима сразмерна је фреквенцији:

$$P_H = m_{Fe} P_H = k_H f B_{max}^2 m_{Fe} [W/kg]$$

У маси лимова m_{Fe} губици услед хистерезе су:

$$P_H = m_{Fe} P_H = k_H f B_{max}^2 m_{Fe} [W]$$

Губици услед вихорних струја су изражени преко квадрата индуковане емс у паразитним колима а обрнуто пропорционални специфичном отпору лима:

$$P_v = \frac{E^2}{\delta}$$

δ -специфични отпор лима

Губици на вихорне струје сразмерни су индукцији B_{max} , фреквенцији f и дебљини лима d :

$$P_v = k_v f^2 B_{max}^2 m_{Fe}$$

k_v је коефицијент зависан од специфичног отпора, специфичне масе и квадрата дебљине лимова.

5.1.1. Модел неоптерећеног трансформатора са линеарном карактеристиком магнетног и алгоритам модела верификован симулацијом у пакету MATLAB

Модел трансформатора без оптерећења са линеарном карактеристиком магнетног и алгоритам - метод проверене симулације је модел са магнетно незасићеним језгром и карактеристиком која је линеарна функција струје магнетног:

$$\Phi = f(i_\mu), \psi = f(\Phi)$$

За једнофазни трансформатор важе диференцијалне једначине:

$$v_1 = R_1 i_1 + \frac{d\Phi_1}{dt}, v_2 = R_2 i_2 + \frac{d\Phi_2}{dt}$$

$$\Phi_1 = L_1 i_1 + L_m i_2, \Phi_2 = L_2 i_2 + L_m i_1$$

$$i_1 = \frac{1}{\sigma L_1} \Phi_1 - \frac{K_2}{\sigma L_1} \Phi_2, i_2 = \frac{1}{\sigma L_2} \Phi_2 - \frac{K_1}{\sigma L_2} \Phi_1$$

а константе су:

$$K_1 = \frac{L_m}{L_1}, K_2 = \frac{L_m}{L_2}, \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_1 L_2}, A = \frac{1}{\sigma L_1}, B = \frac{K_2}{\sigma L_1}, C = \frac{1}{\sigma L_2}, D = \frac{K_1}{\sigma L_2}$$

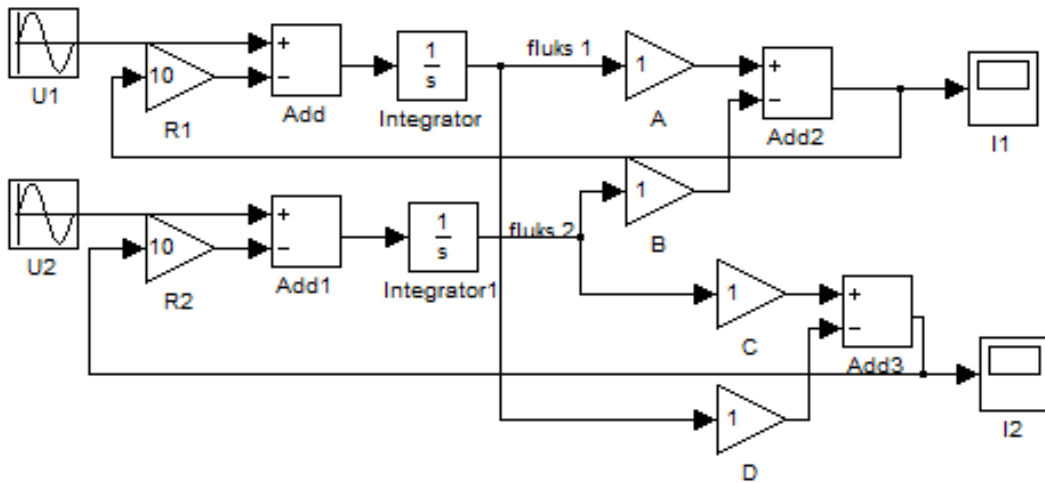
$$i_1 = A \Phi_1 - B \Phi_2$$

$$i_2 = C \Phi_2 - D \Phi_1$$

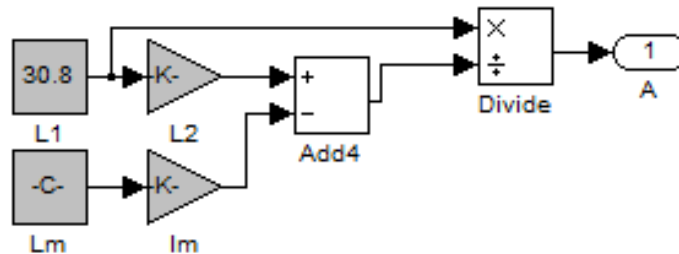
константе A, B, C и D су у функцији $f(L_1, L_2, L_{12})$:

$$A = \frac{L_2}{L_1 L_2 - L_m^2}, B = \frac{L_m}{L_1 L_2 - L_m^2}, C = \frac{L_1}{L_1 L_2 - L_m^2}, D = \frac{L_m}{L_1 L_2 - L_m^2}$$

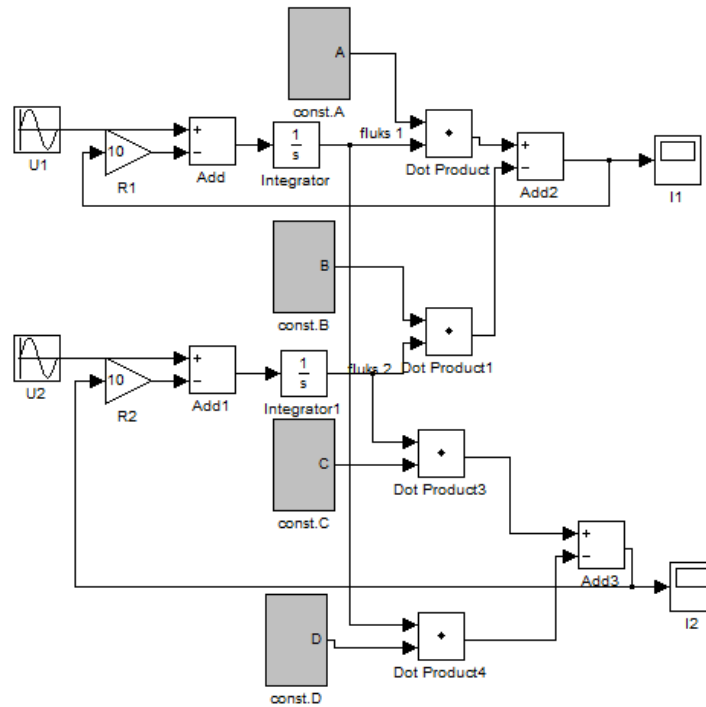
Модел и алгоритам су реализовани према шеми на слици 5.1.1.1:



Слика 5.1.1.1. Упростиена шема једнофазног линеарног трансформатора у празном ходу у Matlabu



Слика 5.1.1.2. Карактеристика B

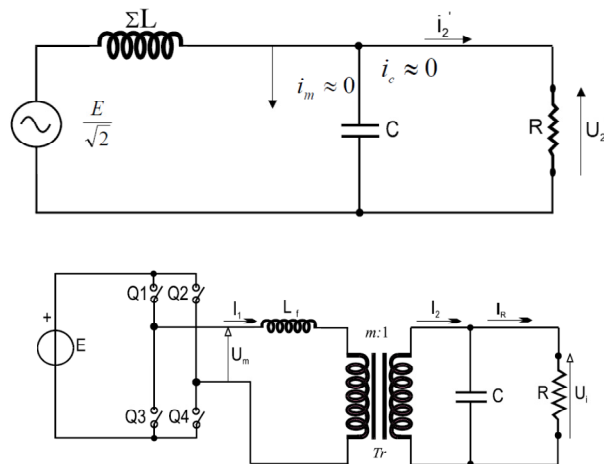


Слика 5.1.1.3. Поједностављена шема једнофазног трансформатора

Од пасивног параметра индуктивности зависе многе величине као што су: струја кратког споја, пад напона у нормалном раду, силе које делује на намотаје. Блокови сиве боје, слика 5.1.1.3., садрже константе A, B, C, D зависне од индуктивности и међуиндуктивности (примара, секундара). Расипна и укупна индуктивност се рачунају из магнетних карактеристика. Индуктивност магнеђења зависи од изабраног пречника магнетног кола трансформатора.

$$L_m = \frac{\Delta \Phi_0}{I} = \frac{\mu_0 S_{Fe} N}{2\delta}$$

Расипна индуктивност служи за одређивање додатне индуктивност у колу примара.



Слика.5.1.1.4. Расипне индуктивности у електричним колима једнофазног трансформатора

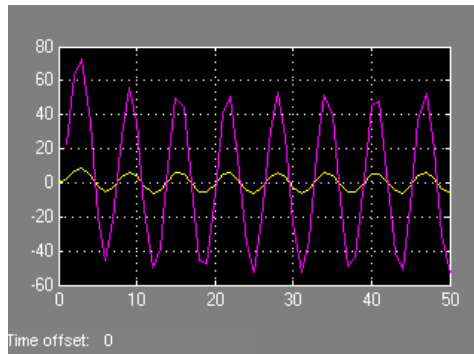
$$L_F = \sum L - L_\gamma$$

Укупна индуктивност посматраног трансформатора:

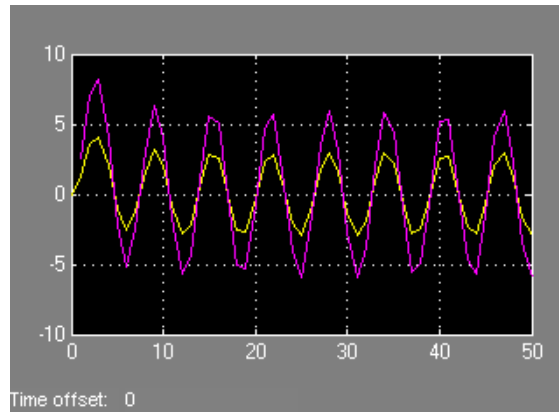
$$\sum L = \frac{Et}{4\Delta l}$$

$$\Delta l = \frac{\Delta l[\%]}{100} I_{nom}$$

Δl -дозвољени струјни скок (варијација). Одступање напона и струје од синусног облика, настаје због високофреквентне компоненте напона на примару коју ствара инвертор.



Слика 5.1.1.5. Струја примара и секундара за монофазни трансформатор 300/25 [V/V]



Слика.5.1.1.6. Струја примара и секундара за монофазни трансформатор 100/50 [V/V]

При искључењу струја магнећења опадне на нулту вредност а флуks прати хистерезну криву и на ординати се појави реманентни флуks. При новом укључењу на извор синусног напона, флуks добија синусни облик увећан за реманентни флуks, (80% номиналног). Вредност флуksа прелази у домен засићења а последица су велики скокови флуksа и изобличење струје магнећења.

Вредност, трајање и облик ударне струје магнећења зависе од више фактора као што су: параметри трансформатора, реманентни флуks и тренутак укључења, односно почетна фаза напона у тренутку укључења. На Сл. 5.1.1.6. је приказан типичан таласни облик струје магнећења

који је симулиран у Матлабу. Неке од карактеристика по којима се препознаје струја магнећења су:

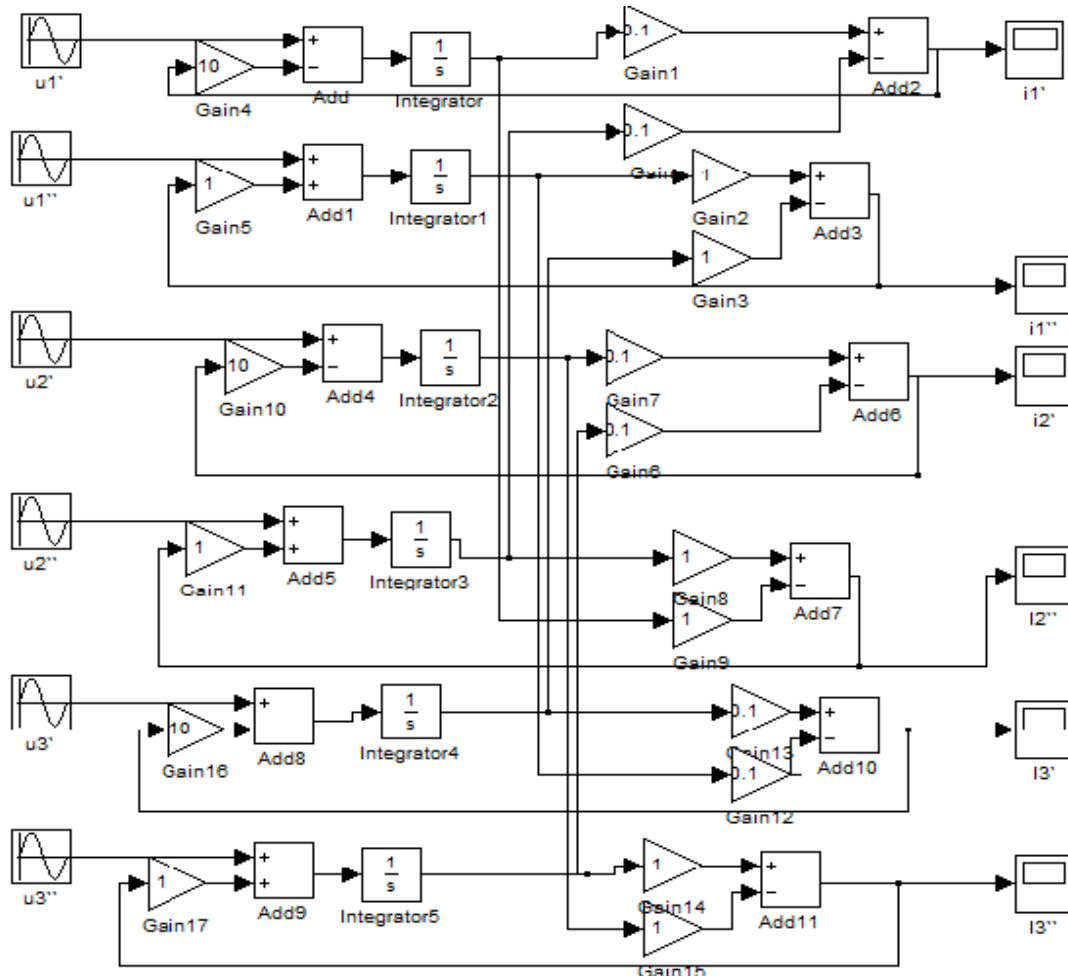
- ударна струја магнећења садржи више хармонике (најчешће други хармоник).
- ударна струја магнећења садржи опадајућу једносмерну компоненту
- у свакој периоди постоји интервал у коме је струја једнака или приближно једнака нули.

За трофазни трансформатор важи да је пресек стубова магнетног језгра појединих фаза исти а средње дужине магнетне линија флукса кроз одговарајући стуб (језгра) су: l_1, l_2, l_3 . На основу еквивалентне шеме постављене су једначине магнетних кола трофазног трансформатора.

$$\begin{aligned}v_1 &= Ri_1 + N \frac{d(\Phi_1 + \Phi_{\gamma 1})}{dt} = Ri_1 + L_{\gamma 1} \frac{di_1}{dt} + L_m \frac{di_2}{dt} \\v_2 &= Ri_2 + N \frac{d(\Phi_2 + \Phi_{\gamma 2})}{dt} = Ri_2 + L_{\gamma 2} \frac{di_2}{dt} + L_m \frac{di_3}{dt} \\v_3 &= Ri_3 + N \frac{d(\Phi_3 + \Phi_{\gamma 3})}{dt} = Ri_3 + L_{\gamma 3} \frac{di_3}{dt} + L_m \frac{di_1}{dt} \\ \Phi_0 &= \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3\end{aligned}$$

Због нелинеарности између магнетног поља и магнетнетног тока, односно магнетне индукције, решавање система једначина могуће је само нумеричким путем. **Индекси су 1=A, 2=B, 3=C**

У овом моделу је симулиран рад три фазе, три одвојена језгра трансформатора. Трансформаторски модел описује систем временских зависи диференцијалних једначина, и решен је од стране ефикасног нумеричког алгоритма. Нелинеарни ефекти засићења, хистерезе и вртложних струја су узети у обзир и приказани у моделу на слици

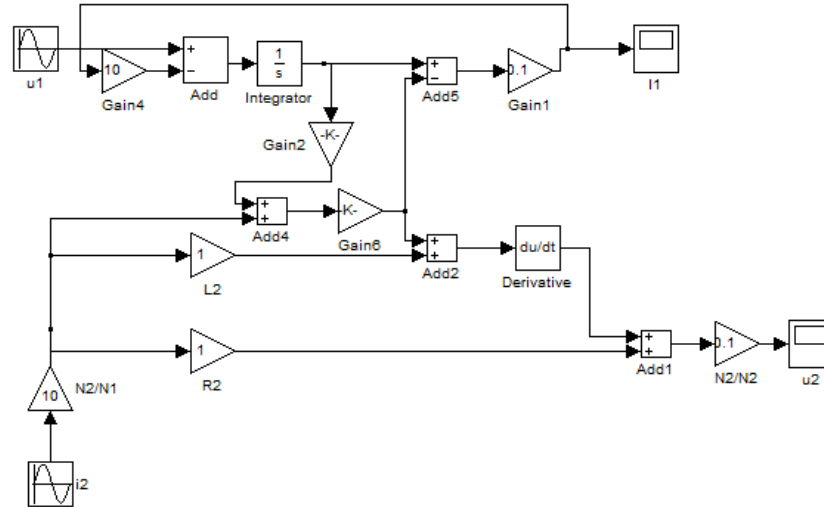


Слика 5.1.1.7. Модел трофазног трансформатора у режиму празног хода

5.1.2. Модел оптерећеног трансформатора са линеарном карактеристиком магнећења, напајаног из извора са синусном периодичном струјом, $i_2 = \sqrt{2}I_2 \sin \omega t$ и алгоритам модела верификован симулацијом у MATLAB-у

Други модел је модел оптерећеног трансформатора са линеарном карактеристиком магнећења, слика 5.1.2.1 који је напајан из извора са синусном периодичном струјом:

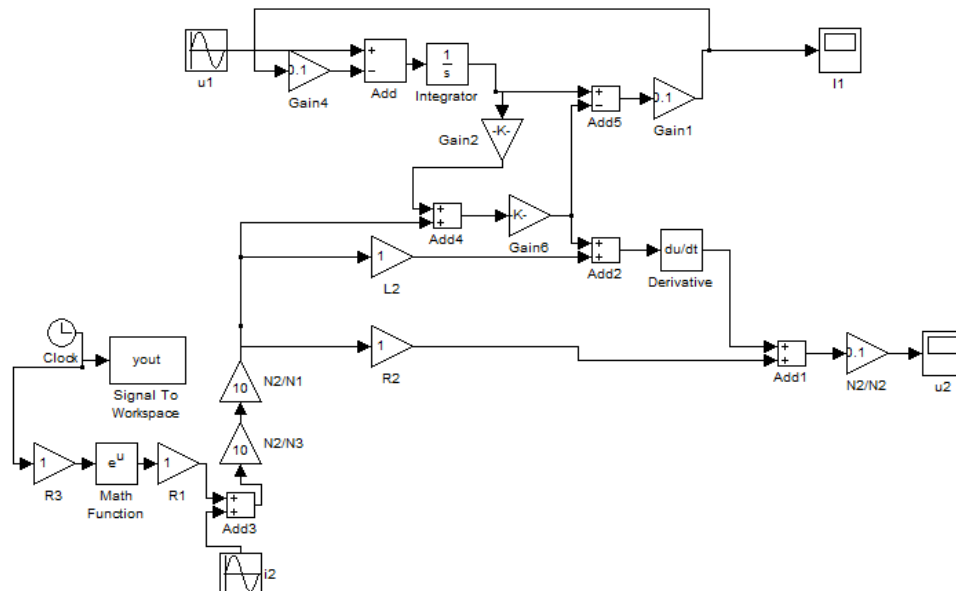
$$i_2 = \sqrt{2}I_2 \sin \omega t$$



Слика 5.1.2.1 Модел једнофазног трансформатора са оптерећењем и линеарном карактеристиком магнетноћа

Други модел је модел, слика...., у коме поред синусне периодичне компоненте струје постоји и апериодична компонента а укупна струја је дефинисана једначином:

$$i_2 = \sqrt{2}I_2 \left[\sin(\omega t + \varphi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{T}} \sin(\varphi_u - \varphi) \right]$$



Слика 5.1.2.2.: Модел у коме делује синусна периодичне и апериодична компоненте струје

Примар једнофазног трансформатора са N навојака, омске отпорности R' , сопствене индуктивн ности L' и примарног напона $u' = U_m \sin(\omega t + \varphi_0)$, описан је диференцијалном једначином првог реда:

$$v' = R'i + N' \frac{d\Phi}{dt}$$

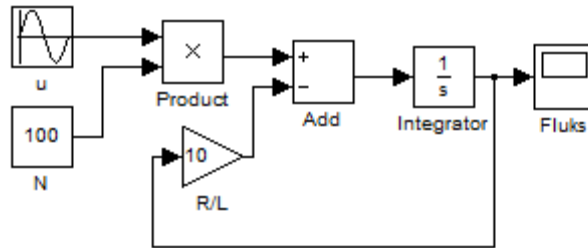
Линеарна зависност између примарне струјеи флукса може се представити преко укупног флукса као $N'\Phi/L_1$, када се у нова релација која следи унесе у претходну једначину:

$$v' = N' \frac{R'}{L_1} \Phi + N' \frac{d\Phi}{dt}$$

Тако је добијена нехомогена линеарна диференцијална једначина првог реда:

$$\begin{aligned} V_m \sin(\omega t + \varphi_0) &= N' \frac{R'}{L_1} \Phi + N' \frac{d\Phi}{dt} \\ \frac{V_m}{N} \sin(\omega t + \varphi_0) &= \frac{R'}{L_1} \Phi + \frac{d\Phi}{dt} \\ \frac{v'}{N} &= \frac{R'}{L_1} \Phi + \frac{d\Phi}{dt} \end{aligned}$$

Израз представља магнетни флукс са линеарном карактеристиком магнећења једнофазног трансформатора. Ако напон има максималну вредност 400V, флукс је:



Слика..5.1.2.3. Симулација флукса

Под претпоставком да је R много мање од L израз за флукс се своди на :

$$\Phi = \int \frac{u}{N} dt + K e^{-\frac{R}{L}t} = \Phi_1 + \Phi_2$$

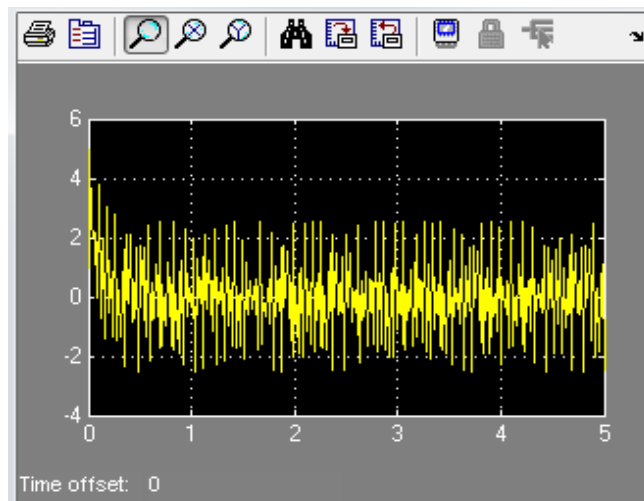
Решења ове једначине су две компоненте, што се и види са дијаграма, као:
 -апериодична (од почетка до успостављања процеса-експоненцијална функција времена)
 -и периодична функција (успостављено стање процеса- хармонична функција времена).
 Прва компонента је:

$$\Phi_1 = \int \frac{u}{N} dt = \int -\frac{U_m}{N\omega} \sin(\omega t + \varphi_0) dt,$$

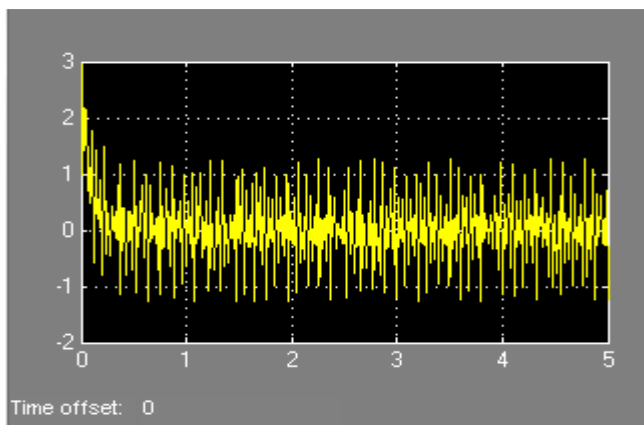
$$\Phi_1 = -\frac{U_m}{N\omega} \cos(\omega t + \varphi_0) = -\Phi_{1m+} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Да би се одредила константа K , разматрају се почетни услове једначине.

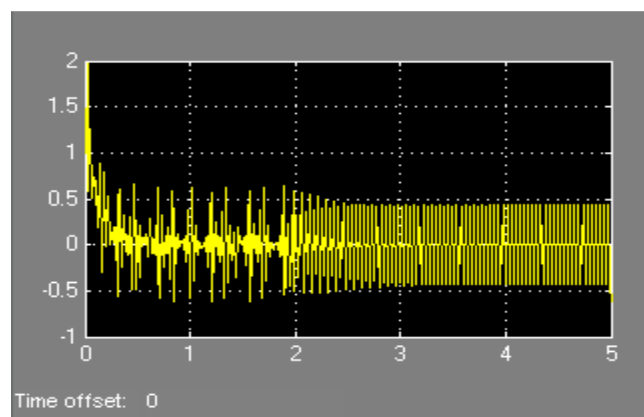
Први услов: ако трансформатор није прикључиван на мрежу, укупни флукс у тренутку укључења $t=0$ је нула, $\Phi=0$.



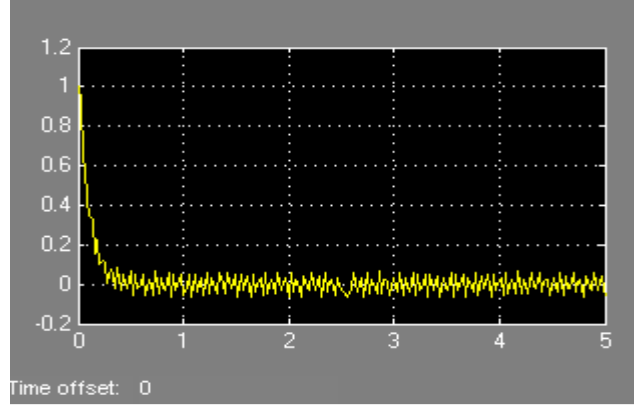
Слика 5.1.2.4. Флукс за максималне вредности напона 250V



Слика 5.1.2.5. Флукс за максималне вредности напона 200V



Слика 5.1.2.6. Флукс за максималне вредности напона 100V



Слика 5.1.2.7. Флукс за максималне вредности напона 10V

Други услов: када је трансформатор раније прикључиван на мрежу, тако да у његовом магнетном колу постоји неки реманентни флукс (заостали магнетизам) $\pm \Phi_{rem}$, који може бити истог или супротног смера од флукса при укључењу. други случај је чешћи па се он узима у обзир.

У тренутку укључења $t=0$ у магнетном колу постоји реманентни флукс Φ_{rem} .

$$\Phi_{rem} = -\Phi_{1m} \cos(\varphi_0) + K$$

одакле је константа:

$$K = \Phi_{1m} \cos(\varphi_0) \pm \Phi_{rem}$$

Друга компонента флукса која одговара прелазном период може се израчунати из:

$$\Phi = \int \frac{v}{N} dt + K e^{-\frac{R}{L}t} = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\Phi_2 = K e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\Phi_2 = (\Phi_{1m} \cos(\varphi_0) \pm \Phi_{rem}) e^{-\frac{R}{L}t}$$

Коначни облик једначине флукса је:

$$\Phi_0 = [\Phi_r - \Phi_m \sin(\varphi_0 - \varphi)] e^{-1/t_0} + \Phi_m \sin(\omega t + \varphi_0 - \varphi)$$

$$\Phi_0 = -\frac{V_m}{N\omega} \cos(\omega t + \varphi_0) + K e^{-\frac{R}{L}t}$$

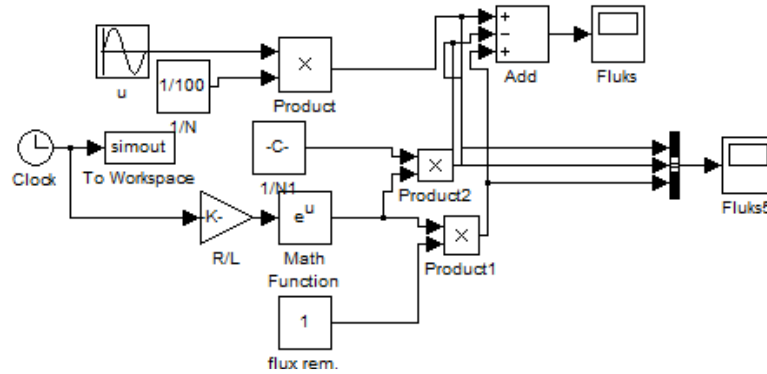
$$\Phi_0 = -\Phi_{1m} \cos(\omega t + \varphi_0) + K e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\Phi_0 = -\Phi_{1m} \cos(\omega t + \varphi_0) + (\Phi_{1m} \cos(\varphi_0) \pm \Phi_{rem}) e^{-\frac{R}{L}t}$$

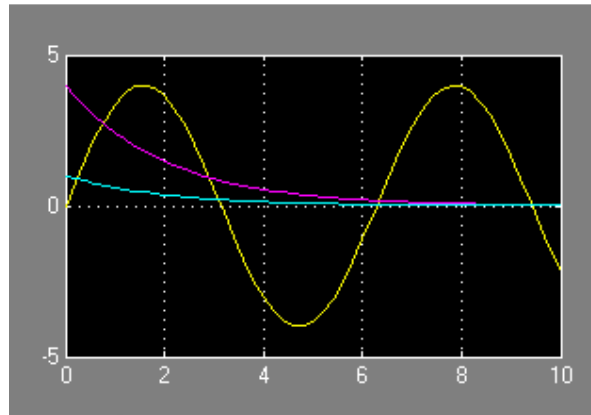
$$\Phi_0 = -\frac{V_m}{N\omega} \cos(\omega t + \varphi_0) + (\frac{V_m}{N\omega} \cos(\varphi_0) \pm \Phi_{rem}) e^{-\frac{R}{L}t}$$

Φ_r -реманентни флукс и φ_0 угао укључења. За $\varphi_0=0$ и $+\Phi_r$, укупни флукс:

$$\Phi_0 = -\frac{V_m}{N\omega} \cos(\omega t) + \left(\frac{V_m}{N\omega} + \Phi_{rem}\right)e^{-\frac{R}{L}t}$$



Слика 5.1.2.8. Укупни флукс узимајући у обзир реманентни флукс

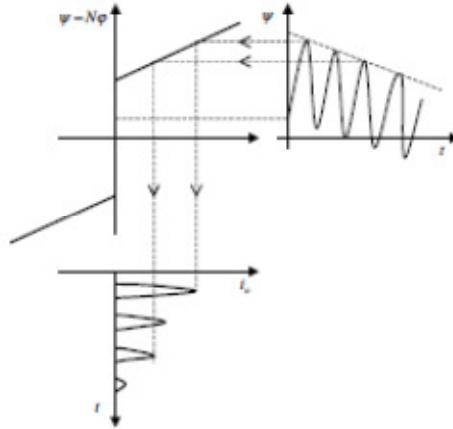


Слика 5.1.2.9. Графички приказ флукса кроз три компоненте

Апериодична компонента има свој максимум за $\varphi - \varphi_0 = \pi/2$. Први, највећи максимум функције флукса настаје приближно за $\omega t = \pi$, и он износи:

$$\Phi_{max} = \Phi_r + \Phi_m \left[1 + \sin\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right)\right] - \Phi_r + 2\Phi_m$$

Дакле, флукс непосредно по укључењу може достићи вредност преко два пута већу од оне у устаљеном стању, што се, услед нелинеарности, знатно јаче одражава на струју.



Слика 5.1.2.10. Временски ток струје укључења

Максимална вредност струје празног хода се рачуна нумеричким путем, помоћу рачунара. Овде је представљен аналитички поступак за приближно рачунање максималне вредности струје укључења. Ако се претходна једначину подели са бројем навојака N : $\Phi_{max} = \Phi_r + 2\Phi_m$ Флукс је збир компоненте која се затвара кроз магнетско коло и компоненте кроз ваздушни процес:

$$\Phi_{max} = \Phi_{Fe} + \Phi_{max} = B_{Fe}S_{Fe} + \mu_0 H_{max}(S_{max} - S_{Fe}) = \mu_0 H_{max}S_{max} + (B_{Fe} - \mu_0 H_{max})S_{Fe}$$

где је S_{Fe} пресек магнетног кола, а S_{vaz} површина ваздушног простора намотаја. Индукција потпуног засићења магнетског материјала, B_z , је: $B_z = B_{Fe} - \mu_0 H_{max}$

$$\Phi_{max} = \Phi_r + 2\Phi_m = B_r S_{Fe} + 2B_m S_{Fe} = \frac{\mu_0 N I_{\mu 0 max} S_{vaz}}{l} + B_z S_{Fe}$$

Одавде се добија вредност максималне струје укључења:

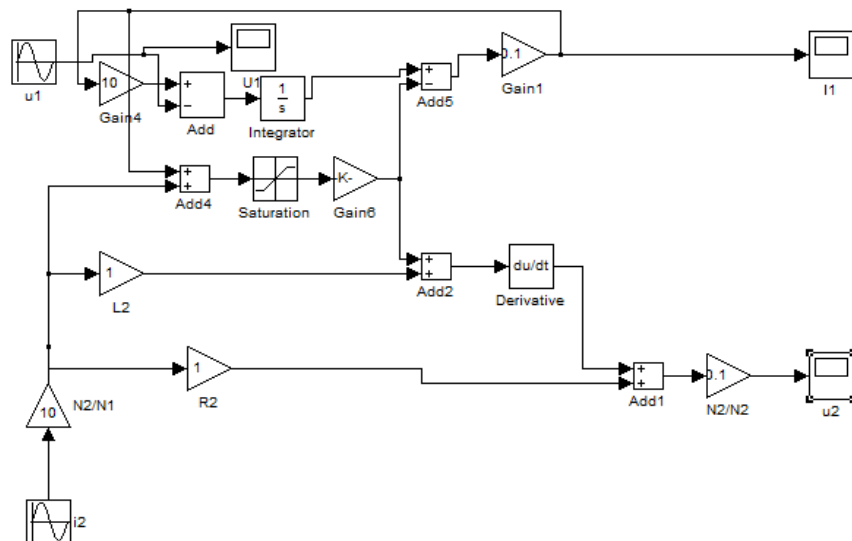
$$I_{0max} = \frac{S_{Fe}}{S_{vaz}} / \frac{2B_m + B_r - B_z}{\mu_0 N}$$

Дакле, максимална вредност струје укључења је утолико већа уколико се пресек намотаја више приближава пресеку гвожђа, из чега следи да са гледишта ударне струје укључења примар треба да буде спољашњи намотај, што се често и чини ако је он за већи напон. Даље, види се да је та струја мања ако је реманентна индукција B_r мања и ако су димензије (l) мање.

5.1.3. Модел трансформатора који на секундару има оптерећење синусног облика струје са нелинераном карактеристиком магнетовања

Синусни облик струје оптерећења, на секундару је:

$$i_2 = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sin \omega t$$



Слика 5.1.2.11 Засићен трансформатор

5.2. ПРИЛОГ 2

5.2.1. РАЗВОЈ АЛГОРИТМА МАГНЕТНОГ КОЛА ТРАНСФОРМАТОРА

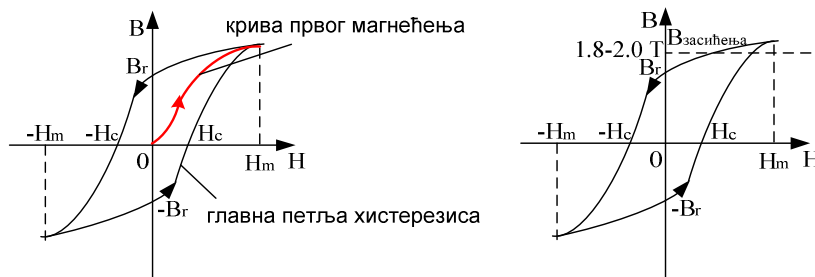
Разматран је модел прелазног процеса при укључењу трансформатора а добијени алгоритам је примењен у симулацији процеса у изабраном софтверском пакету Матлаб.

Магнетно језгро трансформатора образују квалитетни лимови са високом вредношћу пермеабилитета, мале вредности фактора хистерезе, јединичних губитака и струја магнећења.

Укупни губици у гвожђу се могу представити изразом:

$$P_{Fe} = P_H + P_v = (k_H f + k_v f^2) B_{max}^2 m_{Fe}$$

За трансформаторе се обично снимају карактеристике магнећења за врсту лима и облик магнетског кола који се употребљава. За рад трансформатора значајан је утицај струја при укључењу трансформатора као и утицај реманентне индукције.



Слик 5.2.1.1. Главна петља хистерезиса

Непосредно по укључењу Флуks достиже и до два пута веће вредности од оних преко у устаљеном стању, што се, због нелинеарности кривих магнетнења, знатно одражава на струју.

Максимална вредност струје празног хода се рачуна помоћу развијених софтверских пакета на рачунару. Овде је представљен апроксимативни аналитички поступак за израчунавање максималне вредности струје укључења. Ако дату једначину поделимо са бројем навојака N :

$$\Phi_{max} = \Phi_r + 2\Phi_m$$

Флукс је збир компоненте у магнетном колу и компоненте флукса која се затвара кроз ваздух:

$$\Phi_{max} = \Phi_{Fe} + \Phi_{max} = B_{Fe}S_{Fe} + \mu_0 H_{max}(S_{max} - S_{Fe}) = \mu_0 H_{max}S_{max} + (B_{Fe} - \mu_0 H_{max})S_{Fe}$$

где је S_{Fe} пресек магнетног кола, а S_{vaz} површина ваздушног простора намотаја, слика 5.2.1.2. Индукција потпуног засићења магнетског материјала, B_z , је:

$$B_z = B_{Fe} - \mu_0 H_{max}$$

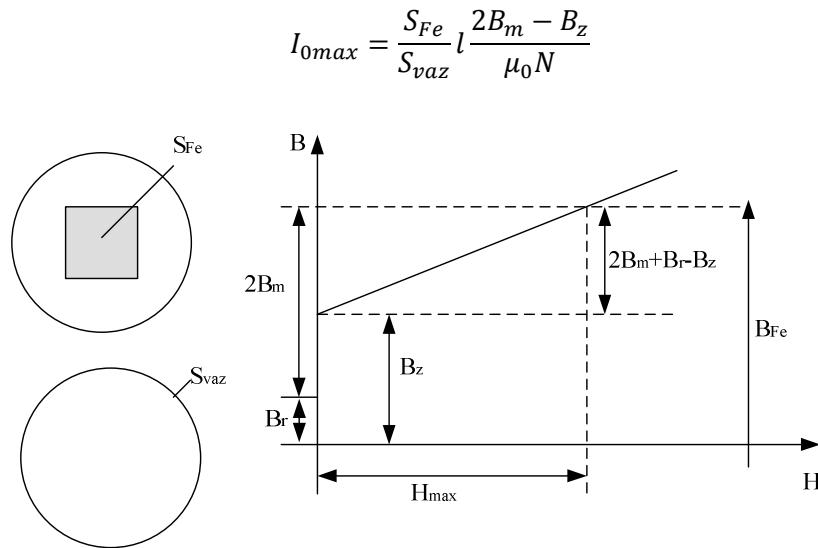
Сада можемо да пишемо:

$$\Phi_{max} = \Phi_r + 2\Phi_m = B_r S_{Fe} + 2B_m S_{Fe} = \frac{\mu_0 N I_{0max} S_{vaz}}{l} + B_z S_{Fe}$$

Одавде се добија вредност максималне струје укључења:

$$I_{0max} = l \frac{S_{Fe}}{S_{vaz}} \frac{2B_m + B_r - B_z}{\mu_0 N}$$

Максимална вредност струје укључења је већа ако је пресек намотаја приближно једнак пресеку гвожђа, Та струја је мања ако је реманентна индукција B_r мања и ако дужина магнетног кола тј. димензија (l) мања. Слика 5.2.1.2.. одговара занемарењу реманентног флукса.



Слика 5.2.1.2. Попречни пресек гвозденог језгра и карактеристика магнетнења

Ако се трансформатор укључује на мрежу, у њему постоји реманентни флукс, који се задржао од предходног рада.

Први услов

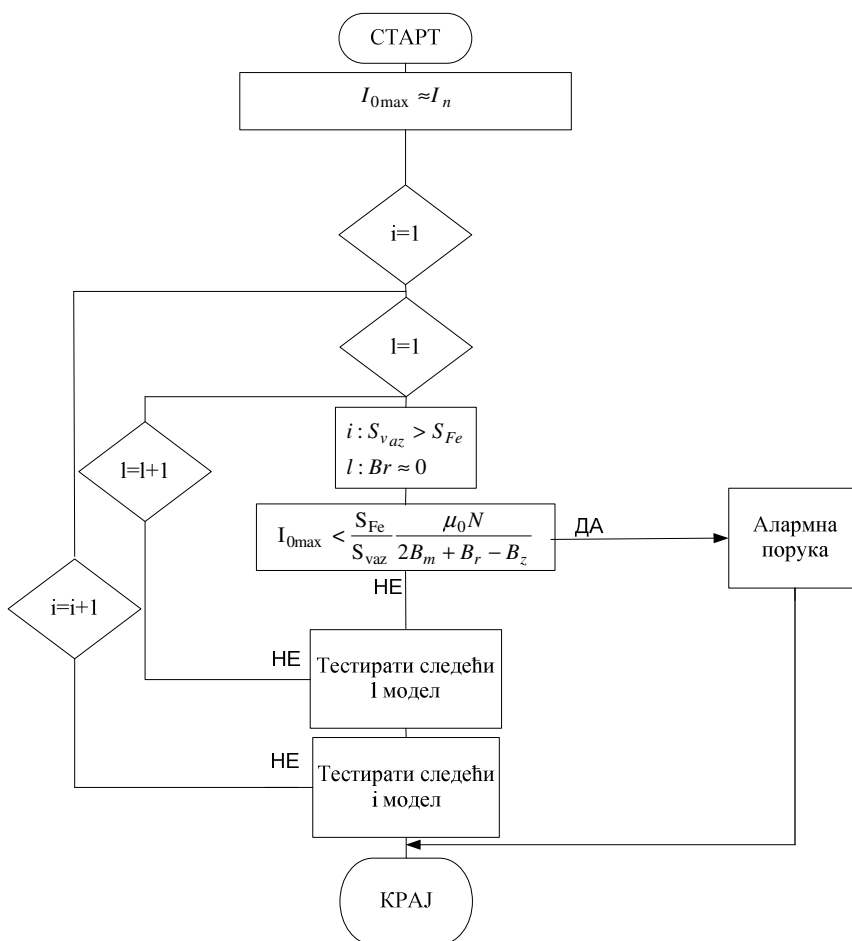
-Да би струја магнећења била сто мања, површина попречног пресека намотаја S_{vaz} **треба да буде већа** од површине попречног пресека гвозденог језгра S_{Fe} .

$$I_{0max} < \frac{S_{Fe}}{S_{vaz}} \frac{\mu_0 N}{2B_m + B_r - B_z}$$

Други услов

-Из једначине се види да је струја магнећења мања ако је реланентни флукс B_r мањи а најмања је код нових трансформатора који раније нису били прикључени на мрежу.

Приликом пројектовања трансформатора треба водити рачуна о овим условима да би се током рада избегли велике ударне струје магнећења, које штетно утичу на његов рад.



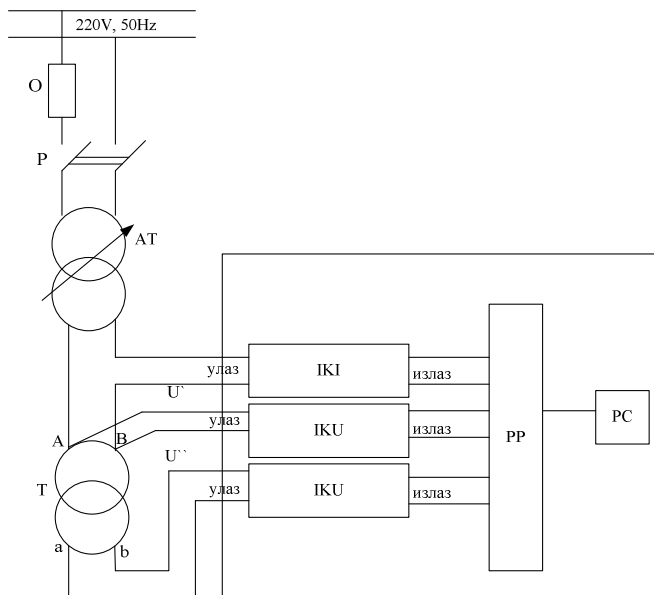
Слика 5.2.1.3. Итеративни поступак прорачуна струје магнећења

Експериментални део

Испитна опрема: Т-испитивани трнсформатори следећих номиналних података:

трофазни: $P_{sn}=1,25kVA$, $U_n'/U_n''=3\sqrt{3}80/3\sqrt{3}110/65V$, $I_n'/I_n''=1,9/6,56A$, $f_n=50Hz$ и спрегама: примара у звезду, а секундару у звезду, троугао или изломлу звезду. **АТ-**трофазни регулациони аутотрансформатор следећих номиналних података: $P_{sn}=3897VA$, $U_n'=3*380V$, $U_n''=3*(0-450)V$, $I_n''=5A$, $f_n=50Hz$. **МРО-**Мерна рачунарска опрема је састављена од: изолованог бокса за мерења

наизменичне струје до 10А и изолованих мерних делова за мерење напона до 500V, главног изолованог мерног сигнала ради заштите електронске картице на рачунару од оштећења, прикључног панела за прикључивању 16 аналогних сигнала 50-жилног кабла за везивање прикључног панела са рачунаром и прилагођавање софтверском пакету Aquisitor 428,v 08.b. Принципијална шема мерне рачунарске опреме МРО је приказана на Слици 5.2.1.4. Помоћу мерне рачунарске опреме извршено је мерење свих произвољно изабраних вредности напона и струје. Резултати су приказани у виду нумеричких вредности променљивих и то графички или табеларно и као такви су смештени у изабрану датотеку на чување. Резултати испитивања трофазног трансформатора индиректном методом празног хода су у табели 5.2.1.1:



Слика 5.2.1.4. Шема електричне везе мерне рачунарске опреме и трансформатора у режиму празног хода

Табела 5.2.1.1.Измерене вредности напона и струје

	1	2	3	4	5	6	7	8
i	0.00691	0.00683	0.00685	0.00694	0.00690	0.00696	0.00688	0.00692
v	101.52580	101.48210	101.49700	101.56420	101.30530	101.33320	101.31420	101.27580
i	0.00759	0.00757	0.00758	0.00764	0.00762	0.00765	0.00759	0.00760
v	121.84620	121.96170	121.88370	121.89950	121.90940	121.92500	121.92110	121.89880
i	0.00841	0.00840	0.00843	0.00840	0.00842	0.00842	0.00840	0.00836
v	141.37090	141.33620	141.26900	141.26230	141.26070	141.23880	141.22130	141.26600
i	0.00945	0.00949	0.00948	0.00950	0.00944	0.00949	0.00955	0.00952
v	161.43100	161.47950	161.51910	161.48310	161.55260	161.58650	161.55420	161.52220
i	0.01200	0.01201	0.01200	0.01200	0.01200	0.01199	0.01205	0.01204
v	201.38100	201.47030	201.48160	201.42310	201.51600	201.50490	201.44310	201.45890
i	0.01435	0.01429	0.01433	0.01436	0.01431	0.01433	0.01432	0.01431
v	223.68020	223.66960	223.68790	223.73680	223.70290	223.66980	223.66800	223.73680
i	0.01497	0.01504	0.01502	0.01494	0.01497	0.01499	0.01502	0.01499
v	231.84330	231.89360	231.98040	231.93270	231.92190	231.80580	231.78340	231.82830

5.2.2. Теорија корелације у планирању и избору димензија магнетног кола

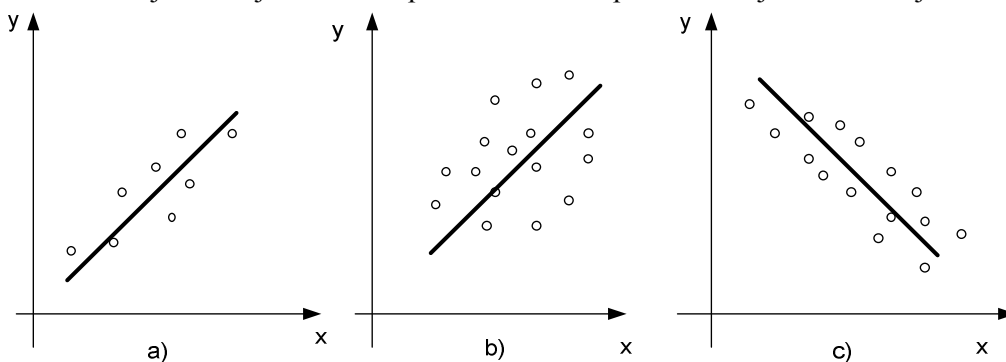
Корелација је по дефиницији повезаност између појава када раст и опадање једног обележја прати раст и опадање другог, и обрнуто.

За статистичку анализу корелисаности две случајне променљиве (обележја) X и Y , неопходно је располагати њиховим вредностима $(x_i, i = 1, 2, \dots, n)$ и $(y_i, i = 1, 2, \dots, n)$.

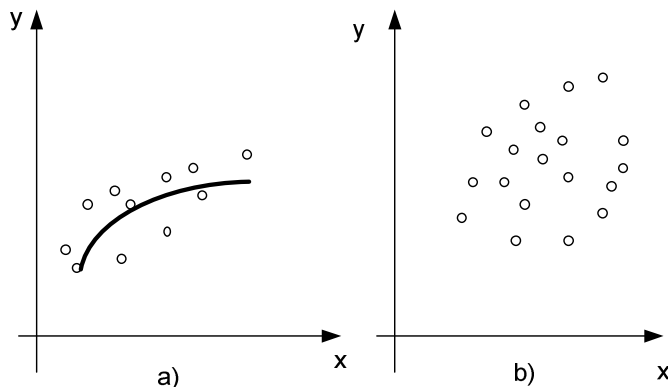
Први корак у анализи корелације је графички приказ уређених парова (x_i, y_i) , - тачка у Оху координатном систему и на тај начин се добија дијаграм расипања (*scatter duagram*).

На основу распореда тачака у дијаграму може се приближно одредити:

- постојање стохастичке зависности променљивих (корелација); и
- ако постоји да ли је она линеарна или нелинеарна и да ли је слаба или јака.



Слика 5.2.2.1. Илустрација линеарне корелације:
а) јака позитивна, б) слаба позитивна, с) негативна



Слика 5.2.2.2. Илустрација нелинеарне корелације:
а) нелинеарна корелација, б) нема корелације

На сликама 5.2.2.1.а-с, експерименталне тачке леже око неке праве, што даје основу за претпоставку да су X и Y приближно или тачно, линеарно повезане. Ако тачке леже близу праве 5.2.2.2., у питању је **јака корелација**, а ако је расипање тачака око праве велико, корелација је **слаба**. Сlike (5.2.2.1.а,б), указују на **позитивну корелацију** или позитиван тренд, јер су велике вредности за Y , углавном, у пару са великим вредностима X , док слика 5.2.2.1.с илуструје

негативну корелацију или тренд, где су велике вредности за X праћене углавном малим вредностима за Y . Слика 5.2.2.1. а илуструје случај **нелинеарне корелације** или нелинеарне стохастичке везе, јер се тачке расипају око неке криве. Коначно, на слици 5.2.2.1.b, не уочава се повезаност између X и Y , т.ј. нема ни позитивног ни негативног тренда, па се закључује да су оне независне или **некорелисане**.

Други корак у анализи корелације је одређивање коефицијента корелације. Коефицијент корелације у математичкој статистици се израчунава формулом:

$$r_{xy} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sqrt{\left(n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) \left(n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right)}}, |r_{xy}| \leq 1$$

Показује се да је ова статистичка оцена конзистентна и асимптотски непристрасна. Вредност узорачког коефицијента корелације даје оцену јачине линеарне корелације на основу емпиријског правила датог у табели 5.2.1.

Табела 5.2.1. Оцена јачине корелације на основу емпиријског правила

r_{xy}	јачина линеарне везе
$r \leq 0,3$	безначајна корелација
$0,5 < r < 0,7$	значајна корелација
$0,7 \leq r \leq 0,9$	јака корелација
$r > 0,9$	врло јака корелација

Неопходно је располагати њиховим вредностима $(x_i, i = 1, 2, \dots, n)$ и $(y_i, i = 1, 2, \dots, n)$.

У овом примеру су за статистичку анализу корелисаности две случајне променљиве као X изабрана мерена вредност струје магнећења а као Y фазне вредности напона трофазног трансформатора. Вредности струја и напона су мерене у лабораторији Високе техничке школе струковних студија у Звечану, на трансформатору, хлађен природном циркулацијом ваздуха. Мерења су извршена за различите вредности напона, помоћу аутотрансформатора. Табеларни приказ резултата мерења дат је у прилогу.

Табела..5.2.2.1. Табеларни приказ резултата

Струја магнећења								
	1	2	3	4	5	6	7	8
i	0.00691	0.00683	0.00685	0.00694	0.00690	0.00696	0.00688	0.00692
v	101.52580	101.48210	101.49700	101.56420	101.30530	101.33320	101.31420	101.27580

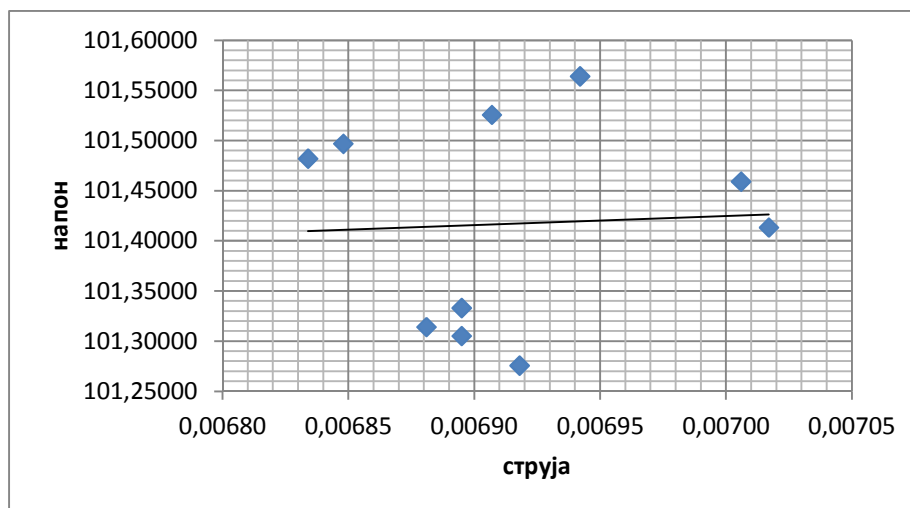
Мерењем струја магнећења I_0 наизменичним напонам $3 \times 380\text{V}$, 50Hz , испитано је стање изолације језгра. Трансформатор без оптерећења на секундару је са примарне стране укључен на напон $3 \times 380\text{V}$, 50Hz , узима из мреже само струју празног хода.

Критеријум за оцену резултата испитивања је упоређивање са раније добијеним вредностима I_0 . У зависности од реманентног магнетизма разлике могу бити и двоструке, па се препоручује струје магнећења мерити пре мерења отпора намотаја. Други критеријум је да струје по фазама морају бити симетричне, зависно од спреге намотаја. Код спреге у звезду струје спољњих фаза треба да буду приближно једнаке $I_{0A} = I_{0C}$, а струја у средњој фази је мања $I_{0B} < I_{0A}$ и I_{0C} , док код спреге у троугао две струје су међусобно приближно једнаке $I_{0a} = I_{0b}$, а трећа је већа $I_{0c} > I_{0a}$ и I_{0b} .

Табела 5.2.2.2. Вредности обележја X и Y

	x	y	x^2	y^2	$x \cdot y$
1	0.00691	101.52580	0.00005	10307.48807	0.70124
2	0.00683	101.48210	0.00005	10298.61662	0.69353
3	0.00685	101.49700	0.00005	10301.64101	0.69505
4	0.00694	101.56420	0.00005	10315.28672	0.70506
5	0.00690	101.30530	0.00005	10262.76381	0.69850
6	0.00690	101.33320	0.00005	10268.41742	0.69869
7	0.00688	101.31420	0.00005	10264.56712	0.69714
8	0.00692	101.27580	0.00005	10256.78767	0.70063
9	0.00702	101.41350	0.00005	10284.69798	0.71162
10	0.00701	101.45930	0.00005	10293.98956	0.71082
TOTAL	0.06914	1014.17040	0.00048	102854.25597	7.01228

Дијаграм расипања (*scatter diagram*) је приказан на слици 5.2.2.1. указује на позитивну линеарну корелацију, јер су велике вредности X праћене великим вредностима Y .



Слика 5.2.2.3. Дијаграм расипања

Други корак у анализи корелације је одређивање коефицијента корелације. У овом случају коефицијент корелације је:

$$r_{xy} = \frac{8 * 179401797377 - (1072245 * 813596)}{\sqrt{(8 * 262566861463 - 1072245^2)(8 * 125276435910 - 125276435910^2)}}$$

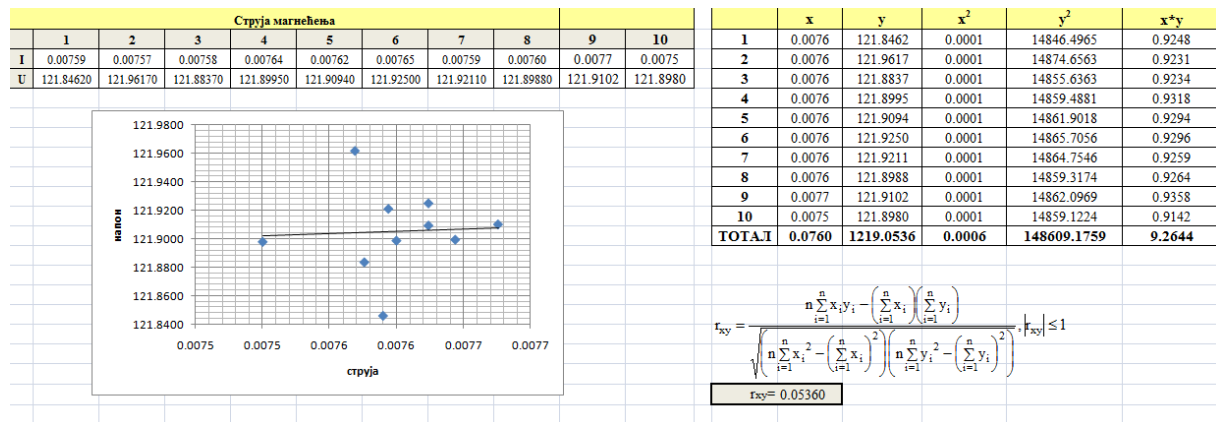
$$r_{xy} = \frac{1435214379016.00 - 872374243020.00}{\sqrt{2100534891704 - 1149709340025 * 1002211487280 - 661938451216}}$$

$$r_{xy} = \frac{56284013596.00}{\sqrt{950825551679 * 340273036064}}$$

$$r_{xy} = \frac{56284013596.00}{568806027778.40}$$

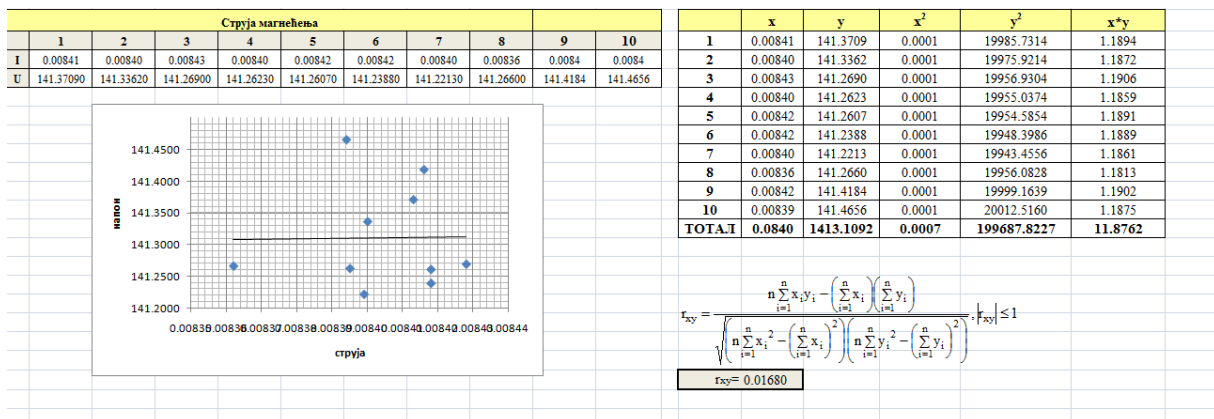
$$r_{xy} = 0.05360$$

Према емпиријском критеријуму у питању је безначајна веза између скупа независних и скупа зависних података. У овом случају слаба линеарна веза представља међузависност (корелацију) између напона и струје магнећења.



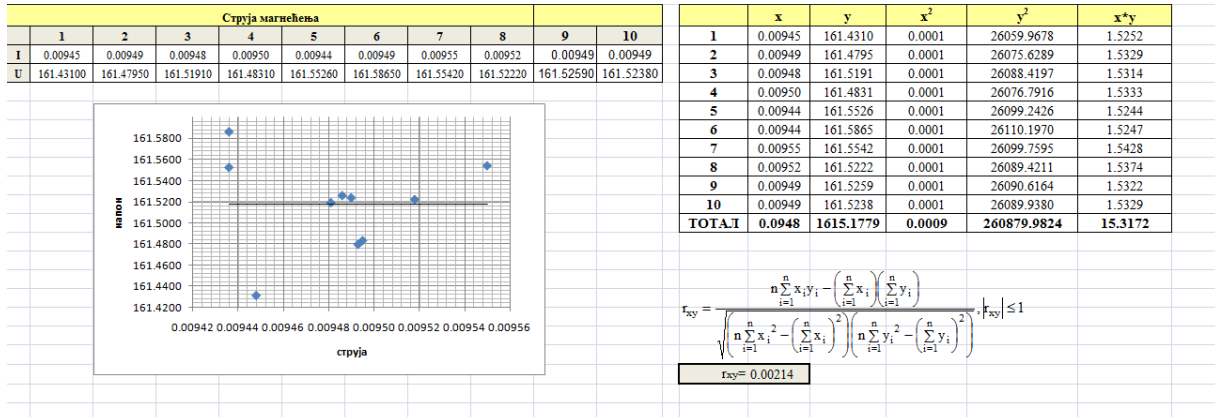
Слика 5.2.2.4. Коефицијент корелације, безначајна корелација

Даљим мерењем, повећавамо напон на примару трансформатора и добијамо коефицијент корелације толико мали да припада групи безначајне корелационе везе.



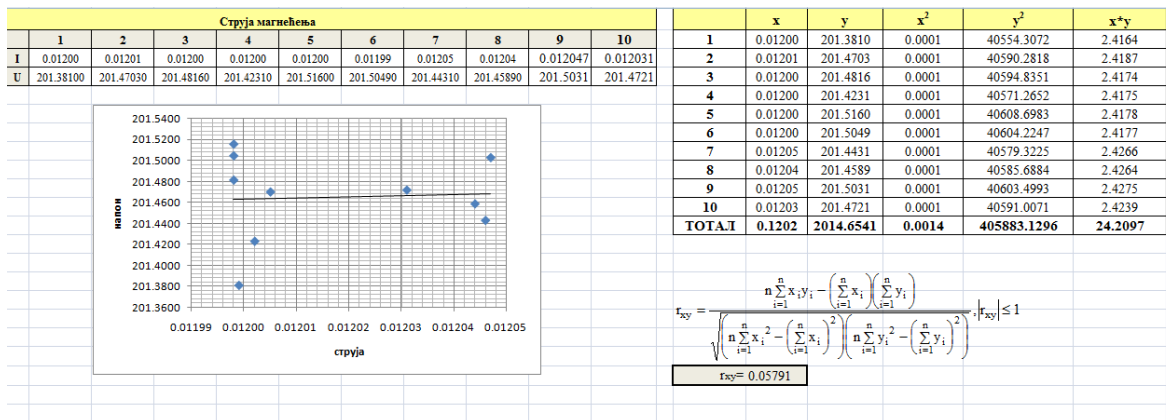
Слика 5.2.2.5. Коефицијент корелације, безначајна корелација

За треће мерење параметар корелације показује да је у питању безначајна линеарна веза између скупа независних и скупа зависних података. У овом случају слаба линеарна веза представља међузависност (корелацију) између напона и струје магнетног. Што указује на прелазни процес у току.



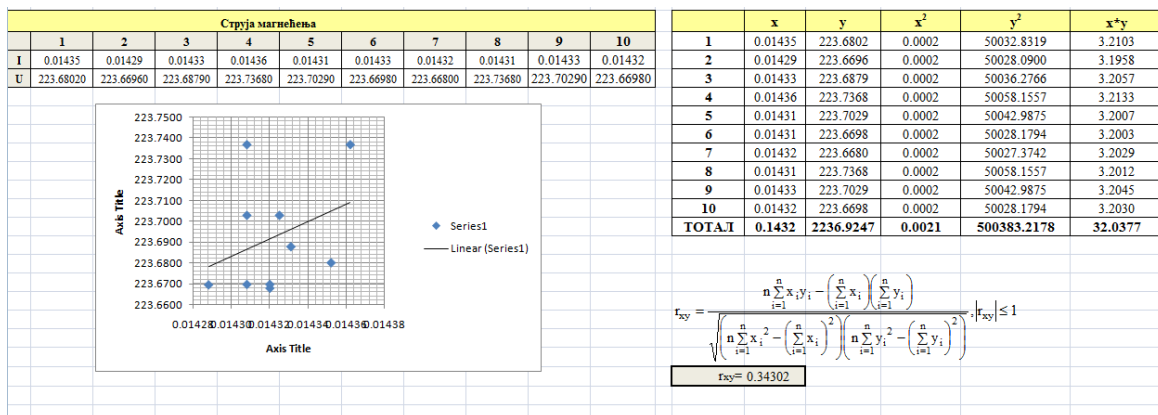
Слика 5.2.2.6. Коефицијент корелације, безначајна корелација

За четврто мерење параметар корелације показује да је у питању безначајна линеарна веза.



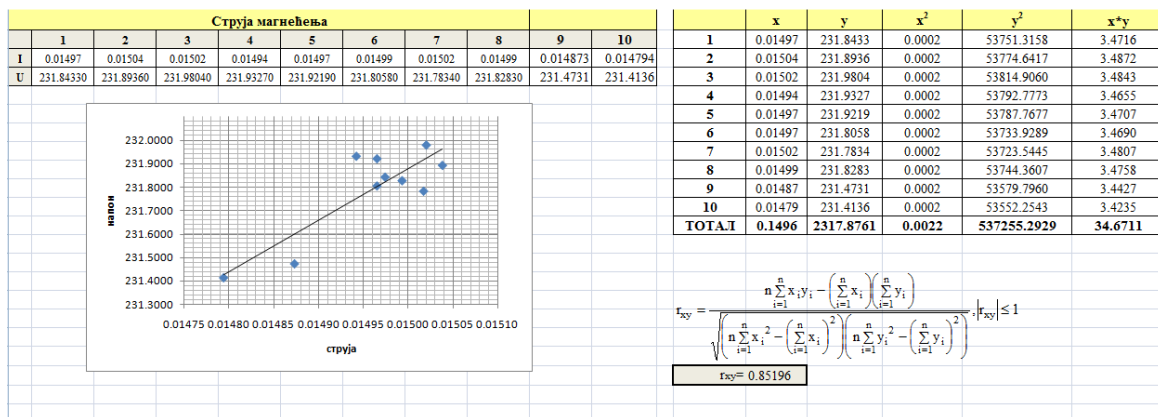
Слика 5.2.2.7. Коефицијент корелације, безначајна корелација

За следеће мерење параметар корелације показује да је у питању слаба линеарна веза, што указује на постепено излажење из прелазног процеса овог трансформатора.



Слика 5.2.2.6. Коефицијент корелације, слаба корелација

Резултат овог тестирања показује да постоји јака корелациона веза између напона и струје испитиваног трансформатора.



Слика 5.2.2.7. Коефицијент корелације, јака корелација

Резултат овог тестирања показује да постоји висока корелациона веза између напонске и струјне карактеристике трансформатора, што указује на номинални режим рада и излагање из прелазног процеса.

Статистички значајна вредност коефицијента корелације није доказ да између посматраних променљивих постоји каузална (суштинска) веза. Висока вредност $r_{x,y}$ може бити резултат деловања треће променљиве, која се мења у току експеримената, а која је проузроковала истовремене промене посматраних променљивих и привид њихове међузависности.

Корелациона веза нам пружа сигурност да приликом истраживања транзијентних стања, кроз математичке моделе, за утицаји ексцитације (побуде) узмемо транзијентни напон а за одзив струју. У нашем примеру, трећа променљива, са којом су расле посматране две променљиве може бити један од фактора који утиче на стварање виших хармоника а самим тим и прелазних процеса у раду трансформатора. Неки од фактора могу бити:

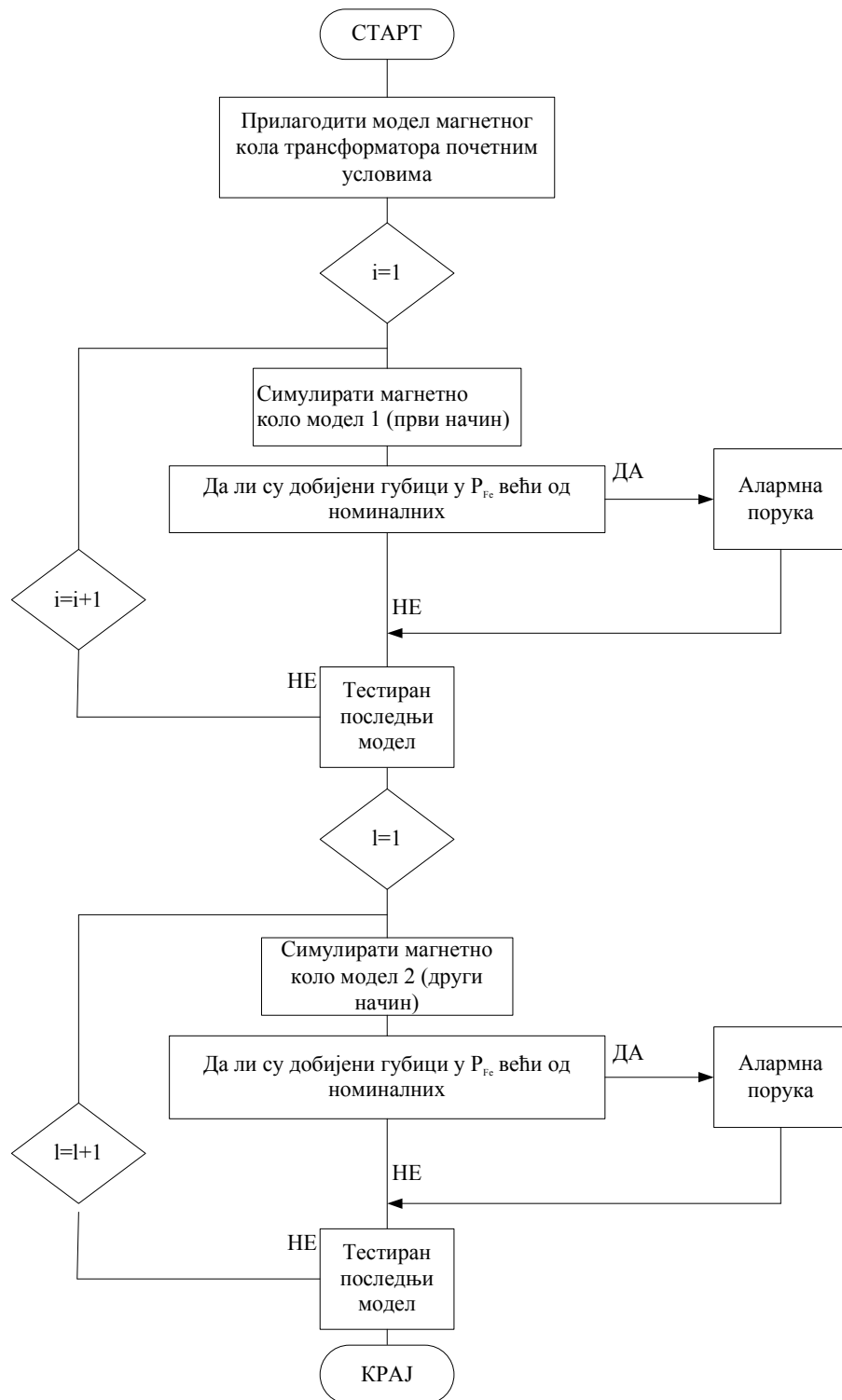
- прекомерне вредности струје,
- велике електродинимичке силе,
- механичке вибрације у лимовима,
- кварови на изолацијоним материјалима,
- повећани губици.

5.3. ПРИЛОГ 3.

5.3.1. Развој алгоритма за прорачун магнетног кола трансформатора

Алгоритам - је општи поступак за решавање једног проблема (или класе проблема) који после коначног броја једнозначних корака даје решење проблема (или показује да је проблем нерешив) .

За прорачун магнетног кола трансформатора главни услов је да губици у гвожђу трансформатора буду мали тј. да коефицијенти искоришћења буду изнад 0.96 .



Слика 5.3.1.1. Итеративни поступак прорачуна магнетног кола трансформатора

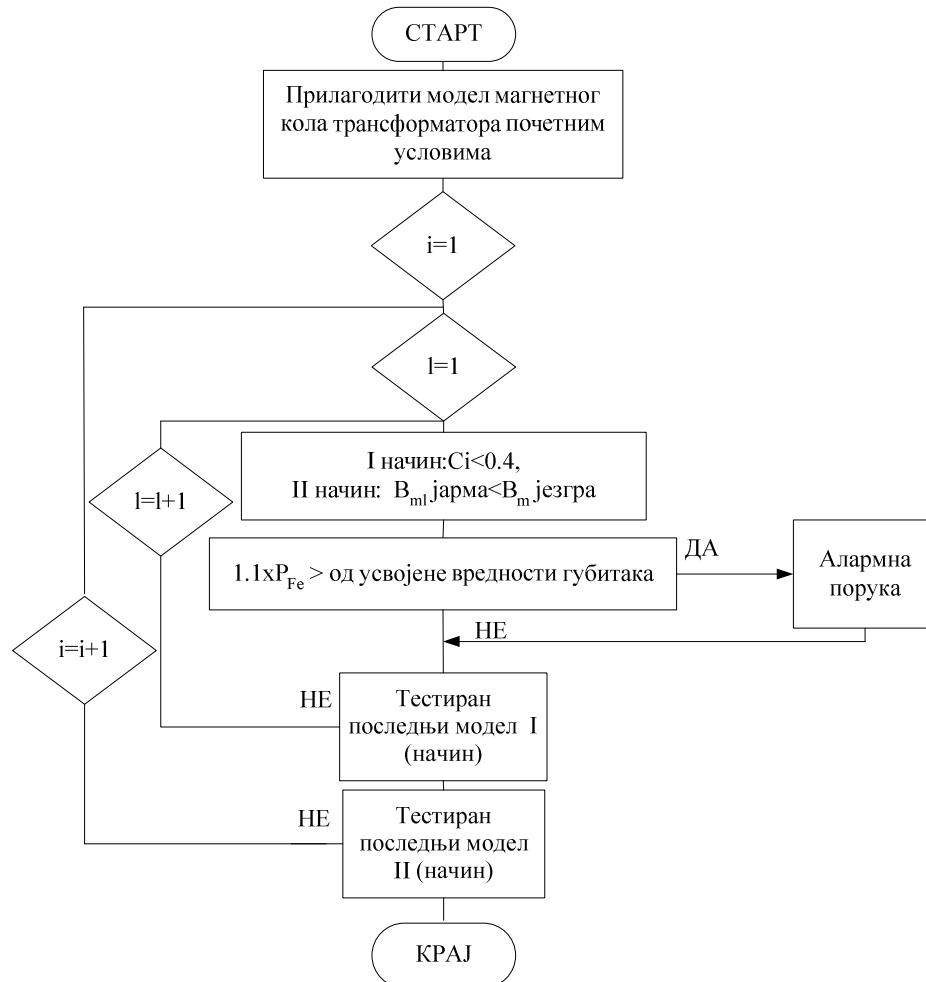
Ако је добијена вредност P_{Fe} већа од усвојене, постоје два начина да буде враћена у нормалне границе.

Први начин: Из добијене вредности магнетног кола $S_{Fe} = C \sqrt{\frac{P_s}{f \Delta B_m} \gamma \frac{\Gamma_{Cun}}{\Gamma_{Fe}}}$, израчуна се

права вредност константе C , која ће бити мања од оне с којом је започет прорачун ($C=0,4$). Сразмерно смањењу константе добијају се мањи: пресек магнетног кола S_{Fe} , пречник d , масу језгра m_{Fe} и мањи губици у гвожђу P_{Fe} .

Други начин За магнетну индукцију у јарму магнетног кола усваја се вредност мању од оне у језгрима и тако се повећава пресек и маса јармова а тиме и губици у гвожђу постају мањи.

У случају да ни ова два начина не помогну у добијању одговарајуће вредности за губитке у гвожђу, прорачун треба почети из почетка усвајајући нове вредности за B_m и Δ .



Слика 5.3.1.2. Граф дијаграм за прорачун магнетног кола

Статичка анализа сигурности се у суштини састоји у процени ефеката специфичних поремећаја у магнетном колу у нормалном-стационарном режиму трансформатора:

Прописују се неки прагови толеранције за поједине променљиве, који се у нормалном режиму рада не смеју прекорачити и после тога пореде са њиховим стварним вредностима у стационарном стању, након поремећаја.

Другим речима, врши се провера да ли после промене режима рада трансформатора долази до одступања губитака у гвожђу. Та систематска анализа назива се "*анализа поремећаја*", или просто "*анализа сигурности*".

ПРИМЕР

Величине и параметри трофазног трансформатора су:

$P_{sn}=500kVA$, $U_n'=6300V \pm 5\%$, $U_n''=400V$, $f=50Hz$, $\nu=1,3$, $Y_d - 5$, хлађење ONAN

Губици у гвожђу P_{Fe} , губици у бакру при номиналном оптерећењу P_{Cun} и релативни напон кратког споја се рачунају према;

$$P_{Fe} = \frac{0,53}{100} P_{sn}'' = \frac{0,53}{100} P_{sn}'' = \frac{0,53}{100} 500000 = 2650W$$

$$P_{Cun} = \frac{1,50}{100} P_{sn}'' = \frac{1,50}{100} 500000 = 7500W$$

Однос губитака је: $\gamma = \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} = \frac{2650}{7500} = 0.35$

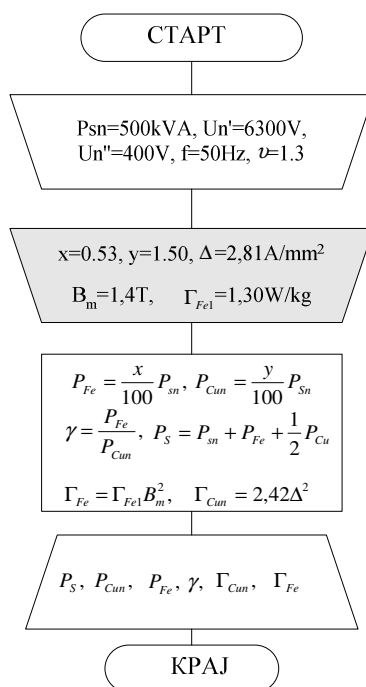
Унутрашња привидна снага је:

$$P_S = P_{sn} + P_{Fe} + 1/2 * P_{Cu} = 500000 + 2650 + 1/2 * 7500 = 506400VA$$

Густину струје је: $\Delta=2,81A/mm^2$, јачину магнетног поља: $B_m=1,4T$, и лимови дебљине од $0,35mm$ код којих је $\Gamma_{Fe1}=1,30W/kg$. Тада су јединични губици у бакру и гвожђу:

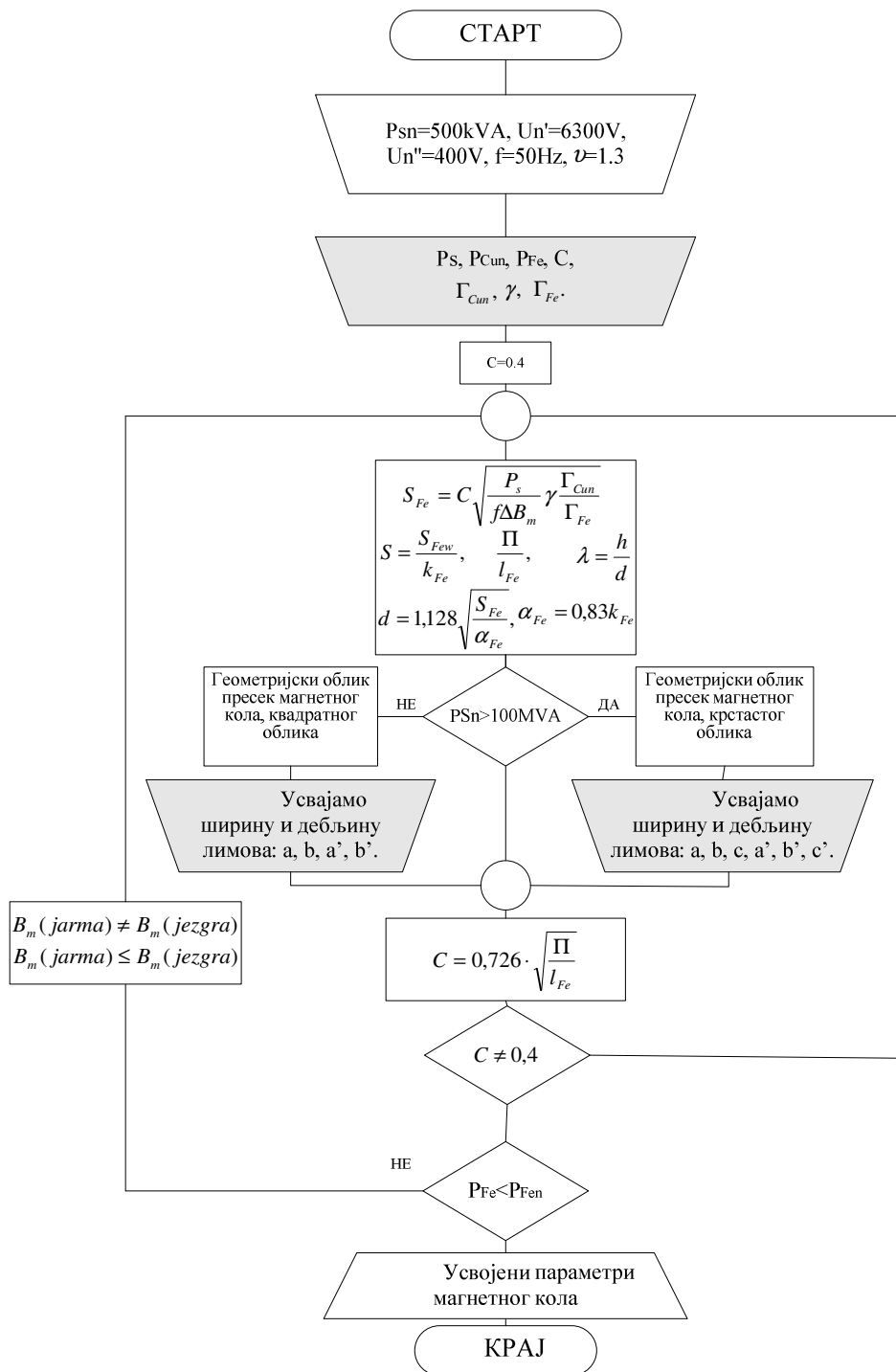
$$\Gamma_{Cun} = 2,42\Delta^2 = 19,11W / kg$$

$$\Gamma_{Fe} = \Gamma_{Fe1} B_m^2 = 1,3 \cdot 1,48^2 = 2,85W / kg$$



Слика 5.3.1.3. Граф дијаграм за улазне податке датог трофазног трансформатора спреге Yd-5, хлађење ONAN

Треба одредити димензије магнетног кола трансформатора тако да његове одлике не изостају иза оних које има добро саграђен трансформатор исте врсте.



Слика 5.3.1.4. Усвајање параметара за магнетно коло трофазног трансформатора.

5.4. ПРИЛОГ 4.

5.4.1. Развој алгоритма електричног кола трансформатора

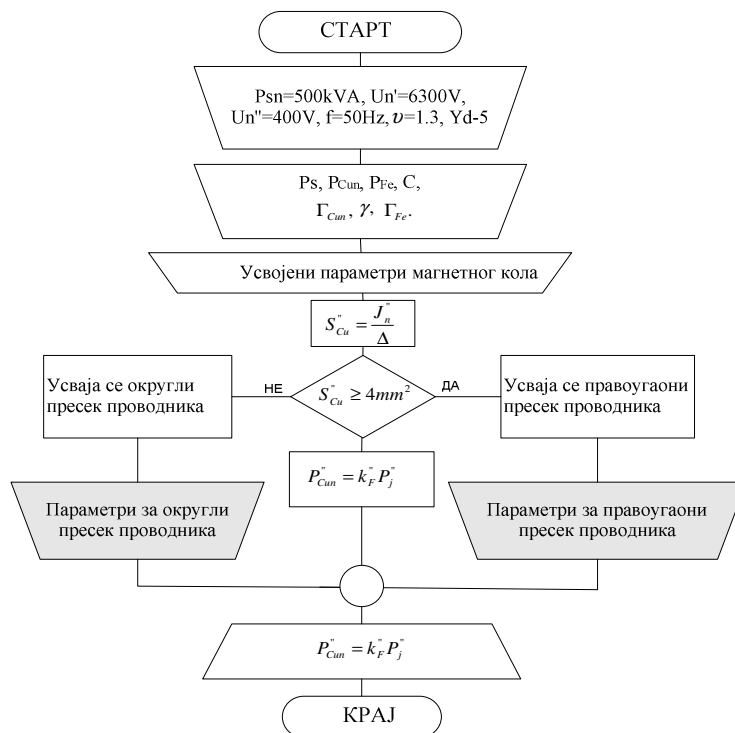
Намотај ниског напона који се изводи се као соленоид. Проводници су често великог пресека (осим код трансформатора малих снага), па их је потребно делити у 2,3, и више проводника. Када је намотај спрегнут у изломљену звезду, стављају се по два полунамотаја око језгра, концентрично један на други. Између полунамотаја ставља се ваљак од прешпана, чија је дебљина од 0,5-1mm, због механичких разлога. Ако је потребна већа површина хлађења, ваљак се склања како би кроз тај простор струјало уље или друго средство хлађења.

Дељење секундара у два полунамотаја врши се и код спреге звезда или троугао, снаге до 500kVA, на овај начин се омогућава већи број комбинација у случају евентуалне промене напона.

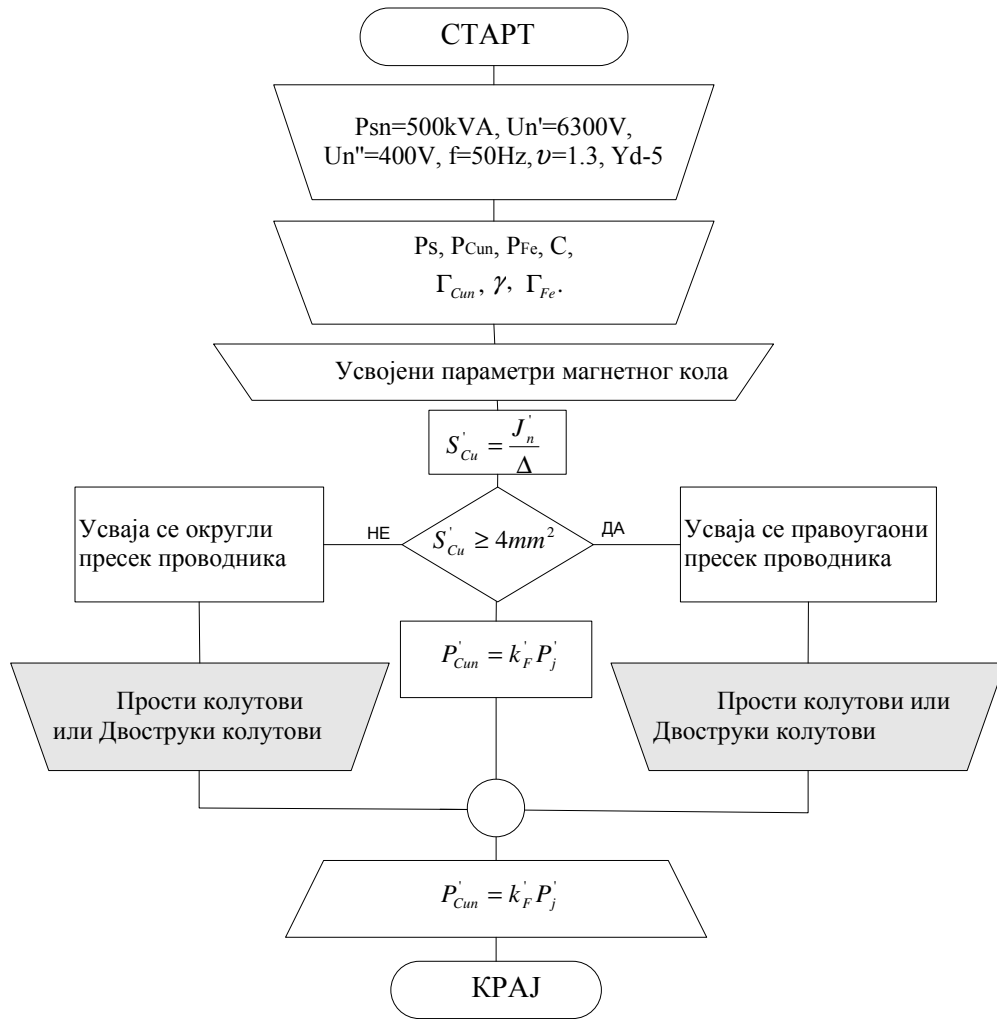
Намотаји високог напона, без обзира на концентричност намотаја деле се у колутове а колутови су изведени као: *прост колут од округле жице, двоструки колут од округле жице, двоструки колут од проводника правоугаоног пресека, спирални колутови*. Намотаји високог и ниског напона су *сложени* тако да висина навојног простора буде што боље искоришћена и дебљина намотаја и ширина простора између њих буде што мања, како би индуктивни пад напон сразмеран индуктивном отпору x_γ био што мањи.

ПРИМЕР 1: Карактеристика трофазног трансформатора за кога се ради прорачун су:

$P_{sn}=500kVA$, $U_n'=6300V \pm 5\%$, $U_n''=400V$, $f=50Hz$, $\nu=1,3$, $Yd-5$, $ONAN$, електрично коло трансформатора се састоји од нисконапонских и високонапонских намотаја.



Слика 5.4.1.1. Итеративни поступак прорачуна намотаја ниског напона



Слика 5.4.1.2. Итеративни поступак прорачуна намотаја високог напона

Укупни губици у бакарним проводницима треба да буду мањи од усвојене вредности на почетку прорачуна. Укупни губици снаге у бакру: $P_{Cun} = P'_{Cun} + P''_{Cun}$.

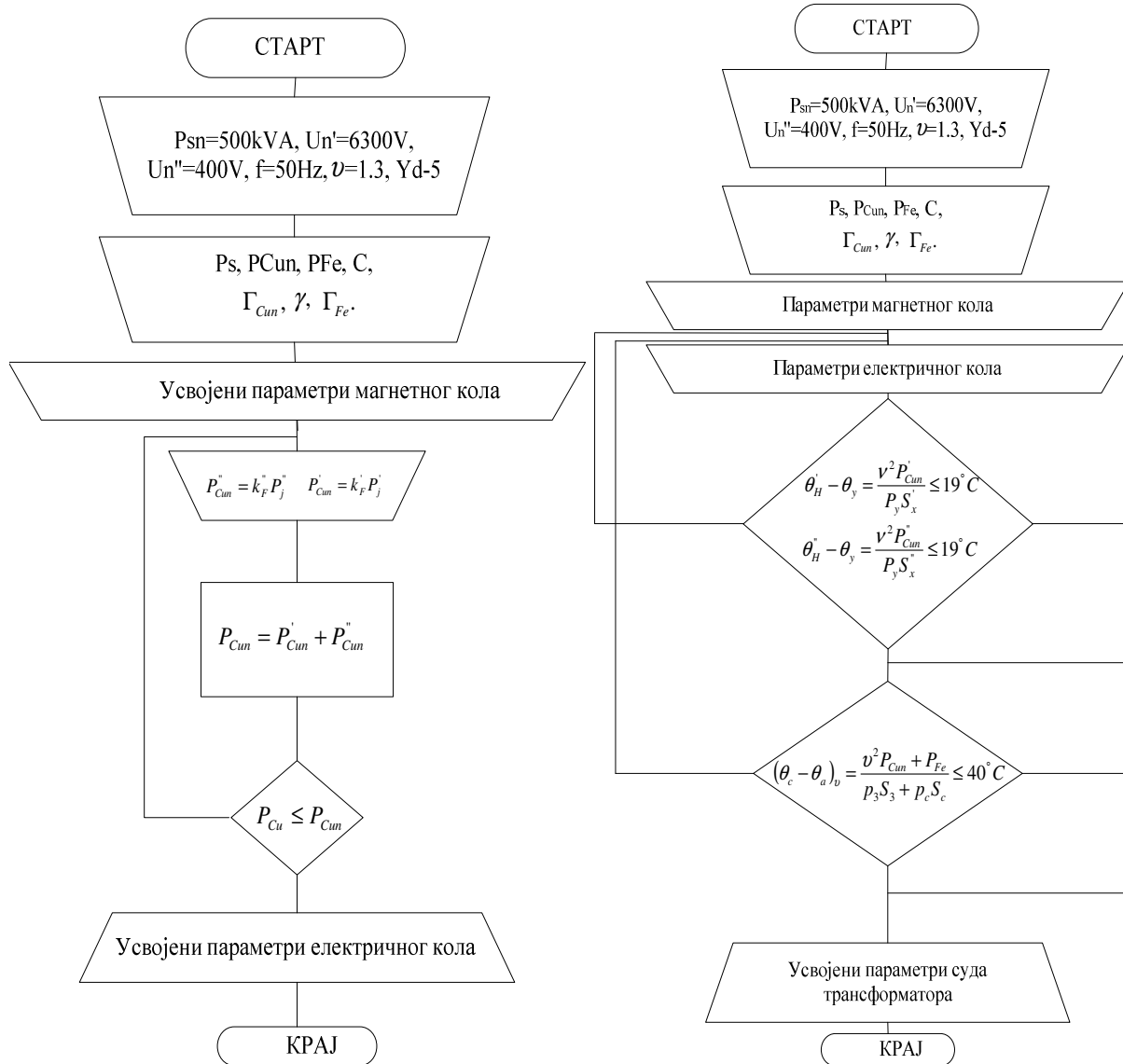
5.5. Прилог 5

5.5.1. Развој алгоритма термичких напрезања трансформатора (критеријум дозвољених термичких напрезања)

Рачунају се следеће величине: *снага губитака* (губици у магнетном и електричном колу), *механичка напрезања* (при кратком споју), *термичка напрезања*.

Снага губитака је битна због губитка енергије који доводе до загревања, а последице су већи трошкови у систему хлађења. Вредност губитака се проверава иститивањам трансформатора у оглед празног хода (губици у гвозђу) и огледу кратког споја (губици у бакру).

Механички прорачун се врши у циљу мерења механичких напрезања трансформатора. Силе које се јављају у деловима трансформатора су најаче у режиму кратког споја трансформатора, па се ова испитивања изводе у овом режиму у специјализованим лабораторијама.



Слика 5.5.1.1. Итеративни прорачун магнетног и електричног кола трансформатора

У радном режиму трансформатора топлотна напрезања се стварају у активном делу, тј. у намотајима и гвозденом језгру трансформатора. Пренос топлоте са електричног и магнетног кола на уље, је у већини случајева боље од преноса топлоте са уља на средство за хлађење. Зато је временска константа загревања намотаја много мања од временске константе загревања уља у трансформатору. Топлотни прорачун је у уској вези са магнетним и електричним прорачуном. Константе загревања и сама спољња конструкција трансформатора произилази из овог прорачуна.

5.6. ПРИЛОГ 6.

5.6.1. КРИТЕРИЈУМИ ЗА ПОУЗДАН РАД ТРАНСФОРМАТОРА

Сигурност трансформатора је примарни циљ у свим могућим стањима, а економичност је од интереса само у нормалном радном режиму.

При пројектовању трансформатора издвоја се његов нормално рад, нормално стање, и прелазни процес – транзијентно стање – поремећаји у раду. Поремећаји могу бити блажи, режим преоптерећења и екстремни – кварови (кратаци спојеви, прекиси фаза итд...). Анализа поремећаја помажу да се цени утицај спољњих фактора на структуру и нормалан режим рада трансформатора. Главни услови за нормалан рад трансформатора су: добар прорачун магнетног кола и електричног и добар топлотни прорачун трансформатора.

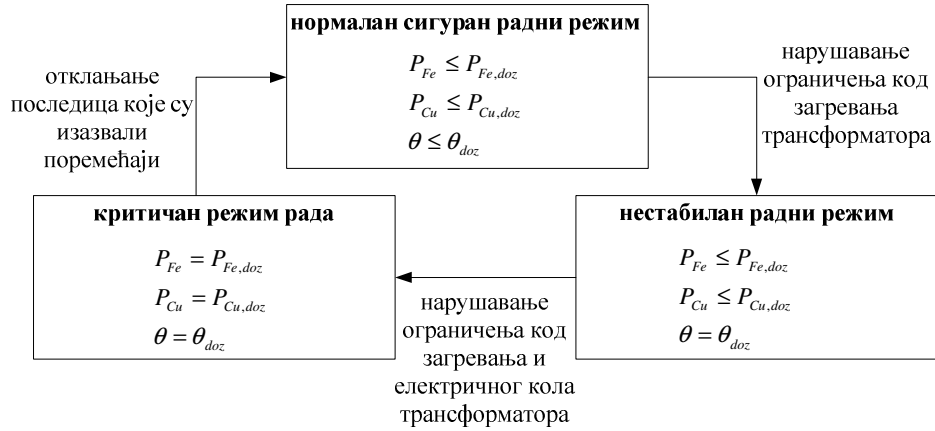
Управљање у нормалном режиму има превентивни карактер и основни циљ да се спречи појава нежељених догађаја који би нарушили тај нормални режим рада. У нормалном режиму често постоје нека потенцијално опасна стања, која су узрокована разним поремећајима.

Ако се догоди да су ограничења код магнетног кола задовољена, а у електричном колу нису, трансформатор се би се нашао у хаваријском стању. Управљање у хаваријском режиму је корекционог карактера (изводи се после појаве нежељеног догађаја) са циљем повратка у нормални режим, где су ограничења за магнетно коло и електрично коло задовољена.

За нормалан сигуран режим основне управљачке акције везане су одржавање усвоје их вредности губитака у гвожђу, губитака у бакру и температуре загревања трансформатора.

У транзијентном режиму, критеријум управљања је минимизација времена у коме ће се отклонити поремећај или трајање квара а основне управљачке акције су аутоматско деловање релејне заштите, ради елиминације квара и обезбеђења опреме од могућих оштећења, а затим се користи читав низ активности, чији је циљ отклањање последица које су изазвали поремећаји.

У критичном режиму, критеријум управљања је минимизација трајања стања дезинтеграције и распада система. Основне управљачке акције су растерећење и раздвајање система, у циљу спречавања тоталног распада, а затим ресинхронизација и поновно успостављање паралелног рада и напајања потрошача.



Слика 5.6.1.1. Критеријуми за поуздан рад трансформатора

У свакој индустријској производњи главно место припада изради техничке документације о датом производу. За производњу трансформатора израђује се техничка документација у облику цртежа, спецификације делова, упутстава за рад, упутстава за испитивање... Основу за израду техничке документације представља прорачун делова трансформатора. Главни прорачун је прорачун активних делова трансформатора а то су магнетно и електрично коло. За пројектовање трансформатора неопходни су почетни подаци и услови које тај трансформатор треба да испуни. Саме те смернице буде интересовање аутора за развој алгоритма. Смернице у изради овог алгоритма помажу у прорачуну магнетног кола трансформатора где је главни услов да губици у магнетном колу трансформатора буду што мањи. Алгоритам се може применити и на другим електричним машинама које раде на принципу електромагнетне индукције.

ЗАКЉУЧАК

Познавање транзијентних стања која се догађају у трансформатори и његовом окружењу једнако су значајна и за трансформатор и за опрему која прати његов рад да би се последице свеле на најмању могућу меру.

У докторској дисертацију су, поред систематизације узрока појаве транзијентних напона дато објашњење и теоријски истражене последице транзијентних процеса. Значајан утицај на транзијенте у трансформаторима имају параметри намотаја и магнетног кола и расподела напона дуж намотаја. Сви поступци у прва три и у последњем поглављу и добијени алгоритам су верификовани методом проверене симулације и дат је графички и табеларни приказ свих добијених резултата.

Детаљне карактеристика метода из наведене листе метода су описане у посебним поглављима дисертације, кроз анализу транзијентних процеса електричних и магнетних кола трансформатора и утицаје нелинеарности. За анализу су коришћени аналитички, графо-аналитички и графички и нумерички методи и метод проверене симулације. Могућност примене аналитичких и графоаналитичких метода наговештена је у раду [40], када су презентовани и одређени резултати. Међународној стручној и научној јавности презентовани су резултати истраживања из дисертације у облику табела и дијаграма, кроз прегледане [14,22,32,37,40].

Намотају трансформатора заштићени металним оклопима трансформаторских судова тј. омотачима са дефинисаним проводним и магнетним параметрима изложени су деловању електродинамичких сила и треба да буду тако димензионисани да ове силе не могу да изазову деформације и трајна оштећења. Електродинамичке силе у системима са једним и више проводника, који су смештени унутар електромагнетних омотача на малим међусобним одстојањима, при кратким спојевима могу да имају веома велике вредности.

У истраживањима у поглављу 1, осим утицаја фазних струја потврђен је и утицај вртложних струја насталих у омотачу и код усамљених (монофазни систем) и код трофазних структура. Показано је и да вртложне струје знатно смањују интензитете магнетних поља које настају под утицајем струја у фазним проводницима.

Због таквог ефекта електродинамичке силе у структурама са омотачима који обухватају намотаје само једне фазе уопште не делују на проводнике него само на омотач. Добијени изрази у овом делу првог поглавља имају неколико специфичности и разликују се у односу на познате поступке прорачуна расипних поља и њихових утицаја у трансформаторима.

Развијени метод применљив је, у квалитативном смислу, и за трансформаторе са тродимензионалном квадарском структуром језгара какви су стварни облици делова магнетних и електричних облика. У физичком смислу, простор трансформатора описују утицаји величина магнетног поља. Те величине су коришћене за израчунавање расипних енергија из које је одређена расипна реактанса потребна за одређивање струја односно сила које настају у екстремном транзијентном стању – кратком споју. Добијене вредности сила су веома важан податак за проверу механичке отпорности намотаја и димензионисања у односу на силе развијене у кратком споју.

Време активног рада трансформатора смањују повећани активни губици, које су манифестовани јаким загревањем трансформатора и најизраженији су у транзијентним процесима. Режији који доводе до изобличења синусних облика електричних величина енергетских трансформатора (ЕТ) изазивају хаваријске токове активних и реактивних снага, стварају допунске губитке и повећавају температуре електричних и магнетних делова.[1,17, 21-22]. У 1. поглављу је

анализиран и утицај транзијентних процеса на загревање и рад трофазног $m = 3$ енергетског трансформатора и утицај тих процеса на смањење његовог века експлоатације.

Аналитичким поступком, са довољно тачности, одређени су важни параметри несиметрија и неуједначености карактеристични за транзијентна стања са изобличеним синусним обликом основних хармоника напона и струја који утичу на стварање допунских губитака у m – фазном ЕТ. Аналитички изведене релације се могу на једноставан начин користити за разматрање и оцени утицаја виших хармоника на повећано загревање и умањење времена експлоатације енергетских трансформатора.

Сprovedена истраживања у 2. поглављу имају за резултат решења процеса у еквивалентним магнетним и електричним колима трансформатора који су добијена из диференцијалних једначина и применом метода: условне линеаризације (нелинеарне ЕМ карактеристике замењене линеарним), парцијалне-линеарне апроксимације, интеграције нелинеарних функција и метода узастопних приближења. Подаци који су послужили за решавање су коефицијенти параметара и почетни и гранични услови. Анализа решења и резултата омогућила је да се оцени утицај параметара на транзијентне процесе у еквивалентним колима.

У овом делу дисертације је представљен теоријски модел и примена аналитичких метода за прорачун нормалног стања и прелазног процеса у електричним и магнетним колима када је трансформатор еквивалентан расподељеним параметрима. Прорачуном су обухваћени утицаји параметара на транзијентни процес у трансформатору.

Развој и производња трансформатора као и њихов рад условили су велики број теоријских и експерименталних проблема у методима прорачуна и надзору који се у последње време превазилазили применом софтвера за симулацију у програмираним условима рада помоћ рачунара. Методи израчунавања су сложени и компликовани али су аналитичке методе иако засноване на простим условима и претпоставкама које могу да унесу непрецизности прави корак у процедури реализације довољно тачних постојећих софтверских пакета за симулацију или развијању нових.

Промена било ког параметра у колу захтева нови прорачун стања кола од самог почетка. Међутим, за стварање било ког модела прорачуна потребан је основни модел који је увек аналитички који произилази из теорије али се у њему најбоље стичу предзнања. Такав модел је и развијан у овом поглављу уз критеријум прилагођавања новим тенденцијама у теорији и знањима, а крајњи резултат је стварање модела кола који презентује реалне прелазне процесе.

Посебна пажња је током истраживања у поглављу 3 посвећена је добијању модела и алгоритама и тестирању одређених метода за симулацију и рачунање вредности поремећаја трансформатора који раде у различитим екстремним режимима (празан ход, кратак спој,) са оптерећењем и без оптерећења и утицају нелинеарних карактеристика магнетног колу.

У програмском пакету Matlab-Simulink састављен је симулациони програм за одређивање електричних и магнетних величина према алгоритму модела транзиентних процеса. Такође је направљен и програм за генерирање тих величина. Програм служи за проверу генерисаних и обрађених вредности. Тако се тачно зна које су величине генерисане и обрађене после симулације сигнала. Програм је састављен из два дела: фронт дијаграма и блок дијаграма. Блок дијаграм служи за писање програма, а фронт дијаграм за приказ корисничке кореспонденције. Тестирањем рачунарских система за примену метода симулације установљено је да они са успехом замењују недостајућу мерну опрему и лабораториске услове у анализи нормалних режима и транзијентних стања трансформатора. Једини проблем је био како припремити исправне податке о параметрима

и величинама транзијентног процеса. Софтверски део представља симулацију предложеног математичког модела трансформатора, са утицајем нулте компоненте флуksа и на основу њега потврђене су претпоставке о очекиваним резултатима.

Показано је да у симулацији која представља режим празног хода, трансформатора показује утицај карактеристике засићења и временских константи трансформатора. У том тренутку почињу да расту вредност флуksа и струје магнетизације што изазива пораст напони примара и секундара с тим што напон на секундару трансформатора може да има већу јединичну вредност од напона примара. У току процеса утицај имају временске константе примара и секундара као и нелинеарна карактеристика магнетног засићења. Напон на секундару, услед тог утицаја има благи скок после времена 0,06 s и перманентно је стабилан до краја симулације.

У поглављу је приказана и рачунарска симулација новог теоријског модела електромагнетног прелазног процеса у енергетском трансформатору. Нови теоријски модел односи се на енергетски трансформатор са концентрисаним параметрима уз уважавање параметра међусобне индуктивности. Анализирано је понашање новог модела у прелазном процесу. Симулација је изведена помоћу програмског пакета Matlab на персоналном рачунару.

Применом рачунарске симулације динамичког понашања енергетског трансформатора програмском пакету Matlab при прелазним процесима потврђена је веродостојност постављеног теоријског модела у екстремним режимима какви су празан ход. Резултати а) у празном ходу – временска промена флуksа потврђује вредност израза (3.66), временски ток струје магнетизације потврђује вредност израза (3.60), а временски токови напона примара и секундара релације (3.50) и (3.51); б) у симулациј кратког споју добијени дијаграм зависности струје од времена потврђује исправност релације (3.68). Оваквом методом проврене симулације у изабраном програмском пакету потврђена је исправност добијених решења прелазних процеса у трансформаторима ако су његов математички модел унесени концентрисани параметри.

У Matlab Simulinku, програм за обраду података заснован је на брзој математичкој Фуријеовој трансформацији, FFT, и алгоритму за прораџун транзиентних процеса. У коришћеној методи заснованој на примени Фуријеове трансформације (FFT) у редукованом пољу резултат трансформације уписује се у два поља. Једно поље садржи реалне компоненте а друго имагинарне. Алгоритми који следе рачунају апсолутне вредности, фазне ставове и остале важне вредности величина трансформатора.

Програм је подељен у три дела: први обрадује напонски сигнал, други струјни сигнал, а трећи део садржи алгоритам за рачунање магнетног флуksа. Сваки део подељен је у више структурних петљи које омогућавају да се кораци програма одвијају један за другим, тј. спречавају преклапање програма. Програм прво цита вредности уписане у .txt датотеци која је претходно генерирана програмом за генерацију сигнала и шаље их у поље с два стубца. Након читања обавља се радња брисања редова и стубаца поља како би остало поље са стубцем у којему се налазе само генериране вредности. Петља за рачунање токова радне снаге покреће се након секунде. Временски размак од једне секунде постављен је да би се добило време да се изведу петље Фуријеове трансформације, тј. да не дође до преклапања вредности.

Улазни параметри треће петље су поља добијена после Ф. трансформације. Петља израчунава напоне и струје појединих фаза. Задатак програма је да потврди применљивост метода и алгоритма.

После завршетка програма, на "front diagramu" приказане су све вредности хармоника струје и напона и фкулсева. Све интересантне величине И вредности доминантног сигнала И хармоника такође се приказане графовима. Поређењем вредности које су задате у програм за обраду података може се потврдити да програм за обраду података функционише исправно. У наредној етапи програм је спојен са стварним вредностима струја, напона и фреквенција.

Приказан је и оригинални алгоритам и састављени програм у ``MATLAB-у`` помоћу кога се могу прорачунати или симулирати прелазни процеси у енергетском трансформатору прикљученом на мрезу у примерима када је он оптерећен или неоптерећен.

Алгоритам, добијен у првом кораку предпроцесирања, обухвата и утицај деловања магнетног флуksа на остале параметре у транзиентном процесу, код класичног трофазног трансформатора произвољне групе споја. Разматран је случај у коме систем флуksева у трансформатору није симетричан тј. када је трансформатор несиметрично оптерећен и добијен одговарајући алгоритам прелазног процеса.. Писани програм помоћу кога је изведена симулација транзијентног процеса, добијени нумерички резултати у табелама и дијаграми који се односе на електричне величине потврдили су применљивост метода и алгоритма.

Одредивање значајних вредности електричних и магнетних величина трофазног енергетског трансформатора изабране групе споја у транзиентном процесу могуће је извести путем добијених алгоритама. У раду су описане функције и математички поступци који су резултирали добијањем оригиналног алгоритма који може да прихвати већи бој променљивих параметара. У програму MATLAB било је потребно направити алгоритам за прорачун према успостављеној методи. Основа за одредивање алгоритма је класична анализа транзијентног процеса оптерећеног и неоптерећеног трофазног трансформатора.

Захваљујући анализи и резултатима из два примера било је могуће написати а затим , у MATLAB-у, саставити симулациони програм за одређивање електричних и магнетних величина према алгоритму модела транзиентних процеса,. Помоћу програма и добијених временских облика у фронт дијаграму (на SCOPY-ју) направљена је компарација и провера тачности применог метода И добијеног алгоритма. Вредност програма је проверена и потврђена на примеру израчунавања и симулацију карактеристичних величина (струја , напона и магнетних флуksова) за изабрани енергетски трансформатор групе спреге $Y_n / \Delta - 11$.

Презентована метода и програм за израчунавање и симулацију омогућавају брзо и квалитетно одредјивање величина при прелазним процесима у неоптерећеним или оптерећеним трофазним енергетским трансформаторима произвољне групе споја. Добијени модел је универзалан а алгоритам се може користити и за различите режиме у којима се трансформатор може наћи. Примењени програм је имао двоструку намену: прво да послужи израчунавању и симулацији величина које се иначе могу добити испитивањем или мерењем на трансформатору, и друга намена је верификација предложеног метода и успостављеног оригиналног алгоритма.

Симулација замењује типска испитивања на свим трансформаторима са квазисиметрично поставље- ним намотајима, (приказ у равни), а у овом случају у модел је уврстен и утицај нулте компоненте флукса.

У овом поглављу је описан метод и алгоритам за прорачун и естимацију пренапона на изводима енергетских трансформатора при укључењу индуктивног потросаца на секундару трансформатора. Карактеристична стања су укључење прве фазе а затим укључење других двеју фаза. При укључењу сваке од фаза настаје посебно стање које се представља алтернативним електричним колом и поједностављеном еквивалентном семом према којој се рачунају вредности и врси оцена пренапона. За изабране параметаре трансформатора и индуктивног оптерећења, изведена је симулација у изабраном софтверском пакету у МАТЛАБ-у.

Симулација омогућавају брзо и квалитетно решавање процеса који су значајни за релејну заштиту и аутоматско управљање (нпр. аутоматско поновно укључење-рецилинг у електричним мрежама. Прорачун и симулација могу успешно да замене скупа и по исходу непредвидава типска испитивања пренапона на енергетским трансформаторима. Коришћењем искустава у симулацији једнофазних еквивалентни електричних кола која се односе на укључење реактора, могу се успешно анализирати појаве и оценити вредности напона и фреквенција које настају при трофазном укључењу. За одређивање таласних облика напона на индуктивном оптерећењу корисцен је адаптирани део пакета МАТЛАБ, сви таласни облици приказани су на графицима, који указују на пренапоне код трансформатора.

То значи да се пре мерења пренапона на контактима прекидача, према описаном методу могу проценити њихове вредности као и њихов временски ток. Из дијаграма се може закључити како се одвијао комутациони процес у сваком временском тренутку.

Укључење трофазног уземљеног реактора на секундар трансформатора $Yd11$, је размотрена у раду, због несинхронизовано укључења фаза (а,б,ц) настају значајни пренапони на изводима секундара. Фактори који карактерису пренапоне достижу вредности $k = 2.61$. У току приближавања контакта, посредством електричног лука прво се успостави спој између контакта са највећом разликом потенцијала. Нормално је да се то догоди у фази чији напон пролази кроз максималну вредност у временском тренутку када размак између контакта има такву вредност да га амплитуда фазног напона учини проводним.

Подаци о вредностима пасивних параметара извора и секундара трансформатора који се понаша као извор често недостају па се могу добити или мерењем или се могу симулирати ради добијања приближних вредности параметара. Ако је напајан енергијом која садржи компоненте напона и струја високе фреквенције трансформатор се понаша другачије јер јер феромагнетном језгру не одговарају брзе промене магнетног поља и није могуће остварити пуно магнећење. Поред чињенице да се утицај фреквенције на магнећење не сме занемарити, сада у стручној литератури не постоји поуздан поступак који би овај процес могао да оцени. У недостатку мерне опреме или за верификацију мерног метода користе се симулације у неком од програма.

У поглављу 4. је приказан графоаналитички метод за одређивање импедансе извора мерењем струја и напона на два, по карактеру, различита оптерећења. Метод је применљив за одређивање импеданси извора у мрежама и инсталацијама или трансформатора малих снага и струјних трансформатора. За разлику од класичних огледа кратког споја и празног хода који су

дефинисани за два екстремна режима овај метод је заснован на мерењима блиским називном оптерећењу: пасивни параметри извора или трансформатора се одређују из струја и напона изабраног активног и реактивног оптерећењу (капацитивног/индуктивног). У недостатку мерне опреме, експеримент је симулиран у изабраном софтверском пакету.

Графоаналитички метод је примењен за одређивање импедансе трансформатора тј. за одређивање активних и индуктивних параметара. На овај начин се могу одредити и његове импедансе када спољни извор генерише високе фреквенције, односно у условима транзијентних процеса. Треба поменути да се бољи резултати добијени у тестовима у којима су била комбинована активна R и капацитивна C оптерећења блиска номиналним оптерећењима јер су тада грешке у мерењима или симулацијама најмање.. У рачунском поступку већа су одступања при одређивању реактанси, што је природно јер реактивна оптерећења ``претежно`` нису ``чиста``, у њима су увек присутни знатни активни губици (ти губици су мањи код капацитивних оптерећења у односу на индуктивна).

Општи закључак је да спроведена истраживања у докторској дисертацији и добијени модели и алгоритми транзијентних стања имају изражене предности у односу на оне који су презентовани у референцама иако на први поглед изгледају веома једноставни. Међутим и једноставност и флексибилност су потврђени резултатима добијеним у симулацијама.