UNIVERZITET SINGIDUNUM

CAD/CAM

Teorija, praksa i upravljanje proizvodnjom

Dragan Cvetković

BEOGRAD, 2010.

UNIVERZITET SINGIDUNUM

Dragan Cvetković

CAD/CAM

Teorija, praksa i upravljanje proizvodnjom



BEOGRAD, 2010.

CAD/CAM – Teorija, praksa i upravljanje proizvodnjom

Autor:
dr Dragan Cvetković, vanredni profesor

Recenzenti:
Prof. dr Zlatko Petrović, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu
Prof. dr Slavko Pešić, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Izdavač:
UNIVERZITET SINGIDUNUM
DEPARTMAN ZA MENADŽMENT
Beograd, Bulevar Zorana Đinđića 44

Za izdavača:
Prof. dr Milovan Stanišić

Tehnička obrada:
Dragan Cvetković

Dizajn korica:
Dragan Cvetković

Godina izdanja:
2010.

Tiraž:
150 primeraka

Štampa:
Mladost Grup
Loznica

ISBN: 978-86-7912-273-5

Sadržaj

Predgovor **ix**

I deo – Projektovanje pomoću računara

1 Proces projektovanja i uloga CAD-a **1**

1.1. Proces projektovanja (dizajniranja) 1
1.2. Uloga modelovanja i komunikacije 5
1.3. Vrste projektovanih (dizajniranih) modela 5
1.3.1. Modelovane osobine tokom projektovanja 7
1.4. Primena modela dizajna 8
1.5. Konkuretno inženjerstvo 9
1.6. Modelovanje pomoću CAD-a 11
1.7. Arhitektura CAD sistema 13

2 Definisanje modela **15**

2.1. Prezentacije dizajna 15
2.1.1. Prezentovanje forme kroz crteže 15
2.1.2. Prezentovanje strukture korišćenjem dijagrama 17
2.1.3. Prednosti i mane konvencionalnih prezentacija 18
2.2. Računarska prezentacija crteža i dijagrama 19
2.2.1. Crtanje uz pomoć računara 19
2.2.2. Kreiranje šematskih crteža uz pomoć računara 22
2.3. Trodimenzionalno modelovanje šema 23
2.3.1. "Žičana" geometrija 24
2.3.2. Prezentacija površina 27
2.3.3. Modelovanje solida (krutih tela) 31
2.3.4. Granične prezentacije 31
2.4. Umesto zaključka 33

3 Geometrijsko modelovanje 35
3.1. Poligonalna prezentacija 3D objekata . . . 35
3.1.1. Predstavljanje poligonalne mreže . . . 37
3.1.2. Jednačine ravni . . . 38
3.2. Parametarske krive i površi . . . 40
3.2.1. Hermitove krive . . . 45
3.2.2. Bezjeove krive . . . 49
3.2.3. Uniformni neracionalni B-splajnovi . . . 52
3.2.4. Neuniformni neracionalni B-splajnovi . . . 55
3.2.5. Neuniformne racionalne krive linije trećeg stepena . . . 59
3.2.6. Podela krivih linija na segmente . . . 60
3.2.7. Konverzija između različitih prezentacija . . . 62
3.2.8. Iscrtavanje krivih linija . . . 63
3.2.9. Parametarske površi . . . 64
3.2.10. Hermitove površi . . . 66
3.2.11. Bezjeove površi . . . 69
3.2.12. B-splajn površi . . . 70
3.2.13. Normale na površi . . . 71
3.2.14. Prikazivanje površi trećeg stepena . . . 71
3.2.15. Površi drugog stepena . . . 72
3.3. Geometrija krutih tela (CSG) . . . 73
3.3.1. Bulove operacije . . . 74
3.4. Implicitno predstavljanje krivih i površi . . . 75
3.4.1. Kružnica . . . 76
3.4.2. Elipsa . . . 79
3.4.3. Parabola . . . 82
3.4.4. Hiperbola . . . 84
3.4.5. Jednograni hiperboloid . . . 87
3.4.6. Dvograni hiperboloid . . . 88
3.4.7. Hiperbolički paraboloid . . . 89
3.4.8. Eliptički paraboloid . . . 90
3.4.9. Elipsoid . . . 91
3.4.10. Sfera (lopta) i sferoid . . . 92
3.4.11. Eliptički i kružni valjak ili eliptički i kružni cilindar . . . 94
3.4.12. Parabolički valjak ili parabolički cilindar . . . 95
3.4.13. Hiperbolički valjak ili hiperbolički cilindar . . . 96
3.4.14. Eliptička kupa . . . 97
3.4.15. Parabolička kupa . . . 98

3.4.16. Torus . . . 99
3.5. Prostorno predstavljanje i razni algoritmi . . . 100
3.5.1. Dekompozicija elemenata . . . 100
3.5.2. Numerisanje prostornih elemenata . . . 101
3.5.3. Struktura prostornog stabla podataka . . . 101
3.5.4. Varnakov algoritam . . . 103
3.5.5. Vejler-Atertonov algoritam . . . 106
3.6. Proceduralni modeli . . . 108
3.6.1. Uopšteno o fraktalima . . . 108
3.6.2. Generisanje fraktala i podela . . . 110
3.6.3. Dimenzije fraktala . . . 110
3.6.4. Konstrukcija fraktala koji su slični sami sebi . . . 112
3.6.5. Konstrukcija fraktala koji su statistički slični sami sebi . . . 113
3.6.6. Konstrukcija fraktala koji su srodni sami sebi . . . 114
3.6.7. Kontrolisanje topografije terena . . . 115
3.6.8. Konstrukcija fraktala koji su inverzni sami sebi . . . 116
3.6.9. Određena pravila pri kreiranju oblika . . . 118
3.7. Modelovanje sa više poligona . . . 120
3.7.1. Krive linije i funkcije . . . 121
3.7.2. Visinska polja . . . 122
3.7.3. Površine . . . 122
3.7.4. Diskretni multirezolucioni modeli . . . 123
3.8. Rekonstrukcija . . . 123
3.8.1. Pregled moguće metode rekonstrukcije površine . . . 125
3.8.2. Faza 1: Ispitivanje zadate površine . . . 126
3.8.3. Faza 2: Optimizacija mreže . . . 128
3.8.4. Faza 3: Optimizacija prečišćene površine . . . 129
3.8.5. Primeri rekonstruisanih modela . . . 130

4 Elementi interaktivne računarske grafike 133
4.1. O ulaznim i izlaznim uređajima . . . 133
4.1.1. Uređaj za unos teksta - tastatura . . . 133
4.1.2. Pokazivački uređaj - miš . . . 134
4.1.3. Pokazivački uređaji za prenosive računare . . . 135
4.1.4. Pokazivački uređaj - ekrani osetljivi na dodir . . . 136
4.1.5. Palice . . . 136
4.1.6. Svetlosne olovke, grafičke table i digitajzeri . . . 137
4.1.7. Unos zvuka, videa i grafike . . . 138
4.1.8. Uređaji za digitalizaciju . . . 140

4.1.9. Izlazni uređaji - monitori . . . 141
4.1.10. Izlazni uređaji - monitori sa katodnom cevi . . . 142
4.1.11. Grafičke kartice i PCMCIA kartica . . . 143
4.1.12. Druge vrste monitora . . . 145
4.1.13. LCD projektori i panoi . . . 146
4.1.14. Udarni štampači . . . 146
4.1.15. Neudarni štampači . . . 147
4.1.16. Rukavica za prikupljanje podataka o pokretima ruke . . . 148
4.1.17. Modemi . . . 149
4.2. Algoritmi za generisanje linija . . . 150
4.2.1. Jednačine linije . . . 151
4.2.2. Bresenhamov algoritam za linije . . . 152
4.2.3. Algoritmi za generisanje kružnica . . . 156
4.2.4. Algoritmi za generisanje elipsi . . . 161
4.3. Geometrijske transformacije . . . 170
4.3.1. 2D transformacije . . . 170
4.3.2. Homogene koordinate i matrice u 2D transformacijama . . . 172
4.3.3. Kombinovanje 2D transformacija . . . 177
4.3.4. Transformacija prozor/vizir . . . 179
4.3.5. Efikasnost . . . 181
4.3.6. Matrice u 3D transformacijama . . . 182
4.3.7. Kombinovanje 3D transformacija . . . 186
4.3.8. Transformacije kao promene koordinatnog sistema . . . 190
4.3.9. Projekcije u perspektivi . . . 193
4.4. Psihodinamika boja i modeli boja . . . 197
4.4.1. Razumevanje boja . . . 197
4.4.2. Ponašanje svetlosnog zraka . . . 199
4.4.3. RGB – osnovne aditivne boje . . . 200
4.4.4. YUV model boja . . . 202
4.4.5. HSV, HSI i HSL modeli boja . . . 202
4.4.6. Dijagram intenziteta boja . . . 205
4.4.7. Gama korekcija . . . 208
4.4.8. CMY, CMYK i PANTONE modeli boja . . . 211
4.4.9. Još ponešto o bojama . . . 214
4.4.10. "Matematičke operacije" sa bojama . . . 215
4.5. Uklanjanje nevidljivih linija i površina . . . 218
4.5.1. Funkcije dve promenljive . . . 218
4.5.2. Transformacija perspektive . . . 219

4.5.3. Ograničenja ekrana i granične zapremine . . . 219
4.5.4. Prostorna podela i odgovarajuća hijerarhija . . . 221
4.5.5. Ukratko o algoritmima za određivanje vidljivosti linija . . . 221
4.6. Z-bafer, bafer kodova i kanali boja . . . 222
4.7. Izvor svetlosti i osobine materijala . . . 224
4.7.1. Tačkasti svetlosni izvori . . . 225
4.7.2. Beskonačno udaljeni svetlosni izvori . . . 225
4.7.3. Slabljenje podužnog intenziteta osvetljenja . . . 226
4.7.4. Usmereni svetlosni izvori i efekti reflektora . . . 226
4.7.5. Slabljenje ugaonog intenziteta osvetljenja . . . 227
4.7.6. Združeni svetlosni izvori i Vornov model . . . 228
4.7.7. Prikazivanje oblika . . . 229

5 Manipulisanje entitetima i skladištenje podataka 237
5.1. Afine transformacije - kratak pregled . . . 237
5.1.1. Osnovni izrazi . . . 238
5.1.2. Predstavljanje pomoću matrica . . . 240
5.1.3. Složene transformacije . . . 241
5.2. Razvlačenje, skraćivanje i produžavanje elemenata . . . 244
5.2.1. Ostale funkcije . . . 245
5.3. Uvod u skladištenje modela . . . 246
5.4. Striktura podataka za interaktivno modelovanje . . . 246
5.4.1. Jednostavne strukture podataka . . . 247
5.4.2. Prikaz fajlova (datoteka) . . . 250
5.4.3. Pridružena (asocijativna) geometrija i atributi . . . 251

6 Primena CAD modela u projektovanju 253
6.1. Aplikacije za crtanje . . . 253
6.1.1. Organizovanje crteža . . . 253
6.1.2. Obeležavanje crteža . . . 255
6.2. Aplikacije za 3D modelovanje . . . 256
6.2.1. Upotreba 3D modelovanja za 2D prezentacije . . . 257
6.2.2. 3D modelovanje i rešavanje geometrijskih problema . . . 258
6.2.3. Primeri 3D modelovanja . . . 259
6.2.4. Pristupi 3D modelovanju . . . 260
6.2.5. Analiza konačnim elementima . . . 261
6.3. Prilagođavanje sistema i automatizacija projektovanja . . . 266
6.3.1. Obim prilagođavanja i automatizacija projektovanja . . . 267

7 Proširenje CAD kapaciteta 269
7.1. Parametarsko i varijacijsko modelovanje . . . 271
7.1.1. Klasifikacija pristupa parametarskom dizajniranju . . . 272

II deo – Dizajn (projektovanje) i izrada (proizvodnja)

8 Od dizajna do proizvodnje 277
8.1. Ograničenja tradicionalnog pristupa inženjerstvu . . . 277
8.2. Tekuće teme u proizvodnom inženjerstvu . . . 279
8.2.1. Kvalitet . . . 279
8.2.2. Organizacione promene . . . 279
8.2.3. Tehnike . . . 280
8.3. Dizajn za proizvodnju i montažu . . . 281
8.3.1. Dizajn za montažu . . . 285

9 Razvoj proizvoda 289
9.1. Sistemski pristup . . . 289
9.2. Konkurentni inženjering . . . 290
9.3. TQM . . . 293
9.3.1. Demingeovih 14 tačaka . . . 296
9.3.2. Juranov koncept . . . 305
9.4. Tehnike inženjerskog kvaliteta . . . 307
9.4.1. Razvijanje funkcije kvaliteta . . . 307
9.4.2. FMEA . . . 312
9.4.3. Gde koristiti FMEA? . . . 318

10 Rad i programiranje numerički upravljanih mašina 321
10.1. Osnove numeričke kontrole . . . 322
10.1.1. Kompjuterska numerička kontrola . . . 325
10.1.2. Obradni centri . . . 327
10.2. Priprema podataka za numeričku kontrolu . . . 327
10.2.1. Ručno programiranje . . . 333
10.2.2. Računarom podržano programiranje za izradu dela . . . 334
10.3. Izrada iz 3D modela . . . 337
10.3.1. Generisanje putanje alata iz solida (krutog modela) . . . 339
10.4. Brza izrada prototipova . . . 340

11 Roboti **343**
11.1. Anatomija robota i srodne osobine . . . 343
11.1.1. Zglobovi (spojevi) i spone (veze) . . . 344
11.1.2. Uobičajene konfiguracije robota . . . 345
11.1.3. Zajednički sistemi za pokretanje . . . 349
11.2. Upravljački sistemi robota . . . 350
11.3. Završni efektori . . . 352
11.3.1. Hvataljke . . . 352
11.3.2. Alati . . . 353
11.4. Senzori u robotici . . . 353

III deo – Planiranje proizvodnje i kontrola

12 Planiranje proizvodnje i sistemi kontrole **355**
12.1. Proizvodnja pojedinačnih delova . . . 357
12.2. Tipovi proizvodnih sistema . . . 358
12.2.1. Tipovi proizvodnih okruženja . . . 359
12.3. Sistem za upravljanje proizvodnjom . . . 359
12.3.1. Poslovno planiranje . . . 360
12.3.2. Glavni plan proizvodnje . . . 361
12.3.3. Planiranje zahteva . . . 361
12.3.4. Koordinacija fabrika . . . 361
12.3.5. Kontrolisanje proizvodnih aktivnosti . . . 362
12.3.6. Strateško planiranje - projektovanje kapaciteta . . . 362
12.3.7. Kontrola upravljanja - planiranje ukupnog kapaciteta . . . 362
12.3.8. Operativna kontrola - detaljni raspored proizvodnje . . . 363
12.3.9. Integracija između nivoa sistema za upravljanje proizvodnjom . . . 363
12.4. Ukupno planiranje proizvodnje i glavni (*master*) plan proizvodnje . . . 364
12.5. Planiranje materijalnih potreba . . . 365
12.5.1. Ulaz u sistem planiranja materijalnih potreba . . . 366
12.5.2. Kako sistem za planiranje materijalnih potreba radi . . . 367
12.6. Planiranje kapaciteta . . . 368
12.7. Saradnja sa dobavljačima i kupcima . . . 370
12.7.1. EDI – Elektronska razmena podataka . . . 371

13 Proizvodnja bez zaliha i *Lean* koncept **373**
13.1. *Lean* proizvodnja i gubici u izradi . . . 373
13.2. J-I-T proizvodni sistemi . . . 377
13.2.1. *Kanban* planiranje . . . 377

IV deo – CAD/CAM i dalji razvoj

14 Pravci razvoja za CAD/CAM **381**
14.1. Podaci i upravljanje proizvodnjom 381
14.2. Modelovanje proizvoda 383
14.3. Sklopovi i tolerancije 384
14.3.1. Modelovanje sklopova 384
14.3.2. Tolerancije 386
14.4. WWW – World Wide Web 386
14.4.1. Kretanja u WWW 388
14.5. Kooperativan rad uz podršku računara 389
14.6. Bezopasna proizvodnja po pitanju ekologije 390

Literatura **393**
Sajtovi sa Interneta u vezi sa materijom 396

Predgovor

Tehnologije podržane računarom (*Computer-Aided technologies – CAx*) je širok pojam koji opisuje korišćenje kompjuterske tehnologije za pomoć u dizajnu, analizi i proizvodnji.

Napredne CAx alatke vrše objedinjavanje više različitih aspekata upravljanja životnom ciklusu proizvoda (*Product Lifecycle Management – PLM*), uključujući projektovanje, analize pomoću konačnih elemenata (*Finite Element Analysis – FEA*), proizvodnju, planiranje proizvodnje, ispitivanja proizvoda korišćenjem virtualne laboratorije modela i vizualizacije, dokumentaciju proizvoda, podrške za proizvodnju itd. CAx obuhvata širok spektar alata, kako onih komercijalno dostupnih, tako i onih koji su u vlasništvu inženjerskih firmi.

Termin CAD/CAM (*Computer-Aided Design and Computer-Aided Manufacturing*) predstavlja projektovanje i proizvodnju podržane računarom i često se koristi u kontekstu softvera koji pokriva veliki broj inženjerskih funkcija.

Skraćivanje životnog ciklusa proizvoda i promene koje nastaju usled čestih izmena proizvodnog programa, dovode do potrebe za sve bržim prenosom informacija između inženjera. Primena softvera za upravljanje životnim ciklusom proizvoda i koncepta digitalne proizvodnje olakšava prenos ažurnih informacija. Digitalna proizvodnja je pojam koji predstavlja široku mrežu digitalnih modela i metoda kojima se opisuje svaki aspekt životnog ciklusa proizvoda. Ona predstavlja integraciju različitih alata za dizajn proizvoda (CAD), planiranje procesa (CAPP), upravljanje vremenom i poslovne aplikacije, planiranje izgleda fabrike, ergonomiju, simulacije rada robota, softvere za analizu, simulaciju procesa, CAM softvere i ostale aplikacije koje se koriste za planiranje i optimizaciju procesa i objekata stvarnog preduzeća. Uvođenje razmenjivanja podatka preko Internet baziranih aplikacija za upravljanje životnim ciklusom proizvoda u studentske projekte, obrazovali bi se stručnjaci koji bi poslovali sa preduzećima u distribuiranim proizvodnim sistemima.

Ova knjiga spada u grupu stručnih dela iz oblasti računarskih i inženjerskih nauka, koja pokriva značajno područje, koje se izučava na nivou dodiplomskih i poslediplomskih studija danas i u svetu i kod nas. Predviđena je da bude osnovni udžbenik iz predmeta **Industrijski inženjering i dizajn** koji se izučava unutar studijskog programa Inženjerski menadžment na Univerzitetu "Singidunum" u Beogradu. Ova knjiga može da se koristi i na ostalim visokoškolskim ustanovama za predmete koji imaju sličan sadržaj.

Tokom pisanja ove knjige ideja je bila da se materija izloži u što popularnijem stilu da bi bila dostupna i razumljiva i studentima sa manjim obimom predznanja iz ove oblasti. Knjiga je namenjena širem spektru potreba.

Knjiga se sastoji iz četiri dela, gde je prvi deo posvećen projektovanju pomoću računara. Ovaj deo se bavi osnovama procesa modelovanja koji su projektovani pomoću računara i istraživanjem primene CAD modela u okviru procesa projektovanja ili dizajniranja. Unutar prvog dela knjige bilo je reči o procesu projektovanja i ulozi CAD-a, definisanju modela, geometrijskom modelovanju, elementima interaktivne računarske grafike, manipulisanju entitetima i skladištenju podataka, primeni CAD modela u projektovanju i proširenju CAD kapaciteta.

Drugi deo knjige posvećen je projektovanju i proizvodnji. Ovaj deo se bavi aktivnostima tokom dizajna (projektovanja), priprema za proizvodnju i same proizvodnje. Vodi se računa o toma da projektovani model generiše potrebne informacije za proizvodnju, a ako to nije ispunjeno – koje akcije, tokom faze projektovanja, treba izvršiti kako bi proizvod bio visokog kvaliteta i kako bi se lako napravio. Unutar drugog dela knjige bilo je reči o putu od dizajna do proizvodnje, razvoju proizvoda, radu i programiranju numerčki upravljanih mašina i robotima.

Treći deo knjige posvećen je planiranju proizvodnje i kontroli. Ovaj deo se bavi planiranjem i kontrolom tokom rada kroz fabriku ili pogon. Vodi se računa o planiranju proizvodnje i kontroli na svim nivoima u pogonu ili fabrici, kao i o dobavljačima i distributerima. Unutar trećeg dela bilo je reči o planiranju proizvodnje i sistemima kontrole, kao i o specifičnim vidovima proizvodnje.

Četvrti deo knjige je posvećen pravcima razvoja CAD/CAM-a. U ovom delu bilo je reči o načinu kako se razvija CAD/CAM kao odgovor na pritiske globalne proizvodnje i smanjenje uticaja na životnu sredinu.

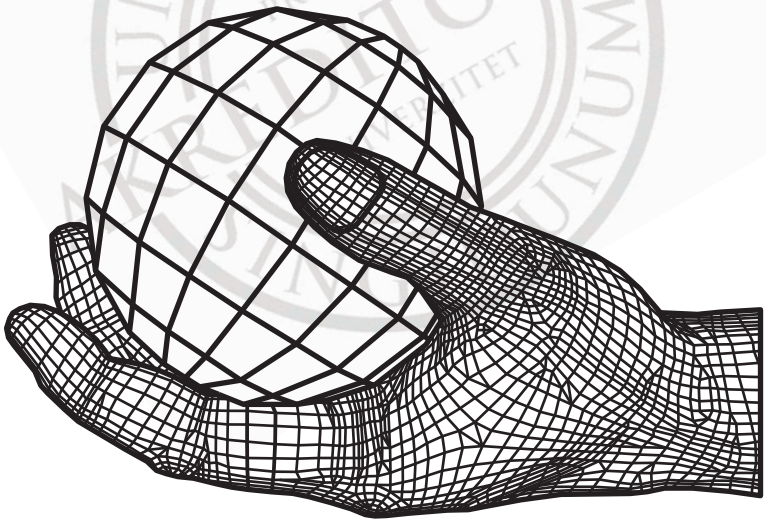
Na kraju je prikazan spisak literature, s tim što treba napomenuti da je korišćena literatura prikazana na krajnje proizvoljan način.

Slavko Pešić i Zlatko Petrović, redovni profesori Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu, pomogli su mi korisnim primedbama i sugestijama, koje su uputili tokom pisanja ove knjige, i ja koristim ovu priliku da im se još jednom zahvalim.

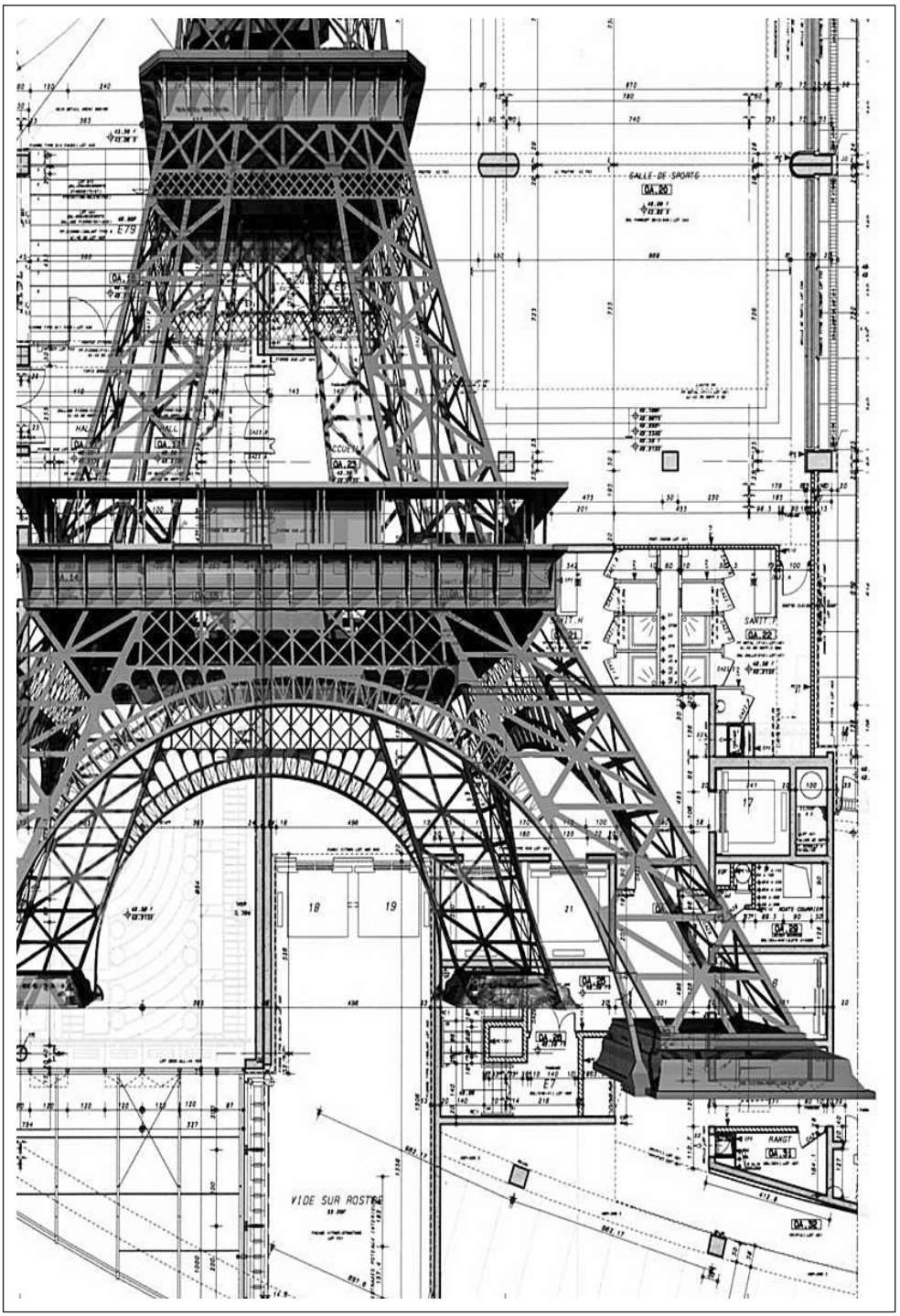
Beograd, maj 2010. godine *Dragan M. Cvetković*

I deo

Projektovanje pomoću računara



Ovaj deo se bavi osnovama procesa modelovanja koji su dizajnirani pomoću računara i istraživanjem primene CAD modela u okviru procesa projektovanja.


SALLE DE SPORT 6
VIDE SUR ROSTRE
RANGT

Glava 1

Proces projektovanja i uloga CAD-a

Kada se "prođe" sadržaj ove glave korisnik će biti u stanju da:

- prikaže u glavnim crtama prirodu i ulogu procesa dizajniranja (projektovanja) i da razume aplikacije konkuretnog inženjeringa;
- opiše ulogu modelovanja prilikom objašnjenja projekta, prilikom procene istog i prilikom komunikacije unutar samog projektantskog tima;
- opiše upotrebljene različite tipove modela;
- opiše ulogu računara u projektovanju (dizajniranju) kao činioca prilikom kreiranja, manipulisanja, komuniciranja i primene modela u samom projektu;
- opiše ulogu računara kao pomoćnika u automatizovanju postojećih metoda projektovanja ili u primeni novih alata koje će koristiti projektant (dizajner);
- prikaže u glavnim crtama arhitekturu CAD sistema.

1.1. Proces projektovanja (dizajniranja)

Ne postoji nijedan aspekt današnjeg života u koji nije uključen rad inženjera. Napravljene zgrade, oprema koja se koristi, vozila koja se voze, kao i putevi i šine po kojima idu ta vozila su direktni proizvodi inženjerskih aktivnosti. Rast hrane koja se jede se obavlja uz asistenciju inženjerskih proizvoda, inženjeri projektuju i konstrušu opremu pomoću koje se štampaju knjige, izrađuju medicinsku opremu, kao i opremu čiji je rezultat televizijska slika. Inženjerstvo i proizvodnja zajedno predstavljaju najveću pojedinačnu ekonomsku aktivnost većine zapadnih zemalja i predstavlja bazu prosperiteta tih zemalja.

Ako se uporede današnji inženjerski proizvodi sa proizvodima od pre 40 godina, očigledan je napredak u performansama, kvalitetu i sofisticiranosti. Određen broj proizvoda je kompleksan i njihovo unapređenje se postiže organizovanjem velikih timova ljudi koji će sarađivati u razvoju i izradi proizvoda. U današnje vreme brzog života i sve bržeg tehnološkog razvoja, timovi se nalaze pod ogromnim pritiskom da razvijaju proizvode visokih performansi i pouzdanosti, da koštaju što manje i da se izrađuju za što kraće vreme.

Kao posledica ovih pritisaka, nije iznenađujuće da se inženjeri sve više okreću mašinama radi asistencije pri razvoju i izradi proizvoda. Uključene mašine su računari i njihov zadatak je procesiranje informacija - koriste se za asistiranje u definisanju i procesiranju informacija koje su povezane sa dizajnom proizvoda i sa organizacijom i upravljanjem proizvodnih sistema koji su uključeni u celokupan posao.

U tržišnoj ekonomiji, razvoj proizvoda će biti odgovor na projektovane potrebe tržišta, i to obično treba biti identifikovano u formi **kratkog dizajna**, koji će biti osnova za dalji razvoj proizvoda. Pomenuti kratak dizajn će se dobijati od **dizajnera (projektanta)**, koji će istraživati načine na koje će se projekat tretirati, i onda će se, eventualno, razvijati i kreirati instrukcije za proizvodnju. Pri tome, imaju pomoć od **projektanata analitičara** koji koriste analize i simulacione tehnike u cilju testiranja projektantskog (dizajnerskog) rešenja i **inženjera** koji vrše eksperimentalna istraživanja radi testiranja i izrade prototipova, kako bi definisali detalje. Ova grupa može biti podržana od strane **inženjera istraživača** koji vrše eksperimentalna ili teoretska istraživanja kako bi se, eventualno, popunila praznina u razumevanju materijala, procesa ili tehnike.

Kada je projekat razvijen u detalje od strane **procesnog inženjera ili planera procesa**, koji će identifikovati procese i operacije potrebne za proizvodnju i montažu ili konstruisanje proizvoda. Detalji ovih procesa, kao i detalji delova proizvoda, koriste se od strane **proizvodnog planera ili kontrolora** za raspored proizvodnje delova, kao i za upravljanje tom proizvodnjom.

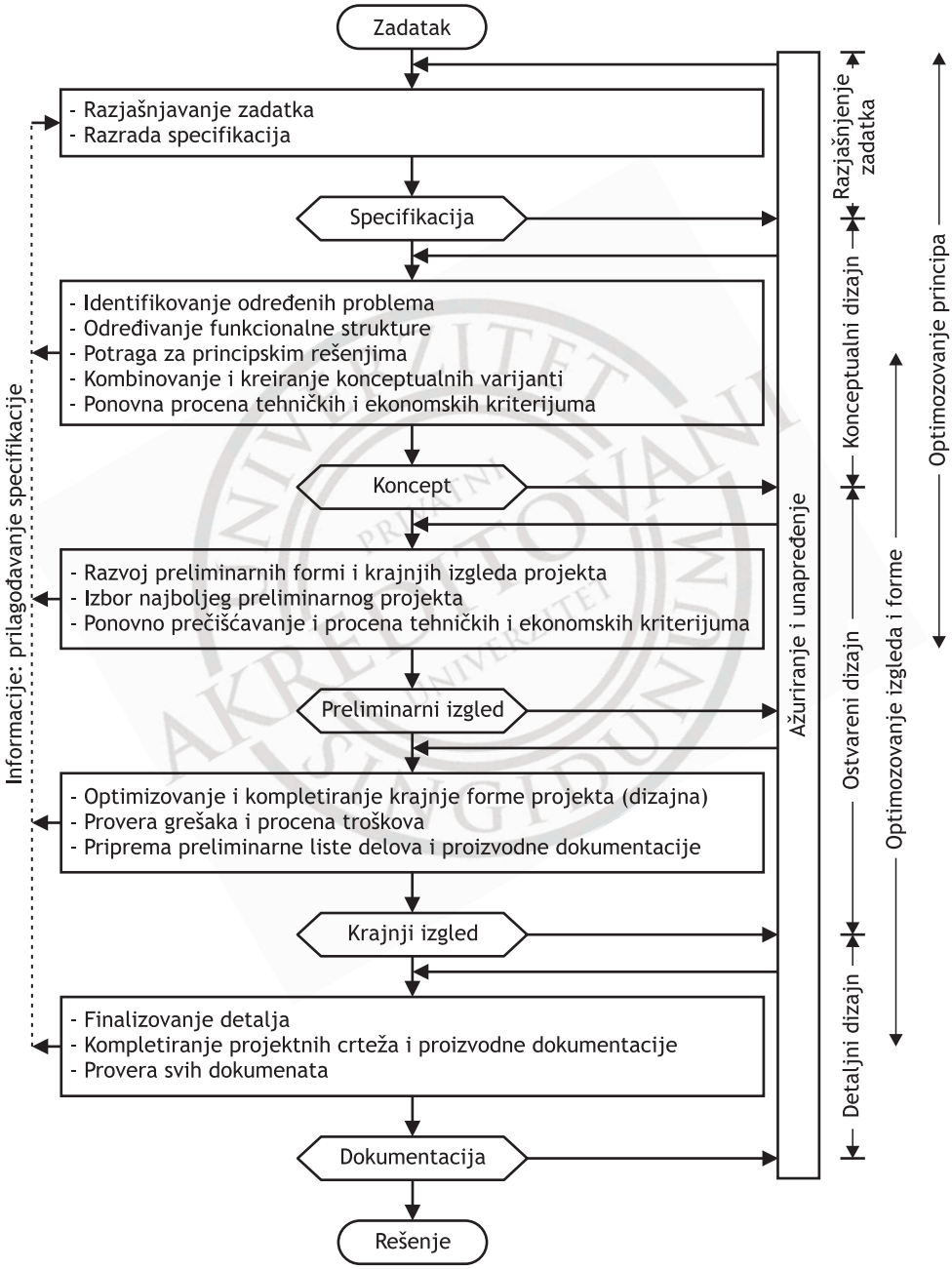
Ovo je veoma širok opis inženjerskog procesa i detalj u svakoj fazi se zanatno razlikuje po broju ljudi koji su uključeni i po prirodi i složenosti proizvoda. Treba voditi računa o tome da je proces projeoktovanja, na primer vazduhoplovnih motora ili računarskih sistema, vrlo složen proces koji uključuje velike timove i usko je ograničen tehničkim faktorima. U nekim oblastima proizvod može da bude rezultat rada jednog projektanta (dizajnera) ili malog tima, ili može da bude uslovljen nekim faktorima koji imaju dominantnu ulogu.

U poslednjih nekoliko godina bilo je nekoliko pokušaja da se obezbedi formalni opis faze ili elemenata procesa projektovanja. U pogledu opsega projektnim situacijama, nije iznenađujuće da je došlo do nekih promena u ovim opisima, kako u terminologiji i detalja, ali generalno se slažu da dizajn napreduje korak po korak – od izjave za identifikovanjem problema (specifikacija zahteva), traganje za rešenjima i razvoj izabranog rešenja za proizvodnju, testiranje i korišćenje. Ovi opisi se često nazivaju **modeli procesa projektovanja (dizajniranja)**, i kao ilustracija toga razmotriće se dva modela koji daju različite, ali komplementarne uvide u proces.

Prvi model je prikazan na slici 1.1. U ovom modelu proces projektovanja (dizajniranja) se opisuje dijagramom toka i sastoji od četiri osnovne faze koje se mogu sumirati kao:

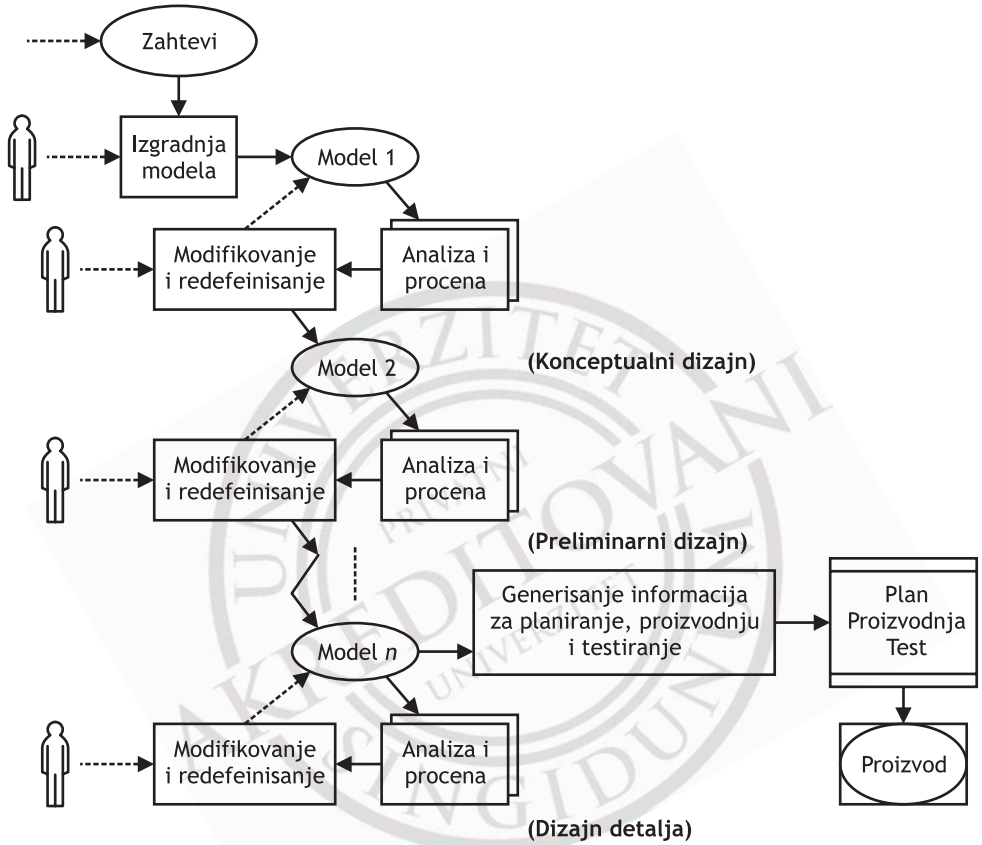
- **objašnjenje zadatka** koje obuhvata prikupljanje informacija o zahtevima projekta i ograničenja u dizajnu, i opisujući te specifikacije;
- **konceptualni dizajn**, što podrazumeva uspostavljanje funkcija koje će biti uključene u dizajn, kao i identifikacija i razvoj odgovarajućih rešenja;
- **ostvareni dizajn**, u kojem je razvijeno konceptualno rešenje u više detalja, problemi su rešeni i slabi aspekti eliminisani;

- **dizajn detalja**, u kojima su dimenzije, tolerancije, materijali i forme individualnih komponenti navedene u detaljima za dalju proizvodnju.



Slika 1.1. *Koraci pri procesu projektovanju*

Iako slika 1.1 predstavlja jednostavan niz faza kroz proces, u praksi glavne faze nisu uvek tako jasno definisane, i postoje promenljiva povratna mišljenja i razmišljanja o prethodnim fazama i često ponavljanje između faza.



Slika 1.2. *Koraci pri procesu projektovanju*

Drugi model je prikazan na slici 1.2 i on opisuje dizajn kao niz faza, u ovom slučaju napredak od zahteva preko konceptualnog dizajna i idejnog projekta (koji je sličan kod prethodnog modela) na dizajna detalja. U ovom slučaju, međutim, različite faze procesa projektovanja se generalizuju u zajednički obrazac u kojem su modeli dizajna razvijeni kroz proces analize i procene, vodeći ih do prerade i dorade modela. U ranim fazama dizajna, privremeno rešenje predlaže projektant (dizajner). Ovo je procena u odnosu na određen broj gledišta da bi se postigao prikladan dizajn u odnosu na ono što se traži. Ako je predlog neupotrebljiv, onda se taj predlog modifikuje. Proces se ponavlja sve dok se ne postigne da je projekat dobar, gde može da se razvija više u dubinu i faza preliminarnog dizajna može da počne. U ovoj fazi projekat je prečišćen, tako da procena i modifikacija može da se obavlja na većem nivou detalja. Konačno, faza dizajna detalja doprinosi na sličan način da se završi definisanje dizajna za proizvodnju.

Svaki od dva pomenuta modela procesa projektovanja procesa predstavljen prati prilično

tradicionalni pogled u kome postoji niz faza dizajna, zatim proizvodnje. Sve je, međutim, pritisak da se smanji vreme potrebno za dizajn i razvoj proizvoda kako bi vodeće kompanije upravljale informacijama za sprovođenje projektovanja, razvoja, analize i pripreme proizvodnje. Za ovaj proces postoje nazivi, **simultani inženjering** ili **simultano inženjerstvo**, i delimično se nastavlja kroz primenu unutar kompanija koje realizuju očekivane proizvode, i gde su novi modeli neophodni u redovnim vremenskim intervalima.

1.2. Uloga modelovanja i komunikacije

Koncept rada dizajnera koji rade sa modelima je ključan u primeni projektovanja pomoću računara (CAD). Važno je razlikovati modele procesa projektovanja, koji su u suštini pokušaj da se opišu obrazci koje dizajneri slede pri projektovanju (dizajniranju) proizvoda, kao i modele samih projekata. Tokom procesa projektovanja, dizajn je apstraktan: fizički artefakt ne postoji, tako da sve dok se ne konstruiše ili proizvede postoji potreba da bude nekih dizajnerskih modela za one koji su učestvovali u proceni, manipulisanju i usavršavanju. Ukazano je da bi trebalo da modeli postoje kao različite **prezentacije**. Na primer, geometrija inženjerskih komponenti može biti predstavljena na različite načine. Ako je dizajn veoma jednostavan, onda to može da bude ideja samo jednog dizajnera (projektanta), ali za sve projekte, osim krajnje jednostavnih, potrebno je pripremiti i formalne prezentacije.

Dizajnerski modeli se koriste za razne svrhe. Na najosnovnijem nivou, oni se koriste od strane dizajnera za snimanje i manipulaciju idejama i da se obezbedi osnova za ocenu dizajna. Proces projektovanja retko se preduzima od strane jednog dizajnera, i zbog toga modeli imaju važnu ulogu u komunikaciji u dizajnu između učesnika u procesu i onih koji su uključeni u proizvodnju, razvoj i kasniju upotrebu proizvoda.

Opis procesa projektovanja predstavljen na slici 1.1 može se koristiti za ilustraciju načina na koji reprezentacija i komunikacije obuzimaju proces. U fazi konceptualnog dizajna predstavljanje dizajnerskih zahteva biće obavljeno u saradnji sa dizajnerom. Razni prikazi ideja će se koristiti za procenu mogućih rešenja, a izabrano rešenje će biti snimljeno na neki način i saopšteno do završne faza, koja može biti preduzeta od strane različitih dizajnera. Završna faza će generisati dalji model dizajna, koji će se opet saopštiti kroz fazu detalja, gde se ponavljaju sekvence. Opis dizajna, sa uputstvima za izradu, biće saopšten za one koji su odgovorni za proizvodnju, i tu je verovatno da će dalje prezentacije biti generisane za one koji su uključeni u testiranje, održavanje i korišćenje dizajna.

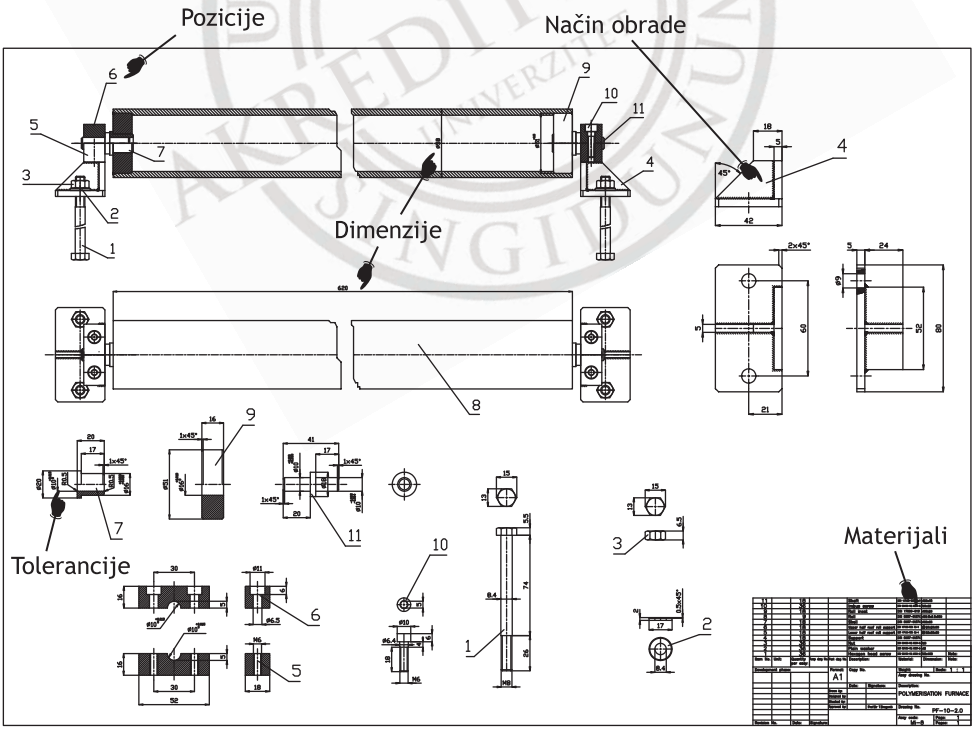
Kao što je poznato dizajnerske (projektantske) delatnosti obavljaju veliki timovi - na primer, dizajn automobila i aviona obuhvata nekoliko hiljada ljudi - suština dizajna je deljenje informacija između onih koji su uključeni, tako da je komunikacija od najvećeg značaja.

1.3. Vrste projektovanih (dizajniranih) modela

Proces projektovanja modela je prikazan na slici 1.1 i daje nam nagoveštaj raznih prezentacija koje su potreban za isti dizajn. Postoje fraze kao što su `razvoj preliminarnog`

projekta i detaljni tehnički crteži. U praksi, dizajner koristi mnoštvo različitih modela u zavisnosti od toga koje **osobine** dizajna treba da se modeliraju, a ko ili šta je cilj, ili **prijemnik**, za svaku komunikaciju. Inženjer projektant mora, u različitim vremenima, da modeluje **funkciju** dizajna, njegovu **strukturu** (kako različite delove spojiti u sklop), **formu** ili **oblik** sastavnih delova, i **materijale**, **stanja površina** i **dimenzije** koje su potrebne. On ili ona, takođe, želi da se formiraju matematički modeli ili računarske prezentacije, da pomognu u proceni dizajna. Potencijalne mete za komunikaciju obuhvataju, između ostalog, kolege dizajnere, osoblje u radionicama i proizvodnim halama, kao i korisnicima samog dizajna. Za bilo koju kombinaciju mora da postoji određeni model i tehnika kako bi generisanje potrebnih informacija bilo odgovarajuće.

Od svih modelovanih osobina, oblik ili forma i struktura su od posebnog značaja u inženjeringu, a njihovo najpogodonije predstavljanje je grafičkim putem. Za mnoge inženjere - na primer, dizajneri mašina, mostova i vozila - je glavni deo njihovog zadatak da definiše oblik i raspored dizajniranih komponenti. Ovo se konvencionalno postiže **crtežima** forme. Ostali inženjeri se više bave strukturom sklopa standardnih elemenata u formi dizajna, sa pogledom na to kako su ovi elementi povezani zajedno, i tokove (na primer, energije ili materijala) između delova (ovaj pristup se često naziva pristup **sistemskog inženjeringa**). Primere ovog drugog slučaja predstavljaju projekti električnih ili hidrauličnih kola, ili dizajn procesa postrojenja, a u ovim domenima predstavljanje projekata putem **dijagrama** prikazuje strukturu, ili raspodelu i raspored sistema, je od velike važnosti.



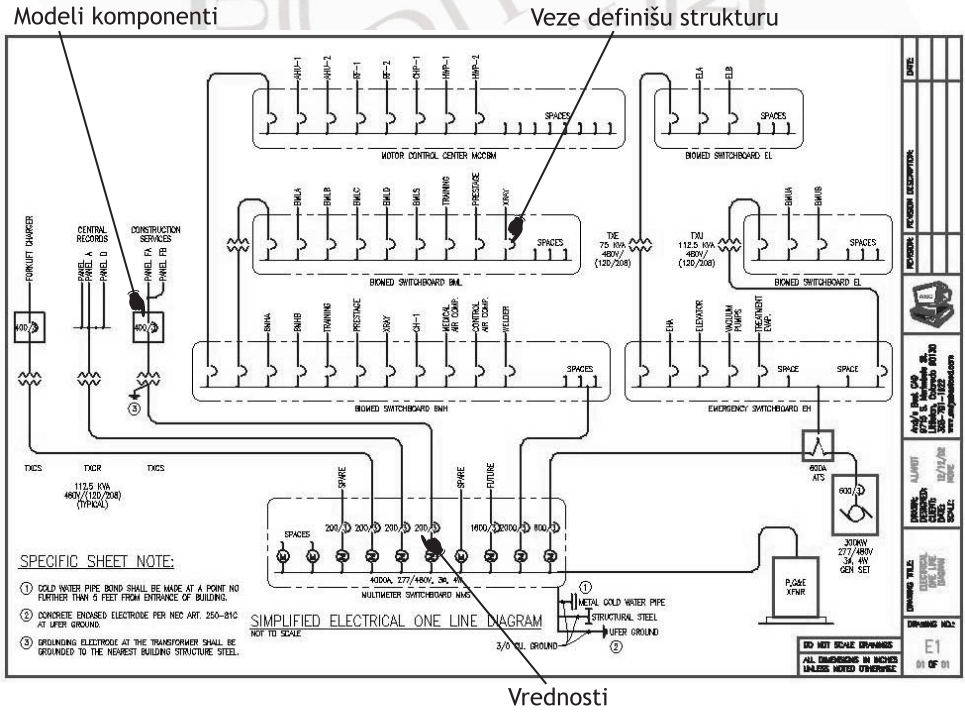
Slika 1.3. *Različite osobine prikazane na tehničkom crtežu*

Krajni korisnik za komunikaciju utiče na to koje će se posebne tehnike koristiti za generisanje modela. U ranim fazama dizajna, dizajner će često istraživati ideje skiciranjem, sa malo ili bez detalja. Kada se informacije generišu za proizvodnju, tada su potrebne kompleksnije i vrednije tehnike, kako bi se generisali i crteži i dijagrami koji će pokazati sve potrebne detalje.

Konačno, da bi komunikacija bila uspešna, jezik koji se koristi mora da bude dogovoren i razumljiv za sve one koji učestvuju u poslu. Složenost dizajna u mnogim domenima i ključna neophodnost da se izbegne i pogrešno tumačenje, nalažu da dizajn modela mora da bude u skladu sa dogovorenim standardima koji definišu sintaksu jezika.

1.3.1. Modelovane osobine tokom projektovanja

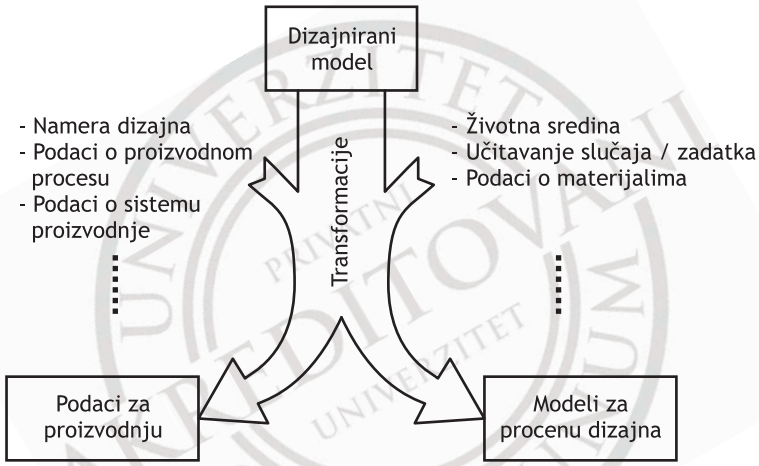
Da bi se ilustrovali koncepti koji su predstavljeni u ovoj glavi trebalo bi razmisliti o modelovanju osobina od strane dizajnera u projektovanju, na primer, automobilskih motora i elektronskih kola. Slika 1.3 prikazuje crtež određenog dela autoklava u kome se vrši finalizacija proizvoda od kompozitnih materijala gde su naznačene različite modelovane karakteristike, i slika 1.4 prikazuje dijagram jednostavnih električnih kola da ilustruju različite osobine zastupljene u takvom modelu. Svrha crteža i dijagrama predstavljaju one atribute inženjeringa proizvoda koji moraju biti definisani u formi kako se proizvode.



Slika 1.4. *Različite osobine prikazane na dijagramu*

1.4. Primena modela dizajna

Prethodi deo je koncentrisan na one modele dizajna koje su stvorili dizajneri, i naglašeno je da se forma i struktura pretežno modeluju. Treba se okrenuti i prema korisniku kao prijemniku željene komunikacije i treba razmotriti šta će on da radi sa informacijama koje je dobio. Oni se mogu podeliti u dve glavne klasifikacije: **ocena** aktivnosti, preduzete u proceni svojstava ili zasluga dizajna i **generativne** akcije koje generišu informacije iz modela za korišćenje u daljem procesu projektovanja, obično u cilju napredovanja proizvodnje. U svakom slučaju akcije uključuju izdvajanje informacija iz prezentacije dizajna, a kombinacija ovih radnji sa dodatnim informacijama vode ka formiranju novog modela. Ovo je prikazano na slici 1.5.

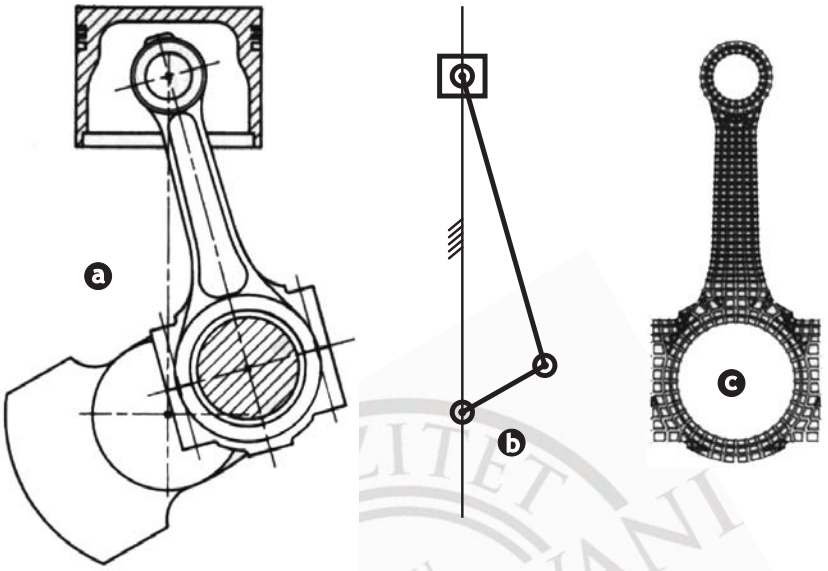


Slika 1.5. *Transformacije modela tokom projektovanja*

Sledi primer gde treba proceniti kako se povezuje radilica za automobilske motore sa pripadajućim elementima. Slika 1.6a prikazuje crtež ove tri komponente proizvedene iz CAD modela. Dizajn analitičar može da ih koristi za sledeće ocene:

- vizuelna procena, inspekcijom crtež ili CAD-modela, kako bi se obezbedilo da ne postoje očigledne slabe oblasti;
- procena mase komponenti, analiziranjem CAD-modela;
- procena opterećenja komponenata, smatrajući ih kao delove mehanizma, kao što je prikazano na slici 1.6b;
- procena napona, na primer korišćenjem modela za konačne elemente, kao što je prikazano na slici 1.6c.

U kasnijoj fazi, detaljni crteži će postojati sastavni deo komponenti dizajna, a iz njih će inženjeri izdvajati informacije potrebne za konstrukciju i upotrebu alata, kao i za kontrolu proizvodnih mašina.

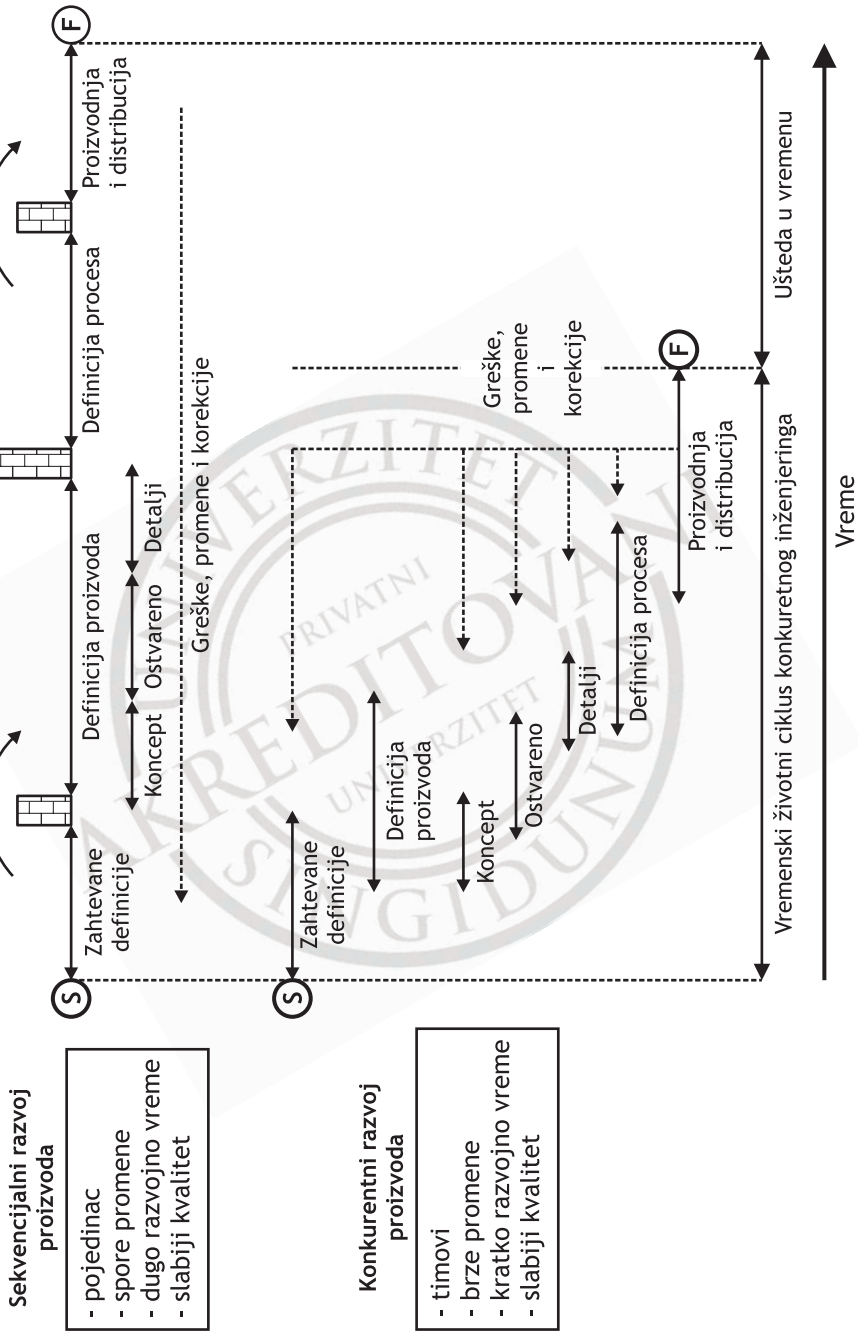


Slika 1.6. *Prezentacije tokom evolucije dizajna*

1.5. Konkuretno inženjerstvo

U tradicionalnom procesu projektoavnja (dizajniranja), kompletan opis dizajna kreiran je u obliku inženjerskih crteža i dijagrama, a zatim se prosleđuje odeljenju za analitičko vrednovanje i procenu, kao i za pripremu planova i uputstava za proizvodnju. Neizbežna je saradnja između inženjera u proizvodnji i dizajn analitičara koji će pregledati projekat u cilju pronalaženja i definisanja nekih poboljšavanja. Ako imaju neke zamerke to će proslediti dizajnerskom odeljenju kako bi se izvršile izmene i uradili novi crteži. U nekim slučajevima, projekat može da se menja mnogo puta - jedan veliki vazduhoplovni proizvođač može da promeni svaki crtež u proseku $4,5$ puta pre konačnog izdanja - i time ceo proces postaje dugotrajan i skup. Zbog toga što su razmatranja proizvodnih i drugih specijalista, uzeta u obzir nakon kreiranja tehničkih crteža, odeljenja za dizajn imaju tendenciju da se koncentrišu na funkcionalne aspekte dizajna na račun lakoće proizvodnje, održavanja i tako dalje. Konkurentno inženjerstvo je cilj da se prevaziđu sva ova ograničenja, koje okuplja dizajnerski tim sa odgovarajućom kombinacijom stručnjaka iz ostalih oblasti da razmotre, rano u procesu dizajna, sve elemente životnog ciklusa proizvoda od začeća do proizvodnje, i kroz upotrebu u službi održavanja i raspolaganja.

Tradicionalni pristup razvoju proizvoda se često opisuje kao "preko zida" pristup, jer svako odeljenje koji je uključeno u proces teži da kompletira svoj rad, a zatim metaforično ga baci preko zida do sledećeg odeljenja. Ove prepreke u komunikaciji između faze razvoja proizvoda su razbijene u konkurentnom inženjerstvu kako bi se omogućio brži i odgovarajući razvoj proizvoda i proizvoda visokog kvaliteta. Na slici 1.7 upoređeni su sekvencijalni i konkurentni pristup problemu.

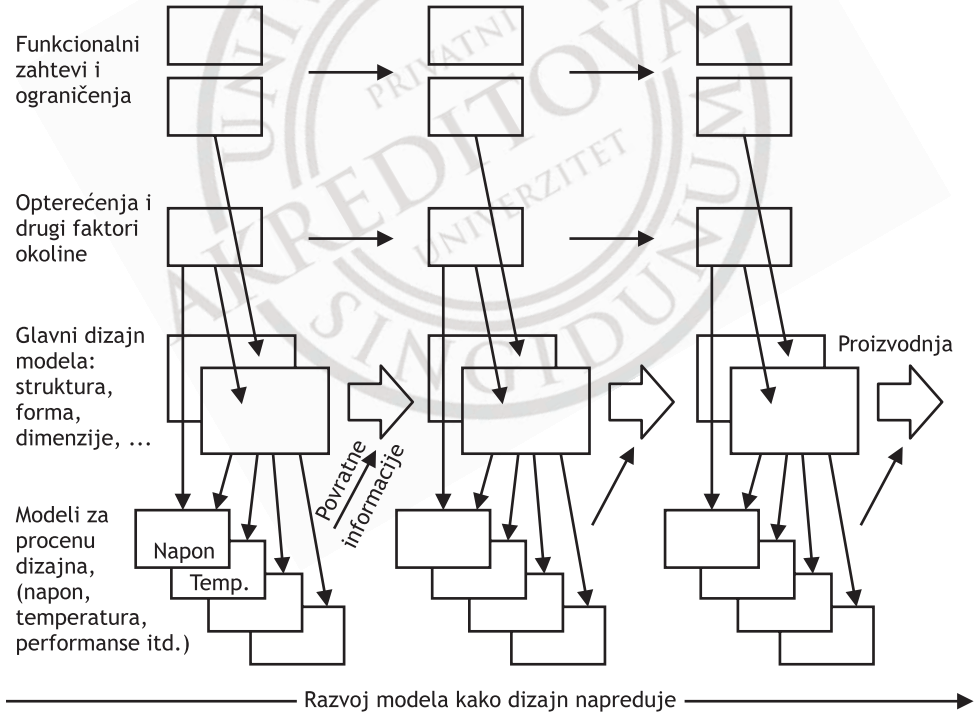


Slika 1.7. *Odnos sekvencijalnog i konkurentnog razvoja proizvoda, od početka (starta – S) do završetka (finiša – F)*

Naravno, postoje okolnosti u kojima konkurentno inženjerstvo nije nužno najbolji pristup, posebno tamo gde je veoma visoka neizvesnosti u procesu razvoja proizvoda, ili gde se razvija vrlo radikalan dizajnerski koncept. U takvim slučajevima, ono može, na primer, biti odgovarajuće za razvoj funkcionalnih aspekata dizajna za solidan stepen sigurnosti pre nastavka za procenu proizvodnje i druga pitanja po pitanju životnog ciklusa.

1.6. Modelovanje pomoću CAD-a

Tokom procesa projektovanja, dizajn je progresivno rafiniran (pročišćen), dok je potpuno definisan za proizvodnju i izgradnju. Za podršku razvoju dizajna, dizajneri konstruišu serije modela različitih aspekata dizajna pomoću određenog broja tehničkih prezentacija. Bez obzira da li je u pitanju sekvencijalno ili konkurentno inženjerstvo, svi uključeni u procenu dizajna i u proizvodnju mogu da izvuku informacije iz ovih modela i, u tom procesu, oblik novih modela da im pomognu u radu. Slika 1.8 prikazuje ovaj razvoj u procesu konkurentnog inženjeringa.



Slika 1.8. *Upotreba modela u dizajnu*

Ova slika pokazuje modele informacija potrebnih za izradu proizvoda - oblik, dimenzije, stanja površina, strukture i tako dalje, kako se razvijaju kao jezgro procesa projektovanja. Paralelno su razvijeni sledeći elementi:

- modeli funkcionalnih i drugih zahteva korisnika dizajna, jer mogu da se razvijaju i menjaju kako napreduje dizajn;
- modeli ograničenja dizajna, nametnuti od strane, na primer, dostupnog materijala i proizvodnih procesa;
- modeli opterećenja nametnuti od strane dizajna;
- modeli koji se koriste za procenu uspešnosti dizajna - na primer, za napone ili termičke analize, ili za aerodinamičke procene.

Primena CAD-a se odnosi na računare i modelovanje i komunikacije dizajna. Postojala su dva različita pristupa - koji se često koriste zajedno - i to:

- na osnovnom nivou, za upotrebu računara za automatizovanje ili pomaganje u takvim zadacima, kao što su proizvodnja crteža i dijagrama i generisanje liste delova u dizajnu;
- na naprednijem nivo, da obezbedi nove tehnike koje daju dizajneru poboljšane mogućnosti da pomogne u procesu projektovanja.

Najveći deo razvoja u komercijalnim CAD sistemima je u modelovanju oblika proizvoda (tj. u pružanju tehnike da pomogne u predstavljanju obliku pomoću konvencionalnih crteža ili novim tehnikama modelovanja), ili u sistemima da pomogne u proizvodnji dijagrama i kasnije ocenjivanje dizajna predstavljanih ovim dijagramima.

Pokretačka sila iza pružanja pomoći pomoću računara za konvencionalne tehnike modelovanja je želja da se poboljša produktivnost dizajnera automatizacijom više ponavljajućih i zamornih aspekata dizajna, i da poboljša preciznost dizajna modela. Nove tehnike su razvijene u pokušaju da se prevaziđu ograničenja u konvencionalnoj praksi – posebno u rešavanju kompleksnosti – na primer, u kompleksnosti forme nekih dizajna, kao što su automobilske šasije ili zamršene strukture proizvoda kao što su integrisana kola. To je razlog što CAD treba da omogući da se dizajner pozabavi zadatkom brže i tačnije ili na način koji se ne može postići drugim sredstvima. Naravno, u mnogim slučajevima, ove pogodnosti mogu da se dobiju.

Na slici 1.8 prikazani modeli dizajna su razvijeni i pročišćeni tokom procesa projektovanja, pa se primenjuju u različitim fazama u proceni dizajna, ili prilikom generisanja informacija za proizvodnju. Ovo korespondira stavom da bi CAD trebalo da se uključuje u razvoj opisa centralnog dizajna, koji "snabdeva" sve aplikacije u dizajnu i proizvodnji potrebnim informacijama. To znači da tehnike zasnovane na računarima za analizu i simulaciju dizajna, i za generisanje uputstava za proizvodnju, treba da budu blisko integrisane sa tehnikama za modelovanje oblika i strukturu dizajna. Pored toga, opis centralnog dizajna je odlična osnova za simultani razvoj svih aspekata dizajna u aktivnostima konkurentnog inženjerstva.

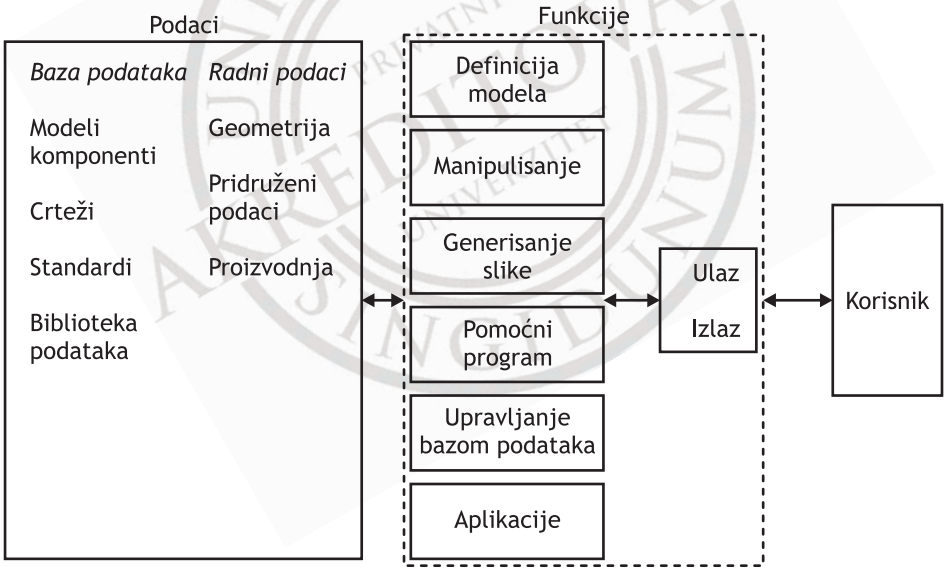
U principu, CAD može da se primeni tokom procesa projektovanja, ali uticaj u praksi na ranim fazama, gde su zastupljeni vrlo neprecizni podaci kao što su skice, je ograničen. Takođe, dosta je nezgodna konstatacija da CAD nije u stanju da pomogne dizajneru u

kompleksnijim delovima kreativnog dizajna, kao što su generisanje mogućih dizajnerskih rešenja, odnosno u onim aspektima koji uključuju kompleksno rasuđivanje o dizajnu – na primer, u proceni vizuelnim pregledom crteža da li komponenta može da se napravi, ili da li odgovara specifikaciji.

1.7. Arhitektura CAD sistema

Do sada, CAD sistemi su opisani u veoma opštim pojmovima. Tačnije, mogu da sadrže sledeće elemente:

- **hardver**: računar povezan sa perifernom opremom;
- **softver**: računarski program(e) koji radi(e) na hardveru;
- podatke: struktura podataka koju je stvorio i kojom manipuliše softver;
- ljudska znanja i aktivnosti.

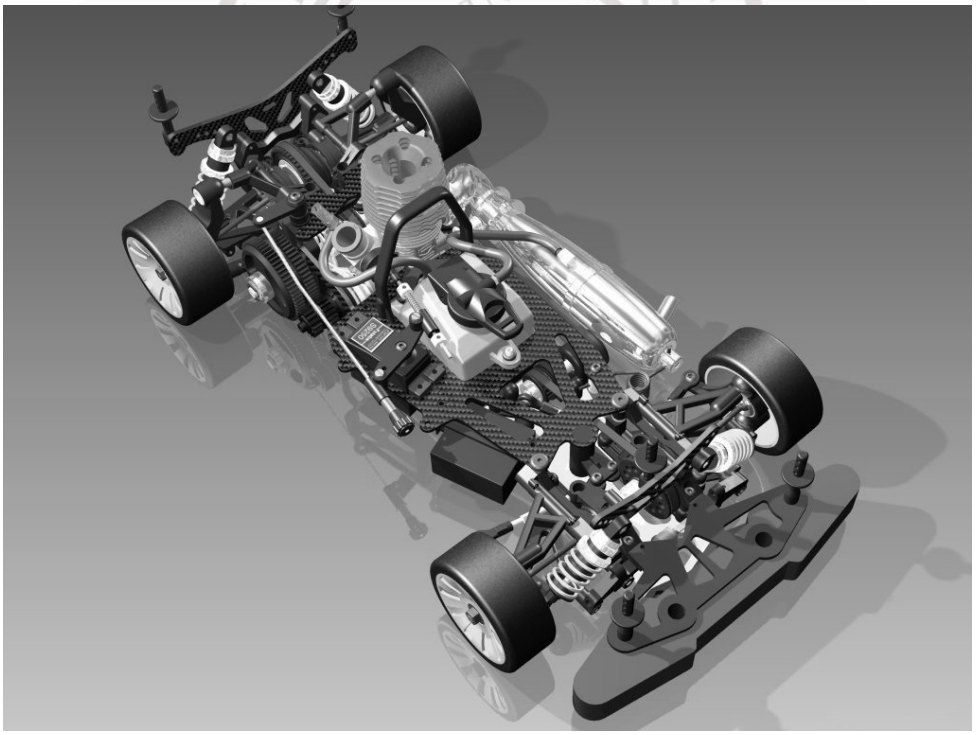


Slika 1.9. *Arhitektura CAD sistema*

CAD sistemi su više od računarskih programa (iako je često i veliki i kompleksan), i možda koriste specijalizovani računarski hardver. Softver normalno obuhvata veći broj različitih elemenata ili funkcija koje procesuiraju podatke koji se čuvaju u bazi podataka na različite načine. To je prikazano pomoću dijagrama na slici 1.9, uključujući i elemente za:

- **definisanje modela**: na primer, da se dodaju geometrijski elementi na model oblika komponente;

- **manipulacija modelom**: da se premeste, kopiraju, brišu, uređuju ili na drugi način menjaju elementi u dizajnu modela;
- **generisanje slika**: za generisanje slike modela dizajna na računarskom monitoru ili na nekom eksternom uređaju za štampanje ili kopiranje;
- **interakciju sa korisnikom**: unos komande za rukovanje od strane korisnika i da prikaže izlaz korisniku o radu sistema;
- **upravljanje bazama podataka**: za upravljanje datotekama koje čine baze podataka;
- **aplikacije**: ovi elementi softvera ne menjaju model dizajna, ali se koriste za generisanje informacija za procenu, analizu ili proizvodnju;
- **pomoćne programe – *Utilities***: termin za delove softvera koji ne utiču direktno na projektovani model, ali menja funkcionisanje sistema na neki način (na primer, bira se boja koja se koristi za prikazivanje ili jedinica koja se koristi za izgradnju dela modela).



Slika 1.10. *Model definisan u programu AutoCAD*

Glava 2

Definisanje modela

Kada se "prođe" sadržaj ove glave korisnik će biti u stanju da:

- opisuje glavne jezike za definisanje inženjerskih dizajna korišćenjem crteža i dijagrama;
- razume načine na koje računari mogu da doprinesu modelovanju geometrije, kao i simbole i veze, u crtežima i dijagramima;
- razumeju nove načine na koje računari mogu da se koriste za generisanje 3D modela inženjerskih predmeta;
- pravi razliku između žičanih modela, modelovanja površinama i solidima u cilju 3D opisa geometrije;
- opiše primere geometrijskih elemenata koje se koriste u 3D modelovanju šema, kao i da prikaže metode modelovanja korišćenjem ovih elemenata.

2.1. Prezentacije dizajna

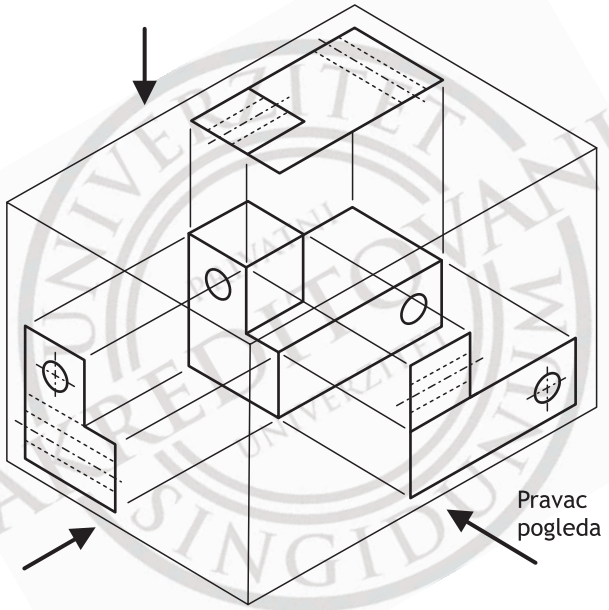
Sledi kratka priča o načinima prikazivanje i prezentovanja 3D modela i objekata kroz različite forme.

2.1.1. Prezentovanje forme kroz crteže

Tehnika predstavljanja trodimenzionalnih oblika u dvodimenzionalnom prostoru inženjerskim crtežima – na papiru ili na ekranu računara – formalno je poznata kao **deskriptivna geometrija**. Ova tehnika ima svoje korene u antičkim vremenima. Paralelne projekcije u cilju stvaranja slike geometrije strukture su bile poznate u Rimskim vremenima, a projekcija slike u više ravni je praktikovana u Srednjem veku, posebno u arhitektonskim crtežima, ali za današnje tehnike obrazloženje je dao francuski vojni inženjer *Gaspard Monge* (1746-1818). Monge je formalizovao način predstavljanja oblika projektovanjem pogleda na objekat (u njegovom slučaju to su bili vojni inženjerski radovi) u dve međusobno normalne ravni: u vertikalnoj ravni na kojoj su nacrtane elevacije i u horizontalnoj

ravni na kojoj su nacrtani planovi.

Suština Monge-ovih projekcija još se i danas primenjuje. Trodimenzionalni oblici su zastupljeni u dve dimenzije mapiranjem tačaka na predmetu u više međusobno normalnih ravni projekcije korišćenjem paralelnih projektora koji su normalni na ravni projekcije. Od projekcije *tačaka* mogu da se generišu projekcije *ivica* objekata, a od *ivica* mogu da se generišu *površine* koje su "vezane" za objekat. Projekcije u dvodimenzionalnom prostoru su dobijene "razvijanjem" višestrukih normalnih ravni projekcije u jednoj ravni; operacije koje se odnose na projekcije u ravni odnose se jedne prema drugima na formalni način. Kao primer, trebalo bi razmotriti sliku 2.1, koja pokazuje jednostavan objekat okružen "kutijom", čije strane formiraju ravni projekcije.



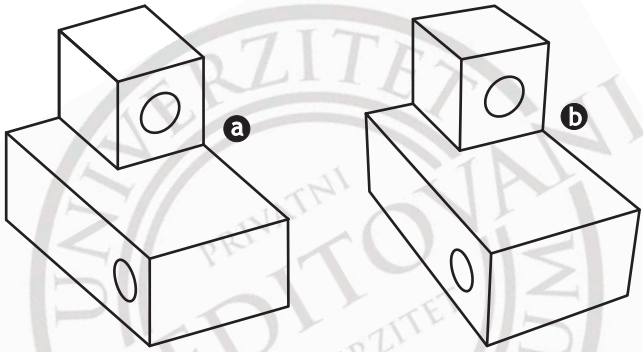
Slika 2.1. *Projekcije jednostavnog modela*

Slika 2.1 pokazuje i mnoge druge konvencije koje su upotrebljene u cilju kreiranja inženjerskih (radioničkih) crteža:

- Različiti stilovi linija imaju različita značenja u crtežu. Na primer, ivice koje su skrivene od pogleda se prikazuju kao isprekidane linije, a linija crta-tačka-crta se koristi za označavanje ose simetrije.
- Unutrašnja forma oblika se opisuje zamišljanjem objekta kome su uklonjeni neki delovi kako bi se prikazao unutrašnji deo u **poprečnom preseku**.
- Postoje dva glavne konvencije kako se pogledi određuju u odnosu na model. Jedna, poznata kao **projekcije " iz trećeg ugla"**, bila je široko usvojena u Severnoj Americi i u izvesnoj meri u Velikoj Britaniji i drugde. Pri projekcijama iz trećeg ugla, ravni projekcije se nalaze između objekta i posmatrača, kao što je prikazano na slici 2.1.

Alternativna konvencija je **projekcije "iz prvog ugla"** i ona je "odomaćena" u kontinentalnom delu Evrope. U projekcijama iz prvog ugla, ravni projekcija stoje iza modela u odnosu na posmatrača.

- Projekcija na jednu ravan nije uopšte usklađena sa bilo kojom od glavnih strana objekta i takva projekcija je poznata kao **grafička projekcija**. Ako se koriste paralelni projektori, kao na primer, na slici 2.2a, onda su informacije o međusobnim odnosima sačuvane. U nekim slučajevima, kao što su predstavljanje objekata ili velikih inženjerskih proizvoda, vizuelni utisak je važan, a u takvim slučajevima **projekcije u perspektivi** su u širokoj upotrebi. Slika 2.2b daje primer geometrije prikazane na slikama 2.1 i 2.2a. Projekcija u perspektivi ima zaslugu za interpretaciju "dubine" kako bi se pomoglo u tumačenju crteža.



Slika 2.2. *Paralelna projekcija i projekcija u perspektivi jednostavnog modela*

- Dimenzije se ne mere direktno sa geometrije crteža, ali umesto toga su identifikovane pomoću simboličke prezentacije koja, takođe, omogućava i tolerancije i informacije o uslovima površina koje su uključene u crtežu.

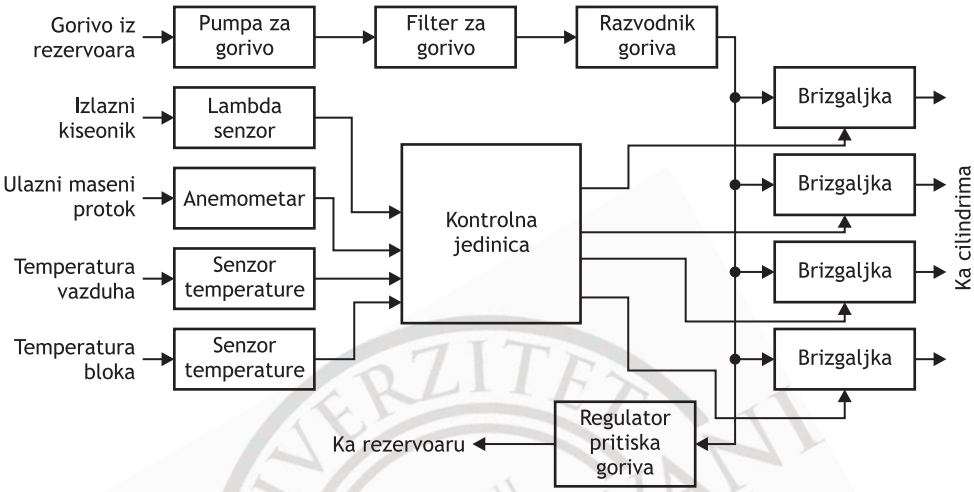
2.1.2. Prezentovanje strukture korišćenjem dijagrama

U inženjerstvu dijagrami logičke ili fizičke strukture sistema, u smislu sklopa primitivnih delova i međusobnog odnosa, prikazani su nizom **simbola** pridruženih pomoću **veza**. Pravila za simbole i za veze, ponovo su regulisana konvencijama koje su uspostavljene u standardima.

Trebalo bi napomenuti da se primenjuju različite vrste crteža i potrebni stilovi u različitim fazama procesa projektovanja. Isto važi i za dijagrame: u ranoj fazi u procesa projektovanja, može biti moguće definisati samo ukupne odnose između delova sistema, i u tom slučaju blok dijagram može biti odgovarajući, kao što je prikazano na slici 2.3. Kao dizajn koji je spreman za proizvodnju, dijagrami sa detaljnim vodovima ili cevovodima su obavezni.

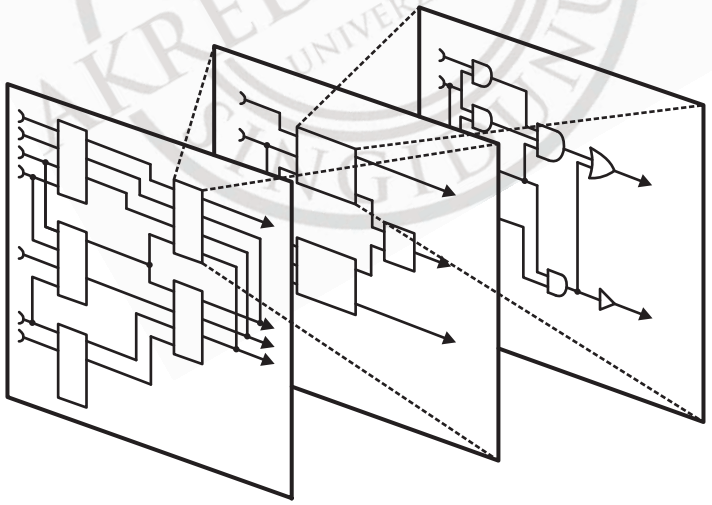
Upotrebom prezentacija kao što su blok dijagrami, projektant je u mogućnosti da podele problem dizajna u manje, više upravljave elementi. Ovi zauzvrat mogu biti podeljeni, tako da se dobija hijerarhijska dekompozicija problema. Jedna moćna tehnika dizajniranja

(projektovanja), mnogo je koriste sistemski inženjeri, je da vrši ovu dekompoziciju na sukcesivno nižim i detaljnijim nivoima dizajna. Ovo je poznato kao **top-down** dizajn.



Slika 2.3. *Primer blok dijagrama*

Praksa je ohrabrena korišćenjem prezentacija u obliku dijagrama, koje omogućavaju da simbol na jednom nivou predstavlja dijagram na nivou sa mnogo više detalja. Ilustracija za to je prikazana na slici 2.4.



Slika 2.4. *Hijerarhijska dekompozicija dijagrama*

2.1.3. Prednosti i mane konvencionalnih prezentacija

Konvencionalne prezentacije dizajna imaju velike prednosti, pa su služile inženjerima dugi niz godina. Praktično bilo koji proizvod, od precizne mašine za velike strukture kao što

su mostovi, avioni, ili objekti, može da se predstavi Monge-anovim projekcijama (ako je moguće da se u $100\,000$ crteža i drugih dokumenata definiše nešto tako složeno kao avion). Dijagrami se mogu koristiti za predstavljanje skoro svakog sistema koji se može osmisliti. Postojanje definisane sintake, takođe, znači da svi u poslovnom inženjering – od tehničkog direktora do mehaničara u radionici – mogu da razumeju i tumače standarde.

Postoji, međutim, nekoliko ograničenja kod konvencionalnog pristupa. Prvo, veština je neophodna u izgradnji i tumačenju crteža. Drugo, tu je moguće da se dobije konfliktan model ili model sa greškom – verovatno pogled na crteže koji ne odgovaraju, ili na dijagrame sa neuparenim vezama i simbolima. Konačno, složenost proizvod može rastegnuti tehniku do krajnjih granica. Na primer, određenu geometriju je veoma teško predstaviti pomoću crteža – pogotovo tamo gde su složene, dvostruko zakrivljene površine kao što su tela automobila ili aviona. U disciplinama kao što su elektronski sistemi za projektovanje, veliki broj elemenata u integrisanim kolima ili u računarskim sistemima nemoguće je predstaviti ručno kreiranim dijagramima.

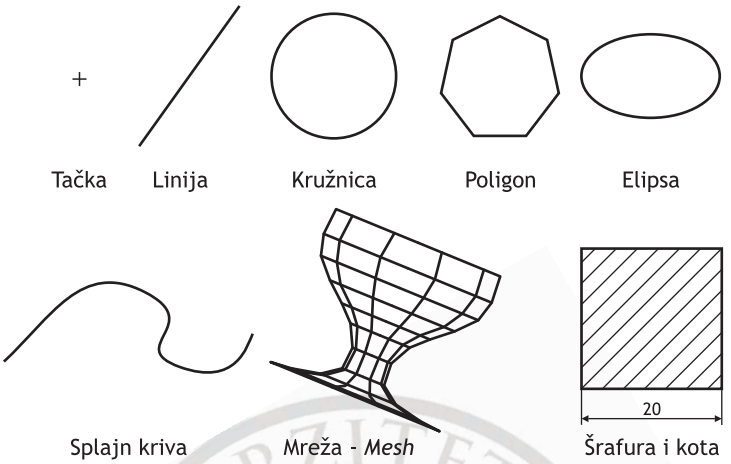
Stresna je pomisao da se prezentacija glavnog modela koristi za generisanje budućih modela za procenu i za generisanje proizvodnog informacionog sistema. U ovome je, možda, najveća slabost konvencionalne metode. Generisanje novog modela zahteva da inženjer vizuelno identifikuje potrebnu informaciju sa crteža ili dijagrama. U tome leži nedostatak. Crteži se mogu, jednostavno, pogrešno pročitati – bilo zbog nejasnoća ili greške u crtežu ili zbog ljudske greške u tumačenju. U drugim slučajevima shvatanje crteža, na primer, složenih oblika – može biti tačno, ali drugačije od drugih tumačenja istog crteža.

2.2. Računarska prezentacija crteža i dijagrama

CAD može da doprinese automatizaciji i poboljšanju postojeće tehnike, ili da obezbedi nove metode. Generacija računarskih crteža i dijagrama u velikoj meri spada u prvu kategoriju, i teži da unapredi proces dizajniranja modela i povećanjem brzine kojom dizajn može biti zastupljen i preciznošću predstavljanja. To se postiže pružajući poluautomatske elemente za takve zadatke, kao što su komentari crteža sa dimenzijama i oznake, ili za kompleksne konstrukcije, posebno olakšavajući upotrebu geometrijskih crteža koji se ponavljaju.

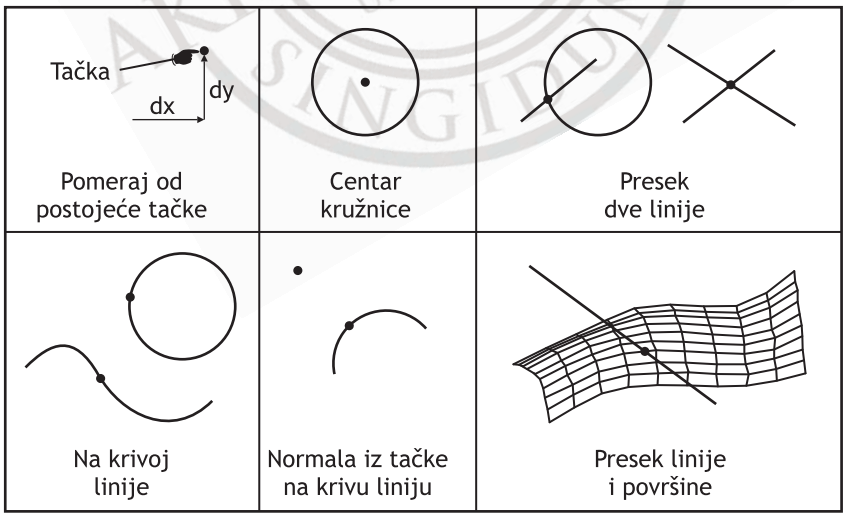
2.2.1. Crtanje uz pomoć računara

U ovoj fazi predstavljanja crteža na računaru, vodiće se računa samo o geometriji. Isti standardi će se koristiti gde god je to moguće, a crtež će biti skup tačaka, linija, lukova, konusnih sekcija i drugih krivih linija (jedan geometrijski elementi se često naziva **entitet**) organizovanih u dvodimenzionalnoj ravni. Neki primeri geometrijskih entiteta koji stoje na raspolaganju CAD sistema su prikazani na slici 2.5. Ovi entiteti će, obično, biti definisani od strane sistem u pogledu numeričkih vrednosti za koordinate tačaka ili drugih podataka. Na primer, linija može biti definisana pomoću x i y koordinata početne i krajnje (završne) tačke, a luk pomoću x i y koordinate tačke centra i poluprečnika početnog i krajnjeg ugla.



Slika 2.5. *Neki od entiteta koji su dostupni u CAD sistemima*

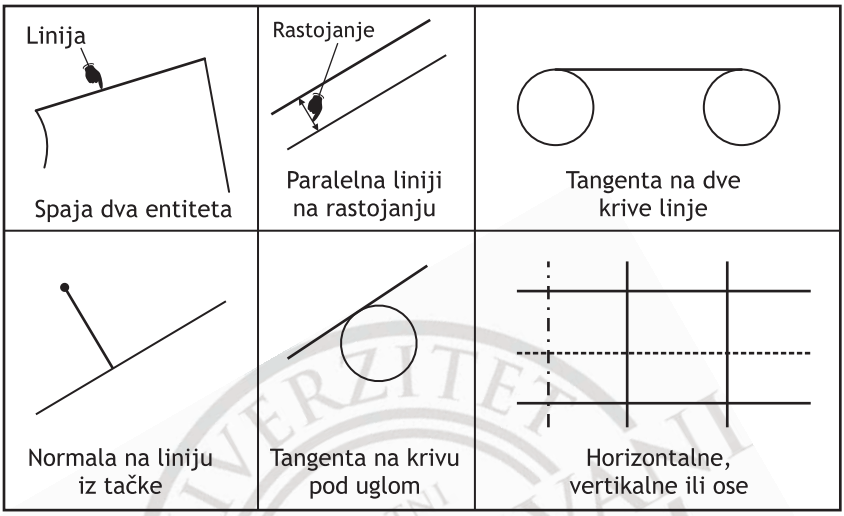
Prilikom ručnog crtanja za tablom, veličina reprezentacije je fizički ograničena veličinom papira, a time i predmeti različitih dimenzija, tako da autor mora da vrši promene razmere crteža. U CAD programima takva ograničenja ne postoje. Model je konstrusisan skupom računarskih postupaka koji generišu krive u dvodimenzionalnom $(x - y)$ koordinatnom sistemu koji je ograničen samo ograničenjem koje se odnosi na veličinu brojeva koji se efikasno čuvaju i kojima manipuliše računar (na jednom sistemu ograničenja koordinatnog sistemu su, na primer, $9\,999\,999\,\mathrm{mm}$ ili inča u bilo kom smeru, a to je znatno ispod ograničenja nametnutnog od strane računarske prezentacije podataka).



Slika 2.6. *Neke od metoda za definisanje tačke*

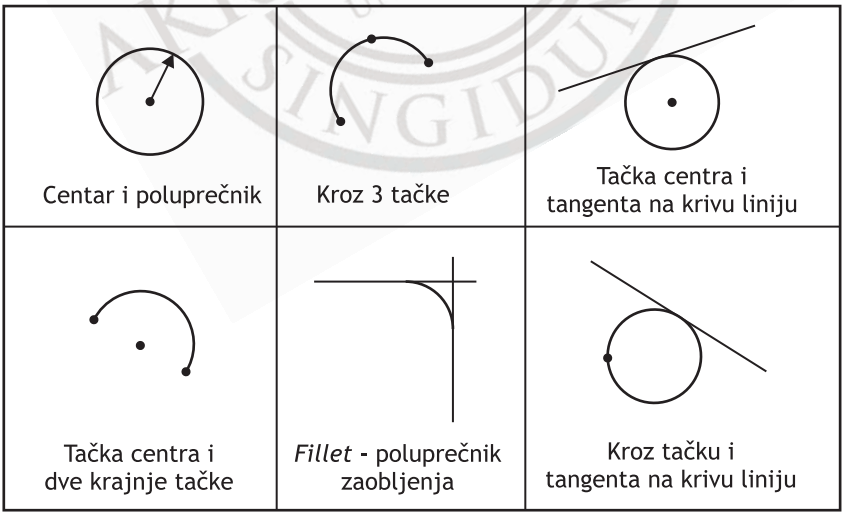
Kao posledica toga, u CAD-u, crteži treba da budu izgrađeni u *punoj veličini* (bilo da se radi o mostu ili preciznom instrumentu). To je samo kada se crtež reprodukuje na

ekranu računara ili kada je u pitanju štampani primerak, kada je skaliranje prezentacije neophodno i veoma važno.



Slika 2.7. *Neke od metoda za konstruisanje linije*

CAD, takođe, pruža dizajneru bogatstvo tehnika za definisanje geometrijskih entiteta. Ovo se možda najbolje ilustruje tipičnim primerima iz komercijalnog sistema. Slike 2.6, 2.7 i 2.8 ilustruju mali broj metoda dostupnih u jednom sistemu za definisanje tačaka, linija i lukova.



Slika 2.8. *Neke od metoda za konstruisanje luka*

Sposobnost generisanja tačaka je od izuzetne važnosti: u CAD-u model je često razvijen od mreže tačaka na osnovu kojih su izgrađeni drugi geometrijski entitet. Ove tačke

mogu biti tačke sami entiteti, ili tačke koje se odnose na druge subjekte ili preseke. Korisnik može da definiše tačku unošenjem vrednosti koordinata ili aktiviranjem levog tastera (uglavnom) miša na monitoru, unutar grafičke oblasti u CAD programu. Da bi se olakšalo definisanje, mnogi sistemi nude mogućnost za generisanje mreže pomoćnih linija (*Grid*) u konstrukcionoj ravni sistema, tako da korisnik može da upotrebljava označene pozicije, ograničene tačkama na *Grid* mreži. Druge mogućnosti su one koje omogućavaju da novi geometrijski entiteti budu konstruisani iz postojećih krivih linija, naročito mešanje rutina za generisanje radijusa (poluprečnika) zaobljenja, kao što je prikazano na slici 2.8.

Pošto geometrija komponenata može biti precizno definisana i crteži se mogu raditi u punoj veličini, rizik od greške u kreiranju i ispitivanju crteža kreiranih na računaru je znantno manji, nego kada se crtež kreira ručno.

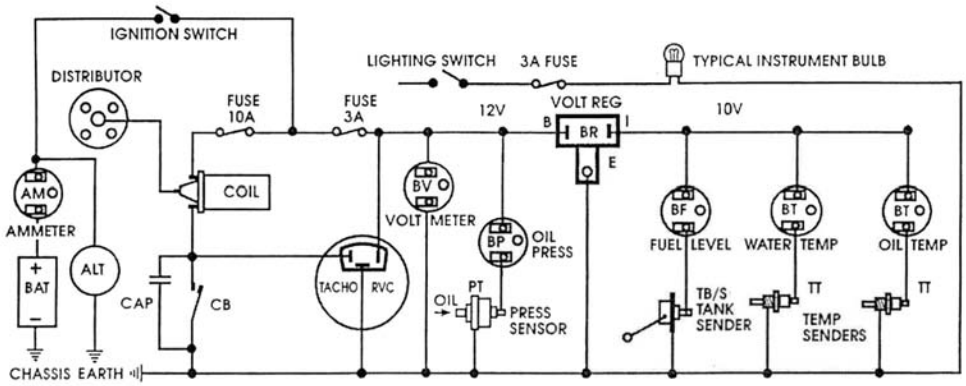
2.2.2. Kreiranje šematskih crteža uz pomoć računara

Računarsko crtanje šematskih crteža uključuje računar kao asistenta u proizvodnji dijagrama i šema. Treba napomenuti da šematski crteži kreirani uz pomoć računara su isti kao i ručno crtani i predstavlja skup linija i lukova. U ovom slučaju, medjutim, linije i lukovi su grupisani u **simbole** i **veze**, a korisnik konstruiše osnovni dijagram postavljanjem simbola u poziciju u okviru dvodimenzionalnog prostora, a zatim povezuje simbole nizom linija koje predstavljaju veze.

Mnogi sistemi za crtanje imaju mogućnost da grupišu zajedno kolekciju entiteta u `super-entit`, koja može biti poznat kao **obrazac**, **šablon** ili **simbol**. Oni, takođe, mogu da crtaju seriju povezanih linija (možda se zovu **polilinije** - *polyline*), možda ograničene da budu paralelne sa `x` i `y` osama koordinatnog sistema. Dijagram može, na primer, biti izgrađen kao niz obrazaca povezanih polilinija. Takvi sistemi su korisni za crtanje šematskih dijagrama (štampanih kola), ali ne sadrže eksplicitne informacije u bazi podataka u vezi sa simbolima povezanim polilinijama ili sa dostupnim vezama na dati simbol. Za takve objekte moraju se pogledati sistemi koji su eksplicitno posvećeni proizvodnji šematskih dijagrama. Takvi sistemi često su deo računarskog inženjering objekata za definisanje, simulaciju i proizvodnju elektronskih uređaja i opreme.

U sistemima posvećenim računarski šemama, osnovni sistemski gradivni blokovi će biti simboli koji su eksplicitno definisani da imaju spojne tačke, i konektore koji izgrađuju veze tačke na jednom simbolu do jednog ili više drugih simbola, ili na druge konektore. Onda je moguće izvući iz dijagrama listu simbola (tj. one uređaje koje predstavljaju) i način na koji su povezane. Takvo predstavljanje se može koristiti za identifikaciju neiskorišćenih spojnih tačaka simbola i neuspešnih veza. Osim toga, ulaz i izlaz šematskog dijagrama mogu biti oblikovani, a zatim jedan šema može da se koristi za modelovanje strukture uređaja koji je predstavljen simbolom.

Slika 2.9 pokazuje dijagram nacrtan koristeći program za iscratavanje šema, koji će se, najpre, pokazati na monitoru računara. U disciplinama kao što su dizajniranje (projektovanje) integrisanih kola, cela hijerarhija dijagrama može se koristiti kao blok dijagram na najvišem nivou, na dole do zastupljenosti na najnižem nivuo. Sposobnost da se zastupa takva vrsta dizajna je velika vrednost u dizajnu od najvišeg ka najnižem nivou.

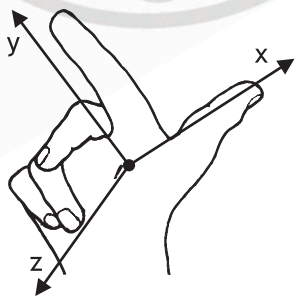


Slika 2.9. *Generisana šema pomoću računara*

2.3. Trodimenzionalno modelovanje šema

Postoje neka ograničenja po pitanju ortogonalnih projekcija, kao sredstva predstavljanja inženjerske geometrije. Kao posledica tih ograničenja, različite metode su razvijene za predstavljanje geometrije pomoću šema koje se ne oslanjaju na projekcije u ravanskom prostoru. Ove šeme uključuju izgradnju jedinstvenog predstavljanja komponenti geometrije u **trodimenzionalnom prostoru**. Ako se koristi samo jedna prezentacija, mogućnost da se pojavi neka greška je mnogo veća nego kada se koristi sistem sa više pogleda na isti model.

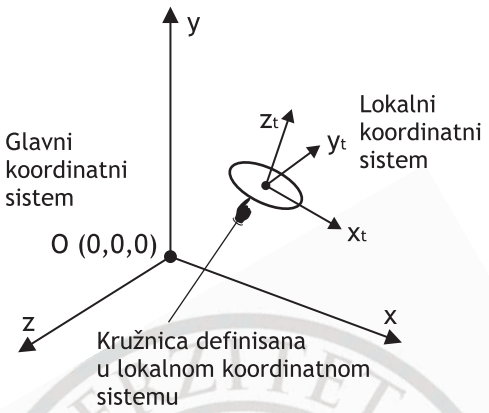
Metode koje su razvijene za trodimenzionalno modelovanje podrazumevaju predstavljanje geometrije kao skup linija i drugih krivih, ili površina ili solida (krutih tela) u prostoru. Trodimenzionalni (3D) modeli su konstruisani u 3D prostoru - obično u **desnom Dekartovom koordinatnom sistemu**, kao što je prikazano na slici 2.10.



Slika 2.10. *Desni koordinatni sistem*

Normalno, postoji fiksni koordinatni sistem koji se koristi za opšte definicije modela - i obično se naziva **globalni koordinatni sistem - GKS** (*Global Coordinate System - GCS*) - i pored toga, pokretni **radni koordinatni sistem - RKS** (*Work Coordinate System - WCS*), mogu se koristiti da pomognu u izgradnji modela. Na primer, definicija luka ili

konusnog dela krive je moguće pomoću koordinatnog sistem PKS čija je $x - y$ ravan paralelna ravni krive, kao što je prikazano na slici 2.11.



Slika 2.11. *Upotreba lokalnog koordinatnog sistema*

Geometrijski entiteti su, obično, **primeri** geometrijskih oblika poznatih kao **primitivi**, za koje su dimenzije i orijentacija **jednovremeno** određeni za svaki entitet u prezentaciji. Na primer, primitiv može biti luk kružnice, dimenzije koje bi jednovremeno kao partikularna vrednost poluprečnika, početnog i krajnjeg ugla i prostorne orijentacije u datom slučaju.

2.3.1. "Žičana" geometrija

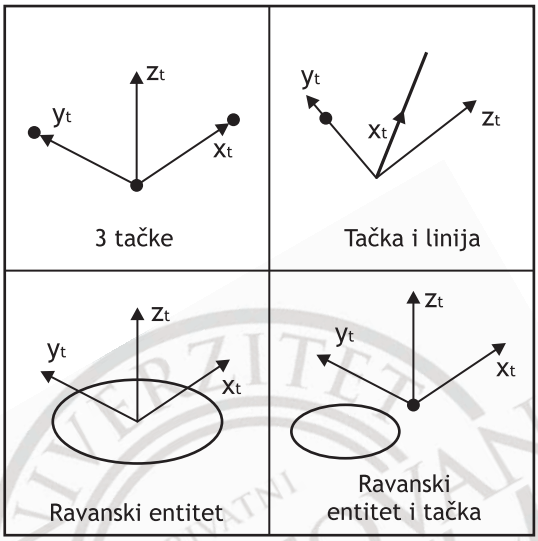
Prva od 3D šema i računarski najjednostavnija je šema prikazivanja modela kao žičanog modela. U ovoj geometriji model se definiše kao niz linija i krivih koje predstavljaju ivice (stranice). Ime šeme nastaje od izgleda modela koji kao da je napravljen od žice kada se gleda na računarskom monitoru ili na štampanom primerku.

Prezentacija žičanog modela može se smatrati kao ekstenzija (produženje) u treću dimenziju tehnike koje se koriste za crtanje. Subjekti koji se koriste su uglavnom isti kao oni koje se koriste za crtanje, iako upisani podaci za definisanje entiteta moraju biti prošireni. Za tačke i linije to jednostavno znači dodavanje z vrednosti u podatke o koordinatama, ali za lukove i druge ravanske krive, ravan u kojoj leže krive treba da bude definisana. To može da uključi, na primer, referenciranje GKS (`WCS`) u kojem je luk definisan.

Konstrukcione tehnike koje se koriste za definisanje žičane geometrije koja je slična onima za crtanje, ali sa određenim produženjima. Ono što je već pomenuto je korišćenje pokretnog koordinantnog sistema, i uopšte broj načina definisanja GKS-a od postojećih tačaka ili od postojećih koordinatnih sistema. Neki primeri primene metoda koje nudi jedan CAD sistem prikazane su na slici 2.12.

U prvoj metodi, koordinatni početak i x osa koordinatnog sistema definisani su sa dve tačke. Osa y definisan je od strane treće tačke. U definiciji linije i tačke, krajnje tačke linije definišu koordinatni početak i x osu, a y osu ponovo definiše tačka. U definiciji ravanskog entiteta, centar i položaj entiteta na $0°$ definišu koordinatni početak i x osu. Osa y se nalazi pod uglom od $90°$ u odnosu na definisanu x osu. Poslednji metod je isti,

osim što je koordinatni početak pomeren u odnosu na tačku. Kada se poveže sa GKS-om (WCS) dolazi se do koncepta radne ravni i radne dubine.



Slika 2.12. *Metode za definisanje lokalnih koordinatnih sistema*

Često se ravanski entiteti, kao što su lukovi ili konični preseci, konstruišu u ravni (radnoj ravni) koja je paralelna $x - y$ ravni GKS-a (WCS) na vrednosti z ose koja je jednaka vrednosti radne dubine. Radna ravan se, takođe, koristi za projektovanje preseka i tačaka; često je korisno videti zamišljenu tačku preseka duž z ose, čak i ako se objekti u prostoru ne presecaju. U takvim slučajevima presečne tačke se projektuju na radnu ravan, kao što je to prikazano na slici 2.13.

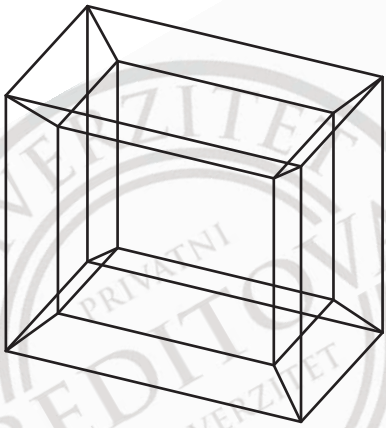


Slika 2.13. *Projektovanje preseka entiteta*

Šema sa žičanim prikazivanjem je relativno jednostavna za korišćenje, a najviše je ekonomična za 3D programe u smislu zahteva oko vremena i računarske memorije. Šema je

posebno korisna za preliminarni raspored rada, za rešavanje nekih geometrijskih problema i za utvrđivanje ukupnih prostornih odnosa dizajna. Može biti korisna u nekim slučajevima gde zahteva dinamična manipulacija ekrana ili modela (na primer, u animaciji kretanja mehanizma), ali eksponati imaju ozbiljne nedostatke ako se koriste kao modeli u inženjeringu. Ovo uključuje:

- `Dvosmislenost u prezentaciji (neshvatljivi objekti)`. Klasičan primer, u tom smislu, je blok sa ukošenim ivicama lica i sa centralnom rupom, kao što je prikazano na slici 2.14. Da li je to rupa od napred ka nazad, od vrha do dna ili sa leva na desno?



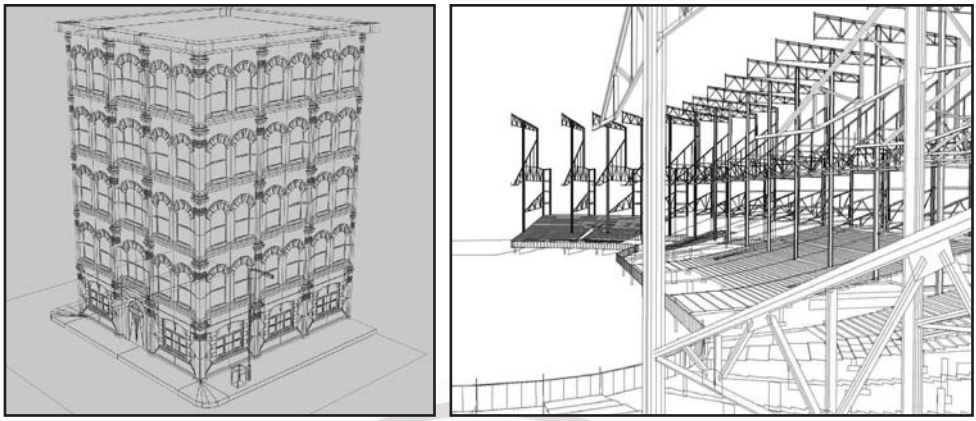
Slika 2.14. *Dvosmislenost žičanog modela*

- `Nedostaci slikovitog predstavljanja`. Paralelne projekcije mogu orijentaciju modela da teško interpretiraju - recimo, nije moguće reći koji je ćošak bloka na slici 2.14 najbliži posmatraču. Složene modele teško je interpretirati (na primer, zgrada ili stadion prikazani na slici 2.15), i ne dozvoljavaju automatsko prikazivanje sa uklonjenim "nevidljivih" linija, kao što je to slučaj sa skicom stadiona na slici 2.15. Neke ivice (na primer, cilindra ili valjka) ne mogu biti normalno generisane. Neka poboljšanja se mogu dobiti primenom tehnike **dubinskog prikazivanja** u kojoj se linije dalje od posmatrača prikazuju manje intenzivno, kako bi formirale utisak dubine.

- Ograničena sposobnost da se izračunaju mehaničke osobine ili geometrijski preseci.

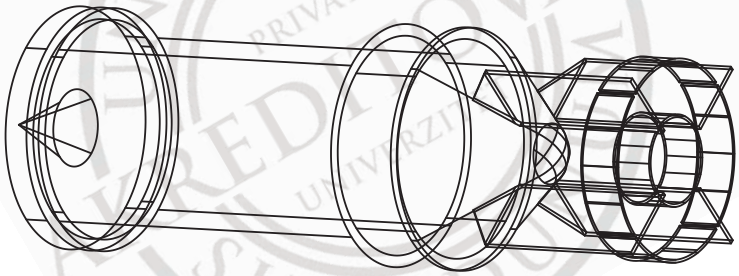
- Žičani modeli su ograničavajući faktori da se takvi modeli koriste kao osnov za proizvodnju i analizu.

Dve vrste oblika za koje je zadovoljavajuće prikazivanje žičanim modelom su oni oblici koji se definišu projektovanjem ravanskog profila duž pripadajuće normale ili rotiranjem ravanskog profila oko odgovarajuće ose. Komponente od metalnih limova ili one isečene iz ploča, često spadaju u prvu kategoriju. Takvi oblici nisu dvodimenzionalni, ali im i nisu potrebni sofisticirani 3D programi za svoje predstavljanje.



Slika 2.15. *Uklanjanje "nevidljivih" linija i naglašavanje dubine*

Kao posledica toga, takve "srednje" prezentacije, koje se često nazivaju "dvo-i-po-dimenzionalne" ili $2.5\mathrm{D}$, su razvijene i mogu se smatrati podskupom žičanih modela. Primer oblika koji je konstruisan upotrebom $2.5\mathrm{D}$ modelovanja je prikazan na slici 2.16.

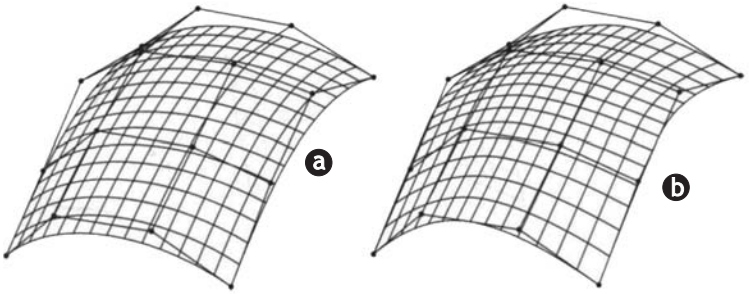


Slika 2.16. *2.5D model aviobombe*

2.3.2. Prezentacija površina

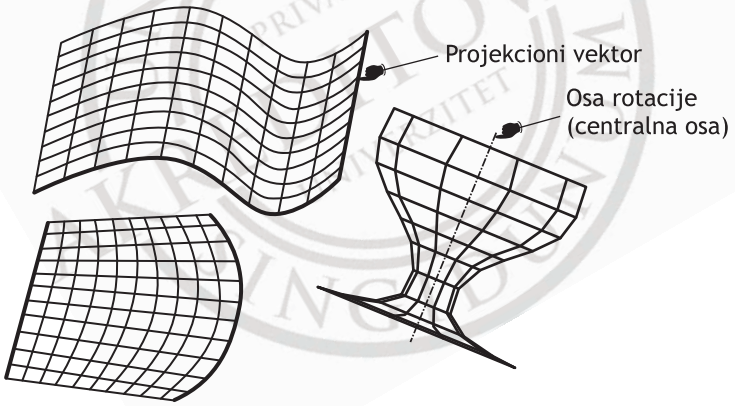
Mnoge nejasnoće po pitanju žičanih modela su prevaziđene pomoću druge od ukupno tri glavne 3D šeme prezentovanja - modelovanje površina. Kao što naziv implicira, ova šema uključuje predstavljanje modela specificiranjem neke ili svih površina na komponenti. Još jednom treba pomenuti da prezentacija generalno podrazumeva niz geometrijskih entiteta, gde svaka površina formira jedinstveni entitet. Većina osnovnih površina je tipa ravni, koja može biti definisana na više načina, uključujući dve paralelne linije, tri tačke ili preko linije i tačke. Ostale definicije površine uglavnom spadaju u jednu od tri glavne kategorije. U prvoj kategoriji, površine su "opremljene" podacima niza tačaka, koje se nazivaju **kontrolne tačke**, i površina se generiše bilo da prođe kroz tačke ili da se vrši interpolacija između tačaka. Druga kategorija obuhvata površine koje se zasnivaju krivim linijama – površine se mogu zamisliti kao formiranje kože po obodu žičanog skeleta. U trećoj i konačnoj kategoriji, površine se definišu kao elementi za interpolaciju između ostalih površina, na primer u kreiranju prelaza (stapanja) između jedne površine u drugu.

Slika 2.17 prikazuje primere površina iz prve kategorije, koje interpoliraju pravougaone nizove kontrolnih tačaka. Posebna površina je prikazana na slici 2.17a koja je poznata kao Bezjeova (*Bézier*) površina, a na slici 2.17b prikazana je kvadratna B-splajn površina, o kojoj će biti kasnije reči.



Slika 2.17. *Primeri površina definisanih pomoću tačaka*

Slika 2.18 prikazuje primere površina iz druge kategorije koje su definisane pomoću jedne ili više krivih linija.

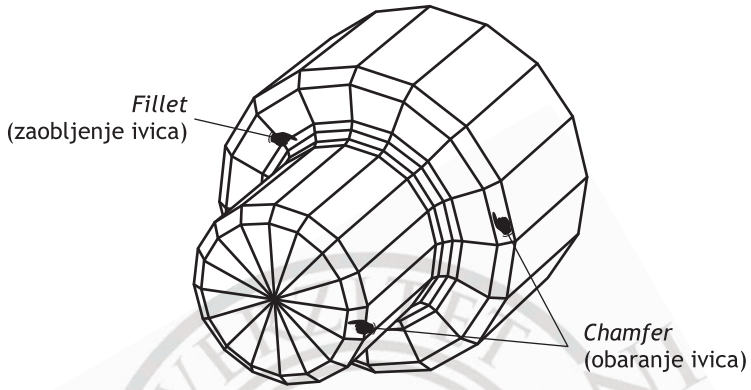


Slika 2.18. *Površine druge kategorije*

Slika 2.19 prikazuje primere površina iz treće kategorije, koje vrše interpolaciju između površine. Ova kategorija može uključiti *Chamfer* površine (površine koje simuliraju obaranje ivica), ali u velikoj meri sastoji se od *fillet* površina (površine koje simuliraju zaobljenje ivica), koje se analogne luku zaobljenja prilikom konstrukcije krive linije, a koje su definisane kao površine za povezivanje dve druge površine kroz glatku tranziciju. Površine za zaobljenje mogu se posmatrati kao kotrljanje sfere (lopte) duž preseka između dve površine. Površine zaobljenja su obično stalnog ili manje promenljivog poluprečnika zakrivljenosti. Površina zaobljenja i površine za obaranje ivica su prikazane na slici 2.19.

Svaka od tri kategorije iznad opisuje način na koji je površina **definisana**. Osnovne matematičke osnove površine, kao i način na koji se čuva u sistemu, mogu, u stvari, biti iste za površine definisane na različite načine. Tako, u određenom sistemu, površina zakrivljenja

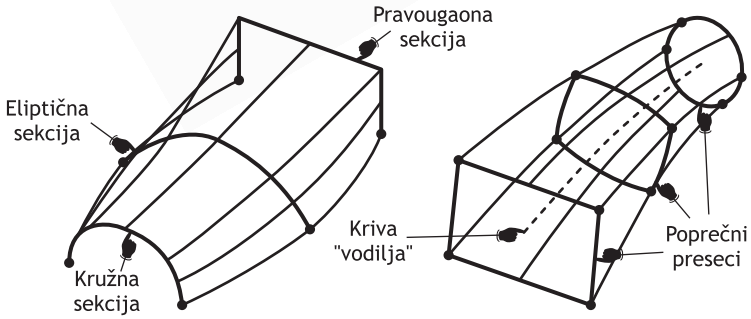
(zaobljenja), površina definisana krivom linijom i mrežom i površina koja se interpolira kroz mrežu zamišljenih tačaka, mogu biti upisane na isti način. Realni sistemi često dozvoljavaju **kompozitne** površine, koje obuhvataju određeni broj elementarnih površina spojenih tako da se pojavljuju u sistemu kao jedna površina.



Slika 2.19. *Primer površine definisane pomoću druge površine*

U principu, realni primerci su predstavljeni upotrebom površinske geometrije koja se "sklapa" pomoću površinskih zakrpa. Kompletno telo automobila, na primer, može da zahteva nekoliko stotina zakrpa. Kao što je rečeno, postoji određen broj različitih metoda za definisanje predmeta sa više površina unutar komercijalnih sistema. To uključuje:

- Da bi se na početku radilo sa krivolinijskim presecima u određenim ravnima, nije neophodno da se sve to odvija u paralelnim ravnima. Sistem **meša** ili **prekriva** preseke formirajući glatke površine, ili koristeći odgovorajuće linije kao putanje za specifične vektore ili stapanjem oblika jedan u drugi, duž odgovorajuće putanje. Gore pomenuti primeri, koje nude komercijalni CAD/CAM sistemi, mogu da se vide na slici 2.20. Treba napomenuti da prikazane površine u ovim slučajevima često obuhvataju više povezanih površinskih zakrpa.

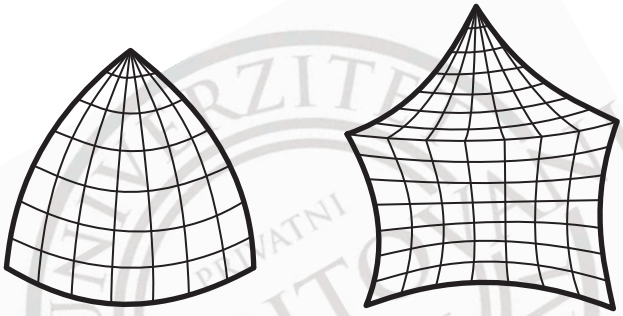


Slika 2.20. *Promena oblika modela stapanjem poprečnih preseka*

- Uspostavljanje niza tačaka u prostoru, kroz koje se prilagođavaju dve grupe ukrštenih krivih linija i kriraju preseke u tim tačkama, da se formirala krivolinijska mreža.

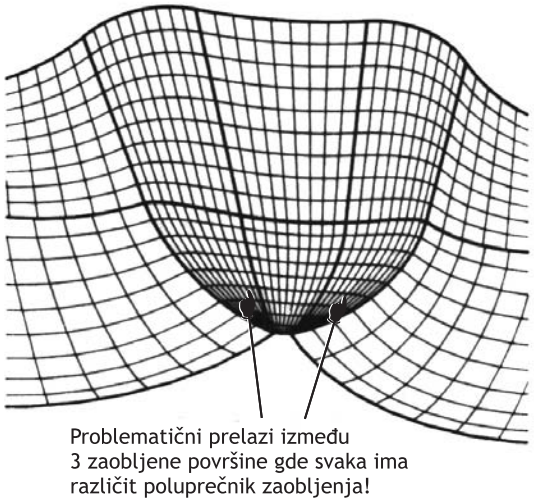
- Direktno postavljanje površine kroz tačke bez generisanja srednjih interpolacionih krivih linija. Površine prikazane na slici 2.17 obično se koriste za ovu svrhu.

Šema modelovanja površina se posebno široko primenjuje u onim inženjerskim oblastima gde se koriste površine različite glatkoće - na primer, u brodogradnji i proizvodnji aviona. U tim industrijama, složeni oblici su tradicionalno definisani pomoću procesa poznat kao *lofting*, u kojem se niz preseka meša (stapa) sa strane glatkim krivama, često izvučenim uz pomoć tankih, savitljivih metalnih ili drvenih traka poznatim kao *spline*. "Težinski koeficijenti" tačaka se često koriste da se fiksiraju tačke kroz koje splajn kriva mora da prođe, dok u drugim slučajevima trake se fiksiraju u drvenim šablonima koji predstavljaju preseke.



Slika 2.21. *Trostrane i petostrane zakrpe*

Konačno, postoje određene geometrijske površine koje je teško da predstavljati pomoću trenutnih šema modelovanja površina. Kao što je napomenuto, mnogi rani sistemi nisu u stanju da predstavljaju ograničene ili trimovane površine i neke površine oblika još uvek predstavljaju teškoću za trenutnu generaciju programa za modelovanje.



Slika 2.22. *Površinske zakrpe na modelu točka automobila*

Površine prikazane na slikama od 2.17 do 2.19 spadaju u generičku kategorija četvorougaonih zakrpa. Oblici koji se ne mogu lako opisati pomoću takvih formi (oblika) – na primer, trostrana ili petostrana zakrpa (slika 2.21) – mogu biti teški za predstavljanje, iako se sistemi stalo unapređuju po tom pitanju.

Dobar primer u tom pogledu je spajanje tri zaobljene površine sa različitim vrednostima poluprečnika zaobljenja, koji je "problematičan" u uglu. Slika 2.22 pokazuje ovaj slučaj. Pri konvencionalnom kreiranju šablona mogu jednostavno da se kreiraju pomoću gline u unutrašnjosti drvenih modela. Za mnoge CAD sisteme kreiranje ovakvih površina bilo bi naporno za gradnju i bilo bi teško da se obezbedi tangentnost između susednih površina.

2.3.3. Modelovanje solida (krutih tela)

Do sada su razmatrane geometrijske predstave objekata koji su u suštini parcijalni modeli – dvodimenzionalne projekcije ivice oblika ili trodimenzionalni prikaz ivica i površina. U svakom slučcaju, forma solida se mora zaključiti iz modela. Za mnoge inženjerske potrebe ove predstave su zadovoljavajuće, ali povećana tražnja za primenom računarske inženjerske analize, ili generisanje proizvodnog informacionog sistema, znači da bi idealno predstavljanje trebalo da bude što potpunije. Osim toga, potpunije predstavljanje smanjuje zahtev za ljudskom transkripcijom (prevođenjem) između modela, a time se i smanjuje rizik od grešaka u transkripciji. Tehnike **modelovanja solida** su razvijene sa ciljem pružanja takve prezentacije, sa nekim uspehom, što da je sada izbor za predstavljanje najsavremenijih CAD aplikacija.

Modelovanje solida je prirodni nastavak upotrebe "jednodimenzionalnih" entiteta (krivih) ili "dvodimenzionalnih" entiteta (površina), na modelovanje oblika pomoću trodimenzionalne materije. Šema za uspešno zastupanje solida treba da bude:

- potpun i nedvosmislen;
- odgovarajući za svet inženjerskih objekata;
- praktičan za upotrebu sa postojećim računarima.

Očigledno je da žičani model i model pomoću površina "padaju" na prvom od ovih uslova. Mnoge su predložene metode za modelovanje solida, od kojih nijedna još uvek u potpunosti nije zadovoljavajuća, ali dve su delimično uspešne, pa sukcesivno dominiraju razvojem praktičnih sistema. Reč je konstruktivnom pristupu i tu spadaju tehnike **geometrije krutih tela (CSG)** i **granične prezentacije**. O geometriji krutih tela biće više reči u narednoj glavi.

2.3.4. Granične prezentacije

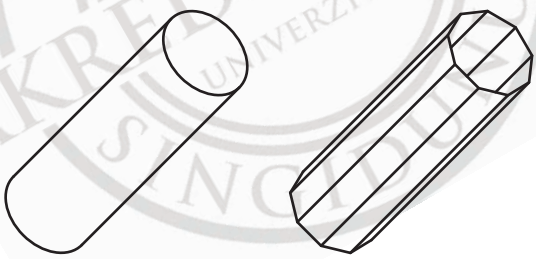
Površinski modeli ne sadrže informacije o vezama između površina, niti o tome koji deo objekta je solid. Ako se dodaju informacije o vezama između površina (koje će se ovde zvati **strane**), i ako se, kao dodatak, identifikuju strane solida, onda se formiraju elementi neophodni za drugi glavni pristup modelovanju solida – šeme prezentovanja granica ili šeme granične prezentacije. Realni sistemi idu dalje od toga i uključuju metode za proveru

topološke konzistentnosti (doslednosti) modela (odnosno da nema dodatnih ili nestalih strana ili veza), kao i da modeli nemaju geometrijske anomalije. Topološka doslednost je delom postignuta pomoću strukture podataka koja je povezana sa stranama lica (uz odgovarajuće međusobnih odnosa) sa njihovim graničnim ivicama, koje su opet povezane sa njihovim graničnim čvorovima (krajnje tačke) u uniformnoj strukturi. Geometrijska konzistentnost se, takođe, postiže obezbeđivanjem da model definiše granice "razumnih" solida, u kojima:

- strane modela ne seku jedne druge, osim na zajedničkim temenima i ivicama (ostale varijante ne dolaze u obzir);
- granice strana su jednostavne petlje ivica koje se seku međusobno;
- skup strana modela formiraju kompletan oblik model bez delova koji nedostaju ili bez delova koje su očigledan višak.

Treći uslov onemogućava kreiranje "otvorenog" objekta. Prva dva uslova onemogućavaju samopresecanje objekata i obezbeđuju da strane graničnih površina solida ispunjavaju ono što je poznato u matematici kao izraz "višestruk", gde svaka tačka na površini ima puno u susedstvu drugih dvodimenzionalnih tačaka na površini.

Najjednostavniji oblik graničnih modela je onaj koji predstavlja sve strane kao ravne (spljoštene) površine. Zakrivljene površine ili modeli, kao što je valjak (cilindar), predstavljene su kao niz ravnih površina, kao što je prikazano na slici 2.23.

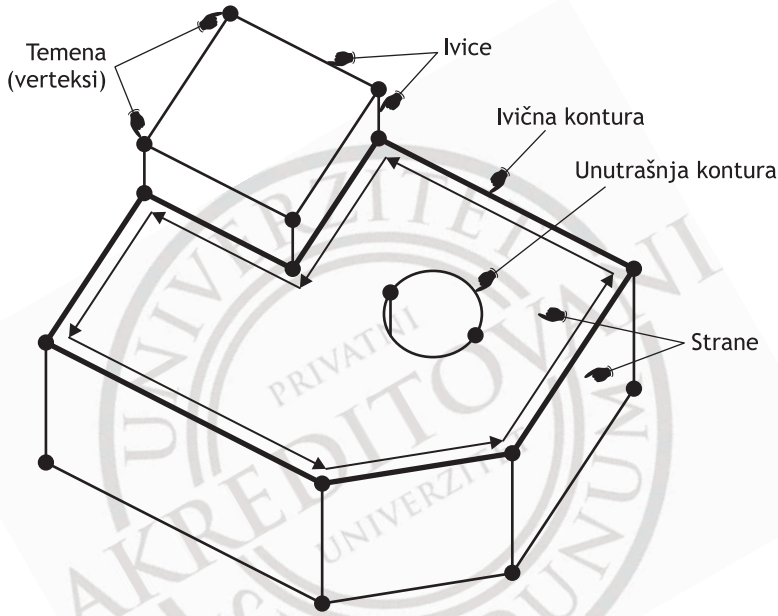


Slika 2.23. *Predstavljanje zakrivljenih površina ravnim stranama*

Ovakva prezentacija je poznata kao **poliedarski** model i ovakav model je računarski relativno jednostavan. Zbog jednostavnosti performanse rada sa ovim modelima su odlične, imaju dosta prednosti koje omogućavaju široku primenu u paketima za vizuelizaciju, igricama, simulatorima letenja i slično. Ovakav pristup je, međutim, jasno ograničen u meri u kojoj model može "realno" da prikaže oblike kao što su inženjerske komponente. Ovo zahteva sposobnost da model može uopšte da barata zakrivljenim površinama.

Raniji programi za modelovanje su često bili ograničeni na kvadratne površine kao što su valjci (cilindri), kupe i lopte (sfere), delimično zbog lakšeg izračunavanja i prikazivanje međusobnog preseka, iako noviji programi imaju uključene besplatne dodatke koji olakšavaju rad sa površinama. Strane takvih graničnih modela predstavljene su efektivno kao trimovane površine, omeđene spoljašnjim i unutrašnjim petljama ivica, kao što je prikazano na slici 2.24.

Za razliku od geometrije krutih tela (CSG), granični modeli skladište informacije o stranama i ivicama modela eksplicitno u odgovarajućoj formi. Ovo poboljšava performanse ove metode, jer za neke primene na modelu informacije mogu se izdvojiti direktno iz struktura podataka. Takve aplikacije uključuju generisanje slike modela za gledanje, kao i obračun površina modela – jednostavno kao zbir površina svake strane. Mana ovakve prezentacije je u tome da je smeštena količina podataka relativno velika, a samim tim prezentacije graničnih modela imaju tendenciju da zahtevaju velike datoteka sa podacima.



Slika 2.24. *Granični elementi prikazanog modela*

2.4. Umesto zaključka

U ovoj glavi objašnjeno je konvencionalno predstavljanje inženjerskih proizvoda kroz korišćenje dijagrama i crteža, koji uglavnom modeluju oblik, odnosno strukturu proizvoda. Afirmisani standardi i konvencije definišu način na koji bi trebalo da se crteži i dijagrami grade, i definišu upotrebu simboličke prezentacije i druge skraćene notacije za njihovu efikasnu proizvodnju.

Prvi način na koji se računarski podržano projektovanje koristi u modelovanju je da se dozvoli efikasnije korišćenje konvencionalne predstave: da smanji rizik od greške – u kreiranju i korišćenu crteža i dijagrama. Drugi način je kroz korišćenje nove tehnike za predstavljanje trodimenzionalnih oblika komponenti. U ovome, prevladavaju tri tehnike:

- prezentacija pomoću žičanih modela, u kojoj je zastupljena geometrija komponenti uglavnom kao kolekcija krivih linija;

- prezentacija pomoću površina, u kojoj je predstavljena geometrija komponenti kao zbirka površina, često vezana za žičani okvir;
- modelovanje solida, u kojoj je komponenta zastupljena ili kao skup teorijskih kombinacija geometrijskih primitiva, ili kao skup strana, ivica i čvorova koji definišu granice dela.

Očigledan je porast hibridnih sistema koji nude razne geometrijske prezentacije i to postaje norma za CAD pakete. Sve više se vidi trodimenzionalni model kao centralni doprinos integraciji dizajna i proizvodnih objekata u okviru kompanija.



Slika 2.25. *Modeli motocikala urađeni u programu Autodesk 3ds Max*

Glava 3

Geometrijsko modelovanje

Modeli se koriste za prikazivanje realnih ili apstraktnih objekata i pojava. Izrada modela nema za cilj samo stvaranje slike, nego i prikazivanje njihove strukture ili svojstava (osobina). **Model je apstrakcija objekta** (pojednostavljen opis objekta), jer sadrži samo podatke koji su važni za analizu. Model može biti **matematički**, **geometrijski** ili **eksperimentalni**. Modeli se koriste u prirodnim i društvenim naukama, u tehnici i matematici. Oni omogućavaju simulacije, analizu, ispitivanja i otkrivanje svojstava objekta koji je modelovan, ali i oni olakšavaju shvatanje uzajamnog dejstva brojnih komponenti složenih sklopova, kao i predviđanje efekata pri variranju određenih ulaznih parametara. U mnogim slučajevima je jednostavnije i jeftinije (a često i jedino moguće) eksperimentisati modelima, umesto sa stvarnim situacijama.

Modelovanje pomoću računara zamenilo je mnoge tradicionalne tehnike, kao što su pravljenje maketa i ispitivanja u aerodinamičkim tunelima, i slično. Od pre tridesetak godina naovamo, ubrzano se razvijaju programi za 3D modelovanje primenljivi u industrijskom dizajnu, nauci, za potrebe medija, kao i za vizuelizaciju u projektovanju. Usavršavanjem 3D grafičkih kartica, zahtevna grafika postala je dostupna svakom pojedincu na personalnom računaru.

Geometrijsko modelovanje je sastavni dio modelovanja pomoću računara. Geometrijski model prikazuje one objekte čija geometrijska svojstva prirodno traže grafičku prezentaciju. Sastoji se od geometrijskih oblika i izvedeni su geometrijskim transformacijama. Većina CAD programa pruža mogućnost izrade geometrijskih modela, a većina radi i na personalnim računarima. Najzastupljeniji su CAD programi opšte namene, a razrađeni su posebni dodaci za specifičnu primenu. Najpoznatiji među njima su: **AutoCAD**, **3DS MAX**, **ProEngineer**, **SolidWorks** i **Inventor**. U upotrebi je i program **CorelDRAW**, mada on ne spada u CAD programe.

3.1. Poligonalna prezentacija 3D objekata

Mnoge grafičke aplikacije su u stanju da generišu uglađene, tj. glatke krive i površi. Razni objekti u realnom svetu su glatki i "ispeglani", tako da i računarska grafika mora da ima to u vidu kada se modelira realni svet i okruženje. Razni simboli, tehnički crteži, prikazivanje

podataka i skice sadrže u sebi glatke krive i površi. Na primer, i putanja kamere prilikom kreiranja animacione sekvence predstavlja glatku krivu liniju, bez "lomova".

Potreba za prikazivanjem krivih i površi pojavljuje se u dva slučaja: prilikom modelovanja postojećih objekata (kola, lice, planine i slično) i kada se radi o modelovanju "od nule", kada ne postoji realan objekat za ugled. U prvom slučaju možda neće biti dostupan matematički opis željenog objekta. Naravno, korisnik može da koristi koordinate beskonačno mnogo tačaka koje pripadaju objektu i da objekat prikaže uz pomoć tačaka, ali može da se pojavi problem sa memorijom kod računara. Bolje rešenje je da se delovi objekta aproksimiraju delovima ravni, sfera ili drugih oblika za koje postoji matematički opis, tako da se broj tačaka na modelu približava broju tačaka na realnom objektu.

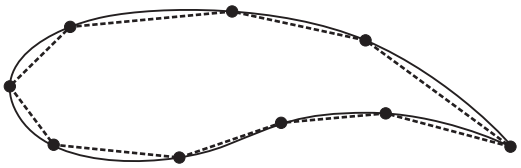
U drugom slučaju, kada ne postoji objekat za ugled, korisnik pravi objekat u procesu modelovanja. Model je precizno definisan, jer korisnik kreira bazu podataka od samog početka. Kreiranje objekta se svodi na interaktivno oblikovanje modela, na matematičko opisivanje ili na aproksimativne opise koje će da "iskoristi" neki program. U CAD programu, računarska prezentacija se koristi za kasniju realizaciju fizičkog objekta.

Poligonalna mreža predstavlja skup ravanskih površi čije su granice odgovarajući poligoni. Ovo je uobičajena stvar kada je reč o pravougonim objektima kao što su kutije, sobe, stolovi i slično. Poligonalna mreža može da se koristi (manje efikasno) i za prikazivanje zakrivljenih površina ili objekata (slika 3.1). Vrlo često se to svede na aproksimativne prikaze.



Slika 3.1. *3D objekat predstavljen poligonima*

Na slici 3.2 prikazan je poprečni presek zakrivljene površine (u ovom slučaju reč je o krilu čiji je poprečni presek aeroprofil), koja je prikazana uz pomoć poligonalne mreže. Vidljive su greške i odstupanja od glatke krive, ali korisnik to može da "ispravi" povećanjem broja poligona. Povećanjem broja poligona povećavaju se zahtevi po pitanju memorije, kao i po pitanju vremena kako bi se kreirala i vizuelizovala prezentacija datog objekta.



Slika 3.2. *Presek 3D objekta predstavljen poligonima*

Treba napomenuti da se povećavanjem prikaza slike, pojavljuje još očiglednija razlika između glatke površine (krive) i poligonalne mreže.

3.1.1. Predstavljanje poligonalne mreže

Poligonalna mreža predstavlja skup ivica (stranica), temena (verteksa) i poligona koji su spojeni tako da svaku ivicu dele najmanje dva poligona. Ivica spaja dva temena i poligon predstavlja zatvorenu konturu sastavljenu od ivica. Kako najmanje dva poligona "dele" jednu ivicu, tako najmanje dve ivice "dele" jedno teme. Poligonalna mreža može da bude predstavljena na različite načine, gde svaki način predstavljanja ima svoje prednosti, kao i nedostatke. Dva zahteva, prostor i vreme, odlučuju koji je način predstavljanja pogodniji u datom slučaju. Tipične operacije na poligonalnim mrežama uključuju pronalaženje svih ivica koje su "u vezi" sa datim temenom, pronalaženjem poligona koji "dele" ivicu ili teme, pronalaženjem temena koji su povezani jednom ivicom, pronalaženjem svih ivica jednog poligona, prikazivanjem mreže i identifikovanjem grešaka u prezentaciji.

Ovde će se spomenuti tri načina za predstavljanje poligonalne mreže: eksplicitni, pomoću liste temena i pomoću liste ivica ili stranica.

Kada je reč o **eksplicitnoj** prezentaciji, svaki poligon je predstavljen listom koordinata temena:

$$P = [(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \ldots (x_n, y_n, z_n)]$$

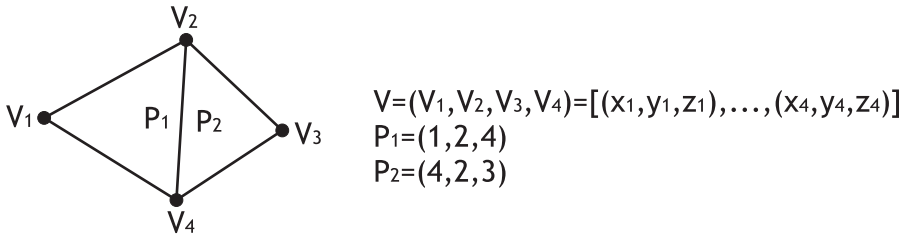
Temena su poređana po redosledu kojim se pojavljuju kada se "obilazi" oko poligona. Na ovaj način su definisane i stranice, jer temena su krajnje tačke stranica. Treba napomenuti da se podrazumeva da jedna stranica sadrži koordinate poslednjeg i prvog temena.

Ako korisnik hoće da prikaže poligonalnu mrežu kao skup ispunjenih (u boji) poligona, onda treba transformisati svako teme i svaku stranicu kako bi poligoni mreže bili nezavisni, jedni od drugih. Na ovaj način se zajedničke stranice poligona (koji se preklapaju) iscrtavaju dva puta, što može da dovede do određenih problema kod plotera sa perima, kod filmskih zapisa, kao i kod vektorskih displeja. Ovaj problem može da se registruje i kod rasterskih displeja ako su ivice, koje se preklapaju, iscrtavaju u suprotnim smerovima, što dovodi do kreiranja i prikazivanja dodatnih piksela.

Poligoni koji su definisani **pomoću liste temena** imaju svako teme samo jedanput smešteno u listi. Ta lista temena ima oblik:

$$V = [(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \ldots (x_n, y_n, z_n)]$$

Poligon je definisan indeksima u listi temena. Ovakav način predstavljanja poligona prikazan je na slici 3.3 i on ima nekoliko prednosti u odnosu na eksplicitno predstavljanje poligona.



Slika 3.3. *Poligonalna mreža predstavljena listom koordinata temena*

Prva prednost je u tome što se temena smeštaju samo jedanput u listu, tako da se "čuva" prostor. Druga prednost je što se koordinate temena lako menjaju. Ipak, postoji i jedan problem. Teško je pronaći poligone koji imaju zajedničku stranicu, jer su zajedničke stranice iscrtane dva puta, tako da ih je nemoguće "registrovati" kada su sve stranice svih poligona prikazane. Ovaj problem može da se prevaziđe primenom sledeće metode.

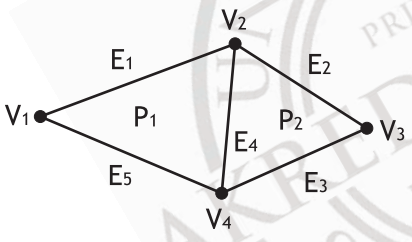
Kada se poligoni definišu **pomoću liste stranica ili ivica**, ponovo se pojavljuje lista temena V, ali se poligon ne definiše kroz listu temena, nego kroz listu stranica, gde se svaka stranica "pojavljuje" u listi samo jedanput. Svaka stranica u listi stranica definisana je sa dva verteksa u listi temena i pridružena je jednom ili dva poligona kojima "pripada". Na ovaj način se poligoni opisuju kao

$$P = (E_1, E_2, \ldots, E_n),$$

a stranice (ivice) kao

$$E = (V_1, V_2, P_1, P_2).$$

Kada stranice pripadaju samo jednom poligonu, onda su vrednosti $P_1 = 0$ i $P_2 = 0$. Slika 3.4 prikazuje ovaj način prezentacije.



$V=(V_1,V_2,V_3,V_4)=[(x_1,y_1,z_1),\ldots,(x_4,y_4,z_4)]$
$E_1=(V_1,V_2,P_1,0)$
$E_2=(V_2,V_3,P_2,0)$
$E_3=(V_3,V_4,P_2,0)$
$E_4=(V_4,V_2,P_1,P_2)$
$E_5=(V_4,V_1,P_1,0)$
$P_1=(E_1,E_4,E_5)$
$P_2=(E_2,E_3,E_4)$

Slika 3.4. *Poligonalna mreža predstavljena listom koordinata ivica*

Ako se dođe u situaciju da nije zastupljen nijedan od gore navedenih načina, korisnik mora da odredi, bez obzira na sve, koji verteksi odgovaraju kojoj stranici. Svaka stranica mora da se proveri kako ne bi došlo do ponavljanja i preklapanja. Sve ovo vodi ka prikupljanju informacija o tome da se odrede međusobni odnosi elemenata poligonalne mreže.

3.1.2. Jednačine ravni

Kada se radi sa poligonima ili poligonalnim mrežama, korisnik mora da zna jednačinu ravni u kojoj poligoni "leže". Najčešće se koriste koordinate tri verteksa (tačke) kako bi se definisala ravan kojoj ti verteksi pripadaju. Jednačina ravni je

$$A\,x + B\,y + C\,z + D = 0. \tag{3.1}$$

Koeficijenti A, B i C definišu normale na ravan, i to se prikazuje u obliku

$$\begin{bmatrix} A & B & C \end{bmatrix}.$$

Za date tačke P_1, P_2 i P_3 na ravni, normale na tu ravan se određuju kao vektorski proizvodi $\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3}$, $\overrightarrow{P_2P_3} \times \overrightarrow{P_2P_1}$, itd. Ako je vektorski proizvod jednak nuli, onda to znači da su tačke kolinearne (pripadaju jednoj pravoj) i ne mogu da definišu ravan. Ako postoje dodatna temena, onda ona mogu da se koriste umesto pomenutih. Ako je vektorski proizvod različit od nule, onda koeficijent D može da se odredi tako što se vrednosti normala $\begin{bmatrix} A & B & C \end{bmatrix}$ i koordinate jedne od ponuđenih tačaka zamenjuju u jednačinu (3.1).

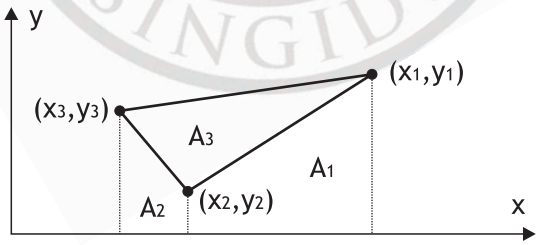
Postoji još jedan način da se odrede vrednosti koeficijenata A, B i C. Ovi koeficijenti predstavljaju površine projekcija poligona na ravni (y, z), (x, z) i (x, y), repsektivno. To znači sledeće:

$$\begin{aligned} A &\implies \text{površina projekcije poligona na ravan } (y, z) \\ B &\implies \text{površina projekcije poligona na ravan } (x, z) \\ C &\implies \text{površina projekcije poligona na ravan } (x, y) \end{aligned}$$

Na primer, ako je poligon paralelan ravni (x, y), onda su koeficijenti $A = B = 0$, što znači da su površine projekcija na ravni $y, z)$ i (x, z) jednake nuli. Ovaj način je mnogo bolji, jer površina projekcije je funkcija koordinata temena, tako da nema nekih problema da se odredi površina. Za gore pomenuti slučaj (poligon je paralelan x, y ravni i koeficijenti $A = B = 0$), površina projekcije poligona na ovu ravan (to je koeficijent C) se određuje pomoću jednačine:

$$C = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (y_i + y_{i\oplus 1}) (x_{i\oplus 1} - x_i), \tag{3.2}$$

gde je $\oplus$ normalan operator (sabiranje), sem u slučaju poslednje vrednosti $n \oplus 1 = 1$, jer se prvo i poslednje teme poligona "poklapaju". Ovaj način je prikazan kroz primer na slici 3.5, gde se od površine trapeza A_3 oduzimaju površine trapeza A_1 i A_2.



Slika 3.5. *Računanje površine trougla pomoću jednačine (3.2)*

Površina trougla je:

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2}(y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + \frac{1}{2}(y_2 + y_3)(x_3 - x_2) + \frac{1}{2}(y_3 + y_1)(x_1 - x_3) \\ C &= (-A_1) + (-A_2) + (A_1 + A_2 + A_3) = A_3 \end{aligned}$$

Jednačina (3.2) daje sumu površina svih trapeza koji se formiraju "ispod" stranica poligona. Ako je $x_{i\oplus 1} < x_i$, onda ta površina "ulazi" u sumu sa negativnim predznakom. Znak

površine je korisna stvar: ako se koordinate temena pojavljuju u smeru kretanja kazaljke na satu, onda je pozitivan predznak $(A_1 + A_2 + A_3)$, a ako se temena pojavljuju u smeru koji je suprotan smeru kretanja kazaljke na satu, onda je negativan predznak $(-A_1)$ i $(-A_2)$.

Kada se jednom odredi jednačina ravni, onda korisnik može da odredi položaj nekog poligona u odnosu na tu ravan određujući normalno rastojanje svakog temena poligona do ravni. Normalno rastojanje d od proizvoljnog verteksa sa koordinatama (x, y, z) do ravni je:

$$d = \frac{A\,x + B\,y + C\,z + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \tag{3.3}$$

Rastojanje d može da ima i pozitivan i negativan predznak, što zavisi od toga sa koje strane ravni je željeni verteks lociran. Ako verteks "leži" u ravni, onda je rastojanje $d = 0$. Ako korisnik hoće samo da odredi sa koje strane ravni se verteks nalazi, onda je samo predznak vrednosti d bitan, tako da je nepotrebno deljenje korenom.

Jednačina ravni nije jedinstvena, što znači da množenje nekom konstantom k, koja je različita od nule $(k \neq 0)$, menja jednačinu ravni, ali ne menja samu ravan. Zato je pogodno da se koeficijenti ravni čuvaju kao normalizovane normale, i ovo se postiže pomoću:

$$k = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \tag{3.4}$$

gde k predstavlja recipročnu vrednost dužine normale. Na ovaj način je lakše izračunati rastojanje d pomoću jednačine (3.3) ako je vrednost imenioca jednaka 1.

3.2. Parametarske krive i površi

Polilinije (polilinija je višesegmentna linija koja se tretira kao jedan entitet) i poligoni su "krive" i površine prvog reda, i služe za linearnu aproksimaciju krivih linija i površina. Da bi se krive linije i površine aproksimirale linijama i površinama prvog reda, treba uneti mnogo verteksa kako bi se aproksimirana linija ili površina približila, po izgledu, originalnoj postavci. Interaktivna manipulacija podacima kako bi se aproksimirao oblik je monotona, jer treba mnogo tačaka postaviti na tačno određene lokacije.

Parametarska prezentacija krivih

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t)$$

prevazilazi probleme koji se javljaju pri eksplicitnoj i/ili implicitnoj prezentaciji krivih linija i površina. Parametarske krive su definisane pomoću vektora tangenti, tako da se neki problemi ovim prevazilaze. Na ovaj način se kriva linija aproksimira krivom koju definiše polinom određenog stepena, umesto što se vršilo linearnom aproksimacijom. Svaki segment Q ovakve krive linije predstavljen je pomoću tri funkcije x, y i z, koje su polinomi trećeg stepena parametra t.

Polinomi trećeg stepena se najčešće koriste, jer polinomi manjeg stepena ograničavaju rad

korisnika, a polinomi većeg stepena zahtevaju više vremena i rada, a donose i dodatne poteškoće. Polinomi trećeg stepena koji definišu segment krive

$$Q(t) = \begin{bmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \end{bmatrix}$$

imaju sledeću formu:

$$\begin{aligned} x(t) &= a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x, \quad 0 \le t \le 1, \\ y(t) &= a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + d_y, \quad 0 \le t \le 1, \\ z(t) &= a_z t^3 + b_z t^2 + c_z t + d_z, \quad 0 \le t \le 1. \end{aligned} \tag{3.5}$$

Da bi se obezbedio rad sa konačnim segmentima krivih, parametar t mora da se ograniči na interval $[0, 1]$. Ako se uvede oznaka

$$T = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix}$$

i ako se definiše matrica koeficijenata tri polinoma

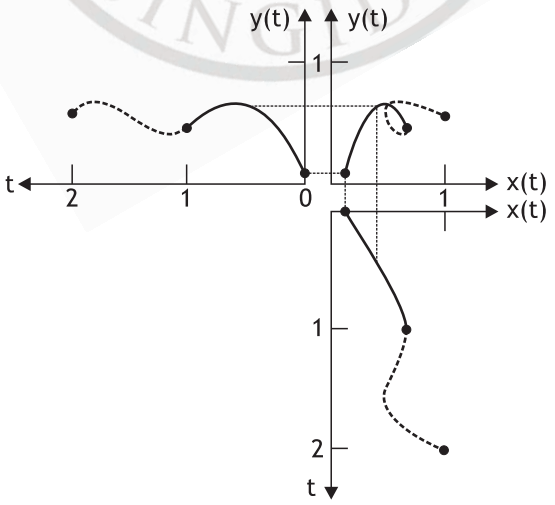
$$C = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \\ d_x & d_y & d_z \end{bmatrix}, \tag{3.6}$$

onda jednačina (3.5) može da se napiše u obliku

$$Q(t) = \begin{bmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \end{bmatrix} = T \cdot C \tag{3.7}$$

Ovo omogućava da se na kompaktan način izrazi jednačina (3.5).

Slika 3.6 priikazuje dve spojene (pridružene) ravanske parametarske krive trećeg stepena i njihove polinome.



Slika 3.6. *Dve spojene 2D parameterske krive*

Ove krive su prikazane kao 2D krive koje mogu da se predstave pomoću $[x(t)\ y(t)]$. Izvod izraza $Q(t)$ predstavlja *parametarski vektor tangente* krive. Ako se ova definicija primeni na izraz (3.7), onda se dolazi do

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q'(t) = \left[\begin{array}{ccc} \frac{dx(t)}{dt} & \frac{dy(t)}{dt} & \frac{dz(t)}{dt} \end{array} \right] = \frac{dT}{dt} \cdot C = \left[\begin{array}{cccc} 3t^2 & 2t & 1 & 0 \end{array} \right] \cdot C,$$

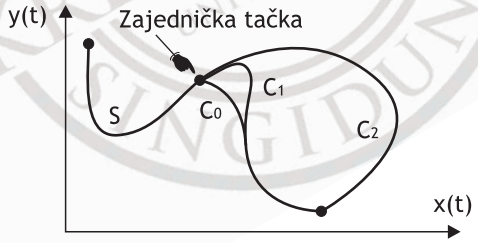
i na kraju se dobija konačno rešenje

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \left[\begin{array}{ccc} 3a_x t^2 + 2b_x t + c_x & 3a_y t^2 + 2b_y t + c_y & 3a_z t^2 + 2b_z t + c_z \end{array} \right]. \quad (3.8)$$

Ako su dva segmenta spojena, onda kriva ima G^0 *geometrijski kontinuitet*. Ako se smerovi vektora tangenti ova dva segmenta poklapaju u zajedničkoj tački (u tački u kojoj su segmenti spojeni), onda kriva ima G^1 *geometrijski kontinuitet*. Veliki broj CAD programa podržavaju G^1 geometrijski kontinuitet. Pomenuti G^1 geometrijski kontinuitet znači da su svi geometrijski uglovi (i ograničenja) segemenata isti u zajedničkoj tački. Da bi dva vektora tangenti $\overrightarrow{TV_1}$ i $\overrightarrow{TV_2}$ imali isti pravac, neophodno je da jedan bude skalarni proizvod drugog:

$$\overrightarrow{TV_1} = k \cdot \overrightarrow{TV_2}, \text{ gde je } k > 0.$$

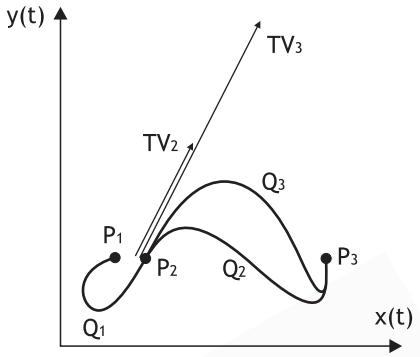
Ako su vektori tangenti segemenata krive trećeg stepena jednaki (njihovi pravci i njihove vrednosti) u zajedničkoj tački, onda kriva ima kontinuitet prvog stepena "po parametru t", tj. ima *parametarski kontinuitet* i to se označava sa C^1 *kontinuitet*. Ako su pravac i veličina n-tog izvoda (derivativa) isti u zajedničkoj tački, onda je reč o krivoj liniji sa C^n *kontinuitetom*. Slika 3.7 prikazuje krive linije sa tri različita stepena kontinuiteta.



Slika 3.7. *Stepeni parametarskog kontinuiteta*

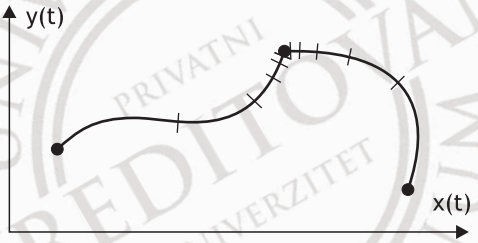
Vektor tangente $Q'(t)$ predstavlja brzinu tačke po krivoj, s tim što se vodi računa o parametru t. Slično ovome, drugi izvod $Q(t)$ je ubrzanje. Ako se kamera "kreće" po parametarskoj krivoj trećeg stepena, u jednakim vremenskim razmacima i ako zapisuje sliku posle svakog vremenskog intervala, onda vektor tangente predstavlja brzinu kamere duž putanje. Trebalo bi napomenuti da su brzina i ubrzanje kamere kontinualni u zajedničkoj tački kako bi se izbeglo "trzanje" u rezultujućoj animaciji.

Ako se uopšteno priča, C^1 kontinuitet "sadrži" u sebi G^1 kontinuitet, ali konverzija između ova dva kontinuiteta nije moguća. To je zbog toga što je G^1 kontinuitet manje restriktivan od kontinuiteta C^1, tako da kriva može da "ima" G^1 kontinuitet, ali ne mora da "ima" i C^1 kontinuitet. Bez obzira na ovo, zajedničke tačke sa G^1 kontinuitetom predstavljaju glatke prelaze između segmenata, kao da je reč o C^1 kontinuitetu, što se vidi na slici 3.8.



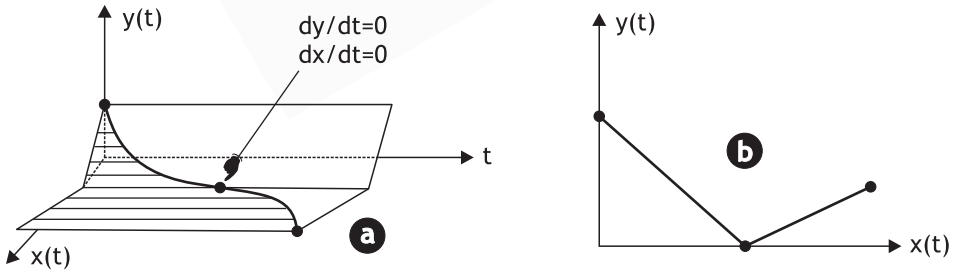
Slika 3.8. *Glatki prelazi između segmenata*

Postoji specijalni slučaj kada C^1 kontinuitet ne "sadrži" u sebi G^1 kontinuitet. Taj specijalni slučaj je kada vektori tangenti segmenata imaju vrednosti $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ u zajedničkoj tački. U ovom slučaju vektori tangenti su jednaki, ali su njihovi pravci različiti (slika 3.9).



Slika 3.9. *Specijalni slučaj u zajedničkoj tački*

Slika 3.10 prikazuje ovaj koncept na drugi način. Ovde, ponovo, pomaže priča o kameri i njenom kretanju duž putanje. Brzina kamere se smanjuje na vrednost 0 u zajedničkoj tački, kamera menja pravac dok je vrednost brzine jednaka 0 i kamera ubrzava u drugom pravcu.



Slika 3.10. *Parametarska kriva trećeg stepena u prostoru i u ravni*

Segement krive $Q(t)$ je definisan krajnjim tačkama, vektorima tangenti i kontinuitetom (uslovima nastavaljanja) između segemenata krive. Svaki polinom trećeg stepena, koji je definisan jednačinom (3.5), ima četiri koeficijenta, tako da će biti dodata četiri ograničenja

kako bi se formulisao sistem od četiri jednačine sa četiri nepoznate i kako bi se došlo do rešenja nepoznatih. Tri osnovna tipa (forme) krivih linija koji će biti pomenuti u ovom poglavlju su:

- Hermitove krive koje su definisane pomoću dve krajnje tačke i njihovim vektorima tangenti,
- Bezjeove krive koje su definisane pomoću dve krajnje tačke i sa još dve tačke koje "kontrolišu" vektore tangenti u krajnjim tačkama, i
- krivulje (*spline* krive) koje su definisane pomoću četiri kontrolne tačke.

Krivulje imaju C^1 i C^2 kontinuitet u zajedničkim tačkama i u tačkama koje su relativno blizu kontrolnim tačkama, ali generalno gledano ne vrši se interpolacija tačaka. Tipovi splajn krivih su: *uniformni B-splajnovi*, *neuniformni B-splajnovi* i β-*splajnovi*.

Da bi se videlo kako koeficijenti u jednačini (3.5) zavise od ograničenja, trebalo bi "krenuti" od parametarske krive koja je definisana kao

$$Q(t) = T \cdot C.$$

Ako se prepiše matrica koeficijenata kao

$$C = M \cdot G,$$

gde je M 4×4 *osnovna matrica*, a G je 1×4 matrica geometrijskih ograničenja i ima naziv *geometrijski vektor*. Geometrijska ograničenja su, takođe, uslovi, kao što su to krajnje tačke ili vektori tangenti i određuju krivu. Ovde će se koristiti oznaka G_x koja se odnosi na x komponente geometrijskog vektora. Oznake G_y i G_z se odnose na y i z komponente geometrijskog vektora. Matrice M ili G ili i M i G se razlikuju, što zavisi od vrsta krivih linija.

Elementi M i G su konstante, tako da proizvod $T \cdot M \cdot G$ predstavlja polinom trećeg stepena u funkciji od parametra t. Ako se proizvod

$$Q(t) = T \cdot M \cdot G$$

"razbije" na elemente, dobija se:

$$\begin{aligned} Q(t) &= \begin{bmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \end{bmatrix} \\ Q(t) &= \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.9}$$

Ako se izvrši množenje samo za x parametar

$$x(t) = T \cdot M \cdot G_x,$$

onda se "dolazi" do izraza:

$$\begin{aligned} x(t) &= (t^3 m_{11} + t^2 m_{21} + t m_{31} + m_{41}) g_{1x} + \\ &+ (t^3 m_{12} + t^2 m_{22} + t m_{32} + m_{42}) g_{2x} + \\ &+ (t^3 m_{13} + t^2 m_{23} + t m_{33} + m_{43}) g_{3x} + \\ &+ (t^3 m_{14} + t^2 m_{24} + t m_{34} + m_{44}) g_{4x} \end{aligned} \tag{3.10}$$

Izraz (3.10) ističe da kriva linija predstavlja značajnu sumu elemenata (sumu težinskih faktora) "geometrijske matrice". Težinski faktori su polinomi trećeg stepena u funkciji parametra t i ti faktori se nazivaju *funkcije mešanja*. Funkcije mešanja B se određuju kao

$$B = T \cdot M.$$

Treba uočiti sličnost sa linearnom aproksimacijom, gde postoje samo dva ograničenja (krajnje tačke linije), tako da svaki segment krive može da se predstavi pravom linijom koja je definisana krajnjim tačkama G_1 i G_2:

$$\begin{aligned} x(t) &= g_{1x}(1-t) + g_{2x}(t) \\ y(t) &= g_{1y}(1-t) + g_{2y}(t) \\ z(t) &= g_{1z}(1-t) + g_{2z}(t) \end{aligned} \tag{3.11}$$

Parametarske krive linije trećeg stepena mogu da se generalizuju aproksimacijom pravolinijskim segmentima.

Da bi se videlo kako se određuje osnovna matrica M, trebalo bi obratiti pažnju na specifične forme parametarskih krivih linija trećeg stepena.

3.2.1. Hermitove krive

Hermitova forma (ovu formu je odredio matematičar Čarls Hermit) segmenta krive linije u obliku polinoma trećeg stepena određuje se ograničenjima koja predstavljaju krajnje tačke P_1 i P_4 i vektori u krajnjim tačkama R_1 i R_4. Indeksi 1 i 4 za krajnje tačke koriste se umesto indeksa 1 i 2, jer indeksi 2 i 3 su namenjeni za tačke između krajnjih tačaka kako bi se ispoštovala ustanovljena procedura predstavljanja krivih linija.

Da bi se odredila Hermitova osnovna matrica M_H, koja dovodi u vezu Hermitov geometrijski vektor G_H i koeficijente polinoma, trebalo bi napisati četiri jednačine, po jednu za svako ograničenje, sa nepoznatim koeficijentima polinoma, i trebalo bi taj sistem jednačina rešiti kako bi se došlo do vrednosti koeficijenata.

Definisanjem G_{H_x}, x komponente Hermitove "geometrijske matrice", kao

$$G_{H_x} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_4 \\ R_1 \\ R_4 \end{bmatrix}_x, \tag{3.12}$$

i prepisivanjem $x(t)$ iz jednačina (3.5) i (3.9) kao

$$\begin{aligned} x(t) &= a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x = T \cdot C_x = T \cdot M_H \cdot G_{H_x} = \\ &= \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \cdot M_H \cdot G_{H_x}, \end{aligned} \tag{3.13}$$

ograničenja $x(0)$ i $x(1)$ se određuju, zamenom u jednačini (3.13), kao:

$$x(0) = P_{1_x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot M_H \cdot G_{H_x}, \tag{3.14}$$

$$x(1) = P_{4_x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot M_H \cdot G_{H_x}. \tag{3.15}$$

Diferenciranjem jednačine (3.13) dobija se prvi izvod:

$$x'(t) = \begin{bmatrix} 3t^2 & 2t & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot M_H \cdot G_{H_x}.$$

Na osnovu ovoga dolazi se do vektora tangenti, tako da se jednačine ograničenja mogu napisati kao:

$$x'(0) = R_{1_x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot M_H \cdot G_{H_x}, \tag{3.16}$$

$$x'(1) = R_{4_x} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot M_H \cdot G_{H_x}. \tag{3.17}$$

Četiri ograničenja, koja su prikazana jednačinama (3.14), (3.15), (3.16) i (3.17), mogu da se napišu u formi matrica kao:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_4 \\ R_1 \\ R_4 \end{bmatrix} = G_{H_x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot M_H \cdot G_{H_x}. \tag{3.18}$$

Da bi se ove jednačine zadovoljile (uključujući i izraze za y i z), M_H mora da bude inverzna matrica 4×4 matrici u jednačini (3.18):

$$M_H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{3.19}$$

Ova matrica može da se koristi da se odrede vrednosti

$$\begin{aligned} x(t) &= T \cdot M_H \cdot G_{H_x}, \\ y(t) &= T \cdot M_H \cdot G_{H_y}, \\ z(t) &= T \cdot M_H \cdot G_{H_z}, \end{aligned}$$

tako da može da se napiše

$$Q(t) = \begin{bmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \end{bmatrix} = T \cdot M_H \cdot G_H, \tag{3.20}$$

gde je G_H vektor u formi matrice

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_4 \\ R_1 \\ R_4 \end{bmatrix}.$$

Proširenjem proizvoda $T \cdot M_H$ u izrazu

$$Q(t) = T \cdot M_H \cdot G_H$$

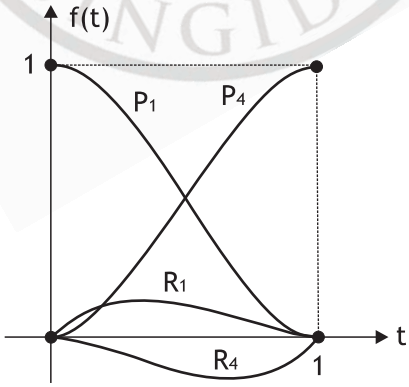
dolazi se do *Hermitove funkcije mešanja* B_H kao dodatak svakom elementu geometrijskog vektora:

$$\begin{aligned} Q(t) &= T \cdot M_H \cdot G_H = B_H \cdot G_H = \\ &= a_{11} P_1 + a_{12} P_4 + a_{13} R_1 + a_{14} R_4 \end{aligned} \tag{3.21}$$

gde koeficijenti a_{1n}, $(n = 1, 2, 3, 4)$, imaju sledeće oblike:

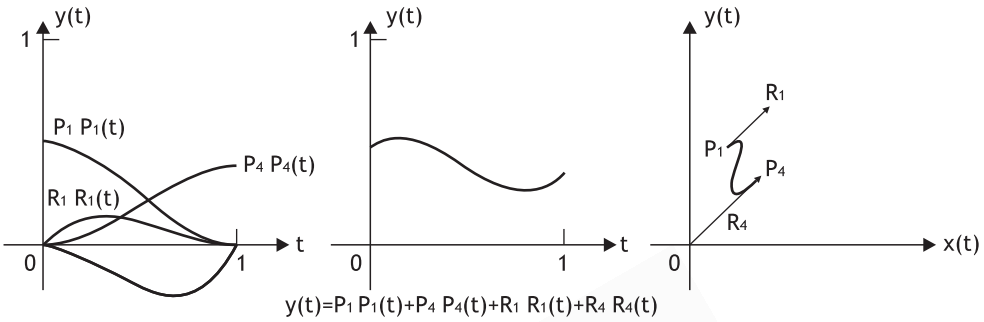
$$\begin{aligned} a_{11} &= (2t^3 - 3t^2 + 1) \\ a_{12} &= (-2t^3 + 3t^2) \\ a_{13} &= (t^3 - 2t^2 + t) \\ a_{14} &= (t^3 - t^2) \end{aligned}$$

Slika 3.11 prikazuje četiri funkcije mešanja. Treba registrovati da za vrednost $t = 0$ jedino funkcija P_1 nije jednaka nuli. Jedino kriva P_1 ima neku konačnu vrednost kada je parametar $t = 0$. Kako vrednost parametra t počinje da raste, tako se "pojavljuju" vrednosti ostale tri funkcije.



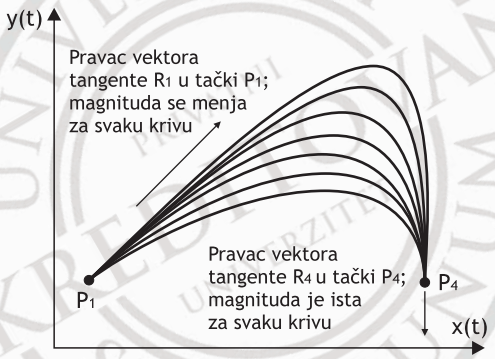
Slika 3.11. *Hermitove funkcije mešanja*

Slika 3.12 prikazuje četiri funkcije koje su uslovljene komponentama geometrijskog vektora (slika 3.12, levo), prikazuje sumu (zbir) ovih funkcija po osi $y(t)$ za odgovarajuće vrednosti parametra t (slika 3.12, u sredini) i prikazuje krivu $Q(t)$ (slika 3.12, desno).



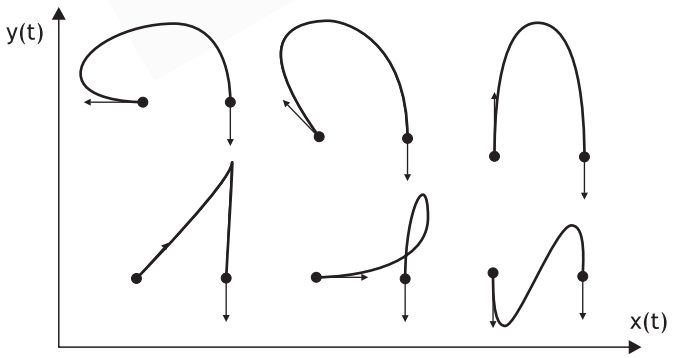
Slika 3.12. *Hermitove krive u funkciji četiri elementa geometrijskog vektora*

Slika 3.13 prikazuje seriju Hermitovih krivih linija. Jedina razlika između njih je u dužini vektora tangente R_1, dok je pravac vektora tangente fiksiran. Trebalo bi napomenuti da što je vektor duži, to ima veći uticaj na krivu.



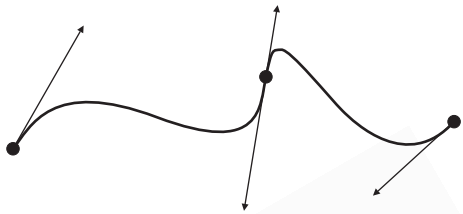
Slika 3.13. *Hermitove parametarske krive trećeg stepena - I*

Na slici 3.14 prikazana je još jedna serija Hermitovih krivih linija. Kod ovih krivih linija fiksirana je dužina vektora tangente, ali su dati različiti pravci. Očigledna je razlika u krivim linijama u zavisnosti od toga kako su definisani vektori tangenti u početnoj i krajnjoj tački.



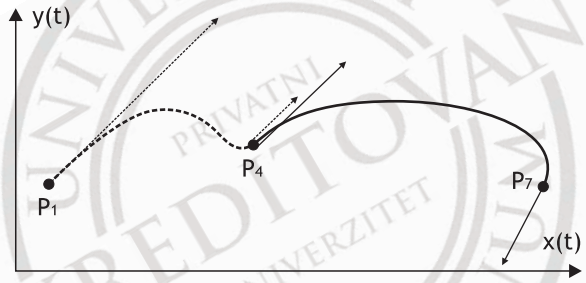
Slika 3.14. *Hermitove parametarske krive trećeg stepena - II*

U interaktivnim grafičkim sistemima, korisnik može da manipuliše vektorima tangenti u krajnjim tačkama kako bi podesio izgled krive linije. Slika 3.15 pokazuje ovakav način podešavanja izgleda krive linije.



Slika 3.15. *Interaktivno kontrolisanje izgleda krive*

Na slici 3.16 prikazane su dve Hermitove krive linije trećeg stepena koje imaju zajedničku tačku u kojoj je ispunjen uslov G^1 (geometrijskog) kontinuiteta.



Slika 3.16. *Dve Hermitove krive linije spojene u tački*

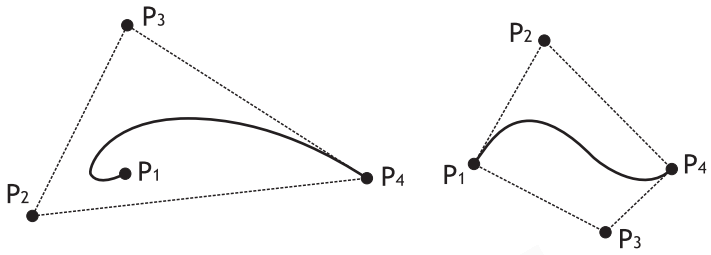
U ovom slučaju geometrijski vektori moraju biti definisani kao

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_4 \\ R_1 \\ R_4 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad \begin{bmatrix} P_4 \\ P_7 \\ k\,R_4 \\ R_7 \end{bmatrix}, \quad \text{gde je} \quad k > 0. \tag{3.22}$$

U datom slučaju (G^1 uslov) mora da postoji zajednička tačka (P_4) i vektori tangenti bi morali da imaju isti pravac. Da je u pitanju restriktivniji uslov C^1, onda taj uslov zahteva $k = 1$, tako da bi vektori tangenti u zajedničkoj tački morali da imaju i isti pravac i istu dužinu (vrednost).

3.2.2. Bezjeove krive

Bezjeova forma (ovu formu je odredio matematičar Pjer Bezje) segmenta krive linije u obliku polinoma trećeg stepena određuje se ograničenjima koja predstavljaju krajnje tačke P_1 i P_4 i vektori u krajnjim tačkama R_1 i R_4 koji su definisani pomoću dve tačke (P_2 i P_3) koje se ne nalaze na krivoj liniji (slika 3.17).



Slika 3.17. *Dve Bezjeove krive linije sa kontrolnim tačkama*

Početni i krajnji vektori su određeni vektorima $\overrightarrow{P_1P_2}$ i $\overrightarrow{P_3P_4}$ i označeni su sa R_1 i R_4 i određuju se kao:

$$\begin{aligned} R_1 &= Q'(0) = 3\,(P_2 - P_1)\,, \\ R_4 &= Q'(1) = 3\,(P_4 - P_3)\,. \end{aligned} \tag{3.23}$$

Bezjeov *geometrijski vektor* G_B sadrži četiri tačke i može da se predstavi u obliku:

$$G_B = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}. \tag{3.24}$$

U tom slučaju, matrica M_{HB} koja definiše relaciju

$$G_H = M_{HB} \cdot G_B$$

između Hermitovog geometrijskog vektora G_H i Bezjeovog geometrijskog vektora G_B je 4×4 matrica u sledećoj jednačini. Ta jednačina je prepisana jednačina (3.24) u matričnoj formi:

$$G_H = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ R_1 \\ R_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} = M_{HB} \cdot G_B. \tag{3.25}$$

Da bi se odredila *Bezjeova osnovna matrica* M_B trebalo bi iskoristiti jednačinu (3.20) za Hermitovu formu, zamenjujući $G_H = M_{HB}$ i definišući $M_B = M_H \cdot M_{HB}$:

$$\begin{aligned} Q(t) &= T \cdot M_H \cdot G_H = T \cdot M_H \cdot (M_{HB} \cdot G_B) = \\ &= T \cdot (M_H \cdot M_{HB}) \cdot G_B = T \cdot M_B \cdot G_B \end{aligned} \tag{3.26}$$

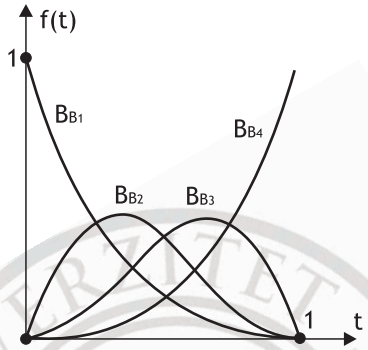
Proizvod $M_B = M_H \cdot M_{HB}$ daje:

$$M_B = M_H \cdot M_{HB} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{3.27}$$

i proizvod $Q(t) = T \cdot M_B \cdot G_B$ postaje:

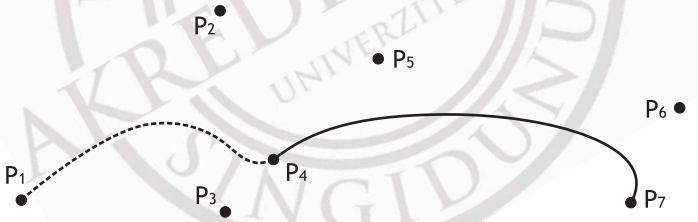
$$Q(t) = (1-t)^3 P_1 + 3t(1-t)^2 P_2 + 3t^2(1-t) P_3 + t^3 P_4. \tag{3.28}$$

Četiri polinoma $B_B = T \cdot M_B$, prikazani u jednačini (3.28), nazivaju se *Bernstajnovi polinomi* i prikazani su na slici 3.18.



Slika 3.18. *Bernstajnovi polinomi*

Slika 3.19 prikazuje dve Bezjeove krive koje imaju zajedničku tačku, s tim što je jedna kriva predstavljena isprekidanom linijom, a druga "punom" linijom, dok je tačka P_4 zajednička tačka.



Slika 3.19. *Bezjeove krive sa zajedničkom tačkom*

Da bi bio ispunjen G^1 kontinuitet, onda u krajnjim tačkama mora da bude

$$P_3 - P_4 = k(P_4 - P_5), \quad \text{za } k > 0.$$

Na osnovu ovoga, tri tačke (P_3, P_4, P_5) moraju da budu na nekom rastojanju i da budu kolinearne, tj. da pripadaju istoj liniji. Još restriktivniji slučaj je kada je $k = 1$ i tada se pojavljuje i C^1 kontinuitet, kao dodatak G^1 kontinuitetu.

Trebalo bi predstaviti prikazane dve krive pomoću polinoma. Ako se leva kriva predstavi oznakom x^l, a desna kriva oznakom x^d, onda mogu da se pronađu C^0 i C^1 kontinuiteti u zajedničkoj tački:

$$\begin{aligned} x^l(1) &= x^d(0) \\ \frac{d[x^l(1)]}{dt} &= \frac{d[x^d(0)]}{dt} \end{aligned} \tag{3.29}$$

Ako se radi sa x komponentom iz jednačine (3.29), onda se dolazi do:

$$\begin{aligned} x^l(1) &= x^d(0) = P_{4x} \\ \frac{d\,[x^l(1)]}{dt} &= 3\,(P_{4x} - P_{3x}) \\ \frac{d\,[x^d(0)]}{dt} &= 3\,(P_{5x} - P_{4x}) \end{aligned} \tag{3.30}$$

Ovi uslovi važe i za y i z komponente. Na ovaj način se dolazi do C^0 i C^1 kontinuiteta kada je ispunjen uslov

$$P_4 - P_3 = P_5 - P_4,$$

kao što se i očekivalo.

3.2.3. Uniformni neracionalni B-splajnovi

Termin splajn asocira na površine aviona, kola ili brodova. Matematička prezentacija ovih elemenata naziva se *prirodni kubni splajn* i taj splajn ima C^0, C^1 i C^2 kontinuitet i prolazi (vrši interpolaciju) kroz kontrolne tačke. Treba napomenuti da je splajn kao kriva "glatkiji" od prethodno pomenutih formi.

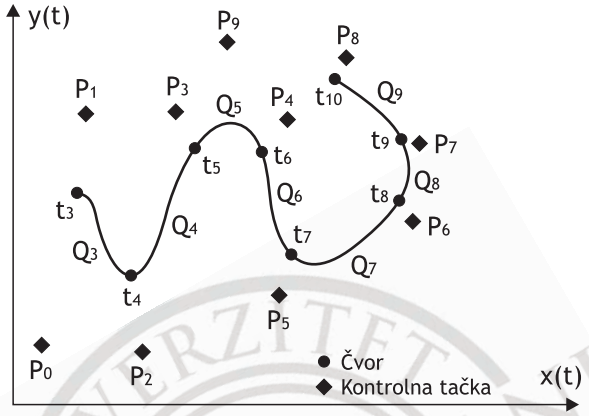
B-splajnovi se sastoje od krivolinijskih segmenata čiji koeficijenti (koeficijenti polinoma) zavise od nekoliko kontrolnih tačaka. Ovo se u literaturi "sreće" i pod nazivom *lokalna kontrola*. To znači da ako se pomeri (premesti) neka kontrolna tačka, to utiče samo na mali deo krive linije. Kao dodatni komentar može da se izdvoji konstatacija da je ovako potrebno mnogo manje vremena da se izračunaju koeficijenti polinoma.

Kubni (trećeg stepena) B-splajnovi aproksimiraju se serijom od $m+1$ kontrolnih tačaka $P_0, P_1, \ldots, P_m$, $m \geq 3$, i kriva se sastoji od $m-2$ segmenata, koji su predstavljeni polinomom trećeg stepena i imaju oznake $Q_3, Q_4, \ldots, Q_m$. Svaki segment može da bude definisan na sopstvenom domenu $0 \leq t < 1$, tako da parametar može da se podešava (na primer, uvođenjem zamene u obliku $t = t + k$). Tako se može reći da je opseg parametra definisan, pri kome je segment Q_i definisan, kao $t_i \leq t < t_{i+1}$, za $3 \leq i \leq m$. U posebnom slučaju, kada je $m = 3$, postoji jedinstveni segment krive linije Q_3 koji je definisan na intervalu $t_3 \leq t < t_4$ pomoću četiri kontrolne tačke, od P_0 do P_3.

Za svako $i \geq 4$ postoji zajednička tačka ili *čvor* između Q_{i-1} i Q_i gde parametar ima vrednost t_i; vrednost ovog parametra naziva se *vrednost čvora*. Početna i krajnja tačka sa vrednostima t_3 i t_{m+1} se, takođe, nazivaju čvorovima, tako da ukupno ima $m-1$ čvorova. Slika 3.20 prikazuje ravanski (2D) B-splajn sa markiranim (naznačenim) čvorovima.

Termin *uniformni* označava da su čvorovi smešteni na istim intervalima parametra t. Ne gubeći na uopštenosti, može se pretpostaviti da je $t_3 = 0$ i da je definisani interval $t_{i+1} - t_i = 1$. Termin *neracionalni* je uveden da bi se napravila razlika ovih splajnova od racionalnih kubnih splajnova (o njima će kasnije biti reči), gde su vrednosti $x(t)$, $y(t)$ i $z(t)$ definisane kao količnici dva kubna polinoma. Oznaka *B* označava bazu, gde su ovi splajnovi predstavljeni sumom baznih (osnovnih) funkcija, jer su ostali splajnovi definisani na drugačiji način.

Svaki od $m-2$ segmenata B-splajn krive je definisan pomoću četiri od $m+1$ kontrolnih tačaka. Ako se to detaljnije razmotri, segment krive Q_i je definisan pomoću tačaka P_{i-3}, P_{i-2}, P_{i-1} i P_i.



Slika 3.20. *B-splajn sa segmentima od* Q_3 *do* Q_9

U takvom slučaju, *B-splajn geometrijski vektor* $G_{B_{S_i}}$ za segment Q_i je:

$$G_{B_{S_i}} = \begin{bmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{bmatrix}, \quad 3 \le i \le m. \tag{3.31}$$

Prvi segment krive Q_3 definisan je tačkama od P_0 do P_3, gde se vrednost parametra t nalazi u opsegu od $t_3 = 0$ do $t_4 = 1$, segment krive Q_4 definisan je tačkama od P_1 do P_4, gde se vrednost parametra t nalazi u opsegu od $t_4 = 1$ do $t_5 = 2$ i poslednji segment krive Q_m definisan je tačkama P_{m-3}, P_{m-2}, P_{m-1} i P_m, gde se vrednost parametra t nalazi u opsegu od $t_m = m-3$ do $t_{m+1} = m-2$. Uopšteno gledajući, segment krive Q_i počinje negde blizu tačke P_{i-2}, a završava se negde blizu tačke P_{i-1}.

Kako je svaki segment krive definisan pomoću četiri kontrolne tačke, tako svaka kontrolna tačka (ne računajući početne i krajnje tačke pojedinih sekvenci) utiče na četiri segmenta krive. Pomerajući kontrolne tačke duž određenog pravca, pomeraju se četiri segmenta krive u istom pravcu; na ostale segmente nema uticaja (slika 3.21).

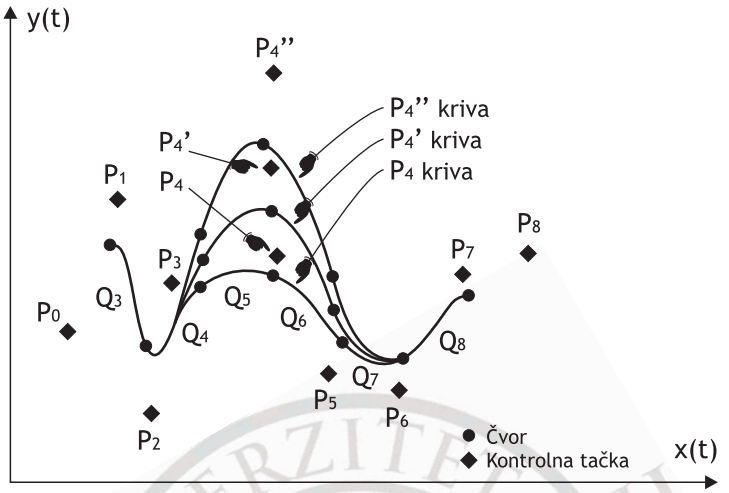
Ako se definiše T_i kao vektor u obliku reda matrice

$$\begin{bmatrix} (t-t_i)^3 & (t-t_i)^2 & (t-t_i) & 1 \end{bmatrix},$$

tada se B-splajn formulacija za segement krive i svodi na:

$$Q_i(t) = T_i \cdot M_{B_S} \cdot G_{B_{S_i}}, \quad t_i \le t \le t_{i+1}. \tag{3.32}$$

Kompletna kriva linija generiše se primenom jednačine (3.32) u opsegu $3 \le i \le m$.



Slika 3.21. *Kriva sa kontrolnom tačkom* P_4 *na raznim lokacijama*

B-splajn bazna matrica M_{B_S}, koja dovodi u vezu geometrijska ograničenja G_{B_S} sa funkcijama mešanja i koeficijentima polinoma:

$$M_{B_S} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{3.33}$$

Funkcije mešanja B-splajna B_{B_S} su predstavljene pomoću proizvoda $T_i \cdot M_{B_S}$, što je slično prethodno pomenutim Bezjeovim i Hermitovim formulacijama. Trebalo bi napomenuti da su funkcije mešanja, za svaki segment krive, istovetne zbog toga što svaki segment i ima vrednost $t - t_i$ u opsegu od 0 za $t = t_i$ do 1 za $t = t_{i+1}$. Ako se zameni $t - t_i$ sa t i ako se zameni interval $[t_i, t_{i+1}]$ sa $[0, 1]$, onda se dobija:

$$B_{B_S} = T \cdot M_{B_S} = \begin{bmatrix} B_{B_{S-3}} & B_{B_{S-2}} & B_{B_{S-1}} & B_{B_{S_0}} \end{bmatrix},$$

gde dalje pojednostavljivanje dovodi do:

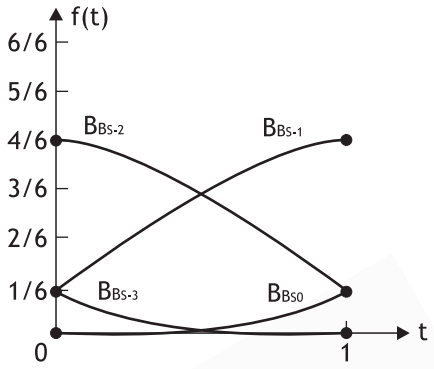
$$B_{B_S} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) & (3t^3 - 6t^2 + 4) & (-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1) & (t^3) \end{bmatrix},$$

i, na kraju, dolazi se do krajnjeg rezultata:

$$B_{B_S} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} (1-t)^3 & (3t^3 - 6t^2 + 4) & (-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1) & (t^3) \end{bmatrix}, \tag{3.34}$$

u intervalu $0 \leq t < 1$.

Na slici 3.22 prikazane su ove četiri funkcije mešanja B_{B_S}.



Slika 3.22. *Funkcije mešanja iz jednačine (3.34)*

3.2.4. Neuniformni neracionalni B-splajnovi

Neuniformni neracionalni B-splajnovi se razlikuju od uniformnih neracionalnih B-splajnova po tome što intervali između čvorova ne moraju da budu uniformni, tj. jednaki. To znači da funkcije mešanja nemaju iste vrednosti na pojedinačnim segmentima, nego vrednosti ovih funkcija variraju od segmenta do segmenta.

Ove krive linije imaju nekoliko prednosti u odnosu na uniformne B-splajnove. Prva prednost je u tome što se smanjuje uslov kontinuiteta u zajedničkoj tački. Ako se uslov kontinuiteta "spusti" na C^0, onda kriva linija interpolira kontrolne tačke, bez neželjenih efekata uniformnih B-splajnova, gde segment krive sa jedne strane interpoliranih kontrolnih tačaka mora da bude prava linija. Druga prednost je u tome što se mnogo lakše interpoliraju početne i krajnje tačke segmenata, bez potrebe za prikazivanjem linearnih segmenata. Treća prednost je u tome što korisnik može da doda dodatni čvor i kontrolnu tačku neuniformnom B-splajnu, tako da rezultujuća kriva može da promeni oblik, što je nemoguće uraditi sa uniformnim B-splajnovima.

Segment krive Q_i je definisan kontrolnim tačakama P_{i-3}, P_{i-2}, P_{i-1}, P_i i funkcijama mešanja $B_{i-3,4}(t)$, $B_{i-2,4}(t)$, $B_{i-1,4}(t)$, $B_{i,4}(t)$ kao suma:

$$\begin{aligned} Q_i(t) &= P_{i-3} \cdot B_{i-3,4}(t) + P_{i-2} \cdot B_{i-2,4}(t) + P_{i-1} \cdot B_{i-1,4}(t) + P_i \cdot B_{i,4}(t), \\ & \quad 3 \le i \le m, \;\; t_i \le t < t_{i+1}. \end{aligned} \tag{3.35}$$

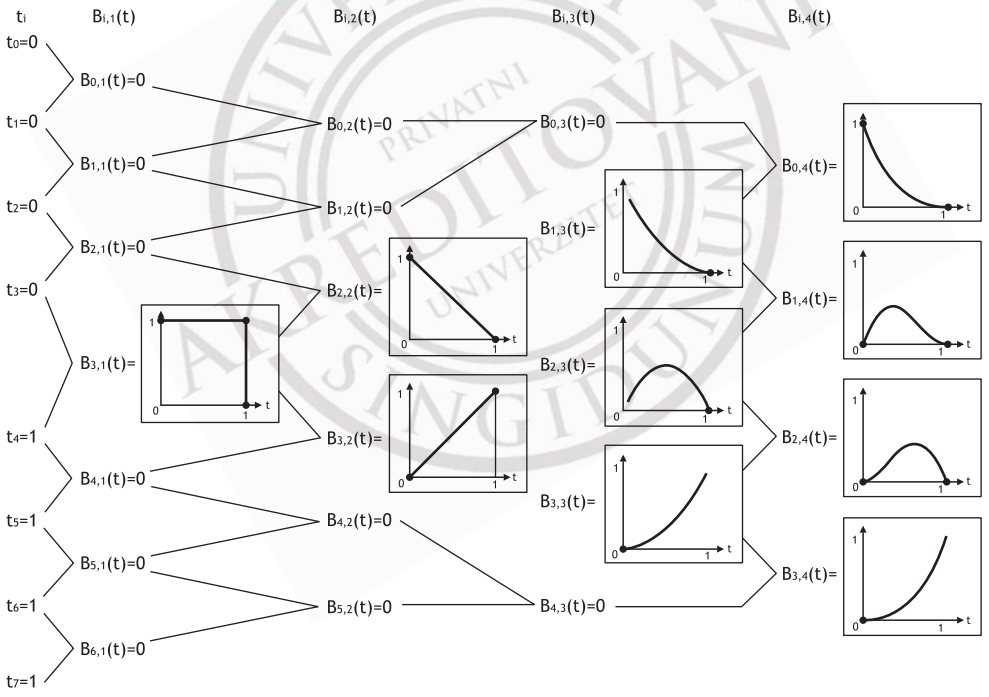
Kriva nije definisana izvan intervala od t_3 do t_{m+1}. Kada je $t_i = t_{i+1}$ (višestruki čvor), onda se segment krive Q_i svodi na jedinstvenu tačku. Mogućnost redukovanja segmenta krive linije na jednu jedinu tačku obezbeđuje ekstra fleksibilnost neuniformnih B-splajnova.

Trebalo bi napomenuti da kod neuniformnih B-splajnova ne postoji jedinstveni set funkcija mešanja, kao što je to slučaj kod ostalih tipova splajnova. Funkcije mešanja zavise od intervala između vrednosti čvorova i definisane su rekurzivno kroz članove nižeg stepena

funkcija mešanja. Članovi za kubni B-splajn su:

$$
\begin{aligned}
B_{i,1}(t) &= \begin{cases} 1, & t_i \le t < t_{i+1} \\ 0, & \text{u drugom slučaju,} \end{cases} \\
B_{i,2}(t) &= \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} B_{i,1}(t) + \frac{t_{i+2} - t}{t_{i+2} - t_{i+1}} B_{i+1,1}(t), \\
B_{i,3}(t) &= \frac{t - t_i}{t_{i+2} - t_i} B_{i,2}(t) + \frac{t_{i+3} - t}{t_{i+3} - t_{i+1}} B_{i+1,2}(t), \\
B_{i,4}(t) &= \frac{t - t_i}{t_{i+3} - t_i} B_{i,3}(t) + \frac{t_{i+4} - t}{t_{i+4} - t_{i+1}} B_{i+1,3}(t). \qquad (3.36)
\end{aligned}
$$

Na slici 3.23 pokazano je kako se, pomoću jednačina (3.36), pronalaze funkcije mešanja, korišćenjem vektora čvora $(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)$, kao primer.



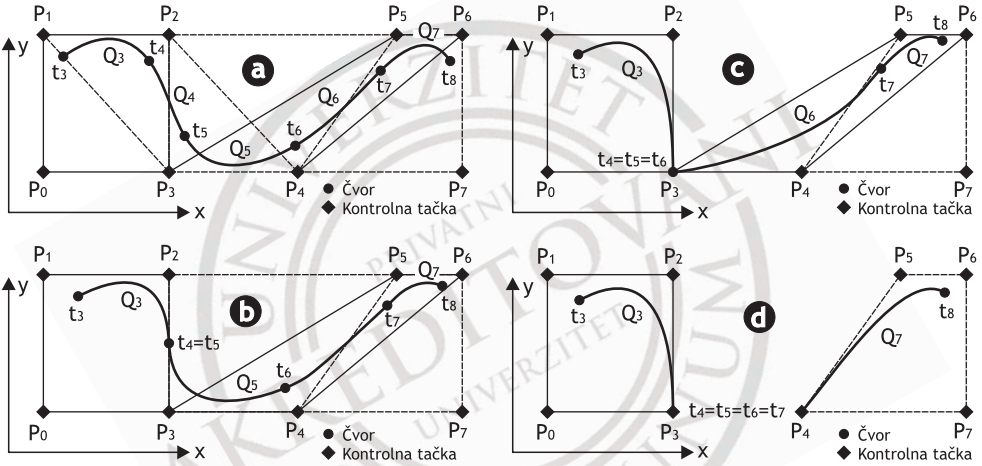
Slika 3.23. *Relacije definisane jednačinama (3.36)*

Ova slika, takođe, razjašnjava zašto je potrebno osam vektora čvorova kako bi se odredile četiri funkcije mešanja. Funkcija mešanja $B_{3,1}(t)$ je jedinstvena na intervalu $0 \le t < 1$. Ostale $B_{i,1}(t)$ funkcije mešanja su jednake nuli. Funkcije $B_{2,2}(t)$ i $B_{3,2}(t)$ su linearne funkcije, i predstavljaju funkcije mešanja za linernu interpolaciju između dve tačke. Slično ovome, funkcije $B_{1,3}(t)$, $B_{2,3}(t)$ i $B_{3,3}(t)$ su kvadratne funkcije, i predstavljaju funkcije mešanja za kvadratnu interpolaciju. Za ovaj partikularni vektor čvora, funkcije $B_{i,4}(t)$

predstavljaju Bernstajnove polinome, što predstavljaju Bezjeove funkcije mešanja. Takođe, za ovaj vektor kriva se interpolira kontrolnim tačkama P_0 i P_3, i to je Bezjeova kriva, sa vektorima tangenti u krajnjim tačkama koji su definisani vektorima $\overrightarrow{P_0P_1}$ i $\overrightarrow{P_2P_3}$.

Za određivanje funkcija mešanja treba vremena. Ograničajavajući B-splajnove time da čvorovi moraju da budu na intervalu između 0 i 1, moguće je "smestiti" mali broj matrica koje odgovaraju jednačinama (3.36), tako da su "pokrivene" sve moguće konfiguracije i kombinacije čvorova. To eleminiše potrebu da se vrši ponovo procena jednačina (3.36) za svaki segment krive linije.

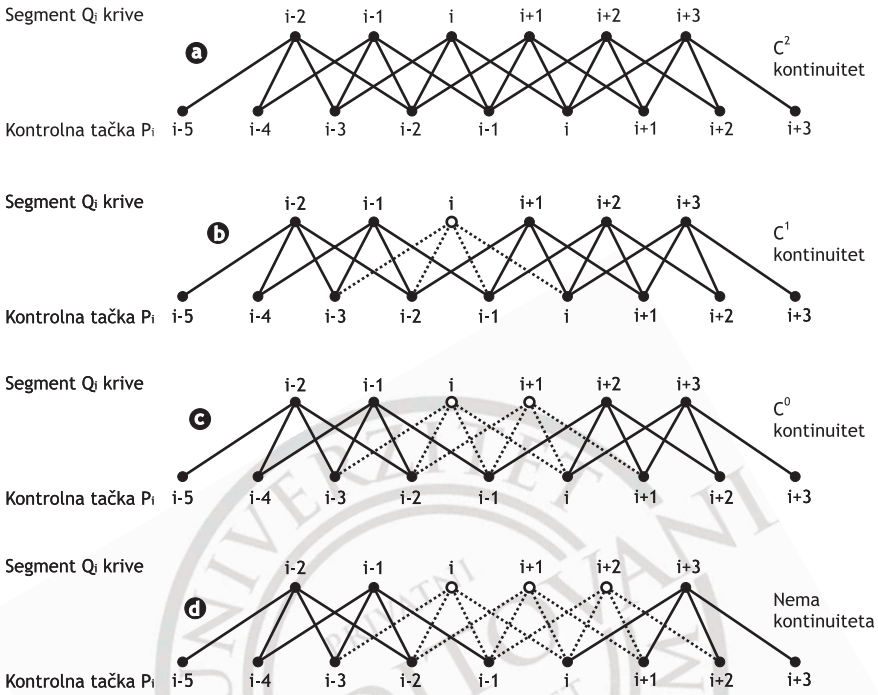
Slika 3.24 omogućava naprednija viđenja specifičnih (specijalnih) slučajeva, po pitanju čvorova.



Slika 3.24. *Uticaj raznovrsnih čvorova*

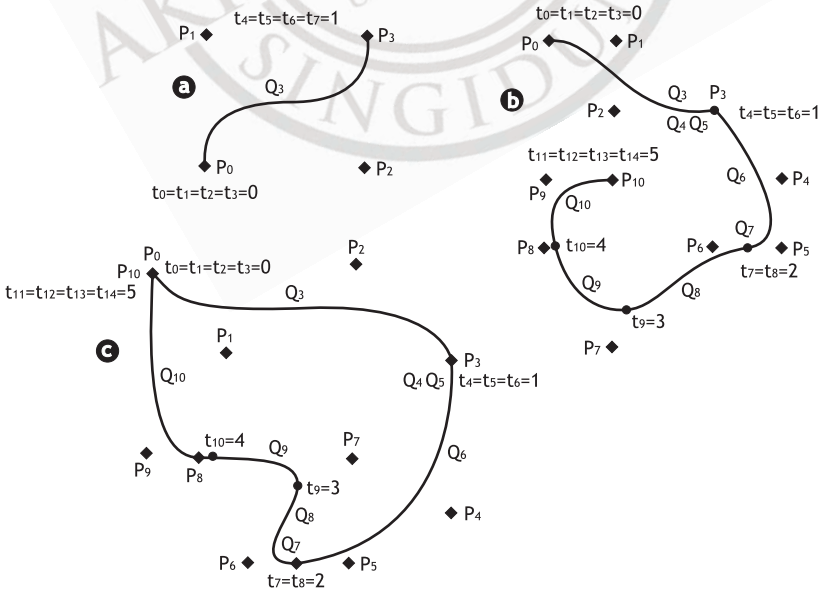
Na slici 3.24a, prikazan je slučaj kada svi čvorovi imaju samo jedan "domaći zadatak", tj. samo jednu funkciju. Svaki segment krive linije definisan je sa četiri kontrolne tačke i sa četiri funkcije mešanja i susedni segmenti krive "dele" tri kontrolne tačke. Na primer, segment krive linije Q_3 je definisan pomoću tačaka P_0, P_1, P_2 i P_3; segment krive linije Q_4 je definisan pomoću tačaka P_1, P_2, P_3 i P_4; i segment krive linije Q_5 je definisan pomoću tačaka P_2, P_3, P_4 i P_5. Na slici 3.24b, se vidi "dvostruki" čvor koji dovodi do toga da se dužina segmenta krive linije Q_4 smanjila na nulu. Na ovaj način segmenti krive linije Q_3 i Q_5 postaju susedni segmenti, ali "dele" samo dve kontrolne tačke, P_2 i P_3. Ova dva segmenta imaju manje "zajedničkog" od prethodne varijante, što je dovelo do toga da se "izgubio" jedan stepen kontinuiteta. Na slici 3.24c se vidi "trostruki" čvor, tako da dva segmenta krive linije "dele" samo kontrolnu tačku P_3. Zato korisnik može da očekuje samo C^0 kontinuitet u zajedničkoj tački. Na slici 3.24d, vidi se "četvorostruki" čvor, koji dovodi do diskontinuiteta, tj. do prekida krive linije. Na ovaj način može da se prikaže nekoliko splajnova sa jednim čvorom i nekoliko kontrolnih tačaka.

Slika 3.25 omogućava korisniku da lakše shvati odnose između čvorova, segmenata krive linije i kontrolnih tačaka.



Slika 3.25. *Odnos segmenata, kontrolnih tačaka i čvorova za neuniformni B-splajn*

Slika 3.26 prikazuje kompleksnost oblika koji može da bude predstavljen ovom tehnikom.



Slika 3.26. *Primer oblika definisanih neracionalnim B-splajnovima i čvorovima*

Na slici 3.26a, prikazana je kriva linija sa sekvencom čvorova $(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)$. Izvršena je interpolacija krive u krajnjim tačkama, ali nije izvršena interpolacija u međutačkama, i to je zaista Bezjeova kriva. I preostale krive na slici 3.26 započinju i završavaju se trostrukim čvorovima.

Na taj način se vektori tangenti u krajnjim tačkama određuju vektorima P_0P_1 i $P_{m-1}P_m$ i na taj način se obezbeđuje kontrola krive linije u početnoj i u krajnjoj tački, kao kod Bezjeovih krivih linija.

3.2.5. Neuniformne racionalne krive linije trećeg stepena

Uopštena prezentacija racionalne krive linije koja je predstavljena polinomom trećeg stepena ima oblik:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{X(t)}{W(t)}, \\ y(t) &= \frac{Y(t)}{W(t)}, \\ z(t) &= \frac{Z(t)}{W(t)}, \end{aligned} \tag{3.37}$$

gde su $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$ i $W(t)$ krive linije koje su definisane polinomom trećeg stepena i gde su kontrolne tačke definisane u homogenim koordinatama. Može da se smatra da kriva postoji u homogenom prostoru kao:

$$Q(t) = \begin{bmatrix} X(t) & Y(t) & Z(t) & W(t) \end{bmatrix}.$$

Kao i uvek, prelazak iz homogenog prostora u 3D prostor se obavlja deljenjem vrednošću $W(t)$. Svaka neracionalna kriva linija se transformiše u racionalnu krivu liniju dodavanjem $W(t) = 1$ kao četvrtog elementa. Uopšteno govoreći, polinomi racionalnih krivih linija mogu da predstavljaju Bezjeove, Hermitove, ili druge tipove krivih linija. Kada je reč o B-splajnovima, onda se radi o neuniformnim racionalnim B-splajnovima, koji se često "sreću" pod nazivom NURBS.

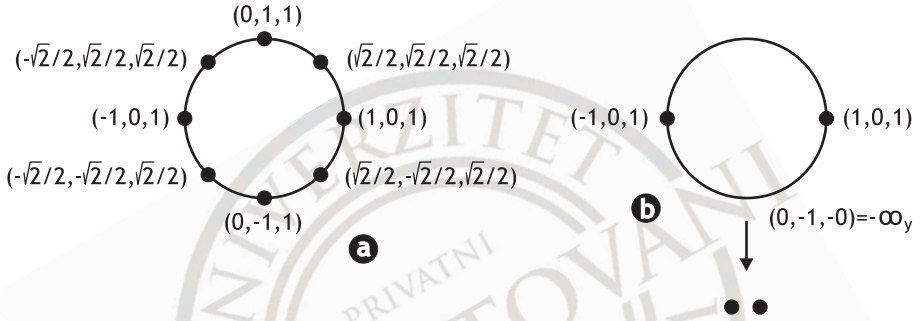
Racionalne krive linije imaju dve prednosti. Prva i najvažnija prednost je u tome što je kriva invarijantna kada se vrši rotiranje, skaliranje, transliranje i transformisanje u perspektivi kontrolnih tačaka (neracionalne krive linije su invarijantne kada se vrši rotiranje, skaliranje i transliranje kontrolnih tačaka). To znači da se transformisanje u perspektivi primenjuje jedino na kontrolne tačke, kako bi se te tačke iskoristile za generisanje transformacija u perspektivi originalne krive linije.

Druga prednost racionalnih splajnova je u tome što je moguće precizno definisati konusne sekcije i površi. Konusne sekcije mogu da budu aproksimirane neracionalnim krivim linijama, koristeći veliki broj kontrolnih tačaka bliskih konusnim sekcijama. Ova prednost je posebno korisna u CAD programima, gde se krive linije i površine tako predstavljaju. Obe vrste entiteta mogu da budu definisani pomoću NURBS krivih linija.

Definisanje konusnih preseka zahteva polinome drugog, a ne polinome trećeg stepena. U tom slučaju funkcija mešanja $B_{i,3}(t)$, iz jednačine (3.36), koristi se u izrazu za krivu liniju u formi:

$$\begin{aligned} Q_i(t) &= P_{i-2}\, B_{i-2,3}(t) + P_{i-1}\, B_{i-1,3}(t) + P_i\, B_{i,3}(t), \\ & 2 \le i \le m, \quad t_i \le t < t_{i+1}. \end{aligned} \tag{3.38}$$

Dva načina za kreiranje kružnica čiji je centar u koordinatnom početku tekućeg koordinatnog sistema prikazana su na slici 3.27.



Slika 3.27. *Kontrolne tačke za definisanje kružnice kao racionalnog splajna u 2D*

Treba registrovati, kada je reč o kvadratnim B-splajnovima, da dvostruki čvor definiše kontrolnu tačku koju treba interpolirati, a trostruki čvor fiksira položaje početnih i krajnjih tačaka krivih linija na položajima kontrolnih tačaka.

3.2.6. Podela krivih linija na segmente

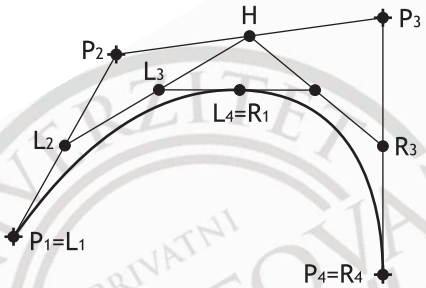
Na primer, korisnik mora da kreira seriju povezanih krivolinijskih segmenata kako bi aproksimirao odgovarajući oblik koji dizajnira. Doći će u situaciju da manipuliše kontrolnim tačkama, ali neće moći da "dođe" do željenog oblika. To je posledica nedovoljnog broja kontrolnih tačaka, jer sa malim brojem tačaka ne može da se "dođe" do željenog oblika. Ovaj problem može da se reši na dva načina.

Prvi način je da se poveća stepen polinoma (od 3 na 4 ili i više) kojim se definiše željena kriva linija. Ovo je neki put i neophodan način, posebno kada je potrebno zadovoljiti veći stepen kontinuiteta između segmenata. Ono što nije dobro kod ovog načina je potrebno vreme za izračunavanje i definisanje krive linije, jer ima mnogo tačaka koje treba uzeti u obzir.

Drugi način je podela segmenta krive linije na dva dela. Na primer, segment Bezjeove krive linije sa četiri tačke može da se podeli na dva dela sa ukupno sedam kontrolnih tačaka (dva nova segmenta "dele" zajedničku tačku). Dva nova segmenta u potpunosti odgovoraju prvobitnoj, originalnoj krivoj liniji, sve dok se neka kontrolna tačka ne pomeri ili premesti.

Data je Bezjeova kriva $Q(t)$ koja je definisana tačkama P_1, P_2, P_3 i P_4. Ova kriva se

deli na dva dela i treba pronaći levi segment krive koji je definisan tačkama L_1, L_2, L_3 i L_4 i treba pronaći desni segment krive koji je definisan tačkama R_1, R_2, R_3 i R_4. Treba napomenuti da levi segment odgovara krivoj Q na intervalu $0 \leq t < \frac{1}{2}$ i desni segment odgovara krivoj Q na intervalu $\frac{1}{2} \leq t < 1$. Tačka na krivoj liniji, koja odgovara parametarskoj vrednosti t, pronalazi se crtanjem konstrukcione linije L_2H koja deli P_1P_2 i P_2P_3 u odnosu koji propisuje parametar t, a to je $(1-t)$. Na sličan način linija HR_3 deli linije P_2P_3 i P_3P_4, kao i što linija L_3R_2 deli linije L_2H i HR_3. Tačka L_4 (što je isto i tačka R_1) deli L_3R_2 u pomenutom opsegu i definiše tačku na liniji $Q(t)$. Slika 3.28 prikazuje konstrukciju za vrednost parametra $t = \frac{1}{2}$.



Slika 3.28. *Podela Bezjeove krive sa parametrom* $t = \frac{1}{2}$

Sve tačke je lako pronaći dodajući ih i deleći dobijene zbirove brojem 2:

$$\begin{aligned} L_2 &= \frac{P_1+P_2}{2}, \quad H = \frac{P_2+P_3}{2}, \quad L_3 = \frac{L_2+H}{2}, \\ R_3 &= \frac{P_3+P_4}{2}, \quad R_2 = \frac{H+R_3}{2}, \quad L_4 = R_1 = \frac{L_3+R_2}{2}. \end{aligned} \tag{3.39}$$

Ovi rezultati mogu da se reorganizuju u obliku matrica, tako da se dobijaju leva Bezjeova matrica deljenja D_B^L i desna Bezjeova matrica deljenja D_B^D. Ove matrice mogu da se iskoriste da se pronađu geometrijska matrica G_B^L tačaka za levu Bezjeovu krivu i matrica G_B^D za desnu Bezjeovu krivu:

$$\begin{aligned} G_B^L &= D_B^L \cdot G_B = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}, \\ G_B^D &= D_B^D \cdot G_B = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{3.40}$$

Odgovarajuće matrice $D^{L}_{B_{S_i}}$ i $D^{D}_{B_{S_i}}$ za deljenje B-splajna imaju oblik:

$$G^{L}_{B_{S_i}} = D^{L}_{B_{S_i}} \cdot G_{B_{S_i}} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{bmatrix},$$

$$G^{D}_{B_{S_i}} = D^{D}_{B_{S_i}} \cdot G_{B_{S_i}} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{bmatrix}. \tag{3.41}$$

Pažljivim razmatranjem gore navedenih jednačina vidi se da su četiri kontrolne tačke $G_{B_{S_i}}$ zamenjene sa pet novih kontrolnih tačaka, koje dele $G^{L}_{B_{S_i}}$ i $G^{D}_{B_{S_i}}$. Segment splajn krive linije koji je,u međuvremenu, podeljen je i dalje definisan nekim kontrolnim tačkama $G_{B_{S_i}}$. To znači da promena bilo koje od novih pet kontrolnih tačaka ili promena bilo koje od četiri "stare" tačke vodi ka tome da se B-splajn prekida, tj. nije više spojen. Ovaj problem se izbegava primenom neuniformnih B-splajnova.

3.2.7. Konverzija između različitih prezentacija

Često zatreba da se izvrši konverzija između dve prezentacije. Na primer, za datu krivu koja je predstavljena geometrijskim vektorom G_1 i baznom matricom M_1, treba pronaći ekvivalentnu geometrijsku matricu G_2 za baznu matricu M_2, tako da dve krive budu identične:

$$T \cdot M_2 \cdot G_2 = T \cdot M_1 \cdot G_1.$$

Ova jednakost može da se napiše i u obliku:

$$M_2 \cdot G_2 = M_1 \cdot G_1.$$

Rešavajući jednačinu po G_2, nepoznatoj geometrijskoj matrici,

$$M_2^{-1} \cdot M_2 \cdot G_2 = M_2^{-1} \cdot M_1 \cdot G_1,$$

dobija se:

$$G_2 = M_2^{-1} \cdot M_1 \cdot G_1 = M_{1,2} \cdot G_1. \tag{3.42}$$

Na ovaj način se dolazi do matrice koja vrši konverziju poznatog geometrijskog vektora prezentacije 1 u geometrijski vektor prezentacije 2 i ona ima oblik:

$$M_{1,2} = M_2^{-1} \cdot M_1.$$

Na primer, konvertovanje B-splajn krive linije u Bezjeovu krivu liniju, matrica $M_{B_S,B}$ postaje:

$$M_{B_S,B} = M_B^{-1} \cdot M_{B_S} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}. \tag{3.43}$$

Inverzna matrica je:

$$M_{B,B_S} = M_{B_S}^{-1} \cdot M_B = \begin{bmatrix} 6 & -7 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -7 & 6 \end{bmatrix}. \tag{3.44}$$

3.2.8. Iscrtavanje krivih linija

Postoje dva načina da se nacrtaju parametarske krive linije trećeg stepena. Prvi način obuhvata iterativnu procenu ili ocenu vrednosti $x(t)$, $y(t)$ i $z(t)$ usled priraštaja vrednosti parametra t, iscrtavajući linije između odgovarajućih tačaka. Drugi način obuhvata deljenje krive linije na segmente sve dok se ne dođe do varijante da kontrolne tačke definišu liniju u potpunosti.

Najuspešniji način da se odredi polinom trećeg stepena je primenom pozitivnih priraštaja. Pozitivni priraštaj $\Delta f(t)$ funkcije $f(t)$ je:

$$\Delta f(t) = f(t+\delta) - f(t), \quad \delta > 0, \tag{3.45}$$

a ako se izvrši preraspodela članova unutar izraza, onda se dobija:

$$f(t+\delta) = f(t) + \delta f(t). \tag{3.46}$$

Jednačina (3.46) može da se formuliše i kroz iterativni proces:

$$f_{n+1} = f_n + \Delta f_n, \tag{3.47}$$

gde se f određuje za jednake intervale veličine δ, tako da je $t_n = n\delta$ i $f_n = f(t_n)$. Ako se za polinom trećeg stepena

$$f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d = T \cdot C, \tag{3.48}$$

primeni pozitivan priraštaj, dobija se:

$$\begin{aligned} \Delta f(t) &= a(t+\delta)^3 + b(t+\delta)^2 + c(t+\delta) + d - (at^3 + bt^2 + ct + d) = \\ &= 3at^2\delta + t(3a\delta^2 + 2b\delta) + a\delta^3 + b\delta^2 + c\delta. \end{aligned} \tag{3.49}$$

Iz jednačine (3.47) se dobija:

$$\Delta^2 f(t) = \Delta(\Delta f(t)) = \Delta f(t+\delta) - \Delta f(t). \tag{3.50}$$

Primenjujući ovu jednačinu u jednačinu (3.49) dobija se:

$$\Delta^2 f(t) = 6a\delta^2 t + 6a\delta^3 + 2b\delta^2. \tag{3.51}$$

Na ovaj način se došlo do jednačine prvog stepena po parametru t. Prepisivanjem jednačine (3.50) i koristeći indeks n, dobija se:

$$\Delta^2 f_n = \Delta f_{n+1} - \Delta f_n \tag{3.52}$$

Reorganizovanjem poslednje jednačine i zamenom n sa $n-1$, dobija se:

$$\Delta f_n = \Delta f_{n-1} + \Delta^2 f_{n-1}. \tag{3.53}$$

Ovaj proces treba ponoviti još jednom i iz jednačine (3.51) se dobija vrednost $\Delta^3 f(t)$:

$$\Delta^3 f(t) = \Delta(\Delta^2 f(t)) = \Delta^2 f(t+\delta) - \Delta^2 f(t) = 6a\delta^3. \tag{3.54}$$

Očigledno je da treći priraštaj ima konstantnu vrednost, tako da ne mora da se traže ostali priraštaji. Prepisujući jednačinu (3.54) sa indeksom n i sa $\Delta^3 f_n$ kao konstantom, dolazi se do:

$$\Delta^2 f_{n+1} = \Delta^2 f_n + \Delta^3 f_n = \Delta^2 f_n + 6a\delta^3. \tag{3.55}$$

Ako se poslednja jednačina još jednom prepiše, uz zamenu n sa $n-2$, kompletira se razvoj:

$$\Delta^2 f_{n-1} = \Delta^2 f_{n-2} + 6a\delta^3. \tag{3.56}$$

Ovaj rezultat može da se iskoristi u jednačini (3.53) kako bi se pronašla vrednost Δf_n, koja se, onda, koristi u jednačini (3.47) da bi se odredila vrednost f_{n+1}. Pojavljuju se sledeći izrazi kao krajnja rešenja:

$$\begin{aligned} f_0 &= d, \\ \Delta f_0 &= a\delta^3 + b\delta^2 + c\delta, \\ \Delta^2 f_0 &= 6a\delta^3 + 2b\delta^2, \\ \Delta^3 f_0 &= 6a\delta^3. \end{aligned} \tag{3.57}$$

Ako se uvede oznaka D kao oznaka vektora početnih razlika, onda se "dolazi" do sledećeg izraza:

$$D = \begin{bmatrix} f_0 \\ \Delta f_0 \\ \Delta^2 f_0 \\ \Delta^3 f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ \delta^3 & \delta^2 & \delta & 0 \\ 6\delta^3 & 2\delta^2 & 0 & 0 \\ 6\delta^3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}. \tag{3.58}$$

3.2.9. Parametarske površi

Prezentacija parametarskih površi predstavlja uopštenu prezentaciju parametarskih krivih linija trećeg stepena. Uopštena forma parametarske krive linije je:

$$Q(t) = T \cdot M \cdot G$$

gde je G geometrijski vektor i ima konstantnu vrednost. Da bi se znalo da se radi o površima, zameniće se parametar t parametrom s, tako da se formira izraz:

$$Q(s) = S \cdot M \cdot G.$$

Ako se "dozvoli" da tačke u G mogu da se menjaju u 3D prostoru duž odgovarajuće putanje i da zavise od parametra t, onda se dobija izraz:

$$Q(s,t) = S \cdot M \cdot G(t) = S \cdot M \cdot \begin{bmatrix} G_1(t) \\ G_2(t) \\ G_3(t) \\ G_4(t) \end{bmatrix}. \tag{3.59}$$

Na primer, ako se "fiksira" vrednost t_1, onda je $Q(s,t_1)$ kriva linija jer $G(t_1)$ ima konstantnu vrednost. Ako sada paremetar t "dobije" vrednost t_2, gde je $t_2 - t_1$ vrlo mala vrednost, onda je $Q(s,t)$ kriva linija koja se neznatno razlikuje od prethodne. Ako se ovo ponavlja za druge vrednosti parametra t_2, gde se vrednosti "kreću" u granicama od 0 do 1, onda se kreira kompletna familija krivih linija, koje se neznatno međusobno razlikuju. Ove familije krivih linija formiraju odgovarajuću površ. Ako su $G_i(t)$ trećeg stepena, onda je reč o *parametarskim površima trećeg stepena*.

Ako $G_i(t)$ zaista jesu krive treće g stepena, onda svaka kriva linija može da se predstavi kao:

$$G_i(t) = T \cdot M \cdot \mathbf{G}_i,$$

gde je

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{i1} & \mathbf{g}_{i2} & \mathbf{g}_{i3} & \mathbf{g}_{i4} \end{bmatrix}^T.$$

Treba napomenuti da se u ovom slučaju koriste oznake $\mathbf{G}$ i $\mathbf{g}$ kako bi se razlikovale od oznake G koja se koristi za krivu liniju. Na primer, $\mathbf{g}_{i1}$ predstavlja prvi element geometrijskog vektora za krivu $G_i(t)$ itd.

Sledeći korak je transponovanje jednačine

$$G_i(t) = T \cdot M \cdot \mathbf{G}_i,$$

korišćenjem jednakosti

$$(A \cdot B \cdot C)^T = A^T \cdot B^T \cdot C^T.$$

Rezultat ovog je:

$$G_i(t) = \mathbf{G}_i^T \cdot M^T \cdot T^T = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{i1} & \mathbf{g}_{i2} & \mathbf{g}_{i3} & \mathbf{g}_{i4} \end{bmatrix} \cdot M^T \cdot T^T.$$

Ako se ovaj izraz zameni u jednačinu (4.59) za svaku od četiri tačke, dobija se:

$$Q(s,t) = S \cdot M \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{11} & \mathbf{g}_{12} & \mathbf{g}_{13} & \mathbf{g}_{14} \\ \mathbf{g}_{21} & \mathbf{g}_{22} & \mathbf{g}_{23} & \mathbf{g}_{24} \\ \mathbf{g}_{31} & \mathbf{g}_{32} & \mathbf{g}_{33} & \mathbf{g}_{34} \\ \mathbf{g}_{41} & \mathbf{g}_{42} & \mathbf{g}_{43} & \mathbf{g}_{44} \end{bmatrix} \cdot M^T \cdot T^T, \tag{3.60}$$

ili

$$Q(s,t) = S \cdot M \cdot \mathbf{G} \cdot M^T \cdot T^T, \quad 0 \le s,t \le 1, \tag{3.61}$$

Ako se ovaj izraz "razbije" na članove x, y i z, dolazi se do forme:

$$\begin{aligned} x(s,t) &= S \cdot M \cdot \mathbf{G}_x \cdot M^T \cdot T^T, \\ y(s,t) &= S \cdot M \cdot \mathbf{G}_y \cdot M^T \cdot T^T, \\ z(s,t) &= S \cdot M \cdot \mathbf{G}_z \cdot M^T \cdot T^T. \end{aligned} \tag{3.62}$$

Na osnovu ove opšte forme mogu da se određuju specifične površi korišćenjem različitih geometrijskih matrica.

3.2.10. Hermitove površi

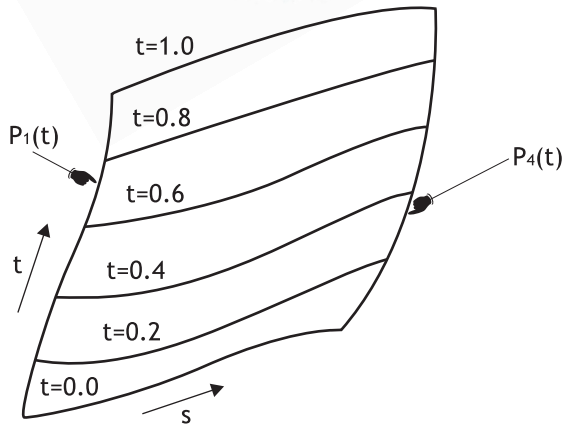
Hermitove površi su u potpunosti određene 4×4 geometrijskom matricom $\mathbf{G}_H$. Procedura za dobijanje željenih izraza je slična već opisanoj proceduri. Kao prvo, treba zameniti parametar t parametrom s u jednačini (3.13) kako bi se dobilo:

$$x(s) = S \cdot M_H \cdot G_{H_x}.$$

Vodeći računa o tome da Hermitov geometrijski vektor G_H nije konstanta, ali je i dalje funkcija parametra t, dobija se:

$$x(s,t) = S \cdot M_H \cdot G_{H_x}(t) = S \cdot M_H \cdot \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_4(t) \\ R_1(t) \\ R_4(t) \end{bmatrix}_x. \tag{3.63}$$

Funkcije $P_{1_x}(t)$ i $P_{4_x}(t)$ definišu x komponentu početne i krajnje tačke krivolinijskog segmenta, u funkciji parametra s. Slično ovome, funkcije $R_{1_x}(t)$ i $R_{4_x}(t)$ definišu vektore tangenti pomenutih tačaka. Za jednu specifičnu vrednost parametra t postoje dve specifične krajnje tačke i dva vektora tangenti. Slika 3.29 prikazuje funkcije $P_1(t)$ i $P_4(t)$ i kubne polinome u funkciji parametra s koji su definisani za vrednosti parametra $t = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ i 1.0. Segment krive površi predstavlja kubnu interpolaciju između $P_1(t) = Q(0,t)$ i $P_4(t) = Q(1,t)$, ili, alternativno, između $Q(s,0)$ i $Q(s,1)$.



Slika 3.29. *Linije sa konstantnom vrednošću parametara*

Treba pomenuti dva specifična slučaja. Ako su četiri ograničavajuće linije $Q(0,t)$, $Q(1,t)$, $Q(s,0)$ i $Q(s,1)$ prave linije, onda je rezultat površina koja je ograničena sa ove četiri linije. Engleski naziv za ovakvu vrstu površi je *Ruled surface*. Ako su ove linije koplanarne, onda je rezultujuća površ četvorougaoni (četvorostrani) poligon koji leži u jednoj ravni. Kreiranje ovakvih površi podržano je od strane većine CAD paketa, koji su danas u upotrebi.

Ako se nastavi sa izvođenjem, funkcije $P_1(t)$, $P_4(t)$, $R_1(t)$ i $R_4(t)$ mogu da se prikažu u Hermitovoj formi kao:

$$\begin{aligned} P_{1_x}(t) &= T \cdot M_H \cdot \begin{bmatrix} g_{11} \\ g_{12} \\ g_{13} \\ g_{14} \end{bmatrix}_x, \quad P_{4_x}(t) = T \cdot M_H \cdot \begin{bmatrix} g_{21} \\ g_{22} \\ g_{23} \\ g_{24} \end{bmatrix}_x, \\ R_{1_x}(t) &= T \cdot M_H \cdot \begin{bmatrix} g_{31} \\ g_{32} \\ g_{33} \\ g_{34} \end{bmatrix}_x, \quad R_{4_x}(t) = T \cdot M_H \cdot \begin{bmatrix} g_{41} \\ g_{42} \\ g_{43} \\ g_{44} \end{bmatrix}_x. \end{aligned} \tag{3.64}$$

Ova četiri kubna polinoma mogu da se prepišu kao jedinstvena jednačina:

$$\begin{bmatrix} P_1(t) & P_4(t) & R_1(t) & R_4(t) \end{bmatrix}_x = T \cdot M_H \cdot \mathbf{G}_{H_x}^T, \tag{3.65}$$

gde je

$$\mathbf{G}_{H_x} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{bmatrix}_x. \tag{3.66}$$

Usaglašavajući obe strane jednačine (3.65), dobija se:

$$\begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_4(t) \\ R_1(t) \\ R_4(t) \end{bmatrix}_x = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{bmatrix}_x \cdot M_H^T \cdot T^T = \mathbf{G}_{H_x} \cdot M_H^T \cdot T^T. \tag{3.67}$$

Zamenjujući jednačinu (3.67) u jednačinu (3.63), dobija se:

$$x(s,t) = S \cdot M_H \cdot \mathbf{G}_{H_x} \cdot M_H^T \cdot T^T. \tag{3.68}$$

Slično ovome dolazi se i do preostale dve jednačine:

$$\begin{aligned} y(s,t) &= S \cdot M_H \cdot \mathbf{G}_{H_y} \cdot M_H^T \cdot T^T, \\ z(s,t) &= S \cdot M_H \cdot \mathbf{G}_{H_z} \cdot M_H^T \cdot T^T. \end{aligned} \tag{3.69}$$

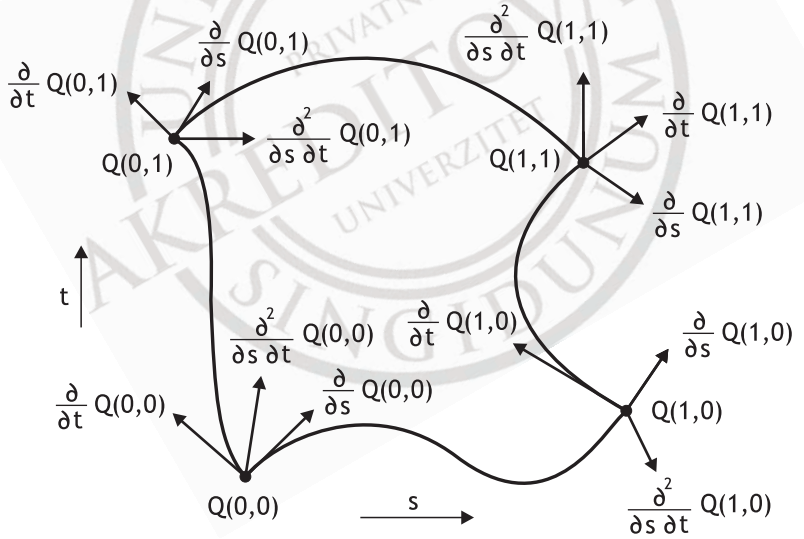
Tri 4×4 matrice $\mathbf{G}_{H_x}$, $\mathbf{G}_{H_y}$ i $\mathbf{G}_{H_z}$ imaju istu ulogu u Hermitovim površima kao što je ima jedinstvena matrica G_H za krive linije. Značenje ovih 16 članova $\mathbf{G}_H$ može da se

razume ako se obrati pažnja na jednačine (3.63) i (3.64). Element $\mathbf{g}_{11_x}$ je $x(0,0)$ zbog toga što je to početna tačka za $P_{1_x}(t)$. Slično tome, element $\mathbf{g}_{12_x}$ je $x(0,1)$ zbog toga što je to krajnja tačka za $P_{1_x}(t)$ i gde postaje početna tačka za $x(s,1)$. Idući dalje, element $\mathbf{g}_{13_x}$ je $\partial x/\partial t(0,0)$ zbog toga što je to vektor tangente u početnoj tački za $P_{1_x}(t)$ i $\mathbf{g}_{33_x}$ je $\partial^2 x/\partial s\partial t(0,0)$ zbog toga što je to vektor tangente u početnoj tački za $R_{1_x}(t)$, gde se definiše nagib krive $x(s,0)$.

Koristeći ovu interpretaciju, izraz za $\mathbf{G}_{H_x}$ može da se napiše u obliku:

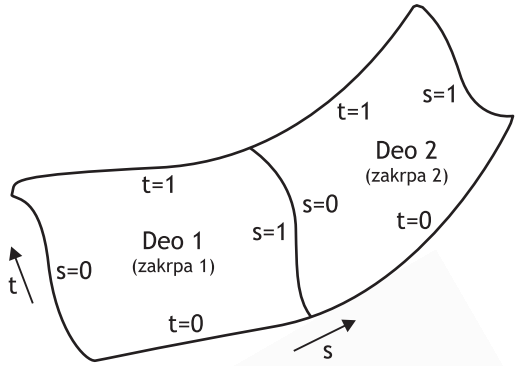
$$\mathbf{G}_{H_x} = \begin{bmatrix} x(0,0) & x(0,1) & \frac{\partial[x(0,0)]}{\partial t} & \frac{\partial[x(0,1)]}{\partial t} \\ x(1,0) & x(1,1) & \frac{\partial[x(1,0)]}{\partial t} & \frac{\partial[x(1,1)]}{\partial t} \\ \frac{\partial[x(0,0)]}{\partial s} & \frac{\partial[x(0,1)]}{\partial s} & \frac{\partial^2[x(0,0)]}{\partial s\partial t} & \frac{\partial^2[x(0,1)]}{\partial s\partial t} \\ \frac{\partial[x(1,0)]}{\partial s} & \frac{\partial[x(1,1)]}{\partial s} & \frac{\partial^2[x(1,0)]}{\partial s\partial t} & \frac{\partial^2[x(1,1)]}{\partial s\partial t} \end{bmatrix}. \tag{3.70}$$

Na slici 3.30 su prikazane vrednosti koje objašnjavaju elemente geometrijske matrice Hermitovih površi.



Slika 3.30. *Komponente geometrijske matrice Hermitove površi*

Kako Hermitove krive linije trećeg stepena dopuštaju C^1 i G^1 kontinuitet sa jednog segmenta krive na drugi, tako i Hermitove površi trećeg stepena dopuštaju C^1 i G^1 kontinuitet, sa jednog dela površi na drugi. Kao prvo, da bi površ imala C^0 kontinuitet duž jedne ivice (linije), to znači da bi to bila zajednička linija za oba dela i da bi kontrolne tačke, duž te linije, morale da budu identične. Da bi se zadovoljio C^1 kontinuitet, moraju da budu identične kontrolne tačke, vektori tangenti i vektori uvijanja, duž zajedničke ivice (linije). Da bi se zadovoljio G^1 kontinuitet, vektori tangenti moraju da imaju isti pravac, ali ne moraju da imaju istu vrednost (veličinu).



Slika 3.31. *Dva spojena dela površi*

Ako zajednička ivica prvog dela površi ima vrednost $s = 1$ i drugog dela površi ima vrednost $s = 0$ (slika 3.31), onda vrednosti u nekim redovima geometrijskih matrica moraju da reflektuju G^1 kontinuitet, kao što je to prikazano na donjim izrazima:

$$\text{Za prvi deo površi} \quad \begin{bmatrix} - & - & - & - \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ - & - & - & - \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{bmatrix}$$

$$\text{Za drugi deo površi} \quad \begin{bmatrix} g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ - & - & - & - \\ kg_{41} & kg_{42} & kg_{43} & kg_{44} \\ - & - & - & - \end{bmatrix} \quad k > 0. \tag{3.71}$$

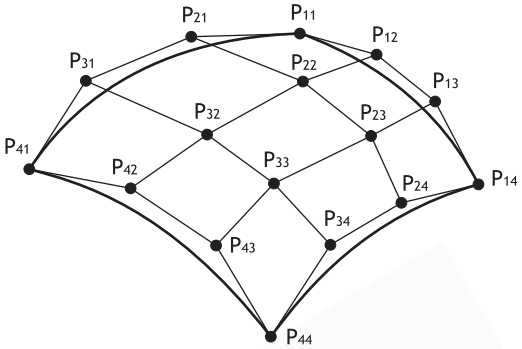
Treba pomenuti i sledeći slučaj. Ako su četiri dela spojena i imaju zajedničku tačku, duž zajedničkih linija se pojavljuju kompleksniji izrazi, da bi se zadovoljio G^1 kontinuitet, ali ti izrazi ovde neće biti obrađivani.

3.2.11. Bezjeove površi

Formulacija Bezjeovih površi može da se dobije na isti način kao i formulacija Hermitovih površi. Rezultat su sledeći izrazi:

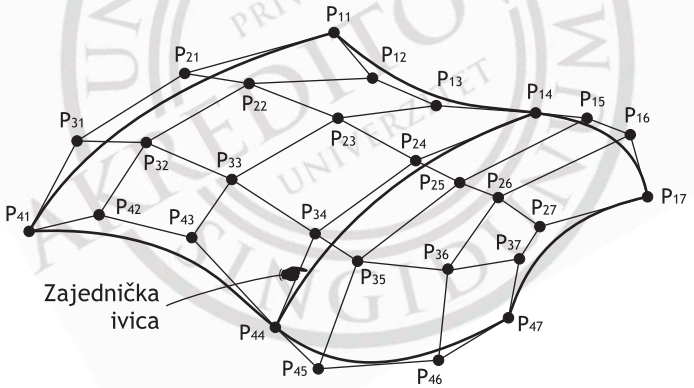
$$\begin{aligned} x(s,t) &= S \cdot M_B \cdot \mathbf{G}_{B_x} \cdot M_B^T \cdot T^T, \\ y(s,t) &= S \cdot M_B \cdot \mathbf{G}_{B_y} \cdot M_B^T \cdot T^T, \\ z(s,t) &= S \cdot M_B \cdot \mathbf{G}_{B_z} \cdot M_B^T \cdot T^T. \end{aligned} \tag{3.72}$$

Bezjeova geometrijska matrica $\mathbf{G}$ sadrži 16 kontrolnih tačaka, kako je to prikazano na slici 3.32. Bezjeove površi su atraktivne u interaktivnom dizajnu iz istog razloga iz kog su atraktivne i Bezjeove krive linije. U te razloge spadaju mogućnosti da se pomoću kontrolnih tačaka vrši interpolacija površi kako bi se postigao verniji izgled, kao i mogućnosti da se kontrolišu vektori tangenti.



Slika 3.32. *Kontrolne tačke Bezjeove površi*

Da bi se zadovoljili C^0 i G^0 kontinuiteti duž dodirnih ivica, dovoljno je odrediti četiri zajedničke kontrolne tačke. Kontinuitet G^1 se "pojavljuje" kada su dva skupa od po četiri kontrolne tačke, sa bilo koje strane dodirne ivice, kolinearna sa tačkama na samoj ivici. Na slici 3.33 su prikazani skupovi kolinearnih kontrolnih tačaka koji definišu četiri linijska segmenta koji imaju istu razmeru k. Ti skupovi kontrolnih tačaka su: (P_{13}, P_{14}, P_{15}), (P_{23}, P_{24}, P_{25}), (P_{33}, P_{34}, P_{35}) i (P_{43}, P_{44}, P_{45}).



Slika 3.33. *Dve Bezjeove površi sa zajedničkom ivicom*

3.2.12. B-splajn površi

B-splajn površi su predstavljene kao:

$$\begin{aligned} x(s,t) &= S \cdot M_{B_S} \cdot \mathbf{G}_{B_{S_x}} \cdot M_{B_S}^T \cdot T^T, \\ y(s,t) &= S \cdot M_{B_S} \cdot \mathbf{G}_{B_{S_y}} \cdot M_{B_S}^T \cdot T^T, \\ z(s,t) &= S \cdot M_{B_S} \cdot \mathbf{G}_{B_{S_z}} \cdot M_{B_S}^T \cdot T^T. \end{aligned} \tag{3.73}$$

Kod ovih površi, C^2 kontinuitet je po automatizmu ispunjen, tako da nije potrebno ispunjavati neke specifične uslove. Za neuniformne i racionalne B-splajn površi priče su slične, tako da nema potrebe da se gubi vreme na njihovo objašnjavanje.

3.2.13. Normale na površi

Definisanje normala na površi trećeg stepena je neophodno, jer se koriste za uspešno senčenje pri renderu, za određivanje eventualne interferencije u robotici, za određivanje pomeranja kod numerički kontrolisanih mašina itd. Iz jednačine (3.61) vektor tangente s površi $Q(s,t)$ je:

$$\begin{aligned}\frac{\partial[Q(s,t)]}{\partial s} &= \frac{\partial(S\cdot M\cdot G\cdot M^T\cdot T^T)}{\partial s} = \\ &= \frac{\partial S}{\partial s}\cdot M\cdot G\cdot M^T\cdot T^T = \\ &= \begin{bmatrix} 3s^2 & 2s & 1 & 0\end{bmatrix}\cdot M\cdot G\cdot M^T\cdot T^T, \end{aligned} \tag{3.74}$$

a vektor tangente t je:

$$\begin{aligned}\frac{\partial[Q(s,t)]}{\partial t} &= \frac{\partial(S\cdot M\cdot G\cdot M^T\cdot T^T)}{\partial t} = \\ &= S\cdot M\cdot G\cdot M^T\cdot\frac{\partial(T^T)}{\partial t} = \\ &= S\cdot M\cdot G\cdot M^T\cdot\begin{bmatrix} 3t^2 & 2t & 1 & 0\end{bmatrix}^T. \end{aligned} \tag{3.75}$$

Oba vektora tangenti su paralelni sa površi u tački (s,t) i njihov vektorski proizvod je normalan na samu površ. Treba napomenuti da ako vektori imaju vrednost nula, onda i vektorski proizvod ima vrednost nula. To znači da ako se vektor tangente "približava" nuli u zajedničkoj tački, onda je prisutan C^1 kontinuitet, ali G^1 kontinuitet nije zadovoljen.

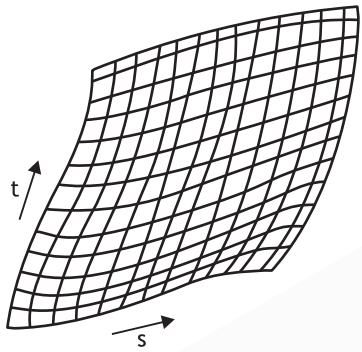
Svaki vektor tangenti "nosi u sebi" informacije o tri (x, y i z) komponente. Ako se uvede oznaka x_s za x komponentu s vektora tangente, oznaka y_s za y komponentu s vektora tangente i oznaka z_s za z komponentu s vektora tangente, onda je normala definisana pomoću izraza:

$$\frac{\partial[Q(s,t)]}{\partial s}\times\frac{\partial[Q(s,t)]}{\partial t} = \begin{bmatrix} y_sz_t - y_tz_s & z_sx_t - z_tx_s & x_sy_t - x_ty_s\end{bmatrix}. \tag{3.76}$$

Normala na površi je polinom petog stepena i funkcija dve promenljive, tako da je izuzetno komplikovano rešiti taj polinom. Zbog toga se koriste aproksimativni izrazi, za koje treba mnogo manje vremena da bi se odredili.

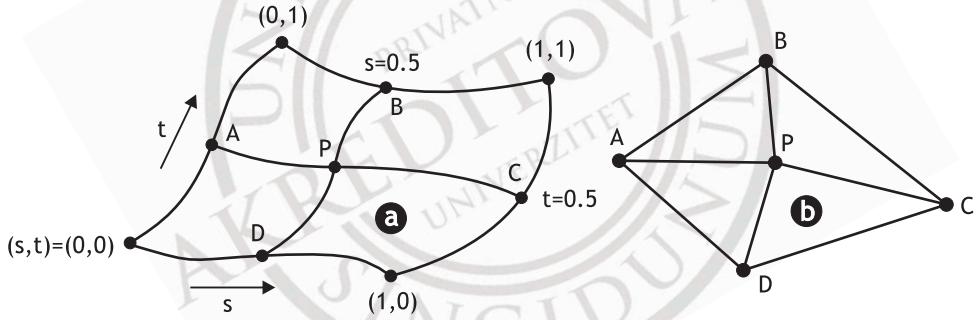
3.2.14. Prikazivanje površi trećeg stepena

Kao kod definisanja krivih linija, i površi mogu biti prikazane na dva načina - iterativnom evolucijom polinoma trećeg stepena ili podelom na manje segmente, ali se više koristi adaptivna evolucija polinoma trećeg stepena. Preporučuje se da se, najpre, koristi prva iterativna metoda, a ako nije moguće drugačije, onda da se koristi i metoda podele na manje segmente.



Slika 3.34. *Površ sa konstantnim vrednostima* s *i* t

Iterativna metoda je prikazana na slici 3.34, gde svaka kriva linija sa konstantom s i svaka kriva linija sa konstantom t predstavljaju krive linije trećeg stepena. Drugi način je podela površi na četvorostrane (četvorougaone) poligone ili na trougaone poligone, što zavisi od toga šta korisnik hoće.



Slika 3.35. *Podela na četvorostrane i trougaone poligone*

Na slici 3.35a, prikazana je podela površi na četiri segmenta sa zajedničkom tačkom i to je podela na četvorostrane poligone. Na slici 3.35b, prikazana je podela površi na četiri segmenta sa zajedničkom tačkom i to je podela na trougaone poligone.

3.2.15. Površi drugog stepena

Implicitna jednačina površi u formi

$$f(x,y,z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dxy + 2eyz + 2fxz + 2gx + 2hy + 2jz + k = 0 \quad (3.77)$$

definiše familiju površi drugog stepena (kvadratne površi).

Na primer, ako je $a = b = c = -k = 1$ i ako su preostali koeficijenti jednaki nuli, onda se dobija jednačina lopte čiji je poluprečnik jednak 1. Ako su koeficijenti od a do f jednaki nuli dobija se jednačina ravni.

Alternativna prezentacija jednačine (3.77) je:

$$P^T \cdot Q \cdot P = 0, \tag{3.78}$$

gde su

$$Q = \begin{bmatrix} a & d & f & g \\ d & b & e & h \\ f & e & c & j \\ g & h & j & k \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{3.79}$$

Površ, koja je predstavljena oznakom Q, može lako da se translira i skalira. Transformaciona matrica M je formata 4×4 (već je bilo reči o transformacionim matricama) i pomoću nje može da se definiše transformisana kvadratna površ Q' kao:

$$Q' = (M^{-1})^T \cdot Q \cdot M^{-1}. \tag{3.80}$$

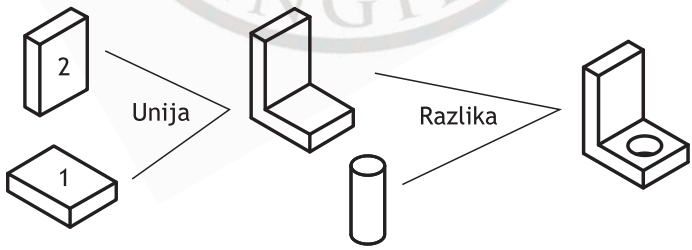
Normala na implicitnu površ definisanu izrazom $f(x, y, z) = 0$ je vektor

$$\begin{bmatrix} \frac{df}{dx} & \frac{df}{dy} & \frac{df}{dz} \end{bmatrix}.$$

Očigledno je da je na ovaj način mnogo lakše odrediti normalu na određenu površ.

3.3. Geometrija krutih tela (CSG)

Geometrija krutih tela (ili CSG) predstavlja metodu pomoću koje je moguće kreirati složene objekte upotrebom jednostavnih objekata Bulovih operacija. Model se predstavlja u obliku CSG stabla (slika 3.36), gde se vidi prvobitni izgled jednostavnih objekata (primitiva) i redosled primenjivanja Bulovih operacija (unija, razlika i presek).



Slika 3.36. *Horizontalno CSG stablo*

Treba napomenuti da se najpre podešavaju veličine i orijentacije primitiva, kao i pozicioniranje u prostoru, a nakon toga se primenjuju željene Bulove operacije.

Već nekoliko puta su pomenuti primitivi. Koji su tipični primitivi? Tipični primitivi, u većini CAD programa, su kocka i/ili kvadar, lopta, valjak, kupa, piramida, torus i klin. Kod specifičnih CAD programa mogu da se pojave i drugi objekti koje, u tom programu, nazivaju primitivima.

3.3.1. Bulove operacije

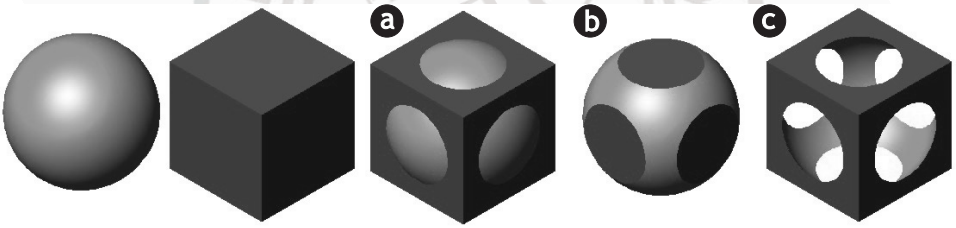
Postoje tri Bulove operacije koje se koriste u skoro svim CAD programima. Pomoću ovih operacija moguće je kreirati krajnje složene oblike i kruta tela (solide) upotrebom jednostavnih objekata, tj. upotrebom primitiva. Reč je o sledećim Bulovim operacijama:

- **Unija** - gde je rezultat novi objekat koji predstavlja skup površina (slika 3.37a) ili skup zapremina (slika 3.38a) objekata koji se presecaju, dok se zajednička površina ili zapremina "odbacuju". Matematička oznaka unije je $A \cup B$.



Slika 3.37. *Primena Bulovih operacije na 2D regione*

- **Presek** - gde je rezultat novi objekat koji predstavlja skup zajedničkih površina (slika 3.37b) ili zajedničkih zapremina (slika 3.38b) objekata koji se presecaju, dok se pojedinačne površine ili zapremine "odbacuju". Matematička oznaka preseka je $A \cap B$.



Slika 3.38. *Primena Bulovih operacija na solide*

- **Razlika** - gde je rezultat novi objekat koji predstavlja razliku površina (slika 3.37c) ili razliku zapremina (slika 3.38c) objekata koji se presecaju. Matematička oznaka razlike je $A - B$.

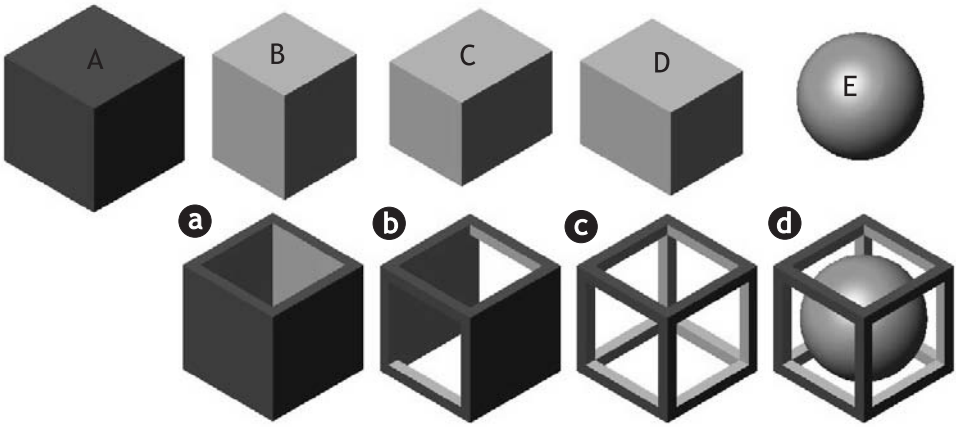
Sledi primer kako bi ovo postalo jasnije. Na slici 3.39, u gornjem redu prikazani su primitivi koji "učestvuju" u ovom primeru. Slovom A je označena kocka, slova B, C i D su oznake za tri kvadra (isti su, samo im je orijentacija u prostoru različita) i slovom E je označena lopta. Procedura je sledeća:

1. Najpre se od kocke A oduzima kvadar B, tj. $A - B$, tako da je rezultat ovog koraka prikazan na slici 3.39a.

2. Od ovog složenijeg objekta oduzima se kvadar C, tj. $(A - B) - C$, tako da je rezultat ovog koraka prikazan na slici 3.39b.

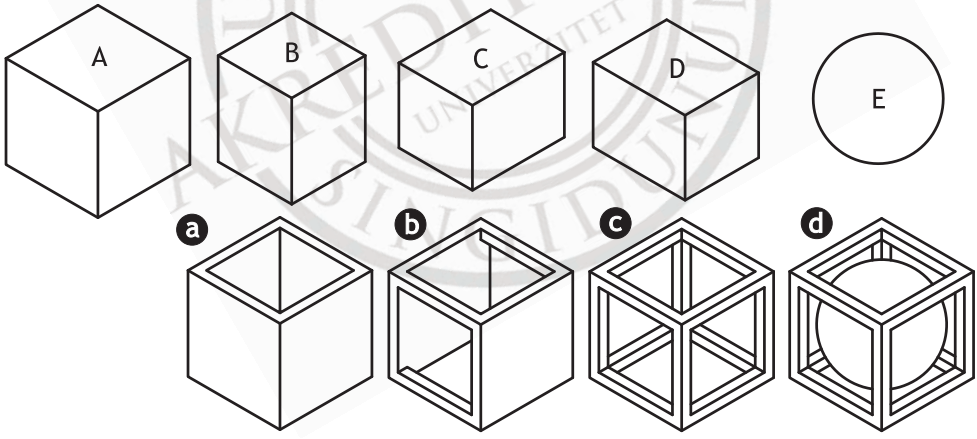
3. Sledi oduzimanje kvadra D od novonastalog objekta, tj. $[(A - B) - C] - D$, tako da je rezultat ovog koraka prikazan na slici 3.39c.

4. Sledi poslednji korak u kreiranju ovog CSG stabla. Nastalom objektu se dodaje lopta, tj. $\{[(A-B)-C]-D\} \cup E$, tako da je rezultat ovog koraka prikazan na slici 3.39d.



Slika 3.39. *CSG stablo sa osenčenim modelima*

Na slici 3.40 je prikazano isto što je prikazano i na slici 3.39, samo što je na slici 3.40 reč o mrežnim modelima.



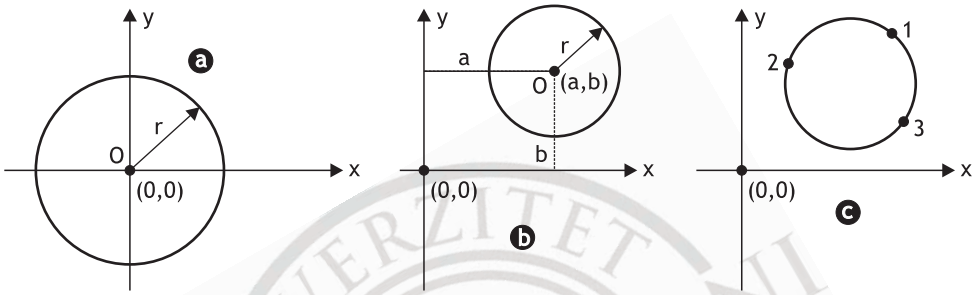
Slika 3.40. *CSG stablo sa mrežnim modelima*

3.4. Implicitno predstavljanje krivih i površi

Jednačine objekata sa krivolinijskom granicom mogu da budu u parametarskom ili u neparametarskom obliku. Različiti objekti koji se obično koriste u računarskoj grafici uključuju krive i površi drugog reda, polinome i eksponencijalne funkcije, kao i površi određene splajnovima. Sledi opis objekata koji se obično koriste kako bi proizveli poligonalnu mrežu koja je u stanju da aproksimira samu površ.

3.4.1. Kružnica

Kružnica predstavlja geometrijsko mesto tačaka u ravni koje se nalaze na jednakom rastojanju od date tačke O (slika 3.41a). Rastojanje svake tačke r od centra se naziva **poluprečnik**, a tačka O naziva se **centar kružnice**. Dvostruka vrednost poluprečnika poznata je pod nazivom **prečnik kružnice** i on iznosi $\mathrm{d} = 2\,\mathrm{r}$. Kružnica "zaklapa" pun ugao koji je jednak 360° ili 2π radijana.



Slika 3.41. *Različiti položaji kružnica*

Treba napomenuti da kružnica ima maksmimalno moguću površinu za dati obim i minimalno mogući obim za datu površinu. Obim kružnice C se određuje pomoću:

$$\mathrm{C} = 2\,\pi\,\mathrm{r}. \tag{3.81}$$

Obim kružnice može da se odredi korišćenjem izraza za dužinu luka u polarnim koordinatama,

$$\mathrm{C} = \int_0^{2\pi} \sqrt{\mathrm{r}^2 + \left(\frac{\mathrm{dr}}{\mathrm{d}\theta}\right)^2}\,\mathrm{d}\theta, \tag{3.82}$$

i pošto je $\mathrm{r}(\theta) = \mathrm{r}$, onda se prethodni izraz pojednostavljuje na

$$\mathrm{C} = \int_0^{2\pi} \mathrm{r}\,\mathrm{d}\theta = 2\,\pi\,\mathrm{r}. \tag{3.83}$$

Odnos obima i prečnika kružnice (C/d) je konstantna vrednost, bez obzira na to da li se menja veličina kružnice. Površina kružnice A se određuje pomoću:

$$\mathrm{A} = \mathrm{r}^2\,\pi. \tag{3.84}$$

Površina kružnice može da se odredi upotrebom polarnih koordinata:

$$\mathrm{A} = \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta \int_0^{\mathrm{r}} \mathrm{r}\,\mathrm{dr} = (2\pi)\cdot\left(\frac{1}{2}\mathrm{r}^2\right) = \pi\,\mathrm{r}^2. \tag{3.85}$$

Jednačina kružnice u Dekartovom koordinatnom sistemu, čiji je poluprečnik r i čiji se centar nalazi u koordinatnom početku (slika 3.41a), ima oblik:

$$\mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 = \mathrm{r}^2. \tag{3.86}$$

Ako je kružnica pomerena iz koordinatnog početka i njen centar se nalazi u tački sa koordinatama (a, b), kao što je to prikazano na slici 3.41b, onda jednačina kružnice ima oblik:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2. \tag{3.87}$$

Ako duž P_1P_2, gde tačka P_1 ima koordinate (x_1, y_1) i tačka P_2 ima koordinate (x_2, y_2), predstavlja prečnik odgovarajuće kružnice, onda jednačina te kružnice ima oblik:

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) + (y - y_1) \cdot (y - y_2) = 0. \tag{3.88}$$

Parametarske jednačine kružnice, čiji je poluprečnik r i čiji je centar u koordinatnom početku, imaju oblik:

$$x = r \cdot \cos(t), \tag{3.89}$$
$$y = r \cdot \sin(t). \tag{3.90}$$

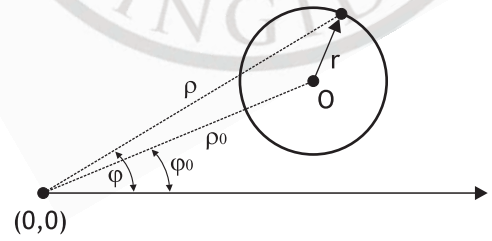
Parametarske jednačine kružnice, čiji je poluprečnik r i čiji je centar u tački sa koordinatama (a, b), imaju oblik:

$$x = a + r \cdot \cos(t), \tag{3.91}$$
$$y = b + r \cdot \sin(t). \tag{3.92}$$

Parametarske jednačine kružnice, čiji je poluprečnik r i čiji je centar u koordinatnom početku, mogu da se dobiju i pomoću racionalnih funkcija:

$$x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}, \tag{3.93}$$

$$y = \frac{2t}{1 + t^2}. \tag{3.94}$$



Slika 3.42. *Kružnica sa polarnim koordinatama*

Opšta jednačina kružnice (slika 3.42) u polarnim koordinatama ima oblik:

$$\rho^2 + 2 \cdot \rho \cdot \rho_0 \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) + \rho_0^2 = r^2. \tag{3.95}$$

U polarnim koordinatama, jednačina kružnice ima jednostavnu formu. Ako kružnica ima poluprečnik r i njen centar se nalazi u koordinatnom početku, onda jednačina kružnice u polarnim koordinatama ima oblik:

$$\rho = r\,. \tag{3.96}$$

Ako kružnica ima poluprečnik r i njen centar se nalazi u tački sa koordinatama $(a, 0)$, onda jednačina kružnice u polarnim koordinatama ima oblik:

$$\rho = 2\,r \cdot \cos\theta\,. \tag{3.97}$$

Ako kružnica ima poluprečnik r i njen centar se nalazi u tački sa koordinatama $(0, a)$, onda jednačina kružnice u polarnim koordinatama ima oblik:

$$\rho = 2\,r \cdot \sin\theta\,. \tag{3.98}$$

Jednačina kružnice koja prolazi kroz tri tačke (x_i, y_i) za $i = 1, 2, 3$ (opisana kružnica oko proizvoljnog trougla, slika 3.41c) ima oblik:

$$\begin{vmatrix} x^2+y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2+y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0\,. \tag{3.99}$$

Centar i poluprečnik ove kružnice mogu da se identifikuju određivanjem koeficijenata krive drugog reda:

$$a\,x^2 + c\,y^2 + d\,x + e\,y + f = 0\,, \tag{3.100}$$

gde je $a = c$ i $b = 0$ (na ovaj način se izbegava član xy) i daljim rešavanjem se dobija:

$$a\left(x + \frac{d}{2a}\right)^2 + a\left(y + \frac{e}{2a}\right)^2 + f - \frac{d^2+e^2}{4a} = 0\,. \tag{3.101}$$

Centar se identifikuje kao

$$x_0 = -\frac{d}{2a}\,, \tag{3.102}$$

$$y_0 = -\frac{e}{2a}\,, \tag{3.103}$$

a poluprečnik kao

$$r = \sqrt{\frac{d^2+e^2}{4a^2} - \frac{f}{a}}\,, \tag{3.104}$$

gde su koeficijenti:

$$a = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}, \tag{3.105}$$

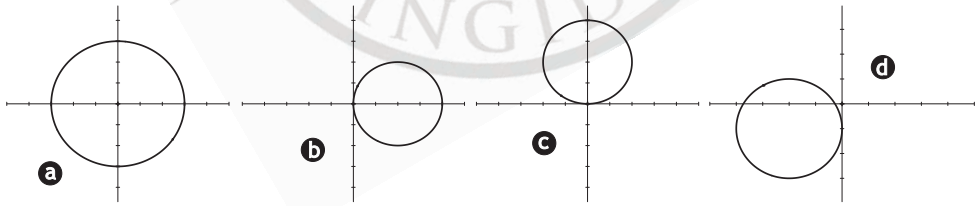
$$d = -\begin{vmatrix} x_1^2+y_1^2 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & y_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & y_3 & 1 \end{vmatrix}, \tag{3.106}$$

$$e = \begin{vmatrix} x_1^2+y_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & 1 \end{vmatrix}, \tag{3.107}$$

$$f = -\begin{vmatrix} x_1^2+y_1^2 & x_1 & y_1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & y_2 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}. \tag{3.108}$$

Evo nekoliko primera jednačina kružnica koje su prikazane na slici 3.43:

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= 9 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.43a)}, \\ (x-2)^2+y^2 &= 4 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.43b)}, \\ x^2+(y-2)^2 &= 4 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.43c)}, \\ (x+2)^2+(y+1)^2 &= 4 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.43d)}. \end{aligned}$$



Slika 3.43. *Razne kružnice*

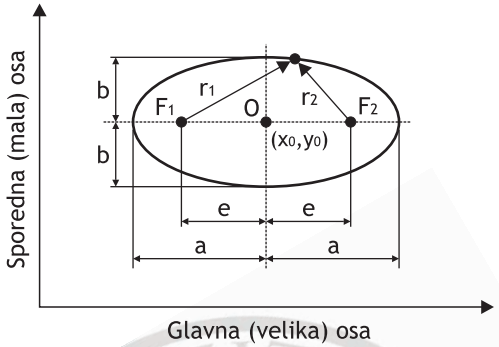
3.4.2. Elipsa

Elipsa predstavlja geometrijsko mesto tačaka u ravni za koje je zbir rastojanja r_1 i r_2 (slika 3.44) od zadanih tačaka F_1 i F_2 (žarišne tačke međusobno udaljene za rastojanje $2e$) konstantna veličina i iznosi $2a$.

Gore navedena definicija elipse može da se predstavi jednačinom:

$$r_1 + r_2 = 2a, \tag{3.109}$$

gde rastojanje a predstavlja polovinu glavne ose i gde je koordinatni početak na rastojanju e od žarišne tačke.



Slika 3.44. *Geometrijske karakteristike elipse*

Kako se određuje jednačina elipse? Neka elipsa "leži" duž x ose (slika 3.44) gde su tačke F_1 i F_2 na koordinatama $(-e, 0)$ i $(e, 0)$. U Dekartovom koordinatnom sistemu to izgleda:

$$\sqrt{(x+e)^2+y^2}+\sqrt{(x-e)^2+y^2}=2a\,. \tag{3.110}$$

Ako se drugi član sa leve strane prebaci na desnu i ako se sve to kvadrira, dolazi se do sledećeg izraza:

$$(x-e)^2+y^2=4a^2-4a\sqrt{(x-e)^2+y^2}+(x-e)^2+y^2\,. \tag{3.111}$$

Rešavanjem kvadratnog korena iz jednačine (3.111) dobija se:

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-e)^2+y^2} &= -\frac{1}{4a}\left(x^2+2xe+e^2+y^2-4a^2-x^2+2xe-e^2-y^2\right)= \\ &= -\frac{1}{4a}\left(4xe-4a^2\right)=a-\frac{e}{a}x\,.\end{aligned} \tag{3.112}$$

Vraćajući ovo rešenje u jednačinu (3.111) i još jednom kvadrirajući obe strane, dobija se:

$$x^2-2xe+e^2+y^2=a^2-2ex+\frac{e^2}{a^2}x^2. \tag{3.113}$$

Sređujući ovu jednačinu, dobija se sledeći izraz:

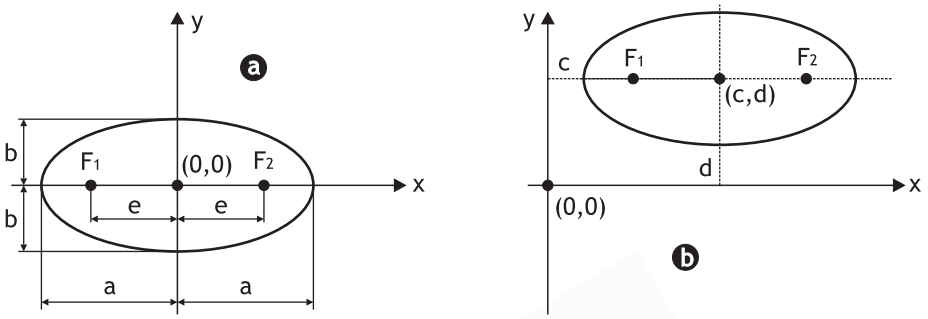
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-e^2}=1\,. \tag{3.114}$$

Definisanjem nove konstante kao

$$b^2\equiv a^2-e^2 \tag{3.115}$$

dolazi se do jednostavne jednačine elipse u paritkularnom obliku, čiji se centar nalazi u koordinatnom početku (slika 3.45a):

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,. \tag{3.116}$$



Slika 3.45. *Različiti položaji elipsi*

Sa slike 3.45a se vidi da konstanta b predstavlja vrednost polovine sporedne (male) ose, a da parametar a predstavlja vrednost polovine glavne (velike) ose, s tim što se usvaja da je $a > b$. Ako je elipsa pomerena iz koordinatnog početka, na primer centar elipse više nije u koordinati $(0, 0)$ nego u koordinati (c, d), što je prikazano na slici 3.45b, onda jednačina (3.116) dobija oblik:

$$\frac{(x-c)^2}{a^2} + \frac{(y-d)^2}{b^2} = 1\,. \tag{3.117}$$

Jednačina elipse čije su ose paralelne osama koordinatnog sistema i koja prolazi kroz četiri proizvoljne tačke (x_i, y_i) za $i = 1, 2, 3, 4$ je:

$$\begin{vmatrix} x^2 & y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4^2 & y_4^2 & x_4 & y_4 & 1 \end{vmatrix} = 0\,. \tag{3.118}$$

Parametarske jednačine elipse, čiji je centar u koordinatnom početku, imaju oblik:

$$x = a \cdot \cos(t), \tag{3.119}$$

$$y = b \cdot \sin(t). \tag{3.120}$$

Ako se definiše relacija

$$h \equiv \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2, \tag{3.121}$$

onda aproksimativni obrazac za određivanje obima elipse dobija oblik:

$$C \approx \pi(a+b)\left(1 + \frac{3h}{10+\sqrt{4-3h}}\right), \tag{3.122}$$

gde se u jednačini (3.122) pojavljuje relativna greška od $\approx 3 \cdot 2^{-17}\, h^5$ za male vrednosti parametra h.

Površina elipse može da se odredi direktnom integracijom:

$$A = \int_{-a}^{a} \int_{-b\sqrt{a^2-x^2}/a}^{b\sqrt{a^2-x^2}/a} dy\, dx = \pi \cdot a \cdot b\,. \tag{3.123}$$

Površina proizvoljne elipse koja je definisana jednačinom drugog reda:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x \cdot y + c \cdot y^2 = 1\,, \tag{3.124}$$

određuje se kao:

$$A = \frac{2\pi}{\sqrt{4ac - b^2}}\,. \tag{3.125}$$

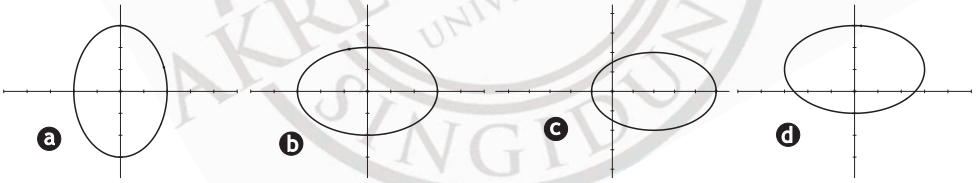
Evo nekoliko primera jednačina elipsi koje su prikazane na slici 3.46:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.46a)}\,,$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.46b)}\,,$$

$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.46c)}\,,$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.46d)}\,.$$



Slika 3.46. *Razne elipse*

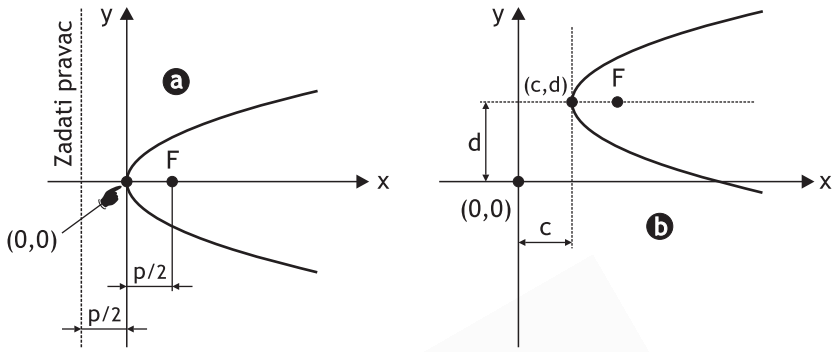
3.4.3. Parabola

Parabola je geometrijsko mesto tačaka koje su jednako udaljene od zadate tačke F i od zadatog pravca (slika 3.47a). Rastojanje između fokusne tačke F i zadatog pravca definisan je rastojanjem p. Za parabolu otvorenu na desnu stranu i sa temenom u koordinatnom početku Dekartovog koordinatnog sistema, jednačina je:

$$\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = x + \frac{p}{2}\,. \tag{3.126}$$

Kvadriranjem obe strane prethodne jednačine dobija se:

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2\,. \tag{3.127}$$



Slika 3.47. *Različiti položaji parabola*

Sređivanjem gore navedene jednačine dobija se konačan izraz za parabolu:

$$y^2 = 2px\,. \tag{3.128}$$

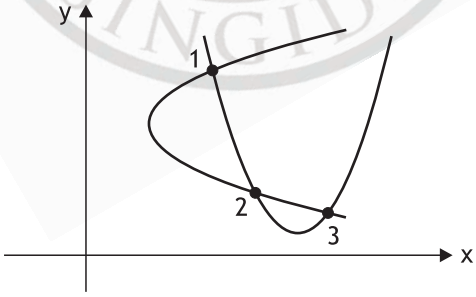
Za parabolu otvorenu na gornju stranu i sa temenom u koordinatnom početku Dekartovog koordinatnog sistema, jednačina je:

$$x^2 = 2py\,. \tag{3.129}$$

Ako se teme parabole ne nalazi u koordinantom početku, nego se nalazi u koordinati (c, d), kao što je prikazano na slici 3.47b, onda je jednačina takve parabole:

$$(y - d)^2 = 2p \cdot (x - c)\,. \tag{3.130}$$

Tri proizvoljne tačke određuju dve parabole koje prolaze kroz te tri tačke (tačke 1, 2 i 3 na slici 3.48).



Slika 3.48. *Parabole određene sa tri tačke*

Te dve parabole, koje prolaze kroz tačke (x_i, y_i), za $i = 1, 2, 3$ imaju jednačine:

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0\,. \tag{3.131}$$

i

$$\begin{vmatrix} y^2 & x & y & 1 \\ y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0\,. \tag{3.132}$$

Jednačina parabole sa parametrom p i sa centrom u tački $(0,0)$, u polarnim koordinatama, je:

$$\rho = -\frac{p}{1+\cos\theta}\,. \tag{3.133}$$

Parametarske jednačine parabole su:

$$x = \frac{1}{2}\,p\cdot t^2, \tag{3.134}$$

$$y = p\cdot t, \tag{3.135}$$

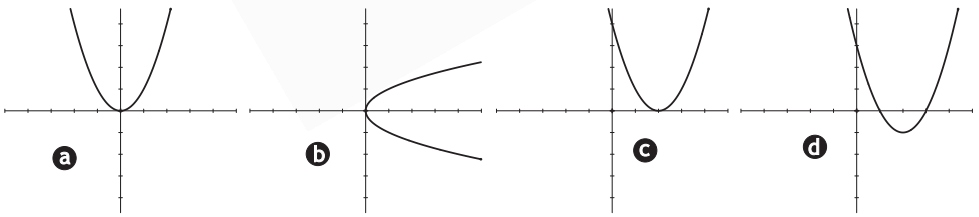
ili

$$x = \frac{t^2}{2p}, \tag{3.136}$$

$$y = t\,. \tag{3.137}$$

Evo nekoliko primera jednačina parabola koje su prikazane na slici 3.49:

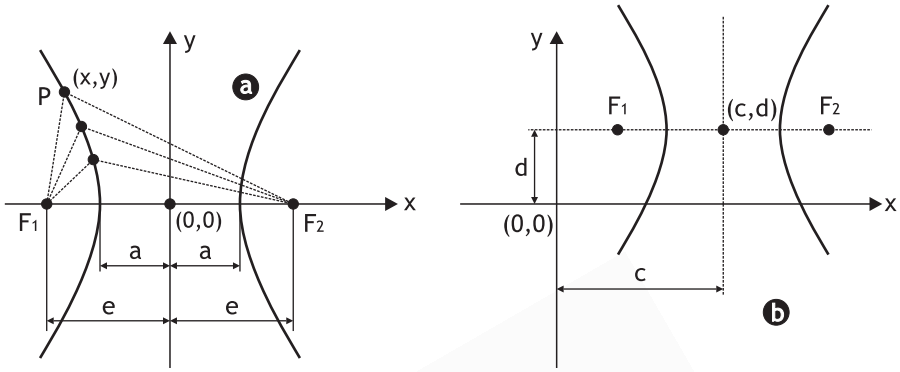
$$\begin{aligned} y &= x^2 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.49a)}, \\ x &= y^2 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.49b)}, \\ y &= (x-2)^2 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.49c)}, \\ y+1 &= (x-2)^2 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.49d)}. \end{aligned}$$



Slika 3.49. *Razne parabole*

3.4.4. Hiperbola

Hiperbola je geometrijsko mesto tačaka, za koje je razlika rastojanja, tj. udaljenosti $r_1 = \overline{F_1P}$ i $r_2 = \overline{F_2P}$ od dve žarišne tačke F_1 i F_2 (koje su na međusobnom rastojanju $2a$) konstantna veličina k (slika 3.50a).



Slika 3.50. *Različiti položaji hiperbola*

Ako tačka P na hiperboli ima Dekartove koordinate (x, y), onda gornja definicija parabole $r_2 - r_1 = 2a$ daje:

$$\sqrt{(x-e)^2+y^2} - \sqrt{(x+e)^2+y^2} = 2a\,. \tag{3.138}$$

Sređivanjem gornje jednačine dobija se:

$$x^2 \cdot (e^2 - a^2) - a^2 \cdot y^2 = a^2 \cdot (e^2 - e^2), \tag{3.139}$$

i deljenjem gornje jednačine izrazom $a^2 \cdot (e^2 - a^2)$ dobija se:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{e^2 - a^2} = 1\,. \tag{3.140}$$

Kako je to već urađeno kod elipse, uvodi se relacija:

$$b^2 \equiv e^2 - a^2\,, \tag{3.141}$$

tako da jednačina hiperbole, čije su ose paralelne osama koordinatnog sistema i čiji je centar u koordinatnom početku (slika 3.50a), ima oblik:

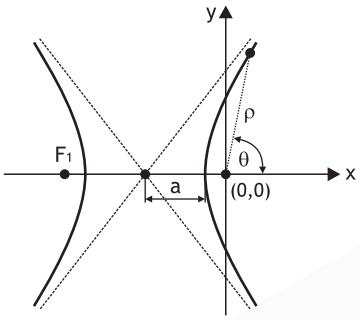
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1\,. \tag{3.142}$$

Ako se centar hiperbole nalazi u koordinati (c, d) umesto u koordinatnom početku (slika 3.50b), onda jednačina takve parabole ima oblik:

$$\frac{(x-c)^2}{a^2} - \frac{(y-d)^2}{b^2} = 1\,. \tag{3.143}$$

Ekscentričnost hiperbole ϵ (koja uvek zadovoljava uslov $\epsilon > 1$) definisana je kao:

$$\epsilon \equiv \frac{e}{a} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}\,. \tag{3.144}$$



Slika 3.51. *Geometrijske karakteristike hiperbole*

Pošto je definisana ekscentričnost hiperbole, onda može da se definiše i jednačina hiperbole u polarnim koordinatama, gde je centar hiperbole smešten u žarišnu tačku (slika 3.51):

$$\rho = \frac{a \cdot (\epsilon^2 - 1)}{1 - \epsilon \cdot \cos\theta}. \tag{3.145}$$

Parametarske jednačine desne grane hiperbole imaju oblik:

$$x = a \cdot ch(t), \tag{3.146}$$

$$y = b \cdot sh(t), \tag{3.147}$$

ili

$$x = a \cdot sc(t), \tag{3.148}$$

$$y = b \cdot tg(t). \tag{3.149}$$

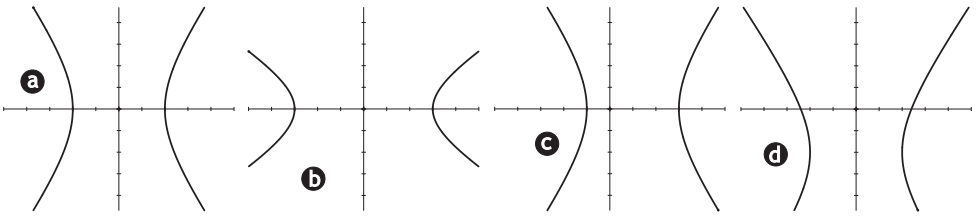
Evo nekoliko primera jednačina parabola koje su prikazane na slici 3.52:

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.52a)},$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.52b)},$$

$$\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.52c)},$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{9} = 1 \quad \longmapsto \quad \text{(slika 3.52d)}.$$



Slika 3.52. *Razne hiperbole*

3.4.5. Jednograni hiperboloid

Jednograni hiperboloid se dobija rotiranjem hiperbole oko linije koja se nalazi između žarišnih tačaka (slika 3.53). Jednačina jednogranog hiperboloida u Dekartovom koordinatnom sistemu je:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1\,, \tag{3.150}$$

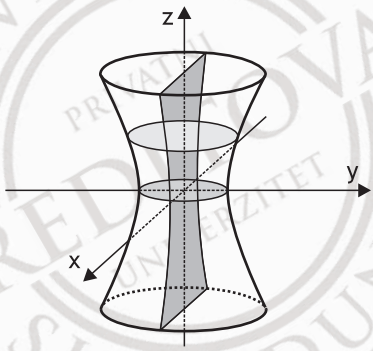
gde su a i b realne poluose, a c je imaginarna poluosa. Parametarske jednačine jednogranog hiperboloida su:

$$x = a\sqrt{1+u^2}\cdot\cos(v) \tag{3.151}$$

$$y = a\sqrt{1+u^2}\cdot\sin(v) \tag{3.152}$$

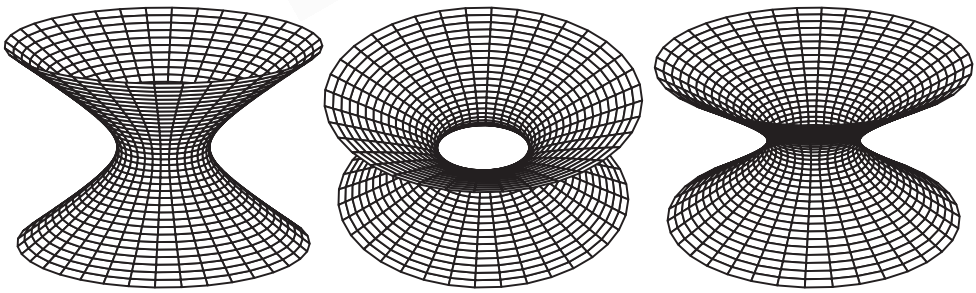
$$z = c\cdot u\,, \tag{3.153}$$

za $v \in [0, 2\pi)$.



Slika 3.53. *Jednograni hiperboloid*

Ako se napravi poprečni presek jednogranog hiperboloida sa ravni xy, vidi se da je taj presek elipsa ili kružnica (što zavisi od konstrukcije samog hiperboloida), a ako se naprave poprečni preseci sa ravnima xz i yz, onda je očigledno da su ti preseci hiperbole (slika 3.53).



Slika 3.54. *Razni jednograni hiperboloidi*

Ako se usvoji oznaka

$$\mathcal{B} = a^2 + c^2 \,,$$

onda je površina S jednogranog hiperboloida, čija je visina h i čiji su parametri a i c, jednaka:

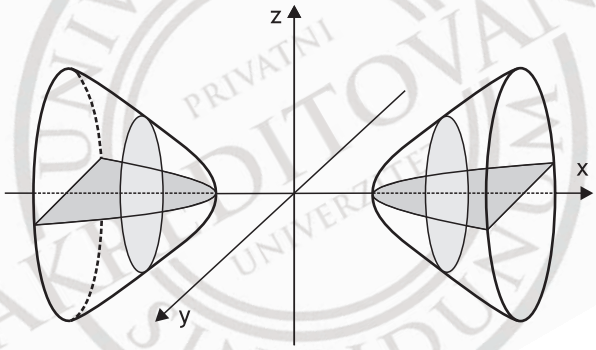
$$S = \frac{ac\pi}{2\sqrt{\mathcal{B}}} \left[h \cdot \sqrt{\frac{\mathcal{B} \cdot [4c^4 + \mathcal{B} \cdot h^2]}{c^3}} + 4c \cdot sh^{-1}\left(\frac{h\sqrt{\mathcal{B}}}{2c^2}\right)\right] . \tag{3.154}$$

Zapremina V jednogranog hiperboloida sa istim parametrima je:

$$V = \pi \cdot h \cdot a^2 \cdot \left(1 + \frac{h^2}{12c^2}\right) . \tag{3.155}$$

3.4.6. Dvograni hiperboloid

Dvograni hiperboloid se dobija rotiranjem hiperbole oko linije koja spaja žarišne tačke, kao što se to vidi na slici 3.55.



Slika 3.55. *Dvograni hiperboloid*

Jednačina dvogranog hiperboloida koji je orijentisan duž z ose u Dekartovom koordinatnom sistemu ima oblik:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 \,, \tag{3.156}$$

gde su a i b realne poluose, a c je imaginarna poluosa. Parametarske jednačine dvogranog hiperboloida su:

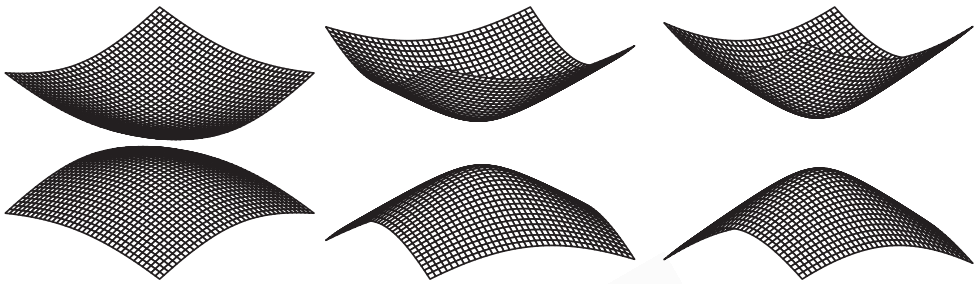
$$x = a \cdot sh(u) \cdot \cos(v) \tag{3.157}$$

$$y = a \cdot sh(u) \cdot \sin(v) \tag{3.158}$$

$$z = c \cdot ch(u) \,, \tag{3.159}$$

za $v \in [0, \pi)$ i za $u \in (-\infty, +\infty)$.

Ako se napravi poprečni presek dvogranog hiperboloida sa ravni xy vidi se da je taj presek hiperbola, a ako se naprave poprečni preseci sa ravnima xz i yz, onda je očigledno da su ti preseci elipse ili kružnice (slika 3.55).



Slika 3.56. *Razni dvograni hiperboloidi*

Zapremina dvogranog hiperboloida sa međusobnim rastojanjem a, visine h i poluprečnika R iznosi:

$$V = \pi \cdot h \cdot \left(R^2 - \frac{h^2 \cdot b^2}{3a^2} \right), \tag{3.160}$$

gde je:

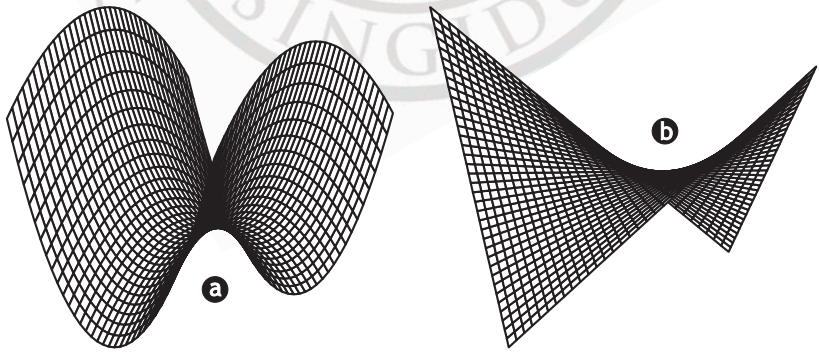
$$R^2 = \frac{h \cdot b^2}{a^2} \cdot (2a + h).$$

3.4.7. Hiperbolički paraboloid

Jednačina hiperboličkog paraboloida u Dekartovom koordinatnom sistemu je:

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = z, \tag{3.161}$$

i rezultat ove jednačine prikazan je na slici 3.57a.



Slika 3.57. *Razni hiperbolički paraboloidi*

Alternativna forma izraza za hiperbolički paraboloid je:

$$x \cdot y = z, \tag{3.162}$$

i rezultat je prikazan na slici 3.57b.

Figura sa slike 3.57b ima parametarske jednačine:

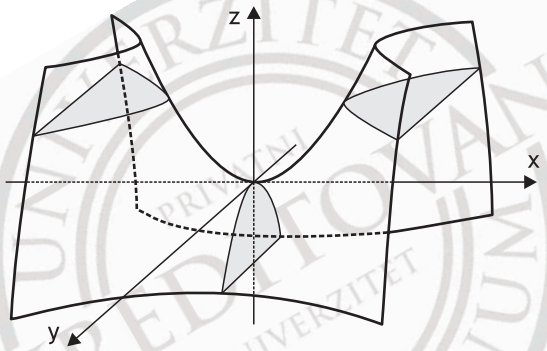
$$x(u,v) = u, \tag{3.163}$$

$$y(u,v) = v, \tag{3.164}$$

$$z(u,v) = u \cdot v, \tag{3.165}$$

koje su "zgodne" za upotrebu.

Ako se napravi poprečni presek hiperboličkog paraboloida sa ravni xy, vidi se da je taj presek hiperbola, a ako se naprave poprečni preseci sa ravnima xz i yz, onda je očigledno da su ti preseci parabole, što je očigledno sa slike 3.58. Na pomenutoj slici prikazani su preseci sa ravnima xy i zy, dok presek sa ravni zx nije, jer je očigledno da taj presek definiše parabolu.

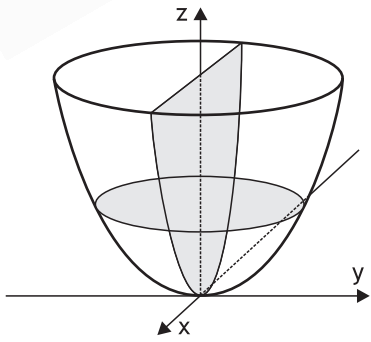


Slika 3.58. *Hiperbolički paraboloid*

3.4.8. Eliptički paraboloid

Jednačina eliptičkog paraboloida (slika 3.59) u Dekartovom koordinatnom sistemu je:

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = z. \tag{3.166}$$



Slika 3.59. *Eliptički paraboloid*

Ako je $a = b$ onda se dolazi do **rotacionog paraboloida**, koji nastaje rotacijom parabole $z = x^2/a^2$ u ravni xz oko njene ose.

Ako se napravi poprečni presek eliptičkog paraboloida sa ravni xy, vidi se da je taj presek elipsa, a ako se naprave poprečni preseci sa ravnima xz i yz, onda je očigledno da su ti preseci parabole, što je očigledno sa slike 3.59.

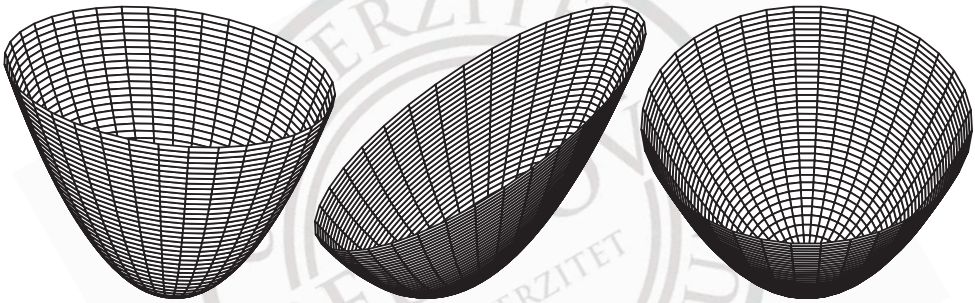
Eliptički paraboloid visine h, velike poluose a i male poluose b, može da se predstavi parametarskim jednačinama:

$$x = a \cdot \sqrt{u} \cdot \cos(v)\,, \tag{3.167}$$

$$y = b \cdot \sqrt{u} \cdot \sin(v)\,, \tag{3.168}$$

$$z = u\,, \tag{3.169}$$

za $v \in [0, 2\pi)$ i $u \in [0, h]$.



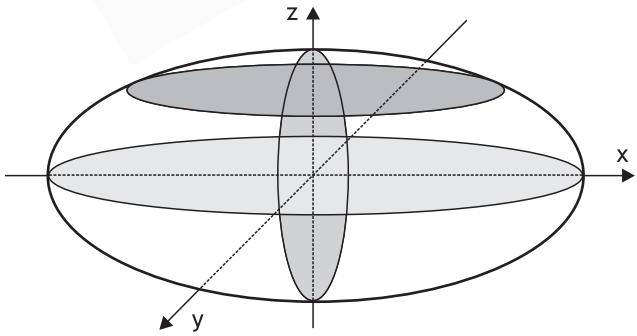
Slika 3.60. *Razni eliptički paraboloidi*

3.4.9. Elipsoid

Jednačina elipsoida (slika 3.61) u Dekartovom koordinatnom sistemu je:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\,, \tag{3.170}$$

gde su dužine odgovorajućih poluosa a, b i c.



Slika 3.61. *Elipsoid*

Ako je $a = b > c$, onda se pojavljuje **spljošteni rotacioni elipsoid** koji nastaje rotacijom oko male ose elipse $x^2/a^2 + z^2/c^2 = 1$ u ravni xz. Ako je $a = b < c$, onda se pojavljuje **produženi rotacioni elipsoid** koji nastaje rotacijom oko velike ose elipse i njegova jednačina je $x^2/a^2 + z^2/c^2 = 1$ u ravni xz.

Jednačina elipsoida u sfernim koordinatama je:

$$\frac{r^2 \cdot \cos^2\theta \cdot \sin^2\phi}{a^2} + \frac{r^2 \cdot \sin^2\theta \cdot \sin^2\phi}{b^2} + \frac{r^2 \cdot \cos^2\phi}{c^2} = 1\,. \tag{3.171}$$

Parametarske jednačine elipsoida su:

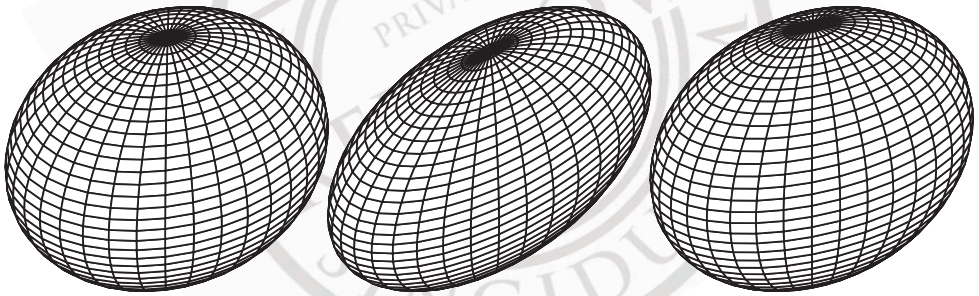
$$x = a \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi\,, \tag{3.172}$$

$$y = b \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi\,, \tag{3.173}$$

$$z = c \cdot \cos\phi\,, \tag{3.174}$$

za $\theta \in [0, 2\pi)$ i $\phi \in [0, \pi]$.

Ako se napravi poprečni presek eliptičkog paraboloida sa ravnima xy, xz i yz, očigledno je da su ti preseci elipse (slika 3.61), osim u specijalnim slučajevima kada su preseci kružnice.



Slika 3.62. *Razni elipsoidi*

Zapremina elipsoida je:

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot a \cdot b \cdot c\,. \tag{3.175}$$

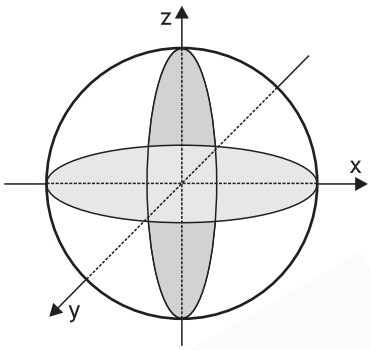
3.4.10. Sfera (lopta) i sferoid

Ako se krene od jednačine elipsoida (3.170) u Dekartovom koordinatnom sistemu i ako se usvoji da je $a = b = c$, onda se dobija jednačina lopte ili sfere (slika 3.63), čiji je poluprečnik r i čiji je centar u koordinantom početku, u Dekartovim koordinatama:

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2\,. \tag{3.176}$$

Jednačina lopte u Dekartovim koordinatama čiji se centar nalazi u tački sa koordinatama (x_0, y_0, z_0) i čiji je poluprečnik r ima oblik:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2\,. \tag{3.177}$$



Slika 3.63. *Lopta ili sfera*

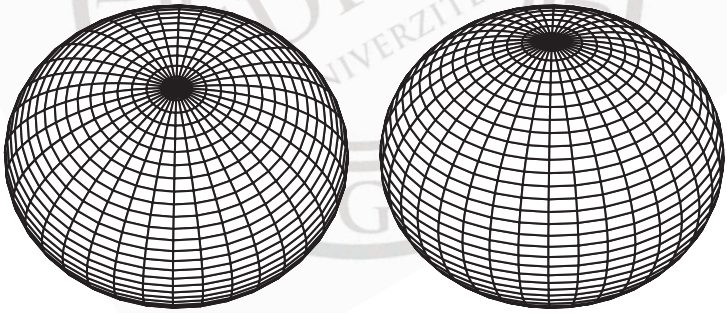
Jednačine lopte sa centrom u koordinatnom početku u sfernim koordinatama su:

$$x = r \cdot \cos\theta \cdot \sin\phi\,, \tag{3.178}$$

$$y = r \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi\,, \tag{3.179}$$

$$z = r \cdot \cos\phi\,, \tag{3.180}$$

za $\theta \in [0, 2\pi)$ i $\phi \in [0, \pi]$, i gde je r poluprečnik lopte.



Slika 3.64. *Razne lopte*

Lopta sa centrom u koordinatnom početku može da se predstavi i parametarskim jednačinama uvodeći jednakost $u \equiv r \cdot \cos\phi$, tako da su to sledeće parametarske jednačine:

$$x = \sqrt{r^2 - u^2} \cdot \cos\theta\,, \tag{3.181}$$

$$y = \sqrt{r^2 - u^2} \cdot \sin\theta\,, \tag{3.182}$$

$$z = u\,, \tag{3.183}$$

za $\theta \in [0, 2\pi)$ i $u \in [-r, r]$.

Četiri proizvoljne tačke su dovoljne da bi se definisala lopta. Jednačina lopte, koja prolazi

kroz četiri tačke (x_i, y_i) za $i = 1, 2, 3, 4$, ima oblik:

$$\begin{vmatrix} x^2+y^2+z^2 & x & y & z & 1 \\ x_1^2+y_1^2+z_1^2 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2+z_2^2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2+z_3^2 & x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4^2+y_4^2+z_4^2 & x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0\,. \tag{3.184}$$

Površina lopte S poluprečnika r je:

$$S = 4 \cdot \pi \cdot r^2\,, \tag{3.185}$$

a zapremina lopte V poluprečnika r je:

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3\,. \tag{3.186}$$

Što se **sferoida** tiče, priča je sledeća. Sferoid je elipsoid čije su dve ose jednake dužine. Jednačina sferoida u Dekartovim koordinatama je:

$$\frac{x^2+y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\,. \tag{3.187}$$

Parametarske jednačine gore definisanog sferoida su:

$$x = a \cdot \sin(v) \cdot \cos(u)\,, \tag{3.188}$$

$$y = a \cdot \sin(v) \cdot \sin(u)\,, \tag{3.189}$$

$$z = c \cdot \cos(v)\,, \tag{3.190}$$

za $u \in [0, 2\pi)$ i $v \in [0, \pi]$.

Zapremina sferoida V se određuje kao:

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot a^2 \cdot c\,. \tag{3.191}$$

3.4.11. Eliptički i kružni valjak ili eliptički i kružni cilindar

Eliptički valjak predstavlja valjak čija je osnova elipsa (slika 3.65). Jednačina eliptičkog valjka u Dekartovim koordinatama je:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\,. \tag{3.192}$$

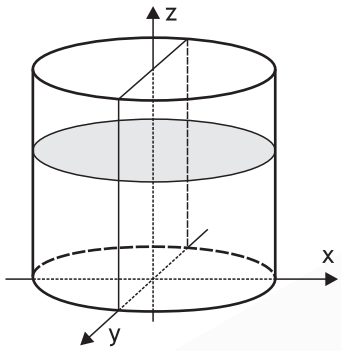
Parametarske jednačine eliptičkog valjka, čija je visina h i čije su poluose a i b, imaju oblik:

$$x = a \cdot \cos\theta\,, \tag{3.193}$$

$$y = b \cdot \sin\theta\,, \tag{3.194}$$

$$z = z\,, \tag{3.195}$$

za $\theta \in [0, 2\pi)$ i $z \in [0, h]$.



Slika 3.65. *Eliptički valjak*

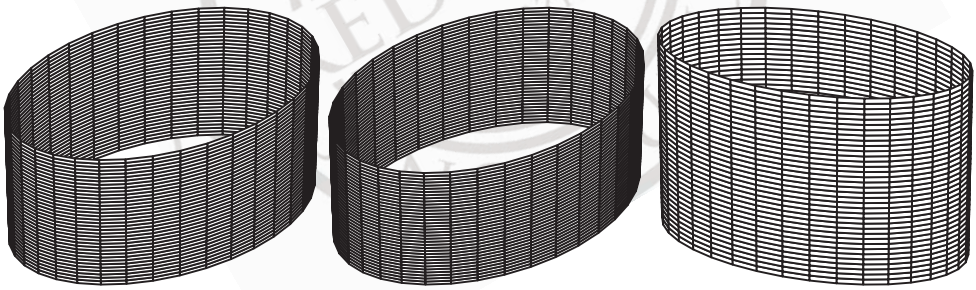
Kružni valjak predstavlja valjak čija je osnova kružnica poluprečnika r. Parametarske jednačine kružnog valjka visine h i poluprečnika r imaju oblik:

$$x = r \cdot \cos\theta\,, \tag{3.196}$$

$$y = r \cdot \sin\theta\,, \tag{3.197}$$

$$z = z\,, \tag{3.198}$$

za $\theta \in [0, 2\pi)$ i $z \in [0, h]$.



Slika 3.66. *Razni eliptički valjci*

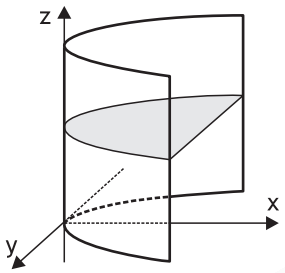
3.4.12. Paraboličkи valjak ili paraboličkи cilindar

Jednačina paraboličkog valjka prikazanog na slici 3.67 u Dekartovim koordinatama ima oblik:

$$\frac{y}{b} = \frac{x^2}{a^2}\,, \tag{3.199}$$

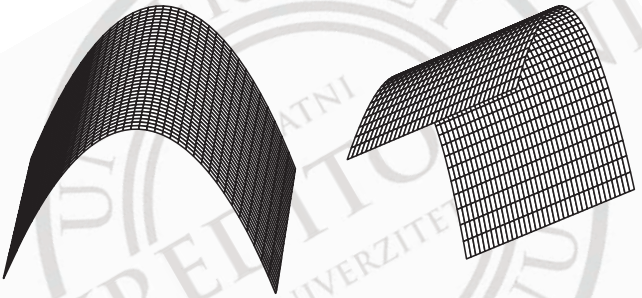
gde su a i b odgovarajuće vrednosti na osama tekućeg koordinatnog sistema. U zavisnosti od orijentacije samog valjka, jednačina paraboličkog valjka može da ima i sledeći oblik:

$$x^2 + 2 \cdot r \cdot z = 0\,. \tag{3.200}$$



Slika 3.67. *Parabolički valjak*

Ako se napravi poprečni presek paraboličkog valjka sa ravni xy vidi se da je taj presek parabola, a ako se napravi poprečni presek sa ravni xz vidi se da je taj presek jedna linija i ako se napravi presek sa ravni yz, onda je očigledno da taj presek sadrži dve linije, što je očigledno sa slike 3.67.



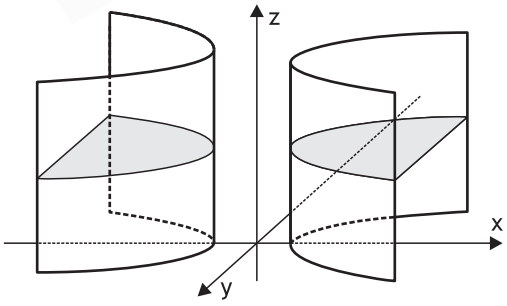
Slika 3.68. *Razni parabolički valjci*

3.4.13. Hiperbolički valjak ili hiperbolički cilindar

Jednačina hiperboličkog valjka, prikazanog na slici 4.69, ima oblik:

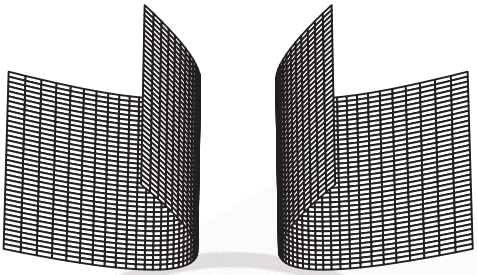
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1\,, \tag{3.201}$$

gde su a i b odgovarajuće vrednosti na osama tekućeg koordinatnog sistema.



Slika 3.69. *Hiperbolički valjak*

Ako se napravi poprečni presek hiperboličkog valjka sa ravni xy vidi se da taj presek sadrži dve hiperbole, a ako se napravi poprečni presek sa ravni xz vidi se da je taj presek jedna linija i ako se napravi presek sa ravni yz, onda je očigledno da taj presek ne sadrži ništa, što je očigledno sa slike 3.69.



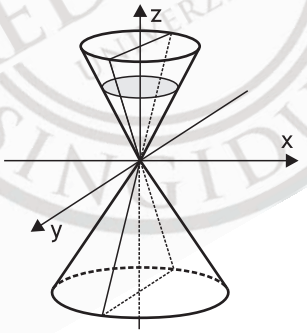
Slika 3.70. *Mrežni prikaz hiperboličkog valjka*

3.4.14. Eliptička kupa

Jednačina elpitičke kupe prikazane na slici 3.71 u Dekartovim koordinatama ima oblik:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0\,, \tag{3.202}$$

gde su vrednosti a i b vrednosti poluosa elipse u bazi, a vrednost c predstavlja visinu.



Slika 3.71. *Eliptička kupa*

Parametarske jednačine elipse, čija je visina h i čije su vrednosti poluosa bazne elipse a i b, imaju oblik:

$$x = a\,\frac{h-u}{h}\cdot\cos(v)\,, \tag{3.203}$$

$$y = b\,\frac{h-u}{h}\cdot\sin(v)\,, \tag{3.204}$$

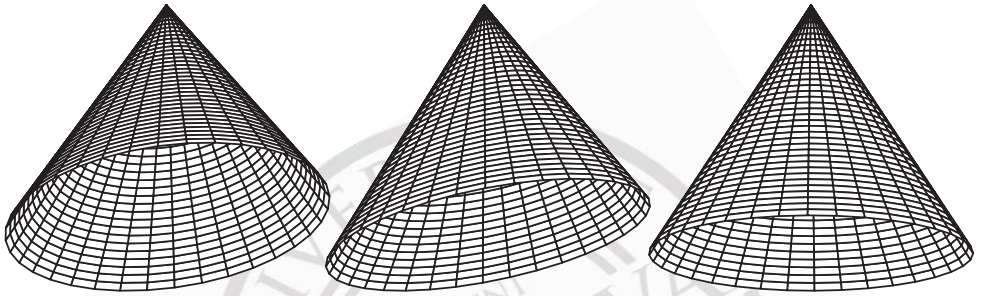
$$z = u\,, \tag{3.205}$$

za $v \in [0, 2\pi)$ i $u \in [0, h]$.

Zapremina eliptičke kupe V je:

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot a \cdot b \cdot h\,. \tag{3.206}$$

Ako se napravi poprečni presek eliptičke kupe sa ravni xy, vidi se da taj presek sadrži elipsu, ako se napravi poprečni presek sa ravni zy, onda taj presek sadrži ili dve linije (kada je $x = 0$) ili hiperbolu (kada je $x \neq 0$), a ako se napravi poprečni presek sa ravni zx, onda taj presek sadrži ili dve linije (kada je $y = 0$) ili hiperbolu (kada je $y \neq 0$).



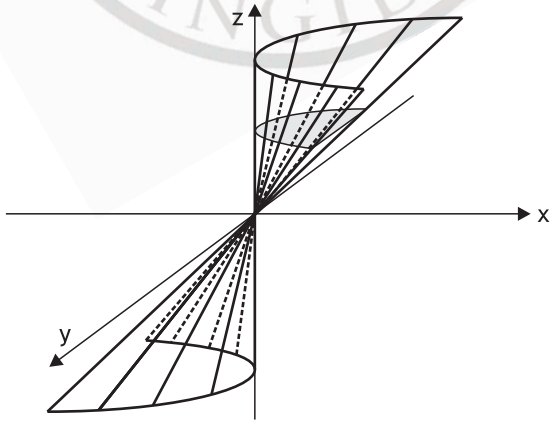
Slika 3.72. *Razne eliptičke kupe*

3.4.15. Paraboličка kupa

Jednačina paraboličke kupe prikazane na slici 3.73 u Dekartovim koordinatama ima oblik:

$$\frac{x \cdot z}{a} = \frac{y^2}{b^2}\,, \tag{3.207}$$

gde su a i b odgovarajuće vrednosti na osama tekućeg koordinatnog sistema.

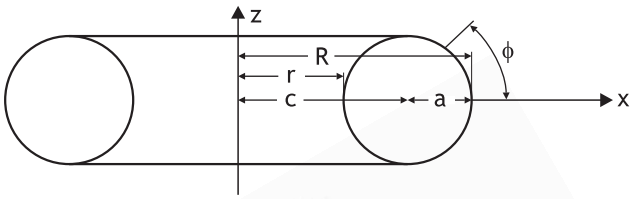


Slika 3.73. *Paraboličка kupa*

Ako se napravi poprečni presek paraboličke kupe sa ravni xy, vidi se da taj presek sadrži parabolu, kao što je prikazano na slici 3.73.

3.4.16. Torus

Torus je figura koja se dobija rotiranjem manje kružnice po većoj kružnici ka putanji. Treba napomenuti da je manja kružnica normalna na ravan u kojoj leži veća kružnica koja služi kao putanja. Neka je poluprečnik od centra rupe do centra cevi označen sa c (slika 3.74), i neka je poluprečnik cevi označen sa a.



Slika 3.74. *Geometrija torusa*

U tom slučaju jednačina torusa, koji je simetričan u odnosu na z osu, u Dekartovim koordinatama ima oblik:

$$\left(c - \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 + z^2 = a^2 \,. \tag{3.208}$$

Parametarske jednačine torusa su:

$$x = [c + a \cdot \cos(v)] \cdot \cos(u) \,, \tag{3.209}$$

$$y = [c + a \cdot \cos(v)] \cdot \sin(u) \,, \tag{3.210}$$

$$z = a \cdot \sin(v) \,, \tag{3.211}$$

za $u \in [0, 2\pi)$ i $v \in [0, 2\pi)$.

Da bi se odredile površina i zapremina torusa, treba odrediti unutrašnji i spoljašnji poluprečnik. Sa slike 3.74 očigledne su sledeće relacije:

$$r \equiv c - a \,,$$
$$R \equiv c + a \,.$$

Rešavanjem gornjih izraza dolazi se do vrednosti a i c:

$$a = \frac{1}{2}(R - r) \,, \tag{3.212}$$

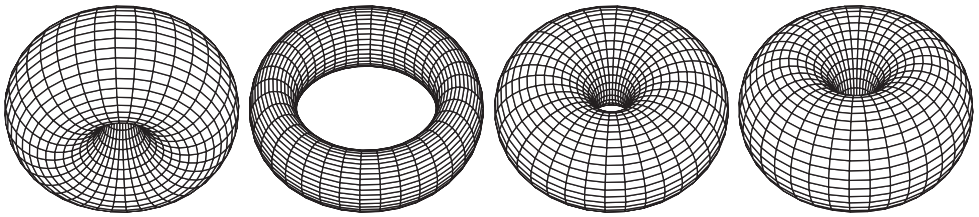
$$c = \frac{1}{2}(R + r) \,. \tag{3.213}$$

Sada je moguće odrediti površinu torusa S i ona iznosi:

$$S = (2\pi \cdot a) \cdot (2\pi \cdot c) = 4\pi^2 \cdot a \cdot c = \pi^2 \cdot (R + r) \cdot (R - r) \,. \tag{3.214}$$

Zapremina torusa V se određuje kao:

$$V = (\pi \cdot a^2) \cdot (2\pi \cdot c) = 2\pi^2 \cdot a^2 \cdot c = \frac{1}{4}\pi^2 \cdot (R + r) \cdot (R - r)^2 \,. \tag{3.215}$$



Slika 3.75. *Razni torusi*

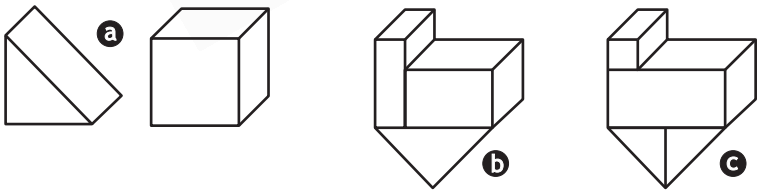
3.5. Prostorno predstavljanje i razni algoritmi

Prostorno predstavljanje omogućava da se solidi prikažu kao skup primitiva koji se ne seku i koji formiraju krajnji oblik. Treba napomenuti da primitivi ne moraju da budu isti, tj. ne moraju da budu istog oblika. Ovo je slično tome kako deca sklapaju složene figure pomoću Lego kocki. Primitivi mogu da variraju po vrsti i tipu, po veličini, po orijentaciji, itd. Kako će se izvršiti dekompozicija solida, zavisi od toga šta korisnik ima "na raspolaganju" od primitiva i šta može da iskoristi.

Algoritmi za određivanje potpovršina prate logiku numerisanja prostornih elemenata i projekcija na odgovarajuću ravan. Površina projektovane slike se naknadno određuje. Ako je takva konstalacija da se lako određuje koji je poligon vidljiv, onda se taj poligon i prikazuje. Ako je situacija drugačija, onda se površina deli na manje delove i odluke se donose rekurzivno. Što je površina manja, manja je veličina poliogna koji pokrivaju tu površinu, tako da je onda lakše određivati vidljivost odgovarajućih poligona.

3.5.1. Dekompozicija elemenata

Jedan od uopštenih načina za prostornu prezentaciju je **dekompozicija elemenata**. Svaka dekompozicija elemenata definiše grupu primitiva koji "učestvuju" u procesu. Ovo se svodi na "lepljenje" raznih primitiva, tj. vrši se unija primitiva koji se ne seku. Ograničavajući faktor ovog "lepljenja" je taj što dva primitiva moraju da imaju zajedničku tačku, ivicu ili stranu. Iako je prezentacija pomoću dekompozicije elemenata nedvosmislena, ona ne mora da bude uvek ista, kao što se to vidi na slici 3.76.

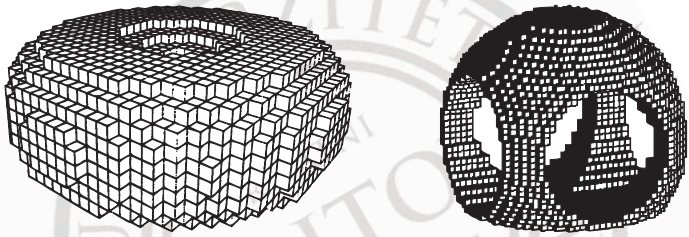


Slika 3.76. *Dekompozicija elemenata*

Kao što se vidi na slici 3.76, od primitiva pod (a) mogu da se dobiju iste figure pod (b) i pod (c), ali na različite načine. Treba napomenuti da je ovaj način težak za proveru i overu, jer svaki par mora da se proverava da li se seče ili ne. Bez obzira na teškoće, ovaj način se koristi prilikom rada sa konačnim elementima.

3.5.2. Numerisanje prostornih elemenata

Numerisanje prostornih elemanata je specijalan slučaj dekompozicije elemenata, pri kome se solid "razbija" na jedinične identične elemente koji su složeni po fiksnoj i pravilnoj rešetki, tj. po fiksnoj i pravilnoj mreži. Ovi jedinični elementi nazivaju se **vokseli** (jedinični zapreminski elementi), što je analogija pikselima. Slika 3.77 prikazuje torus i proizvoljni 3D solid prikazanih pomoću jediničnih zapreminskih elemanata, tj. pomoću voksela. Najčešći oblik voksela je kocka, jer je taj oblik jednostavan i lak za upotrebu. Kada se vrši predstavljanje solida na ovaj način, jedini zadatak korisnika je da proveri prisustvo ili odsustvo jediničnog elementa sa odgovorajuće lokacije u grid mreži. To znači da se proverava zauzetost odgovorajućih lokacija u prostornoj grid mreži i na osnovu toga se pravi jedinstvena lista jediničnih elemenata koji formiraju solid. Nakon svega, lako je proveriti da li se neki voksel nalazi unutar ili van propisane šeme, kao i to da li se solidi dodiruju ili preklapaju.



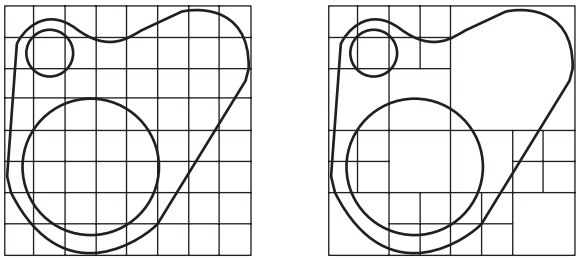
Slika 3.77. *Prezentacija solida pomoću identičnih elemenata*

Slika 3.77 pokazuje da je moguća prezentacija raznolikih solida pomoću jediničnih zapreminskih elemenata (u većini slučajeva kocka), jer je najjednostavnija za upotrebu.

3.5.3. Struktura prostornog stabla podataka

Prostorno stablo podataka je hijerarhijska varijanta numerisanja prostornih elemenata, dizajnirana radi lakše komunikacije sa sistemom i radi lakšeg smeštaja potrebnih elemenata. Prostorna stabla podataka su se razvila iz 2D (ravanskih) stabala podataka, koja se koriste za prezentaciju slika i fotografija.

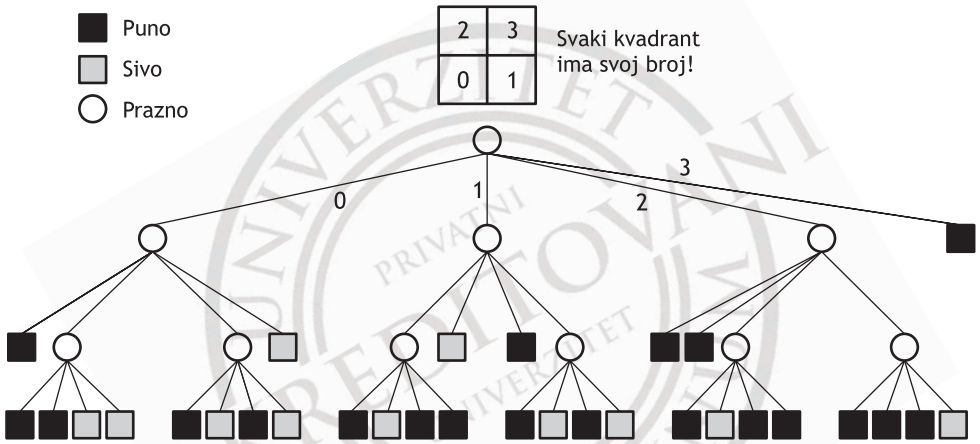
Osnovna ideja, koja "stoji" iza ravanskih i prostornih stabala podataka, je mogućnost binarne podele. Ravansko stablo podataka omogućava podelu u 2D ravni, u oba pravca, kako bi se formirali kvadranti (slika 3.78).



Slika 3.78. *Ravanske prezentacije i podele*

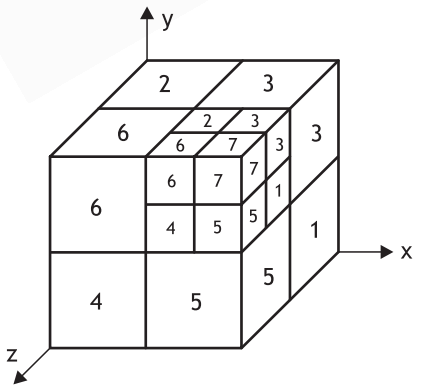
Na slici 3.78 prikazane su dve varijante: levo je prikazana varijanta numerisanja prostornih elemenata, a desno je prikazana binarna podela na kvadrante.

Kada se vrši podela na kvadrante, onda svaki kavdrant može da bude popunjen (**F**), delimično popunjen (**P**) i prazan (**E**). Grafički se to prikazuje ispunom crnom (F), sivom (P) i belom (E) bojom, što zavisi od toga kako kvadrant preseca konturu. Delimično popunjen kvadrant se dalje deli na potkvadrante itd. Dalje podele se vrše sve dok kvadranti ne postanu homogeni (ili popunjeni ili prazni). Treba napomenuti da će se svaki delimično popunjen (polupun) kvadrant koji preseca konturu na slici 3.78 tretirati kao popunjen (pun, F). Ovakva vrsta podele može da se prikaže u obliku stabla, gde su polupuni kvadranti na unutrašnjim, a ostali kvadranti na spoljašnjim granama (slika 3.79).



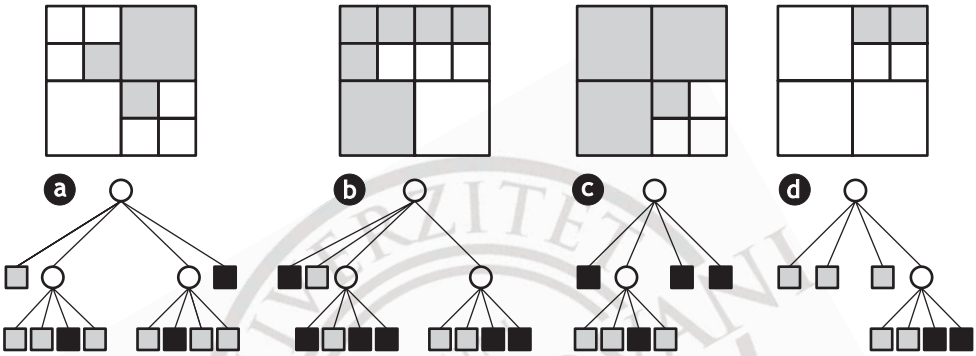
Slika 3.79. *Ravansko stablo podataka konture sa slike 3.78*

Podela je slična i u slučaju prostornih stabala, samo što su osnovni elementi oktanti (slika 3.80). Ravanska stabla podataka su definisana brojevima od 0 do 3, a prostorna stabla podataka su definisana brojevima od 0 do 7.



Slika 3.80. *Numerisanje oktanata; oktant* 0 *se ne vidi*

Sa slike 3.80 se vidi kako se brojčano obeležavaju oktanti. Oktanti mogu da se obeležavaju i slovno, i to na dva načina. Prvi način je da se oktanti imenuju prema pravcu na kompasu, gde je pravac definisan centrom oktanta i centrom solida, kojem taj oktant pripada. Drugi način je da se položaj oktanta određuje u odnosu na levi položaj (**L**), desni položaj (**R**), gornji položaj (**U**), donji položaj (**D**), prednji položaj (**F**) i zadnji položaj (**B**). Na ovaj način se pojavljuje osam oznaka za osam oktanata: LUF, LUB, LDF, LDB, RUF, RUB, RDF i RDB.



Slika 3.81. *Primena Bulovih operacija na ravanska stabla*

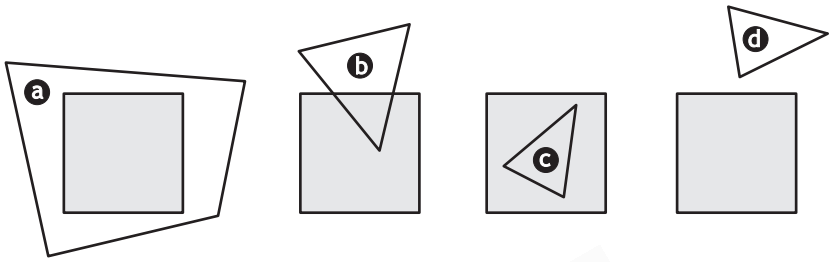
Bulove operacije se primenjuju podjednako, i za ravnska i za prostorna stabla podataka. Na slici 3.81 prikazano je određivanje unije i preseka stabla T (slika 3.81a) i stabla S (slika 3.81b). Kao što je već rečeno, na slici 3.81 pod (a) i pod (b) su pomenuta stabla, a pod (c) je prikazana unija ova dva stabla, dok je pod (d) prikazan presek stabla T i S.

3.5.4. Varnakov algoritam

Ovaj algoritam deli svaku površinu na četiri jednaka kvadrata. U svakoj fazi procesa podele, projekcija svakog poligona može da se nađe u četiri moguće relacije u odnosu na površinu (slika 3.82):

- **Okružuje poligon** - kompletno sadrži u sebi definisanu (osenčenu) površinu (slika 3.82a).
- **Preseca poligon** - preseca definisanu (osenčenu) površinu (slika 3.82b).
- **Sadrži poligon** - nalazi se kompletno unutar definisane (osenčene) površine (slika 3.82c).
- **Razdvojen poligon** - nalazi se kompletno van definisane (osenčene) površine (slika 3.82d).

Poligoni koji se nalaze van definisane površine nemaju nikakvog uticaja na tu površinu. Poligon koji preseca definisanu površinu mora da se gleda tako da deo koji je van površine nema nikakvog uticaja na površinu i ne razmatra se uopšte, a deo koji se nalazi unutar površine tretira se kao da se ceo nalazi unutar površine.



Slika 3.82. *Četiri relacije u Varnakovom algoritmu*

U četiri slučaja lako je doneti odluku o prikazivanju površina, tako da nije potrebno tu površinu naknadno deliti:

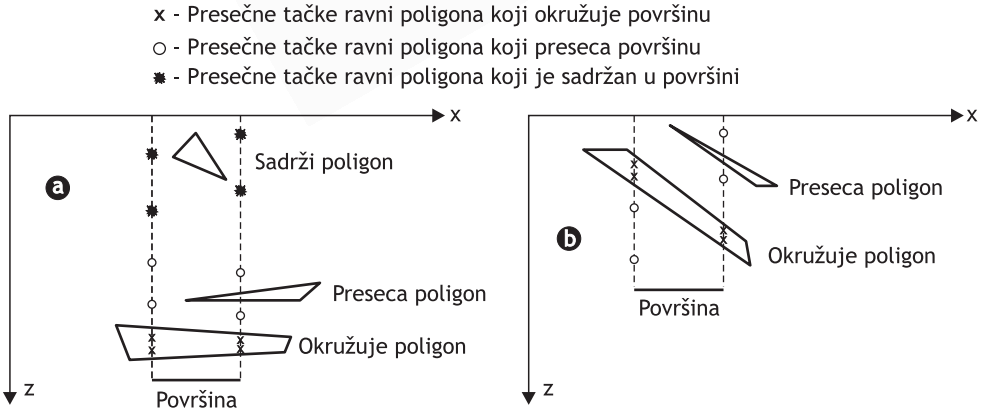
1. Svi poligoni se nalaze van površine. Boja pozadine će biti prikazana unutar te površine.

2. Samo jedan poligon preseca površinu ili je ceo u njoj. Cela površina se ispunjava bojom pozadine, a deo poligona, koji preseca površinu, se konvertuje.

3. Samo jedan poligon okružuje površinu, a nema poligona koji je presecaju ili se nalaze u njoj. U tom slučaju se površina ispunjava bojom poligona koji je okružuje.

4. Više poligona presecaju površinu, nalaze se u njoj ili je okružuju, ali jedan poligon koji okružuje površinu je ispred svih. Da bi se odredilo koji je poligon ispred svih, treba odrediti z koordinate ravni svih postojećih poligona u odnosu na sva četiri temena površine. Ako su sve četiri z koordinate poligona koji okružuje površinu najveće (najbliže su korisniku), onda se površina ispunjava bojom poligona koji je okružuje.

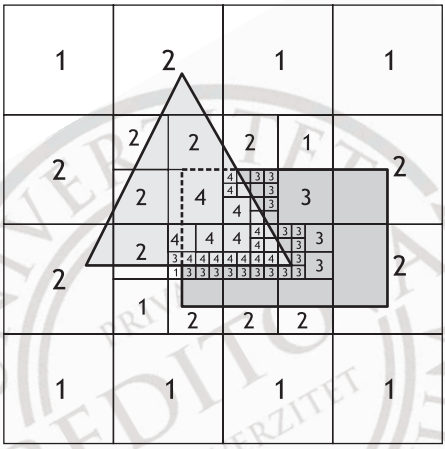
Slučajevi 1, 2 i 3 su jednostavni i lako se razumeju. Slučaj 4 je ilustrovan na slici 3.83, radi lakšeg razumevanja.



Slika 3.83. *Dva primera slučaja 4 pri rekurzivnoj podeli*

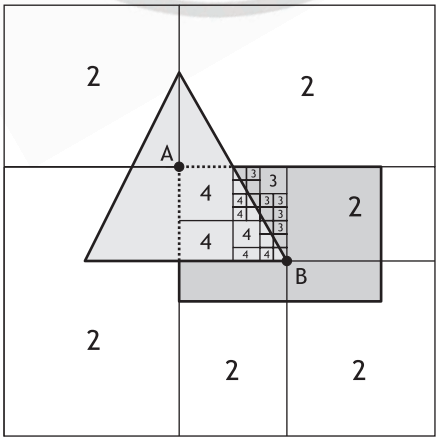
Na slici 3.83 su prikazana dva primera. U primeru na slici 3.83a, sve četiri presečne tačke ravni poligona koji okružuje površinu su najbliže korisniku, u odnosu na ostale presečne tačke. U tom slučaju se površina ispunjava bojom poligona koji je okružuje. U primeru na slici 3.83b ne može da se donese odluka o tome. U tom slučaju samo izgleda da je poligon koji okružuje površinu najbliži korisniku, jer je levi deo ravni poligona koji preseca površinu bliži korisniku.

Na slici 3.84 prikazana je jednostavna scena i neophodne podele kako bi se scena prikazala. Broj svakog dela odgovora jednom od gore pomenuta četiri slučaja; u oblastima bez brojčane oznake ne važi nijedan od gore navedenih slučajeva.



Slika 3.84. *Podela površine u kvadrate*

Alternativa podeli površine na jednake delove prikazana je na slici 3.85 i odgovora podeli oko temena (verteksa) poligona (ako je teme unutar površine) u pokušaju da se izbegnu nepotrebne dodatne podele. Prva podela se vršila oko temena A, a druga je bila oko temena B.

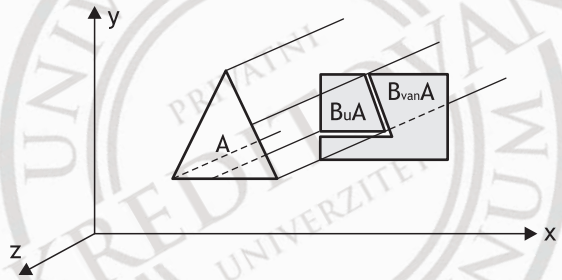


Slika 3.85. *Podela površine oko temena poligona*

3.5.5. Vejler-Atertonov algoritam

Ovaj algoritam omogućava podelu površine ekrana duž stranica (granica) odgovorajućeg poligona, umesto da se vrši pravougaona podela. Prvi korak je biranje poligona čije sve tačke imaju istu z koordinatu, i to biranje poligona koji je najbliži korisniku. Najbliži poligon se koristi za isecanje svih poligona i tada se prave dve liste. Prva sadrži elemente iz poligona (unutrašnji spisak) i druga elemente van poligona isecanja (spoljašnji spisak). Svi elementi sa unutrašnje liste se brišu i postaju nevidljivi, jer se nalaze ispod poligona isecanja.

Na slici 3.86 prikazan je jednostavan primer gde se koristi trougao A kao poligon isecanja, zbog toga što je njegova z koordinata najveća, tj. on je ispred svih ostalih poligona. Poligon A se smešta na sopstvenu listu. Pravougaonik B se deli na dva poligona: $\mathrm{B_u}A$ se dodaje na unutrašnju listu i $\mathrm{B}_{van}A$ se dodaje na spoljašnju listu. Sledeći korak je uklanjanje poligona $\mathrm{B_u}A$ sa unutrašnje liste, jer se nalazi iza poligona A. Pošto je unutrašnja lista prazna, onda se kao izlaz pojavljuje poligon A. Poligon $\mathrm{B}_{van}A$ je sledeći, jer spoljašnja lista nije prazna i njen jedini član je pomenuti poligon.



Slika 3.86. *Isecanje scene upotrebom Vejler-Atertonovog algoritma*

Kompleksniji primer, na slici 3.87a, sastoji se od četiri poligona, čija su temena data sa svojim z vrednostima. Pravougaonik A je povrh svih, jer ima najveću vrednost z koordinate (vrednost $1,0$). U prvom isecanju svih poligona, upotrebom Vejler-Atertonovog algoritma, koristi se pravougaonik A (slika 3.87b). Opet se formiraju dve liste:

- članovi unutrašnje liste su: A, $\mathrm{B_u}A$, $\mathrm{C_u}A$ i $\mathrm{D_u}A$, a
- članovi spoljašnje liste su: $\mathrm{B}_{van}A$, $\mathrm{C}_{van}A$ i $\mathrm{D}_{van}A$.

Odbacuju se $\mathrm{B_u}A$ i $\mathrm{D_u}A$ članovi unutrašnje liste jer se nalaze ispod pravougaonika A, tako da u unutrašnjoj listi ostaju članovi A i $\mathrm{C_u}A$. Ako se obrati pažnja na z koordinate temena, vidi se da je donji deo pravougoanika C povrh pravouoganika A, pa treba izvršiti korekciju, kao na slici 3.87c. Posle isecanja pomoću poligona C, formiraju se nove liste:

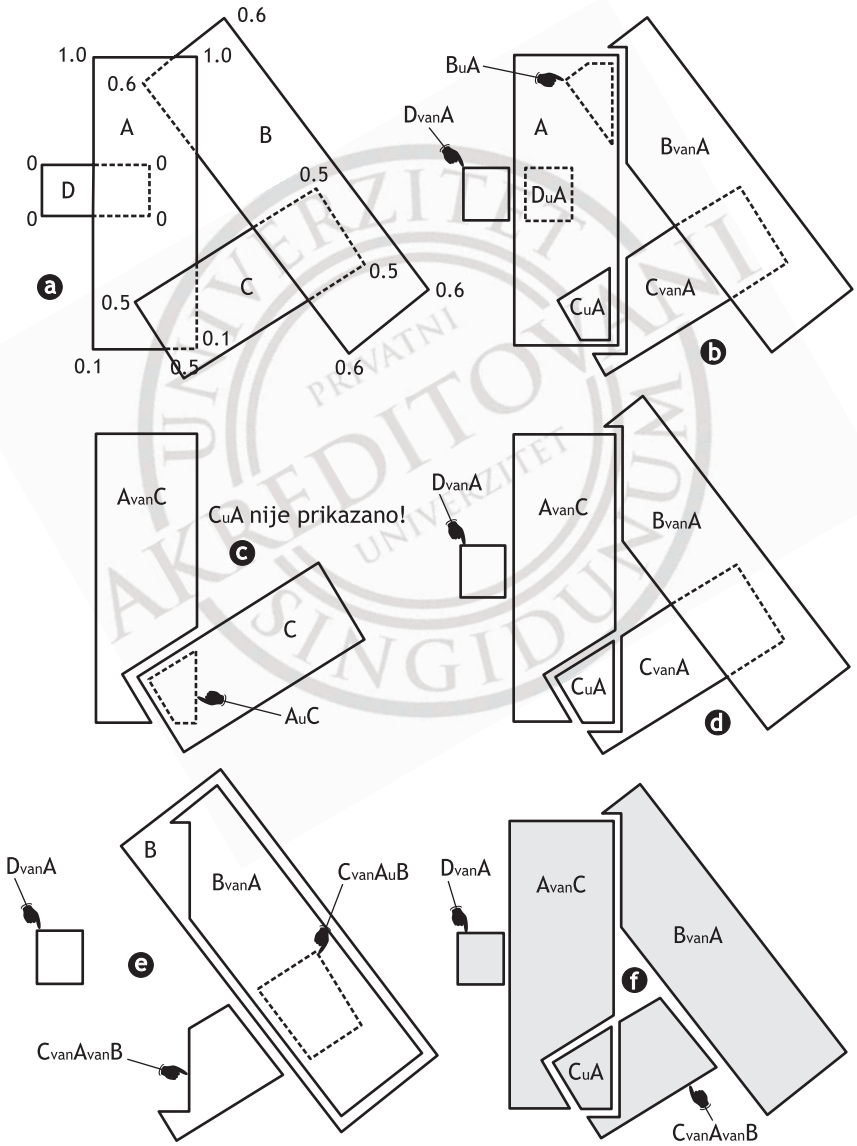
- članovi unutrašnje liste su: $A_{\mathrm{u}}\mathrm{C}$ i $\mathrm{C_u}A$, a
- član spoljašnje liste je: $A_{van}\mathrm{C}$.

Odbacuje se član $A_{\mathrm{u}}\mathrm{C}$, jer se nalazi ispod poligona C, tako da u unutrašnjoj listi ostaje samo član $\mathrm{C_u}A$. Na osnovu ovoga se na slici 3.87d pojavljuje član $A_{van}\mathrm{C}$, tako da su

članovi nove spoljašnje liste: $\mathrm{B}_{van}\mathrm{A}$, $\mathrm{C}_{van}\mathrm{A}$ i $\mathrm{D}_{van}\mathrm{A}$. Sledeći korak je isecanje poligona pomoću poligona $\mathrm{B}_{van}\mathrm{A}$ i kreiranje sledećih lista:

- članovi unutrašnje liste su: $\mathrm{B}_{van}\mathrm{A}$ i $\mathrm{C}_{van}\mathrm{A}_{u}\mathrm{B}$, a
- članovi spoljašnje liste su: $\mathrm{C}_{van}\mathrm{A}_{van}\mathrm{B}$ i $\mathrm{D}_{van}\mathrm{A}$.

Članovi spoljašnje liste prikazani su na slici 3.87e.



Slika 3.87. *Rekurzivno isecanje scene upotrebom Vejler-Atertonovog algoritma*

Član $C_{van}A_{u}B$ iz unutrašnje liste se odbacuje jer se nalazi ispod poligona B, tako da u unutrašnjoj listi preostaje samo član $B_{van}A$. Da bi se završio posao, vrši se redirekcija na gore pomenutu spoljašnju listu i sledi još jedno isecanje. Na ovaj način se dolazi do toga da je moguće prikazati i članove $C_{van}A_{van}B$ i $D_{van}A$. Kompletan prikaz isečenih fragmenata dat je na slici 3.87f.

3.6. Proceduralni modeli

Proceduralni modeli opisuju objekte koji su u stanju da menjaju sami sebe pod uticajem spoljašnjih faktora. Model koji je u stanju da definiše koordinatni početak sopstvenog koordinatnog sistema na osnovu informacija o susednom objektu je, takođe, proceduralni model. Treba napomenuti da skup poligona definisanih temenima *nije* proceduralni model.

Proceduralni modeli se već dugo koriste. Na primer, trebalo bi opisati proceduralni model mosta gde se most sastoji od puta, konstrukcije, stubova i parapeta i specificiran je opisima elemenata, kao i orijentacijom koja određuje i njeogov položaj. Svaki od elemenata mosta (put, stubovi, itd.) definisani su odgovarajućim parametrima (dužina puta, broj ulaza i izlaza, broj stubova, visina stubova itd.) i pomoću odgovarajućih procedura se generiše model. Model generisan na ovaj način ne mora da bude skup solida; na primer, on može biti skup tačkastih svetlosnih izvora kako bi se stekao utisak kako će most biti osvetljen noću. Sa proceduralnim modelima treba raditi oprezno, jer specificiranje nekoliko novih parametara može da dovede do formiranja ogromnog modela.

3.6.1. Uopšteno o fraktalima

U statističkim proračunima, bilo da se radi o istraživanju tržišta ili ponašanju reke Nil, koristi se Gausova kriva koja predstavlja standardnu, tzv. Gausovu tj. normalnu raspodelu. Govori o prirodi nasumičnosti. Sve promene nastoje da se zadrže oko tačke proseka i uspevaju se raštrkati oko proseka po glatkoj krivulji. Ovakav način pronalaženja staza kroz kompleksnost pojava ima svojih nedostataka.

Mada naizgled nepovezani, posmatrani pojmovi poput reke Nil i stanja na tržištu, usko su povezani: matematičar **Mandelbrot** je, promatrajući stare zapise o visini Nila, ustanovio da je Nil neobično promenljiv, žestok, plaveći nekoliko godina, a povlačeći se sledećih. Mandelbrot je ove promene kategorisao prema njihovom učinku, i nazvao ih je *učinkom Noe i Josipa*.

Noin učinak predstavlja isprekidanost - kada se količina menja, menja se gotovo proizvoljno brzo. Ekonomisti su tradicionalno smatrali da se cene postepeno, u kontinuitetu, menjaju, bilo kontinualno ili skokovito, međutim cene se mogu menjati u trenutnim skokovima, jednako brzo kao što se menja mišljenje u glavi berzanskih mešetara.

Josipov učinak znači trend ili ciklus - kada u kretanjima, naizgled haotičnim, u stvari postoji sistem ako se posmatraju u okviru dugoročnih trendova.

U skladu s tim, proučavajući liniju obale reke, može se primetiti da njena dužina zavisi o pristupu njenom merenju: naime, ako se uzme šestar namešten na dužinu jednog metra i

ako se pomera duž obale, dobiće se broj koji označava približnu vrednost dužine, jer tako podešen šestar preskače krivulje i zavoje manje od jednog metra.

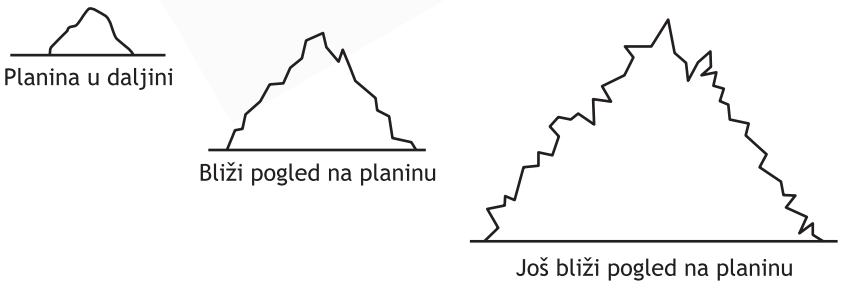
Ako se namesti šestar na dužinu manju od metra, onda se dobija nešto veća vrednost, jer se uzima u obzir više pojedinosti. Ako se smanji opseg šestara još, onda će novi broj biti drugačiji. I tako moše da se ide u nedogled. Zanimljivo je da se tako dužina obale neprekidno povećava, ali korisnik stalno očekuje konačan broj, tj. konačnu dužinu obale. Međutim, što je otvor šestara manji, to je obala duža, a korisnik stalno otkriva nove uvale, poluostrva itd. Prava istina je da bi se ovo merenje moglo završiti na nivou atoma, a pitanje je da li bi se i tamo završilo.

Savremeni matematičar Benoa Mandelbrot, proučavajući nepravilnosti u prirodi zaključio je da se u nepravilnostima, u stvari, kriju sasvim određene pravilnosti. Proučavajući različite probleme i oblasti u tako raznovrsnim naukama kao što su informatika, ekonomija, dinamika fluida i mnoge druge, otkrio je da se svuda kriju **uzajamno slične strukture** koje je on nazvao **fraktalima** (od latinskog *fractus* - izlomljen).

Prezentacije struktura pomoću fraktala našle su primene u mnogim poljima kako bi opisale i objasnile razne prirodne fenomene. U računarskoj grafici se koriste fraktali kako bi se generisali prikazi prirodnih objekata i kako bi se vizuelizovali razni matematički i fizički sistemi.

Fraktali imaju dve osnovne karakteristike: beskonačno male detalje u svakoj tački i uzajamnu sličnost između delova. Pomenuta osobina uzajamne sličnosti može da ima različite forme, što zavisi od tipa prezentacije koji se izabere. Fraktalni objekat je definisan procedurama koje obezbeđuju ponavljanje operacija za kreiranje detalja podobjekata. Prirodni objekti su predstavljeni procedurama koje se, teoretski, ponavljaju neograničen broj puta. Grafički prikaz prirodnih objekata se, naravno, generiše konačnim brojem ponavljanja.

Ako se zumira (uveća prikaz) fraktalnog objekta, vide se detalji (izlomljene linije i slično), tako da se, na kraju, dođe do prikaza nazubljene konture (slika 3.88). Posmatran izdaleka fraktalni objekat je prilično gladak. Kako se objekat približava (planina), uočavaju se ivice i prelomi, a kada se maksimalno približi, onda se vidi nazubljena kontura, njegov realni izgled.



Slika 3.88. *Prikaz planine sa različitim faktorima skaliranja*

Fraktali su zgodni za modeliranje široke lepeze prirodnih fenomena. U računarskim aplikacijama, fraktali se koriste za modeliranje terena (zemljišta), oblaka, vode, drveća i ostalih biljaka, perja, krzna i drugih tekstura koje se "lepe" na površine, kao i odgovarajućih

šablona. U ostalim disciplinama fraktalni šabloni se koriste u raspodeli zvezda, rečnih ostrva i kratera na planetama, u prikazivanju kiše, u prikazivanju skladišta za supermarkete, u muzici, u protoku saobraćaja, u urbanim sredinama, kao i za prikazivanje granica konvergentnih regiona pri numeričkim analizama.

3.6.2. Generisanje fraktala i podela

Fraktalni objekat se generiše primenom i ponavljanjem definisane transformacione funkcije na tačku unutar definisanog prostora. Ako je $\mathrm{P}_0(\mathrm{x}_0, \mathrm{y}_0, z_0)$ izabrana početna pozicija, svaka iteracija transformacione funkcije $\mathcal{F}$ generiše uzastopne nivoe detalja, pomoću kalkulacije:

$$\mathrm{P}_1 = \mathcal{F}(\mathrm{P}_0), \quad \mathrm{P}_2 = \mathcal{F}(\mathrm{P}_1), \quad \mathrm{P}_3 = \mathcal{F}(\mathrm{P}_2), \quad \ldots \tag{3.216}$$

Generalno gledano, transformaciona funkcija može da bude primenjena na zadatu tačku ili na inicijalnu grupu primitiva, kao što su prave linije, krive linije, obojene oblasti ili površine.

Klasifikacija fraktala moše da se odredi na sledeći način:

- **Fraktali slični sami sebi** imaju delove koji predstavljaju skalirane verzije kompletnog objekta. Korisnik startuje sa inicijalnim oblikom i konstruiše podelemente primenom faktora skaliranja s na inicijalni oblik. Može da se primeni isti faktor skaliranja s za sve podelemente ili mogu da se primene različiti faktori skaliranja, što zavisi od toga šta treba da bude izlazni rezultat. Ako se primenjuju slučajno izabrane varijante za skalirane podelemente, onda se za te fraktale kaže da su **statistički slični sami sebi**. Fraktali koji su statistički slični sami sebi koriste se za modeliranje drveća, žbunova i ostale vegetacije.

- **Fraktali srodni sami sebi** imaju delove koji su formirani različitim faktorima skaliranja s_x, s_y i s_z, po različitim osama koordinatnog sistema. Ako se primenjuju slučajno izabrane varijante za skalirane podelemente, onda se za te fraktale kaže da su **statistički srodni sami sebi**. Fraktali koji su statistički srodni sami sebi koriste se za modeliranje terena (zemljišta), vodenih površina i oblaka.

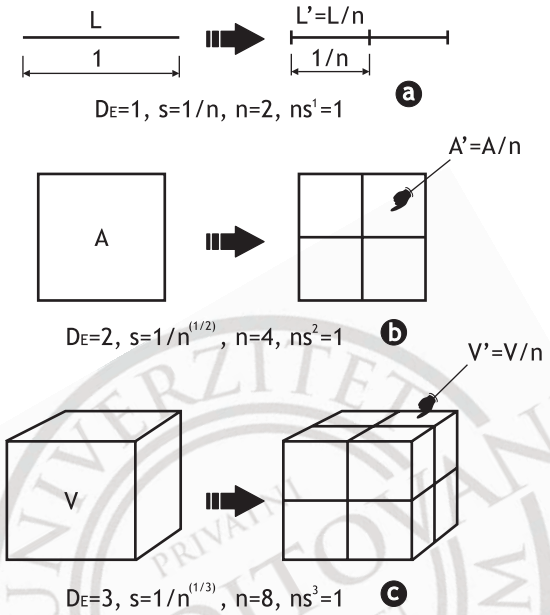
- **Invarijantne grupe fraktala** formiraju se nelinearnim transformacijama. Ova klasa fraktala uključuje binarnu podelu na kvadrate, kao što je Mandelbrotova grupa fraktala (formira se pomoću funkcija drugog reda u kompleksnom prostoru) i fraktale inverzne same sebi, koji su konstruisani inverznim procedurama.

3.6.3. Dimenzije fraktala

Količina varijacija strukture fraktalnog objekta može da bude opisana brojem D koji se naziva **dimenzija fraktala**, koji predstavlja meru hrapavosti ili fragmentaciju objekata. Jedna metoda generisanja fraktalnog objekta je definisanje procedure koja će koristiti specificiranu veličinu D.

Izraz za dimenziju fraktala, koji je sličan samom sebi, definiše se jedinstvenim faktorom skaliranja s i dobijen je po analogiji sa podelom Euklidovih objekata. Slika 3.89 pokazuje

odnose između faktora skaliranja s i broja delova n jedinične linije, jediničnog kvadrata i jedinične kocke.



Slika 3.89. *Podela jedinične linije, kvadrata i kocke*

Sa faktorom skaliranja $s = 1/2$, jedinični linijski segment (slika 3.89a) se deli na dva jednaka dela. Sa istim faktorom skaliranja, kvadrat na slici 3.89b se deli na četiri kvadrata iste površine, a kocka (slika 3.89c) se deli na osam kocki iste zapremine. Za sve ove objekte relacija između faktora skaliranja i broja delova je:

$$n \cdot s^{D_E} = 1\,.$$

U analogiji sa Euklidovim objektima, dimenzija fraktala D objekata koji su slični sami sebi može da se odredi kao:

$$n \cdot s^{D} = 1\,. \tag{3.217}$$

Rešavanjem jednačine (3.217) po D, onda se dimenzija sličnih fraktala definiše kao:

$$D = \frac{\ln(n)}{\ln(1/s)}\,. \tag{3.218}$$

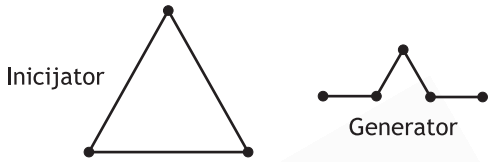
Za fraktale slični samim sebi, koji su konstruisani različitim faktorima skaliranja za različite delove, dimanzija sličnih fraktala se dobija iz implicitne relacije:

$$\sum_{k=1}^{n} s_k^D = 1\,, \tag{3.219}$$

gde je s_k faktor skaliranja za deo k.

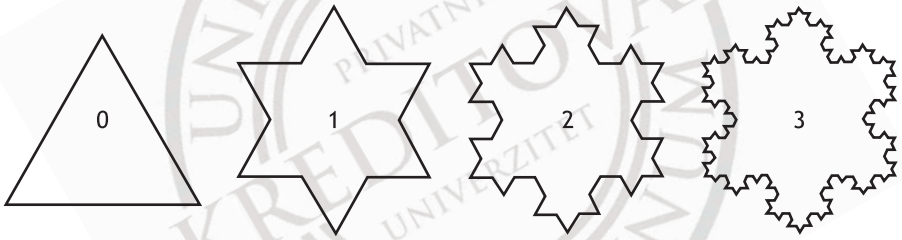
3.6.4. Konstrukcija fraktala koji su slični sami sebi

Geometrijska konstrukcija fraktala koji su slični sami sebi počinje sa startnim oblikom, koji se naziva *inicijator*. Delovi slični inicijatoru, koji se smeštaju u šablon, nazivaju se *generatori*.



Slika 3.90. *Inicijator i generator za Kohovu krivu*

Kao primer, krenulo se od inicijatora i generatora (slika 3.90) kako bi se konstruisao šablon u obliku snežne pahuljice ili Kohove krive (slika 3.91). Svaki pravolinijski segment inicijatora se zamenjuje sa šablonom generatora, koji se sastoji od četiri linije iste dužine. Tada se generator skalira i primenjuje na pravolinijske segmente modifikovanog inicijatora nekoliko puta.

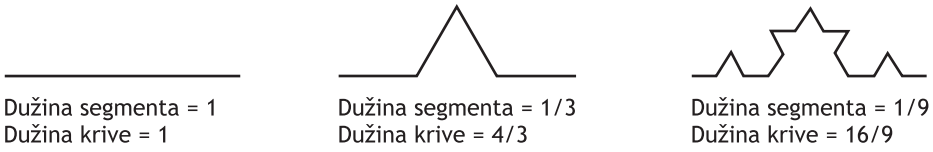


Slika 3.91. *Tri koraka pri kreiranju Kohove krive*

Faktor skaliranja za svaki korak je $1/3$, tako da je dimenzija fraktala jednaka:

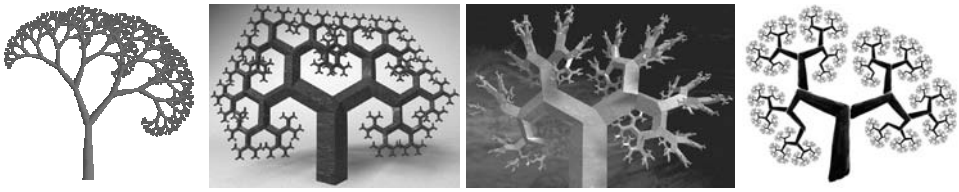
$$\mathrm{D} = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} \approx 1.2619\,.$$

Dužina svakog linijskog segmenta inicijatora množi se faktorom $4/3$ pri svakom koraku, tako da dužina krive fraktala teži beskonačnosti što se više detalja dodaje krivoj, kao što je prikazano na slici 3.92.



Slika 3.92. *Povećanje dužine Kohove krive, a smanjenje dužine segmenta*

Prikazivanje stabala i ostalih biljaka vrši se primenom fraktala koji su slični sami sebi. Svaka grana drveta (slika 3.93) je skalirana verzija prvobitnog (ulaznog) oblika. Na pomenutoj slici prikazana su renderovana stabla.

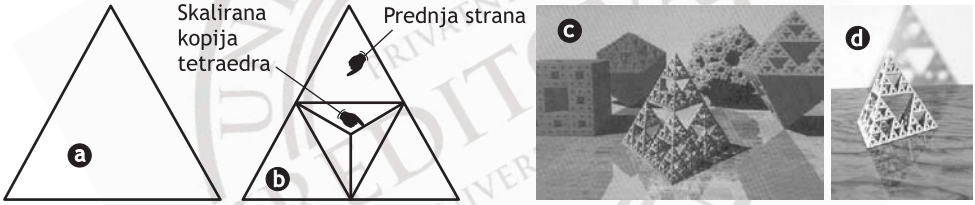


Slika 3.93. *Prikazivanje drveća pomoću fraktala*

Kao primer konstrukcije fraktala površina trodimenzionalnog objekta, vrši se skaliranje pravilnog tetraedra (slika 3.94) faktorom $1/2$, a, onda, se skalirani objekat smešta na svaku od četiri originalne strane tetraedra. Svaka strana originalnog tetraedra je konvertovana u šest manjih strana, dok je površina originalne strane povećana množenjem faktorom $3/2$. Dimenzija fraktala ovih strana određuje se kao:

$$\mathrm{D} = \frac{\ln(6)}{\ln(2)} \approx 2.58496\,,$$

što ukazuje na prilično "raskomadanu" površinu.



Slika 3.94. *Skaliranje tetraedra (a) i pozicioniranje skalirane kopije tetraedra (b)*

Drugi način za kreiranje fraktalnih objekata koji liče sami na sebe je putem kreiranja šupljina na datom inicijatoru, umesto da se dodaje još površina. Na slici 3.94c i 3.94d prikazani su primeri stvoreni na ovaj način.

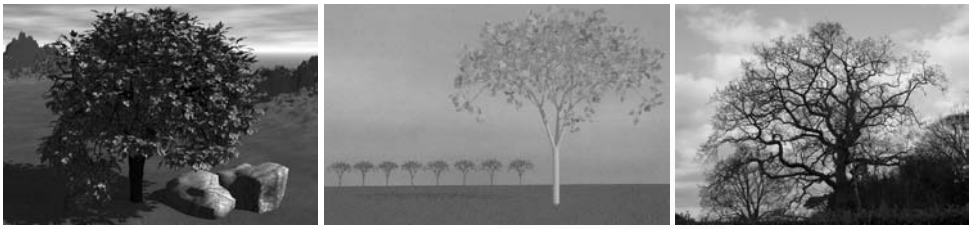
3.6.5. Konstrukcija fraktala koji su statistički slični sami sebi

Da bi se predstavila raznovrsnost geometrijskoh konstrukcija fraktala koji su slični sami sebi, korisnik može da slučajnim izborom određuje generator koji će se primenjivati u narednom koraku kako bi se došlo do odgovarajućeg šablona. Drugi način za ovo je izračunavanje pomeraja koordinata sa malim slučajnim varijacijama. Na primer, na slici 3.95 koristi se odgovarajuća funkcija da izračuna pomeraj srednje tačke svakog pravolinijskog segmenta kako bi se kreirao šablon "snežne pahuljice".



Slika 3.95. *Kreiranje "pahuljice" pomeranjem sredine svakog segmenta*

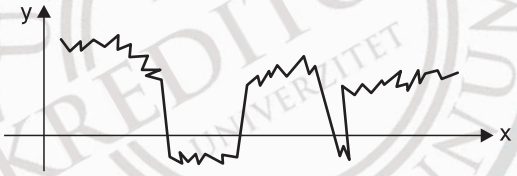
Po izradi fraktalnog modela, scena se dalje može modelovati korišćenjem nekoliko transformisanih primera objekta. Na slici 3.96 prikazane su scene sa drvećem gde su iskorišćeni već formirani fraktalni objekti.



Slika 3.96. *Modelovanje scene upotrebom već formiranih fraktalnih objekata*

3.6.6. Konstrukcija fraktala koji su srodni sami sebi

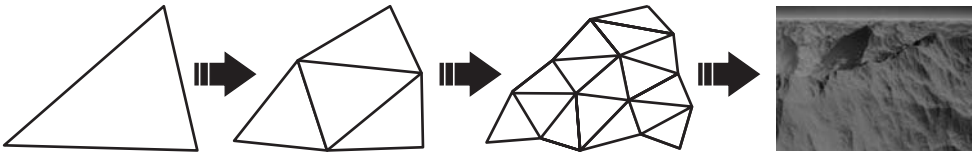
Pomoću fraktala koji su srodni sami sebi mogu da se dobiju krajnje realistične prezentacije terena (zemljišta) i ostalih prirodnih fenomena. U svrhu kreiranja ovakvih prirodnih fenomena primenjuje se **Braunovo izlomljeno kretanje** . Ovo je nastavak standardnog Braunovog kretanja, u formi "nasumične šetnje", gde se objašnjava cik-cak kretanje koloidnih čestica gasa ili fluida. Slika 3.97 ilustruje putanju nasumične šetnje u xy ravni.



Slika 3.97. *Braunovo nasumično kretanje u xy ravni*

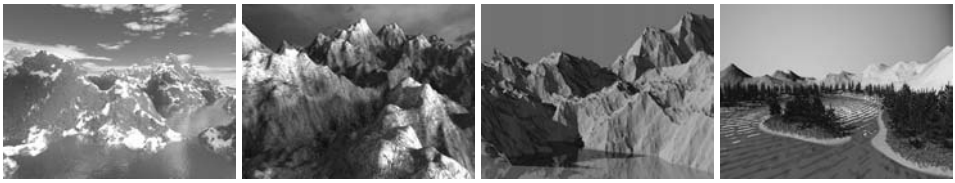
Ovakva putanja se započinje sa zadate lokacije, a onda se generiše naredni linijski segment proizvoljnog pravca i proizvoljne dužine. Svaki sledeći linijski segment nastavlja se na prethodni, proces je isti za svaki linijski segment i nastavlja se onoliko puta koliko je zadato.

Jedna izlomljena putanja je dovoljna da bi se modelovala izlomljena krivulja. Dvodimenzionalni uređeni nizovi slučajno izabranih Braunovih elevacija (elevacionih ravni) iznad pomoćne mreže, koja predstavlja zemljinu površinu, mogu da modeluju površine planina, spajajući elevacione ravni odgovarajućom grupom poligona.



Slika 3.98. *Kreiranje "pahuljice" pomeranjem sredine svakog segmenta*

Na slici 3.98 ilustrovan je proces kreiranja odgovarajućih poligonalnih površina koje se koriste za kreiranje modela planina i terena, uopšte (slika 3.99).



Slika 3.99. *Modelovanje i prezentiranje raznolikog terena*

Ako se generišu slučajno izabrane elevacije na površini lopte, onda korisnik može da modeluje planine, doline i okeane na planeti.

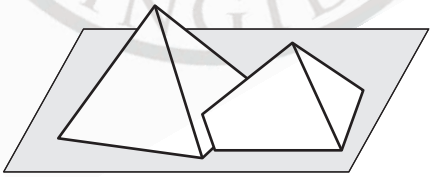
Na slici 3.100 prikazani su proizvoljni i zanimljivi modeli planeta, pripadajuće raznolike površine i prateće okruženje.



Slika 3.100. *Modelovanje planeta i odgovarajućeg okruženja*

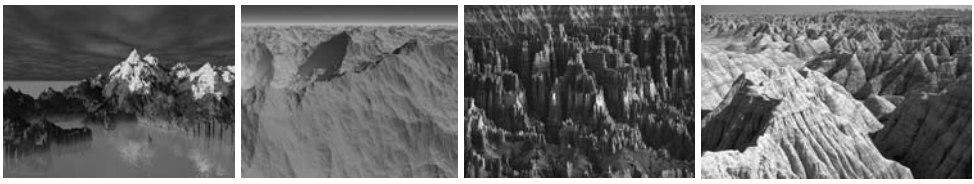
3.6.7. Kontrolisanje topografije terena

Jedan od načina da se kontrolišu vrhovi i udubljenja (doline) u generisanim scenama uz pomoć fraktala je da se modelovanje vrši pomoću metode izmeštanja sredina linijskih segmenata. U tom slučaju se ograničavaju elevacione ravni na određene intervale u odnosu na ravan zemljine površine. To može da se odredi *kontrolnim površinama* iznad ravni površine zemlje, kao što je to prikazano na slici 3.101.



Slika 3.101. *Kontrolne površine*

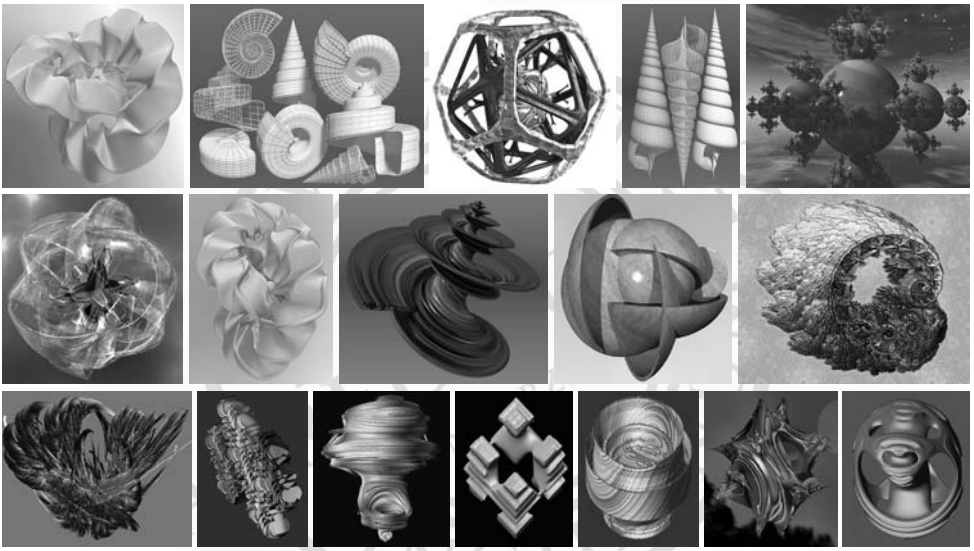
Kontrolne površine mogu da se modeluju na osnovu postojećih, realnih terena na zemljinoj površini, kako bi se "skinuo" odgovarajući šablon. Rezultat je vidljiv na slici 3.102.



Slika 3.102. *Kreiranje "pahuljice" pomeranjem sredine svakog segmenta*

Biranjem različitih kolornih mapa i različitih sekcija kompleksne ravni, korisnik može da generiše različite ekspresivne prikaze.

Procedure za generisanje trodimenzionalnih fraktala zahtevaju odgovarajuće vreme za proračun iteracionih funkcija i za testiranje pozicija po pitanju divergencije ili konvergencije. Svaka tačka na površini može da bude predstavljena kao mala kocka, dajući na taj način unutrašnja i spoljašnja ograničenja same površine. Prikazivanje takvog fraktalnog objekta je omogućeno primenom modela osvetljenja kako bi se odredila boja svake kockice. Takođe se primenjuje i metoda za određivanje vidljivih i nevidljivih površina, tako da se prikazuju samo vidljive površine fraktalnog objekta. Na slici 3.103 prikazani su neki primeri trodimenzionalnih fraktala.



Slika 3.103. *Razne varijante trodimenzionalnih fraktalnih objekata*

3.6.8. Konstrukcija fraktala koji su inverzni sami sebi

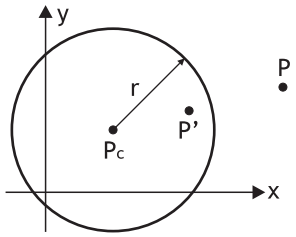
Koriste se različite inverzne transformacije kako bi se kreirao odgovarajući fraktalni oblik. Kao i uvek, kreće se od grupe inicijalnih tačaka i primenjuju se nelinearne inverzne operacije, kako bi se transformisale inicijalne tačke u fraktal.

Na primer, trebalo bi razmotriti 2D inverznu transformaciju kružnice (slika 3.104), uz uvažavanje poluprečnika kružnice r i položaja centra kružnice $P_c = (x_c, y_c)$.

Tačka P (slika 3.104, van kružnice) invertuje se u tačku P′ (slika 3.104, unutar kružnice) uz pomoć transformacije:

$$\left(\overline{P_c P}\right)\ \left(\overline{P_c P'}\right) = r^2\,, \tag{3.220}$$

gde obe tačke, i P i P′, pripadaju pravoj liniji koja prolazi kroz centar kružnice P_c. Jednačina (3.220) može da se koristi i za transformisanje pozicija unutar kružnice. Neke pozicije unutar kružnice se transformišu u pozicije van kružnice, dok se ostale pozicije unutar kružnice transformišu u pozicije unutar te kružnice.



Slika 3.104. *Invertovanje tačaka*

Ako su koordinate dve tačke predstavljene kao $P = (x, y)$ i $P' = (x', y')$, onda jednačina (3.220) može da se napiše kao:

$$\sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} \cdot \sqrt{(x' - x_c)^2 + (y' - y_c)^2} = r^2 \,. \tag{3.221}$$

Sve dok se ove tačke nalaze na pravoj koja prolazi kroz centar kružnice, onda postoji relacija:

$$\frac{y - y_c}{x - x_c} = \frac{y' - y_c}{x' - x_c} \,.$$

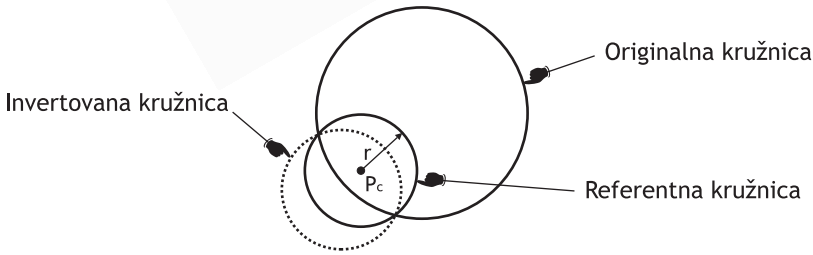
U tom slučaju transformisane vrednosti koordinata za poziciju P' su:

$$x' = x_c + \frac{r^2 \cdot (x - x_c)}{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} \,, \tag{3.222}$$

$$y' = y_c + \frac{r^2 \cdot (y - y_c)}{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} \,. \tag{3.223}$$

Tačke van kružnice se mapiraju na pozicije unutar kružnice, s tim što se udaljene tačke $(\pm\infty)$ transformišu na centar kružnice.

Suprotno ovome, tačke koje su bliske centru kružnice se mapiraju na udaljene tačke van kružnice. Kako se korisnik pomera od centra kružnice, tačke se mapiraju na pozicije van kružnice koje su bliže samoj konturi kružnice. Tačka koja se nalazi unutar kružnice i koja je blizu konture kružnice se mapira na lokaciju blisku centru te kružnice.



Slika 3.105. *Invertovanje kružnice*

Korisnik može da primeni ove transformacije na različite objekte, kao što su prave linije, kružnice ili elipse. Prava linija koja prolazi kroz centar kružnice je invarijantna prilikom primene inverzne transformacije, jer se mapira (preslikava) na samu sebe. Ako prava linija

ne prolazi kroz centar kružnice, onda se takva linija mapira u kružnicu čija kontura sadrži u sebi tačku centra P_c.

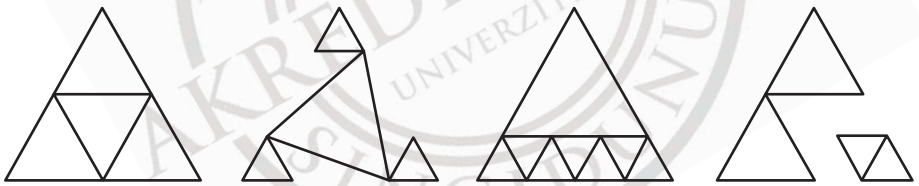
Svaka kružnica čija kontura prolazi kroz centar referentne kružnice se invertuje u pravu liniju koja ne prolazi kroz centar kružnice. Ako kružnica ne prolazi kroz centar referentne kružnice, onda se ta kružnica invertuje u drugu kružnicu, kako se to vidi na slici 3.105.

Postoji još jedan slučaj koji treba pomenuti. Ako treba izvršiti inverznu transformaciju kružnice koja je normalna na referentnu kružnicu, onda se dobijaju tangnente tih kružnica koje su upravne jedna na drugu u presečnoj tački.

3.6.9. Određena pravila pri kreiranju oblika

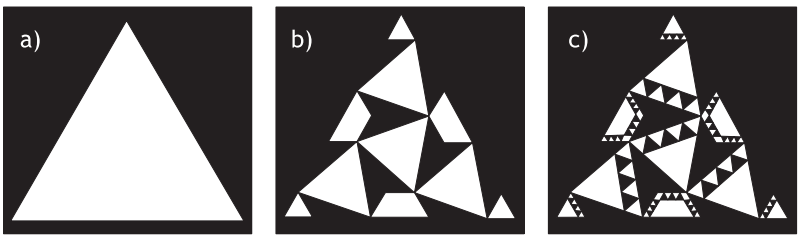
Postoji još mnogo proceduralnih metoda koje mogu da se koriste u dizajniranju oblika objekata ili stepena (nivoa) detalja same površine. **Pravila za kreiranje oblika** predstavljaju grupu proizvodnih pravila koji mogu da se primene na inicijalni objekat kako bi se dodali novi detalji i koji su harmonizovani sa originalnim oblikom. Transformacije mogu da se primene kako bi se promenila geometrija (oblik) objekta ili kako bi se dodali odgovorajući detalji boji ili teksturi same površine.

Sa definisanim i datim pravilima za prozivodnju, dizajner može da eksperimentiše primenom različitih pravila pri svakom koraku transformacije, od datog inicijalnog objekta do finalnog oblika. Na slici 3.106 prikazana su četiri pravila za "prekrajanje" trougaonog oblika.



Slika 3.106. *Četiri pravila za kreiranje oblika pomoću jednakostraničnog trougla*

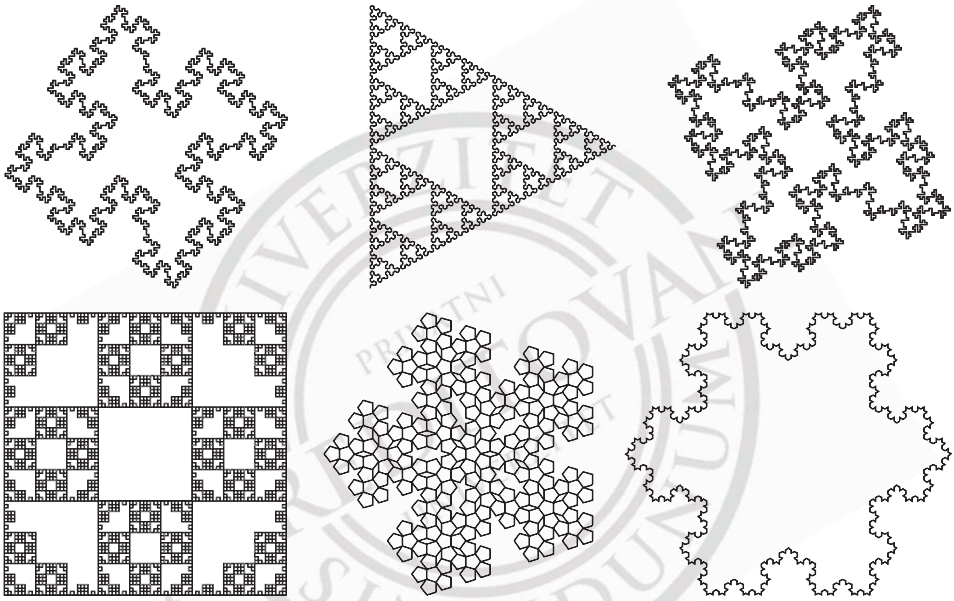
Geometrijske transformacije primenom ovih pravila mogu da se prikažu algoritamski, s tim što se sve bazira na definisanom ulaznom crtežu. Shodno ovome, svako pravilo može grafički da predstaavi inicijalni i završni oblik. Implementacija može da se vrši u nekom programskom paketu (na primer, *Mathematica*) ili programskom jeziku sa grafičkim mogućnostima.



Slika 3.107. *Primena prva tri pravila sa slike 3.106*

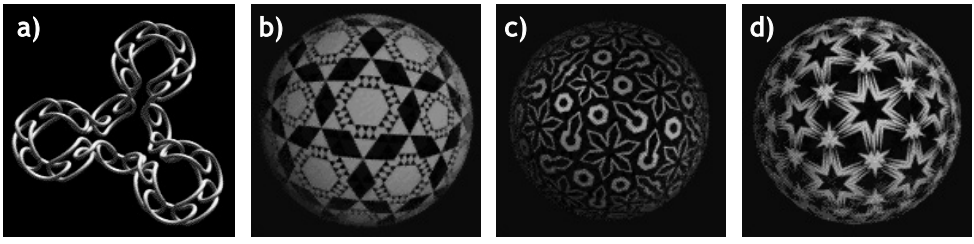
Na slici 3.106 prikazane su skice četiri pravila za kreiranje novih oblika primenom jednakostraničnih trouglova, a na slici 3.107 prikazana je primena tih pravila. Na slici 3.107a prikazan je jednakostranični trougao, koji je konvertovan u oblik na slici 3.107b primenom prvog i drugog pravila sa slike 3.106. Na slici 3.107c prikazan je oblik koji je dobijen od oblika sa slike 3.107b primenom trećeg pravila sa slike 3.106.

Pored gore pomenutih pravila za kreiranje složenijih oblika, postoje još, i primenjivanih i potencijalnih pravila, i taj broj pravila svakog dana sve više raste. Na slici 3.108 ilustrovana su pravila koja se najčešće koriste i koja se najčešće nalaze u literaturi.



Slika 3.108. *Grafički prikaz mogućih pravila za kreiranje složenijih oblika*

Trodimenzionalni oblici i površine mogu da se transformišu primenom jednostavnih operacija. Na slici 3.09a prikazan je rezultat geometrijskih zamena koje su primenjene na poliedar. Poliedar je jednostavan 3D solid koji se sastoji od određenog broja poligona, koji su međusobno spojeni stranicama. Inicijalni oblik za objekte koji su prikazani na slici 3.09b, 3.09c i 3.09d je ikosaedar (poliedar sa dvadeset strana, tj. sa dvadeset poligona). Geometrijske zamene su primenjivane unutar ravni svih strana (poligona) samog ikosaedra.



Slika 3.109. *Primena geometrijskih zamena na poliedre radi kreiranja složenih oblika*

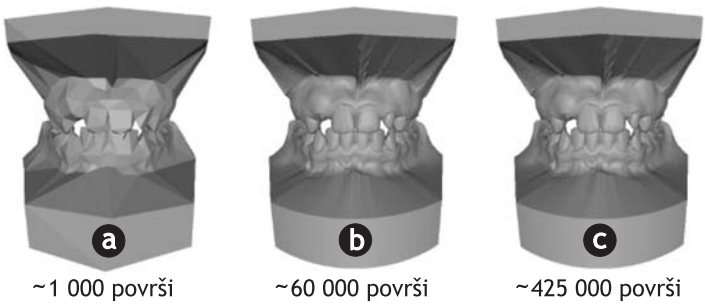
Na slici 3.110 su prikazane scene koje u sebi sadrže raznolike prirodne fenomene, koji su definisani i kreirani primenom raznih pravila.



Slika 3.110. *Scene sa definisanim i prikazanim prirodnim fenomenima*

3.7. Modelovanje sa više poligona

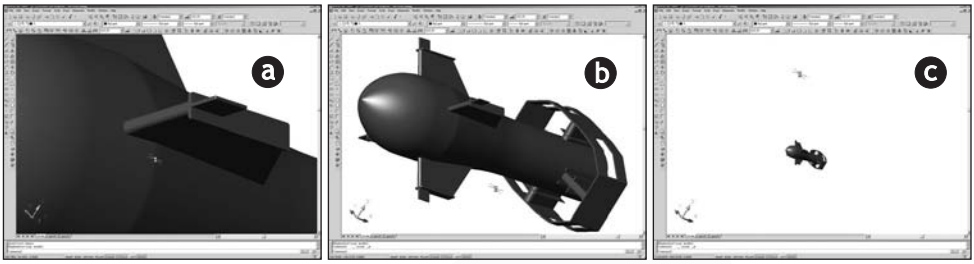
Napredak u tehnologiji omogućio je formiranje ogromnih baza podataka poligonalnih površina modela, ali takvi modeli su kompleksni i zahtevni, što se rada tiče. U takvim slučajevima, površine koje u sebi sadrže milione poligona uopšte nisu neobične. Laserski skeneri, sistemi za vizualizaciju i uređaji za prikazivanje medicinskih slika mogu da proizvedu modele koji u sebi sadrže neobične fizikalne objekte. Mnoge kompanije dizajniraju svoje proizvode upotrebom CAD sistema, što rezultuje veoma kompleksnim i detaljno definisanim površinama. Na slici 3.111 prikazan je model ljudske vilice sa tri različita nivoa detalja.



Slika 3.111. *Model vilice sa različitim brojem poligona*

Na slici 3.112a prikazan je model vilice sa ≈ 1000 površi, što odaje dosta "grub" izgled samog modela. Model na slici 3.112b ima 60 puta više poligona od modela na slici 3.112a, ali ima $\approx 14\%$ poligona koliko ih ima model na slici 3.112c. Ne treba objašnjavati koji model "najbolje" izgleda, ali i ne treba objašnjavati koji je model najzahtevniji po pitanju potrebnih resursa za rad. Da bi se definisao nivo detalja koji treba prikazati, trebalo bi predstaviti *multirezolucioni model*, tj. trebalo bi definisati broj poligona koji

će verno oslikavati i podržavati rekonstrukcije različitih aproksimativnih zahteva i koji će podržavati prikazivanje modela u različitim kontekstima i u različitim pogledima. Na slici 3.112 prikazan je isti model, ali sa različitim pogledima na njega.



Slika 3.112. *Isti model prikazan u različitim kontekstima*

Na slici 3.112b prikazan je model za $\approx 100\,000$ poligona. Ako se korisnik približi modelu (zumira se pogled kao na slici 3.112a), onda će se ekran ispuniti malim delom celokupne površine. Pod ovim uslovima površina mora da se preračuna kako bi se prikazalo nekoliko poligona, dok ostatak modela (koji se ne vidi) treba zanemariti. Na slici 3.112c prikazan je model u daljini, gde može da bude predstavljen uz pomoć tačaka, ako se suviše smanji. U tom slučaju model ima previše poligona za broj piksela koje treba renderovati. Tada je zahvalno primeniti multirezolucioni model, jer on omogućava promenu nivoa detalja koje treba prikazati, u zavisnosti od željenog pogleda i prikaza.

Problem pojednostavljenja prikazivanja površina i kreiranje multirezolucionih modela se razmatra u nekoliko poslednjih godina. Dve slične metodologije u podešavanju prikazivanja površina su prečišćavanje i desetkovanje. Algoritam prečišćavanja je iterativni algoritam koji počinje sa inicijalnim aproksimacijama i dodaje elemente pri svakom koraku. Algoritam desetkovanja radi suprotno: kreće od originalne površine, a onda uklanja elemente pri svakom koraku. Ono što je zajedničko za oba algoritma je to što otkrivaju željenu aproksimaciju kroz *transformisanje* inicijalne površine.

Pre nego krene u objašnjavanje pojednostavljenja prikazivanja površina, pomenuće se dva problema iz ravanskog (2D) domena, pojednostavljenje krivih linija i visinskih polja.

3.7.1. Krive linije i funkcije

Nije iznenađujuće da pojednostavljenje krivih linija i funkcija ima najdužu istoriju. Rad na pojednostavljenju krivih linija je u direktnoj vezi sa problemom pojednostavljenja poligonalnih površina. Ovo pojednostavljenje je razvijeno, pored ostalih polja, u kartografiji, u računarskoj vizuelizaciji i u računarskoj grafici.

Na primer, korisnik ima krivu liniju sa n temena i trebalo bi da je aproksimira tako da bude $m < n$ temena. Za ovako jednostavne geometrijske objekte lako se definiše optimalna aproksimacija, treba definisati minimalni broj temena koji će definisati krivu unutar datih tolerancija. Razvijeni su algoritmi za optimalnu aproksimaciju funkcija, ravanskih (2D) krivih linija i prostornih (3D) krivih linija. Algoritmi za optimalnu aproksimaciju funkcija imaju vremensku kompleksnost $O(n)$, algoritmi za optimalnu aproksimaciju ravanskih krivih linija imaju vremensku kompleksnost $O(n^2 \log n)$ i algoritmi za optimalnu

aproksimaciju prostornih krivih linija imaju vremensku kompleksnost $O(n^3 \log m)$. Što je vremenska kompleksnost većeg stepena, to znači da su takvi algoritmi nepraktični za ekstremno velike baze podataka.

3.7.2. Visinska polja

Visinska polja spadaju u najjednostavnije površine. Mogu da se definišu kao skup tačaka koji zadovoljavaju jednačinu $z = f(x,y)$, gde koordinate x i y pripadaju ravni unutar Dekartovog koordinatnog sistema. Trebalo bi napomenuti da je vrlo teško definisati optimalnu aproksimaciju visinskog polja, kao što je to odrađeno sa krivim linijama i funkcijama.

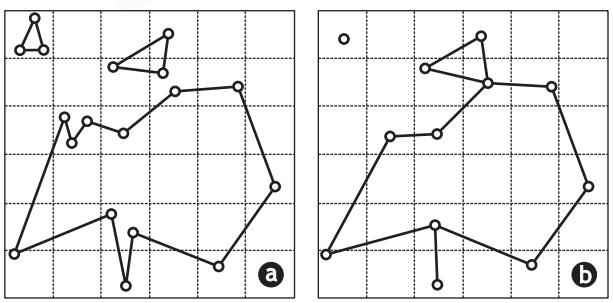
3.7.3. Površine

Uspešni algoritmi za pojednostavljenje krivih linija i visinskih polja su davno razvijeni, dok su algoritmi za pojednostavljenje površina novijeg datuma. U ovom delu biće pomenute različite varijante pojednostavljenja površina.

Prvi način pojednostavljenja je bio "ručni" način. Dizajner je morao ručno da definiše i da podešava različite nivoe detalja. Ovakav način je bio dosta dugo u upotrebi pri kreiranju simulatora letenja, a slične tehnike su i danas u upotrebi u razvoju računarskih igrica. Sve dok se ovaj proces obavlja specijalizovanim editorima, to je veoma zahtevan posao i iziskuje mnogo vremena i truda. Glavni napredak u pojednostavljenju prikazivanja površina je u automatizaciji tog procesa.

Drugi korak u pojednostavljivanju prikazivanja površina je u primeni algoritama prečišćavanja i desetkovanja, o kojima je već bilo reči. Treba još jednom naglasiti da je zajedničko za oba algoritma to što otkrivaju željenu aproksimaciju kroz transformisanje inicijalne površine.

Sledeći korak je **grupisanje temena**, gde se prostorne grupe temena dele u pojedine grupe i sjedinjuju se sva temena unutar iste grupe. Treba napomenuti da je ova metoda izuzetno brza i efikasna, posebno kada se radi sa grupama trouglova. Nažalost, ova metoda proizvodi lošu aproksimaciju. Jednostavan primer uniformnog grupisanja prikazan je na slici 3.113, na kojoj je izvršena podela prema pomoćnoj mreži, tako da se grupa temena unutar jednog polja pomoćne mreže grupiše i predstavlja novim temenom. Na taj način se dolazi do novog modela na slici 3.113b. Ovakav sistem je efikasan.



Slika 3.113. *Uniformno grupisanje u ravni*

Sledeći korak u pojednostavljenju prikazivanja površina bila je primena metoda **sjedinjavanja regiona**, gde se više regiona površine sjedinjuje u jedan. To se radi tako što su se određeni regioni pretvarali u poligonalnu mrežu, čime se granice regiona pojednostavljuju; zatim se sjedinjuju ti regioni i novonastali region se, ponovo, pretvara u poligonlanu mrežu u kojoj se vrši preraspodela novih poligona.

Jedan od najčešće korišćenih algoritama je **smanjivanje broja temena**. U svakom koraku, kada se primeni ovaj algoritam, uklanja se markirano teme i sve pripadajuće površine koje su imale dodira sa tim temenom, a unutar rezultujuće površine vrši se preraspodela poligona (slika 3.114).



Slika 3.114. *Uklanjanje određenog temena*

Sve dok ova preraspodela poligona (i brisanje određenih temena) zahteva projektovanje na ravan površine, ovaj algoritam je ograničen na celokupnu površinu.

Sledeća u nizu je metoda **iterativnog skraćivanja** i ona je zasnovana na skraćivanju parova temena. Algoritmi zasnovani na iterativnom skraćivanju postali su jako popularni u poslednjih nekoliko godina. Skraćivanje para temena, označeno sa $(V_i, V_j) \rightarrow \overline{V}$, modifikuje površinu u tri koraka:

1. premešta temena V_i i V_j na poziciju $\overline{V}$;
2. zamenjuje sve veze V_j sa V_i vezama; i
3. briše V_j i sve pripadajuće strane, tako da se površina deformiše (nema više tri vidljiva temena).

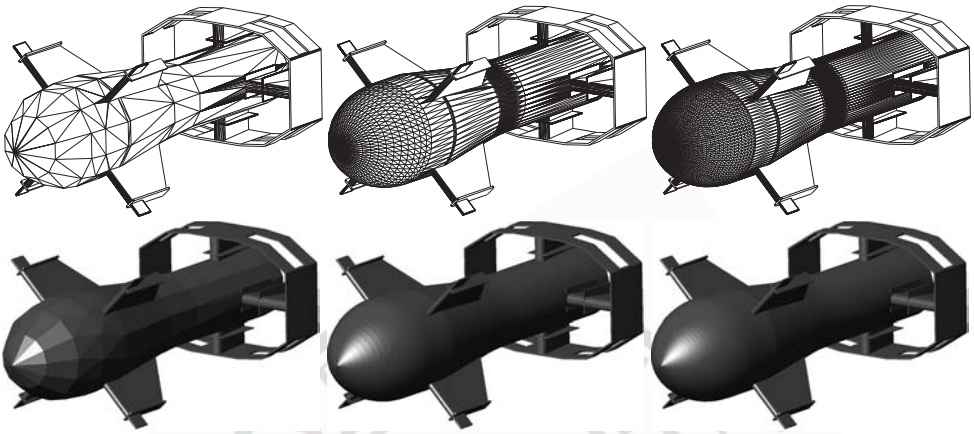
3.7.4. Diskretni multirezolucioni modeli

Najjednostavnija metoda za kreiranje multirezolucionog modela je generisanjem grupe rastućih jednostavnih aproksimacija. Za neki dati kadar, program za renderovanje bi trebalo da bira odgovarajući model i da renderuje taj model unutar datog kadra. U tom slučaju korisnik bi mogao da upotrebljava seriju **diskretnih nivoa detalja**, tako da bi multirezolucioni model mogao da se sastoji od grupe nivoa, kao što je to prikazano na slici 3.115.

3.8. Rekonstrukcija

U industriji se koriste razni CAD/CAM sistemi kako bi se dizajnirali i kreirali fizički objekti, na osnovu digitalnih modela. Suprotan proces, dobijanje digitalnog opisa na osnovu

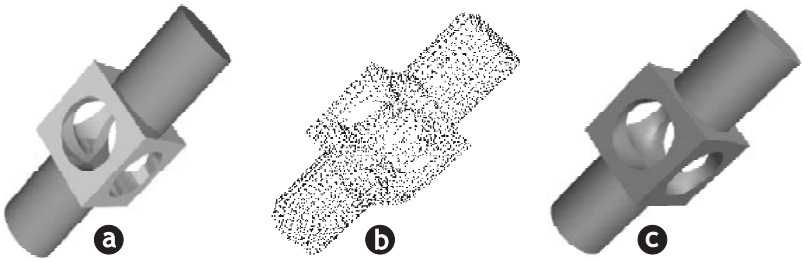
fizikalnog objekta, bio je mnogo manje zastupljen. Rekonstrukcijom fizičkog modela radi dobijanja njegovog digitalnog opisa bavi se **reverzni** inženjering i jedan njegov oblik, koji se koristi u računarskoj grafici, često se naziva **3D skeniranje**.



Slika 3.115. *Fiksirane serije diskretnih nivoa detalja za model rakete*

Odlike 3D objekata koje se obuhvataju 3D skeniranjem, su, na primer, oblik, boja i osobine materijala. Rekonstruisanje površine bi se moglo definisati kao uzimanje grupisanih tačaka (slika 3.116b) koje leže na ili blizu nepoznatih površina (slika 3.116a) i kreiranje modela (slika 3.116c) aproksimacijom nepoznatih površina (slika 3.116a).

Rekonstruisanjem površina ne dobijaju se garantovano regenerisane nepoznate površine (slika 3.116a), jer se informacije o nepoznatim površinama prikazuju konačnim brojem uzorkovanih i grupisanih tačaka.



Slika 3.116. *Primer rekonstrukcije površine*

Metoda 3D skeniranja. Postoji mnogo metoda za pribavljanje informacija o obliku nekog objekta. Na primer, u računarskoj vizuelizaciji podešavanje markera (orijentira) u različitim pogledima omogućava da se oblik pravilno proceni. Ako se ima osenčeni objekat, onda intenzitet osvetljenja objekta pokazuje korisniku orijentaciju samog objekta na sceni, kao i globalni oblik objekta.

U indusriji se koriste raznorazna mehanička pomagala kako bi se "skinule" koordinate željenog objekta. Rezultati ovakvog merenja su izuzetno precizni, ali je sama metoda dosta spora i ograničena na modele koji mogu fizički da stanu unutar mašine za merenje. U

novije vreme mehanička pomagala za merenje zamenjena su laserskim skenerima. Laserski skener osvetljava površinu laserskim zrakom i meri odstojanje od reperne tačke. Rezultat primene laserskih skenera je pravougaona mreža tačaka koje definišu rastojanje od senzora do objekta. Trebalo bi napomenuti da se prikazuju samo "vidljive tačke" ako su fiksirane pozicije senzora i objekta.

Primena 3D skeniranja. Razvoj brzih i jeftinih sistema za 3D skeniranje omogućio je njihovu primenu u mnogim oblastima:

- **Reverzni inženjering**. Tehničko crtanje uz pomoć računara obično počinje od fizičkog modela. Mnoge grane industrije imaju kataloge tradicionalnih delova, koji nisu kreirani CAD alatima i mnogi delovi nisu prikazani ni na papiru.

- **Industrijski dizajn**. U radu s CAD sistemima lišeni smo prednosti koje ima rad sa konkretnim materijalima - ništa se ne može dodirnuti, ne mogu se primiti visuelne informacije kao prilikom posmatranja fizičkog objekta itd. Proces 3D skeniranja omogućava transfer ručno izrađenih oblika u CAD sisteme.

- **Analize i simulacija**. Digitalni opis se lako analizira i koristi računarskim simulacijama. Na ovaj način postaje moguće, na primer, odrediti koeficijent otpora automobila koji je dizajner izradio u glini, simuliranjem dejstva određenih sila na virtuelni model.

- **"Naseljavanje" virtuelnog okruženja**. Kreiranje virtuelnog okruženja simuliranjem fizičkog sveta oko željenih modela. Tekuća virtuelna realnost teži da ima nacrtane likove, što je posledica nestašice realističnih modela svakodnevnih stvari. Proces 3D sekniranja koristi se za efikasno dobijanje ovakvih vrsta modela.

Da bi se iskoristio kompletan potencijal procesa 3D skeniranja, neophodno je da se razvije generalni, automatski, efikasan i robustan algoritam za rekonstrukciju površina koji će podatke o tačkama sa 3D skenera, konvertovati u upotrebljiv traženi model.

3.8.1. Pregled moguće metode rekonstrukcije površine

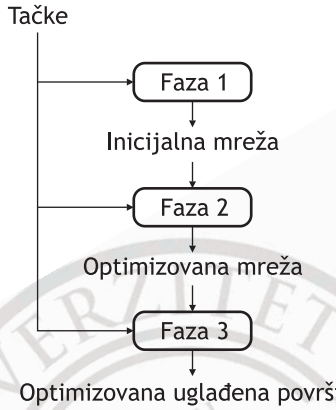
Algoritmi za rekonstrukciju površina su obično projektovani tako da iskoriste znanje o određenom problemu. Ova moguća metoda ima i teoretske i praktične prednosti. Što se teoretske strane tiče, sažimanjem generalnog problema baca se drugačije svetlo na zaista važne aspekte problema. Što se praktične strane tiče, jedan algoritam koji rešava generalno problem može da se primeni i za rešavanje konkretnijih problema.

Glavni problem u ovoj mogućoj metodi rekonstrukcije površine je taj što topologija površine nije poznata i mora da se o njoj zaključuje na osnovu tačaka. Zato se problem rekonstrukcije mora raščlaniti na: grubo određivanje topologije površine i definisanje preciznosti i konciznosti (sažetosti) samog modela.

Na slikama 3.117 i 3.118 prikazan je mogući trofazni model. Ulazni parametar predstavlja skup neorganizovanih tačaka.

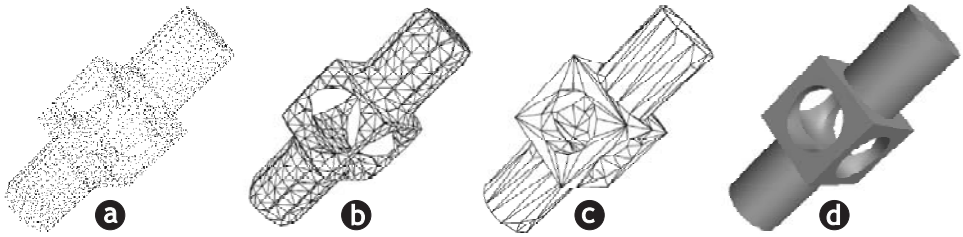
Pomenute moguće faze rekonstrukcije površine su:

- **Faza 1: Ispitivanje zadate površine**. Od neorganizovane gomile tačaka (slika 3.118a) u fazi 1 nastaje najpre mreža odgovarajuće gustine (slika 3.118b). Zadatak ove faze je da se odredi topologija površine i da izvrši prvu strukturalnu procenu geometrije.



Slika 3.117. *Šematski prikaz tri moguće faze u rekonstrukciji površina*

- **Faza 2: Optimizacija mreže**. Započinjući od mreže određene gustine, iz prve faze, sada se redukuje broj strana (poligona) i poboljšava sprega sa podacima o tačkama (slika 3.118c). Ovaj problem se tretira kao optimizovanje energetske funkcije, gde se vrši vaganje između preciznosti i konciznosti modela. Nezavisne promenljive prilikom optimizacije bi bile: broj čvorova u mreži, njihova povezanost i njihova pozicija.

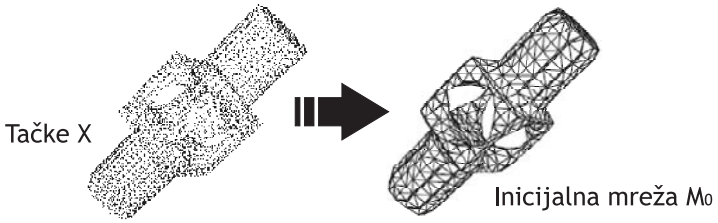


Slika 3.118. *Primenjeni prikaz tri moguće faze u rekonstrukciji površina*

- **Faza 3: Optimizacija prečišćene površine**. U trećoj fazi površine se iz žičanog modela prevode u prečišćenu površinu (slika 3.118d). Ovaj model je posledica primene adaptivnog prečišćavanja. Treba pomenuti da je ovakav model idealan za rekonstrukciju površine, jer se lako implementira.

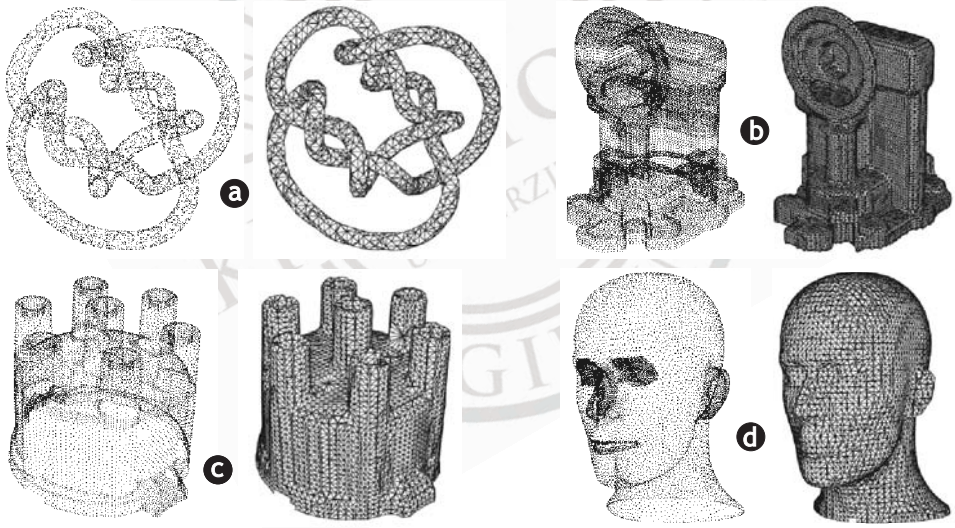
3.8.2. Faza 1: Ispitivanje zadate površine

Prava faza u rekonstruisanju površine svodi se na generisanje inicijalne površine. Iz skupine neorganizovanih tačaka $X = \{X_1, \ldots, X_n\}$ nepoznate površine, prva faza kreira mrežu M_0 koja aproksimira nepoznatu površinu (slika 3.119).



Slika 3.119. *Faza 1: Aproksimacija nepoznate površine na osonovu grupe tačaka* X

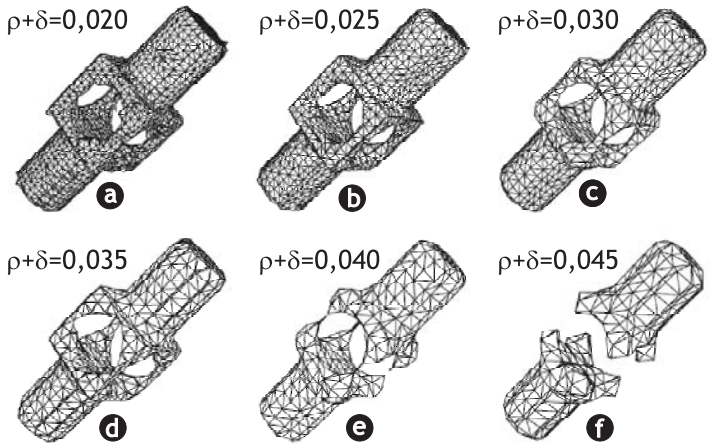
Glavni zadatak u ovoj fazi jeste odrediti topologiju na osnovu tačaka i dobiti geometrijsku aproksimaciju površine. U ovoj fazi se u algoritmu rekonstrukcije uvode određene pretpostavke o grupi tačaka X i o nepoznatoj površini: tačke mogu da imaju određenu grešku; struktura ne leži u tačkama; nisu potrebne nikakve informacije o tačkama, sem njihovih (x, y, z) koordinata; nepoznata površina može da ima prozivoljnu toplogiju (uključujući i granice); u startu je nepoznata topologija; nepoznata površina nije prečišćena površina. Rezultati prve faze prikazani su na slici 3.120.



Slika 3.120. *Rezultati faze 1: aproksimacije ispitivane površine*

Greška u ovom procesu može da se otkrije ako se tačke $X_i \in X$ predstave u sledećoj formi $X_i = Y_i + e_i$, gde je $Y_i \in U$ tačka koja pripada nepoznatoj površini U i gde $e_i \in \Re^3$ predstavlja vektor greške. Uzorak X se naziva δ (šum) ako je zadovoljeno $\|e_i\| \leq \delta$ za sve članove i.

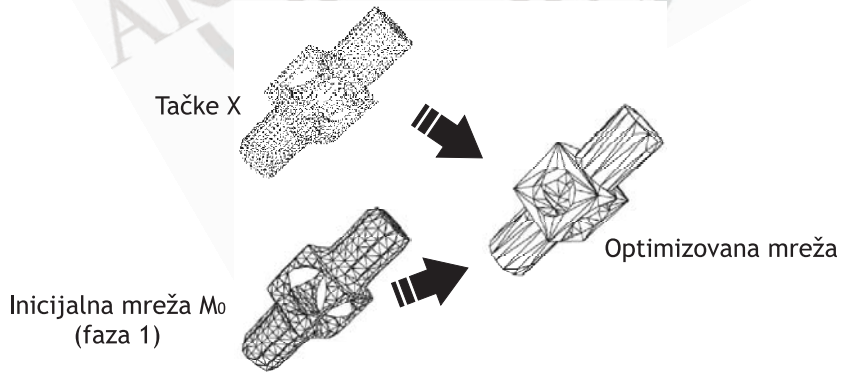
Da bi se otkrila eventualna gustina mreže, trebalo bi uvesti još jednu definiciju - neka $Y = \{Y_1, \ldots, Y_n\} \in U$ bude uzorak sa šumom (greškom) površine U. Za uzorak se kaže da ima ρ (gustinu) ako ijedna lopta sa poluprečnikom ρ i centrom u U sadrži bar jednu tačku uzorka iz Y. Na slici 3.121 prikazano je šest primera kako izgledaju modeli posle prve faze, u zavisnosti od vrednosti parametra $\rho + \delta$.



Slika 3.121. *Osetljivost faze 1 u odnosu na parametar* $\rho + \delta$

3.8.3. Faza 2: Optimizacija mreže

U drugoj fazi se poboljšava preciznost i konciznost skupa tačaka (mreže). Za dati skup tačaka $X \in \Re^3$ i za inicijalnu mrežu M_0 blisku tim tačkama, treba pronaći mrežu M koja ima istu toplogiju kao i mreža M_0 i koja treba da se poklopi sa datim tačkama sa što manjim brojem čvorova. Apsolutna podudarnost te mreže sa datim tačkama podrazumeva interpolaciju tačaka. Ako tačke X imaju šumove (greške), onda se ne traži interpolirana površina, jer takva površina nosi sa sobom neželjena polja i neželjena talasanja površine.

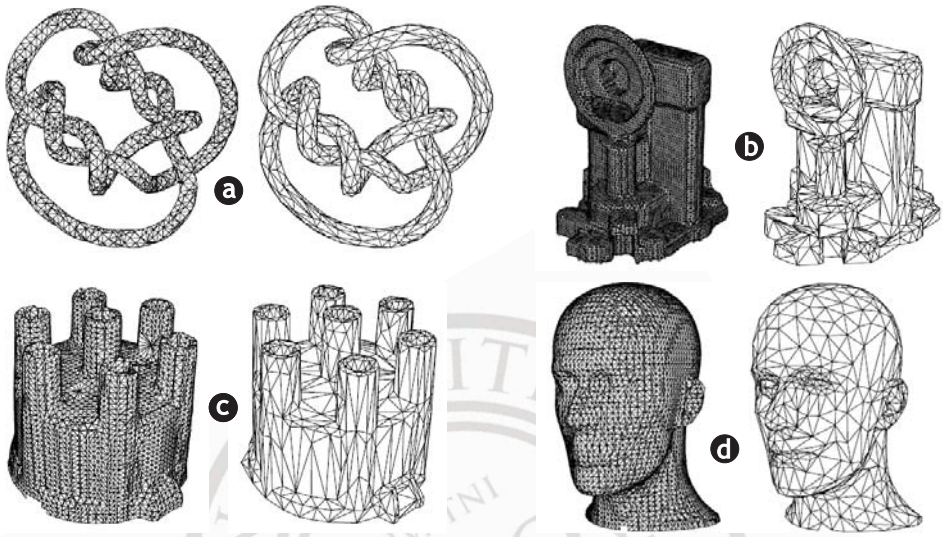


Slika 3.122. *Faza 2: optimizacija mreže radi bolje podudarnosti sa tačkama* X

Na slici 3.122 model je generisan sa novom preciznijom i konciznijom mrežom. Oštre ivice i temena (ćoškovi) pokazuju da su podaci o tačkama verno preslikani na novi model, ali je broj temena značajno smanjen, u odnosu na taj broj temena u mreži M_0. U ovom slučaju broj verteksa je smanjen nekoliko puta.

Na slici 3.123 prikazana su četiri modela gde je izvršena optimizacija mreže u odnosu na

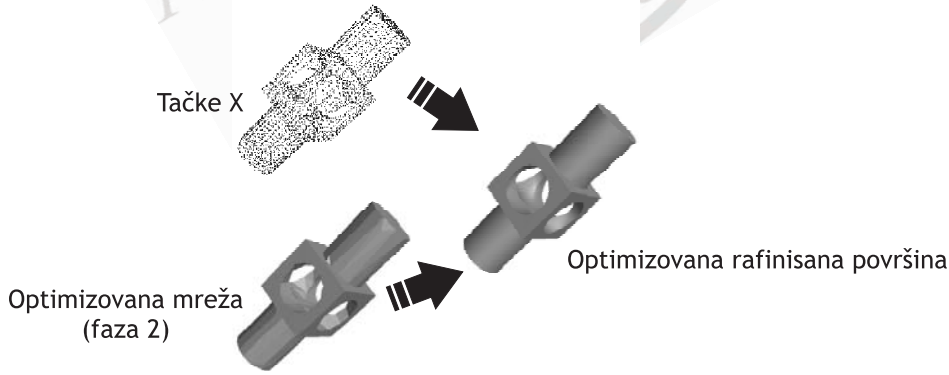
prvu fazu. Levi model predstavlja izlaz prve faze rekonstrukcije, a desni model predstavlja izlazni rezultat druge faze rekonstrukcije.



Slika 3.123. *Rezultati faze 2: optimizacija mreže*

3.8.4. Faza 3: Optimizacija prečišćene površine

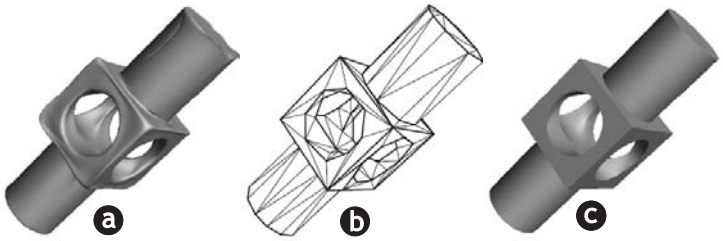
Zadatak treće faze je da kreira još precizniji i koncizniji model sa prečišćenim površinama, kao što je prikazano na slici 3.124. Rafinisanje površine obavlja se sistemom podele na manje delove.



Slika 3.124. *Faza 3: prelazak na glatku aproksimaciju*

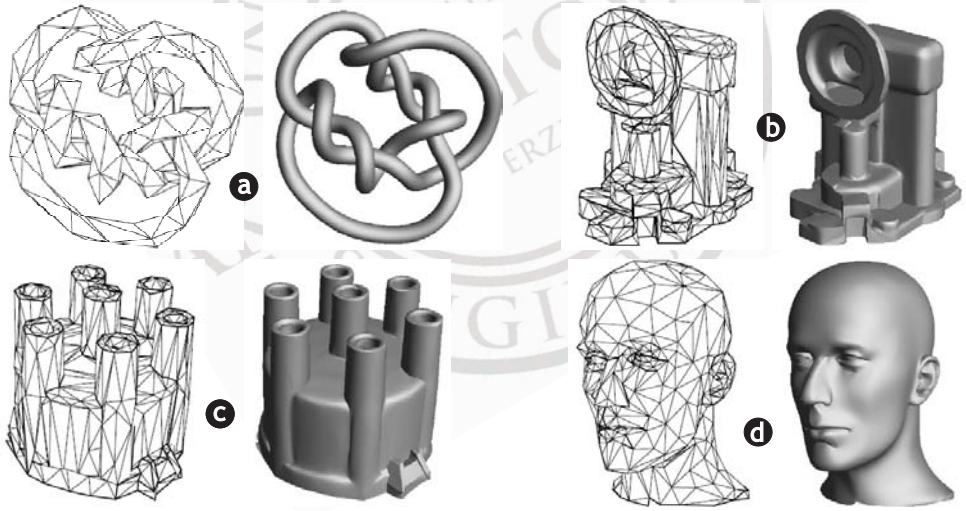
Uopštavanje (generalizacija) glatke površine u trećoj fazi je normalan i neophodan nastavak druge faze. Mnogi objekti imaju glatke površine, jer se na taj način regulišu oštre ivice, oštri prelazi i temena. Modelovanje pomoću linearnih površina proizvodi precizne i koncizne modele, ali je problem obično prezentacija takvih modela. Problemi nastaju zbog

previše elemenata površine, "problematične" geometrije, ili neželjenih elemenata, kao što je to prikazano na slici 3.125. Na slici 3.125a prikazan je model sa "problematičnom" geometrijom, koja ne odgovara u potpunosti početnom skupu tačaka kada se svuda koriste glatke površine.



Slika 3.125. *"Problematičan" model, mrežni model i rafinisan model*

Na slici 3.126 prikazani su modeli sa optimizovanom mrežom u odnosu na fazu 2. Levi model predstavlja izlaz druge faze rekonstrukcije, a desni model predstavlja izlazni rezultat treće faze rekonstrukcije.

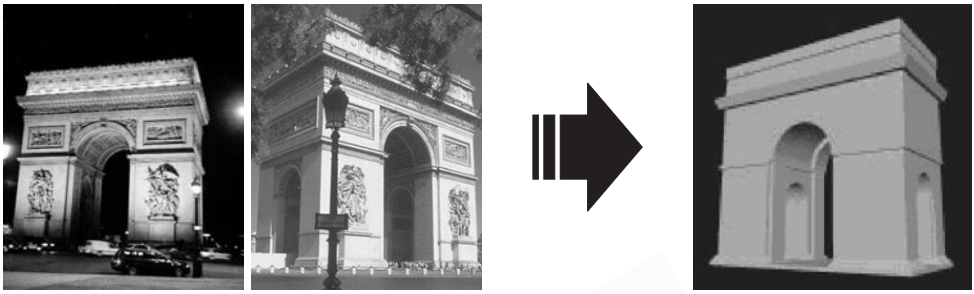


Slika 3.126. *Rezultati faze 3: optimizacija površine deobom na manje delove*

3.8.5. Primeri rekonstruisanih modela

Prvi primer je model **Trijumfalne kapije** u Parizu. Građevina je visoka $49\,\mathrm{m}$, široka $45\,\mathrm{m}$ i duboka $22\,\mathrm{m}$. Smeštena je u središtu gde se ukrštava 12 velikih avenija. Na slici 3.127 prikazane su dve fotografije Trijumfalne kapije sa leve strane strelice, a sa desne strane strelice prikazan je model, koji je rekosntruisan na osnovu realnih izvora.

Sledeći primer je model arhitektonskog kompleksa **Tadž Mahal** džamije, koja se nalazi u gradu Agra u Indiji. Ukupna površina koju ovaj kompleks pokriva je $580\,\mathrm{m} \times 300\,\mathrm{m}$.



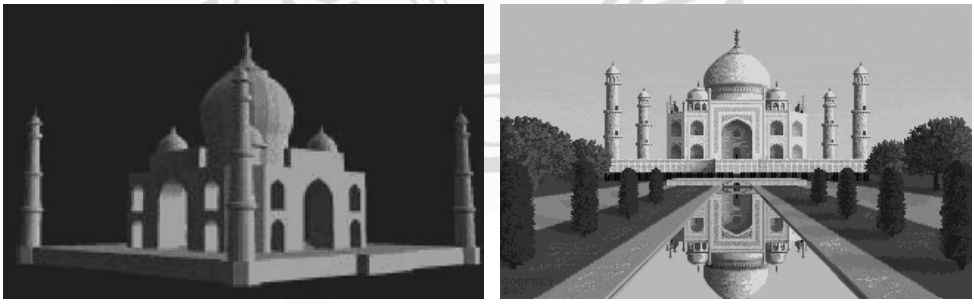
Slika 3.127. *Fotografije i model Trijumfalne kapije u Parizu*

Na slici 3.128 prikazane su fotografije kompleksa Tadž Mahal.



Slika 3.128. *Fotografije kompleksa Tadž Mahal u Indiji*

Na slici 3.129 (levo) prikazan je model ovog kompleksa, dobijen na osnovu realnih izvora, a na slici 3.129 (desno) prikazana je vizuelizacija pomenutog modela unutar programa 3D Studio MAX.



Slika 3.129. *Model kompleksa Tadž Mahal u Indiji i njegova vizualizacija*

Sledeći primer je model **Muzeja moderne umetnosti** u San Francisku. Na slici 3.130 prikazane su fotografije ovog muzeja.

Na slici 3.131 prikazane su zanimljive stvari. Na prve dve fotografije (slika 3.131a i slika 3.131b) prikazan je Muzej moderne umetnosti i markirane su specifične konture, koje su se pokazale bitne za kreiranje odgovarajućeg modela. Na slici 3.131c prikazan je odgovarajući model, krerian na osnovu markiranih linija na prethodne dve pomenute fotografije.

Sledeći primer je model katedrale **Rouen** koja se nalazi u Normandiji, Francuska. Na slici 3.132 prikazane su fotografije ove katedrale na kojima se vidi njena kompleksnost.



Slika 3.130. *Fotografije Muzeja moderne umetnosti u San Francisku*

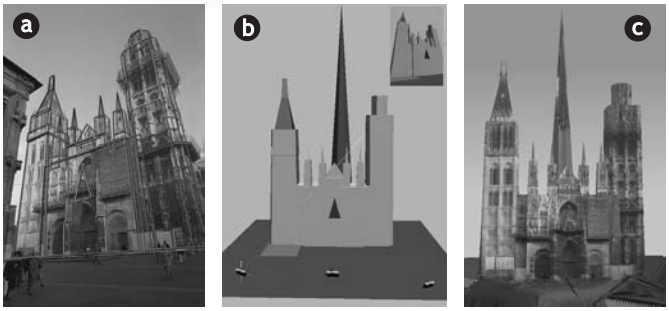


Slika 3.131. *Pomoćne fotografije i model Muzeja moderne umetnosti*



Slika 3.132. *Fotografije katedrale Rouen u Normandiji*

Na pomoćnoj fotografiji (slika 3.133a) prikazana je katedrala i definisane su karakteristične ivice. Ove karakteristične ivice su iscrtane na pomenutoj pomoćnoj fotografiji. Na osnovu ovih ivica kreiran je pojednostavljen model prikazan na slici 3.133b. Na osnovu ovog modela napravljena je fotografija (slika 3.133c) koja predstavlja vizuelizaciju datog modela sa primenjenim mapiranjem odgovarajućih tekstura.



Slika 3.133. *Pomoćna fotografija i model katedrale Rouen*

Glava 4

Elementi interaktivne računarske grafike

Pojam interaktivnosti u računarskoj grafici podrazumeva interakciju između korisnika i sistema, odnosno, upravljanje sadržajem, strukturom, pojavom objekta od strane korisnika pomoću ulaznih uređaja (tastatura, miš, ekran osetljiv na dodir...).

Grafička interakcija koja koristi grafičke terminale sa rasterskim ekranom zamenila je tekstualne interakcije sa alfanumeričkih terminala. Ovaj način interakcije omogućava širokopojasnu dvosmernu komunikaciju korisnika sa računarom. Kao sredstvo takve vrste komunikacije, interaktivna grafika poboljšava sposobnost razumevanja podataka, uočavanja trendova i vizualizacije stvarnih i imaginarnih objekata. Na taj način, doprinosi povećanju kvaliteta rezultata rada i proizvoda, smanjenju troškova analize i projektovanja, a i povećanju produktivnosti.

4.1. O ulaznim i izlaznim uređajima

Ulazni i izlazni uređaji, memorija i uređaji za čuvanje informacija nazivaju se **periferijski** zato što se nalaze na periferiji, tj. izvan procesora računara. Ulazni uređaj omogućuje korisniku da u računar unese programe ili podatke i da zadaje komande, jednom rečju, da saopšti računaru šta treba da radi. Izlazni uređaj omogućuje korisniku da primi rezultate obrade koju je računar izvršio, a drugim računarima da upotrebe rezultat obrade za dodatne poslove. Neki periferijski uređaji, kao što je faks/modem, mogu da budu i ulazni i izlazni pošto i primaju i šalju podatke.

Postoji veliki broj uređaja za unošenje teksta, grafike, podataka, zvučnih i video zapisa i zadavanje komandi. Neki od ovih uređaja imaju više funkcija, ali je obično jedan uređaj namenjen unosu samo određene vrste podataka.

4.1.1. Uređaj za unos teksta - tastatura

Većina podataka koji se unose u računar je u tekstualnom obliku. Za unošenje teksta u računar najčešće se koristi tastatura. Pomoću tastature korisnik unosi tekst tako što pritiska tastere sa slovima ili brojevima (slika 4.1).

Tastatura računara se umnogome razlikuje od pisaće mašine, jer sadrži posebne funkcijske tastere kojih nema na pisaćoj mašini, recimo taster **Caps Lock**, ili kursorske tastere sa strelicama koji se koriste za kretanje kroz dokument. Taster *Caps Lock* (koji je obično smešten levo od tastera sa slovom A) je prekidački taster. Prekidački tasteri su oni od čijeg stanja uključeno/isključeno zavisi i aktivnost/neaktivnost određene funkcije.



Slika 4.1. *Različite tastature*

Taster *Caps Lock* je dodat na tastaturu kako bi se olakšao posao programerima koji programiraju na jezicima koji zahtevaju unos velikim slovima. Funkcijski tasteri (**F1**, **F2** itd.) smešteni su u prvi red tastature i mogu da se programiraju za izvršavanje komandi. Taster **Esc** programiran je tako da u većini slučajeva prekida izvršavanje naredbe ili služi za napuštanje kritične situacije. Tasteri **Ctrl** i **Alt**, koji se nalaze u poslednjem redu tastera, sa leve i desne strane razmaknice , koriste se, u kombinaciji sa drugim tasterima, za zadavanje komandi.

Tastatura je dobar izbor za one koji unose mnogo teksta, ali za druge korisnike predstavlja prepreku. Da bi korisnik mogao da koristi tastaturu mora da čita slova na tasterima, a mora da bude i hitrih prstiju. Drugi ulazni uređaji su osmišljeni da pojednostave korišćenje računara i eliminišu greške. Mnogi od tih uređaja spadaju u kategoriju pokazivačkih uređaja.

4.1.2. Pokazivački uređaj - miš

Pokazivački uređaji se proizvode u različitim oblicima, ali svi imaju jedan zajednički zadatak - omogućavanje korisniku da kontroliše pomeranje pokazivača na ekranu. Umesto da unose komande, korisnici pokazivačem izaberu određenu oblast na ekranu, pritisnu taster i tako zadaju komandu. Neki pokazivački uređaji omogućavaju zadavanje komandi tako što korisnik prstom dodiruje oblasti na ekranu, dok drugi uređaji omogućuju unošenje crteža ili grafike tako što korisnik olovkom crta po specijalnoj tabli za crtanje.



Slika 4.2. *Različiti miševi*

Najpopularniji pokazivački uređaj je miš - mali uređaj koji može da se obuhvati rukom. Prvog miša napravio je Daglas Engelbart početkom šezdesetih godina. Pre nego što se potpuno posvetio razvoju miša, Engelbart je eksperimentisao sa pedalama i uređajima koji se kontrolišu kolenima.

Miš je obično kablom povezan sa računarom mada postoje i bežični miševi, koji su sa računarom povezani putem infracrvenih zraka. Pomeranje miša po površini okreće kuglicu smeštenu sa njegove donje strane. Senzori registruju kretanje kuglice i računaru šalju podatke o pomeranju miša, a računar na osnovu tih podataka pomera pokazivač miša po ekranu.

Miševi, kao što su oni prikazani na slici 4.2, lako se koriste, pa čak i deca mogu njima da rukuju. Pomeranjem miša, korisnik može da pokaže neki objekat na ekranu i da zatim pritisne taster kako bi zadao komandu. Ako korisnik drži pritisnut taster i pomera miša, izabrani objekat se pomera po ekranu, pa se lako može promeniti raspored objekata. Pomeranje je korisna osobina, pogotovo pri radu sa grafičkim objektima. Nedavno su se na tržištu pojavili miševi specijalizovani za krstarenje Internetom.

4.1.3. Pokazivački uređaji za prenosive računare

Kod prenosivih računara (laptop i noutbuk) pokazivački uređaj je kuglica (*Trackball*), što je, zapravo, izvrnuti miš. Kuglica stoji na stolu, a korisnik je palcem okreće i pomera pokazivač miša na ekranu. Kuglice su ugrađene u neke tastature i prenosive računare, a postoje i modeli koji se mogu kupiti odvojeno. Na slici 4.3, gore levo, prikazani su neki uređaji sa kuglicom.



Slika 4.3. *Kugla, štapić i pločica*

Proizvođači prenosivih računara eksperimentišu sa još nekim pokazivačkim uređajima. Neki prenosivi računari imaju ugrađen pokazivački štapić (*Trackpoint*) između tastera G, B i H na tastaturi, koji liči na gumicu za brisanje (slika 4.3, dole levo). Pokazivački štapić može da se pomera kažiprstom, kao minijaturna palica, a tasteri su ugrađeni u kućište računara. Kod drugih modela prenosivih računara, kažiprst korisnika zapravo predstavlja pokazivački uređaj. Da bi se pomerio pokazivač miša, potrebno je da se pomera vrh kažiprsta po pločici (slika 4.3, desno) koja je smeštena na kućište računara (*TouchPad*).

Ako korisnik želi da pritisne taster, dovoljno je da kažiprstom pritisne pločicu. Za svaki od ovih pokazivačkih uređaja potrebno je malo vežbe da bi se postigla puna preciznost pomeranja i pokazivanja.

4.1.4. Pokazivački uređaj - ekrani osetljivi na dodir

Još jedan pokazivački uređaj koji upošljava kažiprst jeste ekran osetljiv na dodir (*Touch Panel*). Ovi uređaji se najčešće koriste na turističkim lokacijama, u robnim kućama, muzejima i aerodromima (slika 4.4).



Slika 4.4. *Ekrani osetljivi na dodir*

Interakcija sa korisnikom ostvaruje se preko posebno odeljenih i senzorisanih delova ekrana, koje korisnici dodiruju kako bi došli do potrebnih informacija, na primer, o kulturnim i drugim događajima u gradu. Dodirivanje jednog dugmeta može da prikaže dodatnu dugmad, pomoću koje se izbor mogućih opcija ograničava u zavisnosti od interesovanja i godina korisnika, cene robe itd. Rezultati zadatih komandi i izabranih opcija prikazuju se na istom ekranu. Ekrani osetljivi na dodir koriste se u restoranima, kada konobar unosi porudžbinu u računar, a u nekim restoranima sa brzom hranom korisnik sam naručuje jela pritiskanjem opcija na ekranu osetljivom na dodir.

4.1.5. Palice

Palice se najčešće koriste za upravljanje u računarskim igrama (slika 4.5). Napravljena po uzoru na palice iz aviona i helikoptera, palica za igru je palica koja se obuhvata rukom i učvršćena je za osnovu.



Slika 4.5. *Palice*

Palica može da se pomera u svim pravcima, što je jako zgodno prilikom manevrisanja svemirskim brodom kroz neprijateljsku teritoriju, ili prilikom igranja košarke. Palice za igru imaju ugrađenu i programabilnu dugmad za upravljanje različitim akcijama - od pucanja, preko dobacivanja lopte do sakupljanja tajnih poruka u zavisnosti od igre.

4.1.6. Svetlosne olovke, grafičke table i digitajzeri

Svetlosne olovke su uređaji koji izgledaju kao olovke (slika 4.6). Kada se olovkom dodirne površina ekrana, detektor koji se nalazi u njenom vrhu detektuje svetlost ekrana i na osnovu toga određuje položaj olovke. Svetlosna olovka može da se koristi za crtanje po ekranu, ili za zadavanje komandi i izbor opcija. Svetlosne olovke se često koriste u ličnim digitalnim pomoćnicima.



Slika 4.6. *Svetlosne olovke*

Grafičke table i digitajzere koriste dizajneri, arhitekte i umetnici za izradu slika i crteža (slika 4.7). Potezi koje korisnik povuče po tabli za crtanje digitalizuju se i prikazuju na ekranu. Druga zanimanja zahtevaju specijalne ulazne uređaje. Na primer, inženjeri koriste specijalne uređaje za unošenje fizičkih dimenzija objekta u program za tehničko crtanje.



Slika 4.7. *Grafičke table i digitajzeri*

Svaki od ovih ulaznih uređaja olakšava unos podataka određenog tipa u računar, ali svi imaju manu što korisnik mora da odvoji ruke od tastature. Osobe koje brzo kucaju na tastaturi žale se da ih pokazivački uređaji usporavaju, i mnogi koriste komande sa tastature ako su dostupne. Pokazivački uređaji, kao i svi ulazni uređaji, imaju negativne posledice po zdravlje ako se dugo koriste i pri tom telo ostane u jednom položaju, ili ruke ostanu dugo u jednom položaju.

4.1.7. Unos zvuka, videa i grafike

Razvoj tehnologije je doveo do multimedijskih računara koji mogu da reprodukuju zvukove, kristalno jasne slike i video isečke. U skladu s tim, sve češće se sreću sve kvalitetniji uređaji za unos multimedijskog sadržaja u računar.

Primer uređaja za unos multimedijskog sadržaja je mali, jeftini mikrofon koji može da se koristi za unos i digitalizaciju glasa, ili nekog drugog zvuka. Ovako digitalizovan zvuk može da se doda dokumentima ili multimedijskim prezentacijama, ili da ga korisnik, preko Interneta, pošalje svojim prijateljima. Unos glasa postaje sve češći u medicini i pravu. Umesto da stenograf zapisuje beleške, kvalitetan mikrofon i program za prepoznavanje govora omogućuju da se izgovorene reči unose u računar u obliku teksta. Prepoznavanje govora se koristi i kao bezbednosna mera za ograničavanje pristupa poverljivim informacijama. Upoređivanjem glasa osobe sa snimljenim glasom iz memorije računara može se utvrditi da li je toj osobi dozvoljen pristup poverljivim informacijama. Programi za upravljanje računarom pomoću glasovnih komandi omogućavaju korisnicima da računaru izdaju komande glasom, koristeći posebne reči, recimo "otvori", "snimi", "odštampaj", "zatvori" i "izađi". Ova tehnika pomaže osobama koje ne mogu da koriste ruke iz zdravstvenih razloga i korisnicima čije su ruke zauzete upravljanjem nekim drugim uređajem. Prepoznavanje govora može da se koristi i za unos podataka, na primer, korisnici mogu da popune formular odgovarajući na postavljena pitanja.

Evo jednog primera. Prepoznavanje govora se u Japanu često koristi umesto senzora za pokret na ulazima u zgrade. Kada priđete vratima kažite: "Otvorite, molim" na engleskom ili japanskom i vrata će vam se otvoriti. Ako zaboravite da kažete "molim", vrata će ostati zatvorena, jer je pristojnost važna i u visokoj tehnologiji.

Tehnologija prepoznavanja govora vrlo često se spominje kada se govori o budućem razvoju računara. Pošto ljudi mogu da govore mnogo brže nego što mogu da pišu, sasvim je izvesno da će tastature postati nepotrebne. Mikrofoni i ostali uređaji za unos glasa u računar, ne samo da su najprikladniji tip ulaznih uređaja, već i pružaju dodatni vid slobode. Običan telefonski poziv računaru biće dovoljan za preuzimanje informacija, poručivanje proizvoda, ili za izvođenje brojnih drugih operacija.



Slika 4.8. *Digitalni fotoaparati*

Iako je unos glasom uzbudljiv način unošenja informacija, ljudi ipak većinu informacija primaju čulom vida. Postoji veliki broj uređaja za unos grafike u računar na brz i lak

način. Pomoću digitalnog fotoaparata (slika 4.8) korisnik može da napravi fotografije i da ih odmah prebaci u računar. Digitalni fotoaparati ne koriste filmove, već fotografije skladište u SRAM memoriju aparata odakle se mogu preneti u računar.

Uređaji za video zapise mogu, po funkciji, da se podele na one koji snimaju statične slike i na one koji snimaju pokretne, tj. prvi su digitalni fotoaparati (slika 4.8), a drugi su digitalne video kamere (slika 4.9).



Slika 4.9. *Digitalne video kamere*

Video kamere i kamkorderi sa ulaznim priključcima, video rekorderi i čitači video diskova koriste se za prenos slika na računar i za snimanje slike sa računara na medijum. Slika može da se prenosi u obliku statičnih ili pokretnih slika. Ako se računaru doda kartica za obradu video signala, korisnik će moći na video traku da snima postupke pri radu sa računarom, i da video zapisima koje je napravio kamerom dodaje tekst ili ih uređuje na neki drugi način. Programi za animaciju, u kombinaciji sa odgovarajućim hardverom, omogućavaju korisniku da napravi sopstvene filmove i da ih snimi na traku.

Najveća prepreka širokoj popularnosti videa je veličina datoteka sa video materijalom. Crtani film "Priča o igračkama" kompanije *Disney*, prvi crtani film potpuno napravljen na računaru, jeste dobar primer veličine datoteka sa video zapisom. Film se sastoji od $114\ 000$ slika, od kojih svaka zauzima 300 megabajta, što ukupno daje $34,2$ terabajta informacija. Evo ilustracije koja će pomoći da se bolje shvati koliko prostora zauzima film "Priča o igračkama". U maju 1996. godine SAD su imale $265\ 022\ 000$ stanovnika. Kada bi svaki stanovnik SAD napisao biografiju na 63 strane, sve one bi zauzele $34,2$ terabajta.

Pošto video zapisi zahtevaju mnogo prostora za skladištenje, kompanije su počele ozbiljno da se bave tehnikama komprimovanja, kojima se iz datoteka sa video zapisom izbacuju nepotrebne informacije, što daje manje datoteke. Kako se tehnike komprimovanja budu poboljšavale, bićemo svedoci sve veće upotrebe videa u računarskim programima.

Na računar mogu da se priključe i specijalno napravljene klavijature, duvački, gudački i udarački muzički instrumenti. Svi oni komuniciraju sa računarom preko standardnog **MIDI interfejsa** (*Musical Instrument Design Interface*). Ako korisnik poseduje odgovarajući program, računar može na ekranu da prikazuje note dok korisnik svira na instrumentu koji je povezan sa računarom. Na računaru može da se komponuje muzika i da se preko MIDI priključka prebaci u muzički uređaj.

Muzičari su otkrili i druge primene kompjuterizovanih muzičkih instrumenata. Pošto je MIDI univerzalni standard, zvuci uneti u računare preko jednog MIDI instrumenta mogu da se reprodukuju zvukom nekog drugog instrumenta, tako da se računar pretvara u sofisti-

cirani sintisajzer. Standard MIDI omogućava kompozitorima simultano reprodukovanje zvuka preko najviše 16 kanala. Kvalitetne zvučne kartice (slika 4.10) imaju toliko kanala da mogu da reprodukuju čitav orkestar.



Slika 4.10. *Razne zvučne kartice*

Pošto je MIDI kôd vrlo kompaktan, on zauzima malo mesta na disku u poređenju sa kvalitetnim digitalnim zvukom. Iznenađujuće je i da MIDI zvukovi uopšte ne zvuče kao da su generisani pomoću računara. Oni verno reprodukuju karakteristike instrumenta i zato se koriste u muzičkoj industriji za poboljšavanje originalnih snimaka.

4.1.8. Uređaji za digitalizaciju

Većina podataka koje korisnik želi da unese u računar već postoji u obliku papirnih dokumenata. Umesto da se sav taj tekst prekucava u računar, što ne samo da zahteva mnogo vremena, nego i dovodi do grešaka, razvijeno je nekoliko ulaznih uređaja koji skeniraju (čitaju) papirni dokument i tako ga prenose u računar. Popularnost ovih uređaja skenera (slika 4.11) neprekidno raste među korisnicima.

Ako korisnik želi da skenira celu stranu sa informacijama, dovoljno je da u stoni skener ubaci dokument, kao u uređaj za fotokopiranje. Ručni skeneri (slika 4.11, levo) su zgodni kada treba skenirati informacije koje nisu odštampane na listu papira, recimo sa inventarskih kartica pričvršćenih na kancelarijsku opremu. Korisnik se sasvom slobodno kreće od jednog do drugog komada opreme, noseći samo ručni skener i prenosivi i/ili ručni računar. Ručni skeneri se često koriste za skeniranje nalepnica u skladištima.



Slika 4.11. *Razni skeneri*

Skenirani objekti se čuvaju kao slike i njima se ne može upravljati bez specijalnih programa za prepoznavanje znakova. Postoje tri vrste takvih tehnologija. Prva je optičko prepoznavanje znakova (*Optical Character Recognition*, **OCR**). To je postupak koji skeneru omogućava da prepoznaje tekst. Pomoću optičkog prepoznavanja znakova, skenirani

tekst se može izmeniti, formatirati i sačuvati u obliku teksta, a ne u obliku neizmenljive slike. Iako program za optičko prepoznavanje ne može da prepozna sve znakove, on ipak prepozna većinu, a ostatak označi kako bi korisnik mogao da ih proveri.

Druge dve vrste optičkog prepoznavanja, optičko prepoznavanje oznaka (*Optical Mark Recognition*, **OMR**) i prepoznavanje znakova ispisanih magnetnim mastilom (*Magnetic Ink Character Recognition*, **MICR**) koriste se u posebne svrhe. Optičko prepoznavanje oznaka koristi se za prepoznavanje oznaka na standardizovanim testovima koje je svaki korisnik bar jednom popunjavao. (Obrasci koji se koriste za ove testove obično se nazivaju "mehurasti" zato što korisnici popunjavaju kružiće.) Slični obrasci se koriste i za popunjavanje drugih upitnika i testova, recimo zdravstvenih kartona kod lekara ili potrošačkih anketa koje primate poštom.

Prepoznavanje znakova ispisanih magnetnim mastilom najčešće se koristi kod povratnih dokumenata (dokumenata koji se vraćaju pošiljaocu popunjeni dodatnim informacijama) kakvi su čekovi. Prilikom štampanja čekova, za štampanje broja čeka, broja banke, broja računa i iznosa čeka koristi se specijalno magnetno mastilo. Prilikom obrade čekova, ovi podaci se, pomoću specijalnih MICR skenera unose u računar, što uveliko ubrzava i olakšava obradu čekova.

Stoni i ručni skeneri mogu da se upotrebe za skeniranje fotografija načinjenih običnim fotoaparatom. Neki proizvođači računara u kućište ugrađuju posebne skenere za fotografije. Da bi korisnik skenirao fotografiju, dovoljno je da je ubaci u otvor na kućištu računara, da bi već nekoliko minuta kasnije mogao da je iskoristi, recimo, u prezentaciji koju pravi, ili u nekom dokumentu.

Jedinstveni kôd proizvoda je tip optičkog koda koji podatke predstavlja vertikalnim linijama različitih debljina, a često se koristi u skladištima i poštama. U zavisnosti od korišćenog sistema i simbolike, linijski kôd može da predstavlja samo brojeve ili i brojeve i slova. Najraširenija simbolika linijskog koda je jedinstveni kôd proizvoda koji se sreće na skoro svim proizvodima koji se prodaju u supermarketima. Jedinstveni kôd sadrži identifikacioni broj proizvođača i proizvoda. Ovi brojevi se u računar unose pomoću čitača linijskog koda, uređaja koji linije različite debljine pretvara u slova i brojeve. Čitači linijskog koda mogu da budu u obliku pištolja ili olovke, ili mogu biti ugrađeni u sto što se često sreće u prodavnicama. Kombinacija čitača linijskog koda i terminala je prodajno mesto.

4.1.9. Izlazni uređaji - monitori

Izlazni uređaj s kojim će se korisnik najpre sresti pri radu sa računarima jeste monitor (slika 4.12). Monitor je sastavni deo svakog računara i neizbežan je pri komunikaciji korisnika sa računarom. Monitori mogu biti **monohromatski**, koji prikazuju jednu boju na tamnoj ili svetloj pozadini, **crno-beli**, koji prikazuju različite nijanse sive, i **monitori u boji**. Kako cene monitora u boji sve više padaju, monohromatski i crno-beli monitori se sve više izbacuju iz upotrebe. Većina modernih monitora i grafičkih kartica može da prikaže najmanje 256 boja. Ali, pošto monohromatski i crno-beli monitori troše manje energije, koštaju manje i zahtevaju jednostavnije (tj. jeftinije) grafičke kartice, još uvek mogu biti od koristi u poslovnim primenama.



Slika 4.12. *Razni monitori*

Veličina monitora se meri po dijagonali ekrana, baš kao i televizora. Danas su monitori dijagonale dužine 15 inča standardni na većini računara, ali kako raste interesovanje za računarsko generisanje videa i grafike, monitori dijagonala od 17, 19 i 21 inča postaju sve popularniji. Monitori obično imaju veću širinu od visine, ali postoje i veći modeli koji ne pominju previše. To korisniku omogućava da na ekranu vidi ceo dokument, što je veoma korisno prilikom pripreme za štampu.

4.1.10. Izlazni uređaji - monitori sa katodnom cevi

Većina računarskih monitora (slika 4.13) liči na televizore zato što se slika na monitoru i na televizoru prikazuje na isti način, pomoću katodne cevi. Katodna cev je vakuumska cev na čijem je jednom kraju ekran monitora, a na drugom konektori. Slika se prikazuje pomoću (nevidljivih) snopova elektrona koji se emituju iz vrata katodne cevi i "gađaju" fosforni premaz sa unutrašnje strane ekrana. Kada elektroni iz elektronskog snopa pogode fosfor određene boje (crveni, zeleni ili plavi), on emituje svetlost odgovarajuće boje. Korišćenjem tri sinhronizovana elektronska snopa za pobuđivanje fosfora određene boje, na ekranu se mogu prikazati skoro sve boje.



Slika 4.13. *Monitori sa katodnom cevi - CRT*

Između računarskih monitora i televizora postoje i značajne razlike. Pre svega, monitori imaju mnogo veću rezoluciju od televizora. Rezolucija zavisi od broja piksela pojedinačnih tačaka na ekranu koje mogu da prikažu jednu boju, dok od rezolucije zavise oštrina, jasnoća i kvalitet slike. Veća rezolucija ne samo da daje oštriju sliku, već i smanjuje zamor očiju koji se javlja nakon dužeg gledanja u monitor računara. U računarskoj industriji, rezolucija monitora se navodi kao ukupan broj piksela po širini i visini ekrana, tako da monitori 15, 17, ili 21 inča mogu da imaju rezoluciju od 1024 piksela po širini i 768 piksela

po visini, odnosno 1024×768. Kod skenera i štampača, rezoluciju ne čini ukupan broj piksela koji se u datom trenutku mogu prikazati na ekranu, već je njihova rezolucija broj piksela po inču.

Rezolucija nije jedina mera kvaliteta slike na monitoru, nego je tu i boja. Na primer, slika prikazana u rezoluciji 1024×768 u 256 boja je mnogo detaljnija od slike iste rezolucije prikazane u 16 boja, dok se ta slika u $16,7$ miliona boja uopšte ne može razlikovati od fotografije.

Monitori sa katodnom cevi se od televizora razlikuju i po načinu iscrtavanja piksela na ekranu. Televizor elektronskim snopom osvetljava svaki drugi red piksela sve dok ne dođe do dna ekrana, zatim se vraća na vrh i osvetljava one redove koji nisu bili osvetljeni u prethodnom prolazu. Ovaj postupak se zove **preplitanje** i izaziva treperenje slike na televizoru. Računarski monitori, koji rade bez preplitanja, u svakom prelazu osvetljavaju sve redove piksela, od vrha do dna ekrana, i taj proces se ponavlja nekoliko desetina puta u sekundi. Broj prelaza elektronskog snopa po ekranu naziva se **brzina osvežavanja**. Što je brzina osvežavanja veća, to je slika jasnija i stabilnija.

Monitori sa katodnom cevi i televizori emituju i nepoželjno zračenje, tzv. **zračenje vrlo niske frekvencije**. Kao i sa ostalim zračenjima, mora se utvrditi uticaj dugotrajne izloženosti zračenju vrlo niske frekvencije na zdravlje korisnika. Proizvođači sve češće proizvode monitore u skladu sa bezbednosnim standardima. Zanimljivo je da američki standardi FCC za monitore važe za najliberalnije, dok su švedski standardi MPR II najrestriktivniji. Da bi blokirao deo tog zračenja i da bi se korisnik zaštitio, postoje filtri koji se montiraju na monitor. Smatra se da je sliku na monitoru bezbednije posmatrati sa veće udaljenosti i postaviti se direktno ispred, a ne sa strane pošto se veći deo zračenja vrlo niske frekvencije emituje sa zadnje strane i bokova monitora. Ako u kancelariji korisnik sedi između nekoliko računara, onda bi monitori saradnika trebalo da budu udaljeni najmanje 120 centimetara od njega.

4.1.11. Grafičke kartice i PCMCIA kartica

Grafički adapter, ili grafička kartica (slika 4.14), proizvodi sliku koja se prikazuje na ekranu. Ranije su sve grafičke kartice bile u obliku kartica za proširivanje, dok su danas jeftinije kartice ugrađene na matičnu ploču računara. Grafičku karticu ugrađenu na matičnu ploču korisnik može da isključi i da umesto nje koristi kvalitetniju grafičku karticu koju će ugraditi u podnožje za proširenje.



Slika 4.14. *Grafičke kartice*

Danas se najčešće upotrebljavaju VGA (*Video Graphics Array*) i SVGA (*Super Video Graphics Array*) grafičke kartice. Standardno, VGA grafička kartica prikazuje sliku u rezoluciji 640×480 i u 16 boja, dok SVGA kartice prikazuju slike iste ili veće rezolucije, u više boja, na primer, 640×480 u 256 boja, 800×600 u 16 boja ili 800×600 u 16 miliona boja.

Svaki piksel slike na ekranu prikazuje se korišćenjem kombinacije tri signala boje: crvenog, zelenog i plavog. Precizno pojavljivanje svakog piksela kontroliše se intenzitetom ta tri zraka svetlosti, a količina informacija koja se pamti o pikselu određuje njegovu **dubinu boja**. Što je više bitova upotrebljeno po pikselu (dubina bitova), to su finiji detalji u boji na slici. Tabela 2.1 pokazuje dubine boja koje se trenutno koriste.

Da bi displej mogao da prevari ljudsko oko tako da mu izgleda da vidi punu boju, potrebno je 256 nijansi crvenog, zelenog i plavog; to je 8 bitova po svakoj od primarnih boja, odnosno ukupno 24 bita. Međutim, neke grafičke kartice stvarno zahtevaju 32 bita po svakom pikselu da bi prikazale pravu boju , zbog načina na koji one koriste video memoriju: 8 dodatnih bitova se obično upotrebljavaju za alfa kanal (transparentnosti).

Tabela 4.1. *Dubine boja*

Dubina boje	Opis	Broj boja
4-bitna	Standardni VGA	16
8-bitna	Režim 256 boja	256
16-bitna	Boja visokog kvaliteta	65 536
24-bitna	Prava boja	16 777 216

Režim boje visokog kvaliteta koristi dva bajta da pamti vrednosti intenziteta za tri boje, po 5 bitova za plavu i crvenu i 6 bitova za zelenu. Ono što se dobije su 32 različita intenziteta za plavu i crvenu i 64 različita intenziteta za zelenu, što sve zajedno rezultuje vrlo malim gubitkom u vidljivom kvalitetu slike, uz prednost manjih zahteva za video memorijom i bržim performansama.

Režim 256 boja koristi nivo indirektnosti uvođenjem koncepta "palete" boja koja se može birati iz celokupnog opsega od $16,7$ miliona boja. Svaka boja u paleti od 256 boja definisana je pomoću standardne 3-bajtne definicije koja se koristi za pravu boju: po 256 mogućih intenziteta za crvenu, plavu i zelenu.

Savremene grafičke kartice za PC računare imaju četiri glavna sastavna dela: grafički procesor, video memoriju, digitalno-analogni konvertor memorije sa direktnim pristupom (RAMDAC) i upravljački softver (drajver).



Slika 4.15. *PCMCIA kartice*

PCMCIA kartica (slika 2.46) predstavlja priključak za prenosive računare, veličine je kreditne kartice i zasnovana je na standardu Međunarodne asocijacije za memorijske kartice personalnih računara. Prenosivi računari sadrže utičnice za PCMCIA kartice koje mogu da budu različite namene, recimo zvučne kartice, kartice za proširivanje memorije, mrežne kartice i faks-modemi.

4.1.12. Druge vrste monitora

Osim monitora sa katodnom cevi, koriste se i druge vrste monitora, na primer, **LCD** (slika 4.16) i **gas-plazma monitori**. Većina prenosivih računara koristi monitore sa tečnim kristalima (engleski naziv *Liquid Crystal Display, LCD*). Postoje dve vrste LCD monitora: monitori sa aktivnom matricom i monitori sa pasivnom, ili dvostruko skeniranom matricom. Monitori sa aktivnom matricom za prikazivanje slike koriste više tranzistora, što daje kvalitetniju sliku, ali i povećava cenu ovih monitora.



Slika 4.16. *LCD monitori*

Gas-plazma monitori sastoje se od tri staklene ploče između kojih se nalazi plazma. Kada se kroz tačku na monitoru propusti električna struja, plazma emituje energiju u vidu narandžaste svetlosti, baš kao što i fluorescentne cevi emituju belu svetlost. Gas-plazma monitori se najčešće upotrebljavaju kod prenosivih računara, jer su veoma tanki i ne zamaraju oči. Pošto im veličina nije ograničena, u gas-plazma tehnologiji mogu da se izrađuju veliki zidni monitori (slika 4.17).



Slika 4.17. *Veliki monitori*

Gas-plazma monitori troše mnogo energije i ne mogu da prikazuju mnogo boja, što su im glavni nedostaci.

4.1.13. LCD projektori i panoi

Kada se drže javne prezentacije, za prikazivanje slajdova koristi se LCD projektor ili pano. LCD pano je izlazni uređaj računara koji se montira na standardni projektor za folije. Slika sa računara se prikazuje na panou, odakle je projektor prikazuje na platnu, tako da pomoću programa za izradu prezentacija i ovog uređaja korisnik može publici prikazivati lepe prezentacije. LCD projektor radi kao LCD pano sa ugrađenim projektorom. Bilo koji od ova dva uređaja povezana sa računarom predstavlja moćnu alatku za prikazivanje prezentacija.

4.1.14. Udarni štampači

Udarni štampači, koji prave otisak udaranjem glave štampača o traku sa mastilom, bili su, do devedesetih godina, najpopularniji štampači za PC računare. Postoje tri vrste udarnih štampača: **matrični** i **slovni štampači** i **crtači** ili **ploteri**. Danas se udarni štampači koriste za štampanje računa, porudžbenica i drugih izveštaja koji se pripremaju na *mainframe* računarima.

Matrični štampači (slika 4.18) formiraju sliku pomoću kolone od 9, 18 ili 24 iglice koje udaraju u traku sa mastilom kako bi na papiru ostavile otisak. Pošto se za pravljenje otiska koriste iglice, pomoću ovih štampača mogu se lako štampati i tekst i grafika, ali je kvalitet otiska relativno loš. Pošto udarni štampači zapravo udaraju u papir, danas se najviše koriste za brzo štampanje dokumenata sa više listova (recimo, uplatnica za Infostan).



Slika 4.18. *Matrični štampači*

Slovni štampači, koji umnogome podsećaju na pisaće mašine, za štampanje koriste glavu sa izlivenim slovima. Ovi štampači ne mogu da štampaju grafiku, a oblici slova zavise od raspoloživosti izmenjivih glava sa izlivenim različitim oblicima slova. Slovni štampači daju kvalitetniji otisak od matričnih štampača, ali su i jedni i drugi previše spori i bučni da bi se koristili u firmama.

Veliki arhitektonski i inženjerski crteži mogu da se štampaju na **ploterima** (slika 4.19). Ploter je, zapravo, štampač koji za crtanje koristi izmenjive olovke ispunjene mastilom.



Slika 4.19. *Razne vrste plotera*

Ploteri sa valjkom imaju olovku koja se pomera samo po horizontalnoj osi, dok se papir pomoću dva valjka pomera po vertikalnoj osi. Elektrostatički ploteri umesto olovaka koriste redove elektroda i specijalni, naelektrisani papir ili foliju. Ravni ploteri podsećaju na mašine sa olovkama fiksiranim na poluge kako bi mogle da se pomeraju po horizontalnoj i vertikalnoj osi. Veliki ravni ploteri, recimo oni koji se koriste u automobilskoj industriji, mogu da iscrtaju automobil u prirodnoj veličini.

4.1.15. Neudarni štampači

Neudarni štampači su svojim kvalitetnim otiskom, brzinom, tihim radom i mogućnošću štampanja grafike brzo preuzeli primat na tržištu štampača. **Laserski štampači** (slika 4.20) daju najkvalitetniji otisak i zbog toga se najviše koriste u firmama. Laserski štampači prave otiske kao i mašine za fotokopiranje, usmeravanjem laserskog zraka na valjak. Time se čestice na površini valjka naelektrišu, a dok se valjak okreće, on na sebe privlači, takođe naelektrisani prah – toner. Toner se preko istog valjka prenosi na papir, gde daje otisak teksta ili grafike. Laserski štampači obično mogu da odštampaju od šest do deset strana u minuti, dok specijalni laserski štampači mogu da odštampaju i preko 500 strana u minuti.



Slika 4.20. *Laserski štampači*

Rezolucija štampača se meri u tačkama po inču (*dpi*). Vrlo kvalitetni laserski štampači mogu da odštampaju do 1200 tačaka po inču. Većina može da štampa u rezoluciji od $300\,\mathrm{dpi}$, dok štampači sa rezolucijom od $600\,\mathrm{dpi}$ postaju sve jeftiniji i tako sve popularniji. Laserski štampači u boji, kao što je HP Color LaserJet 555, prikazan na slici 4.20, i dalje su skupi. Da bi se dobio kvalitetan otisak u boji, papir mora da prođe kroz štampač jednom za svaku osnovnu boju, a to zahteva vrlo precizan mehanizam kako bi list papira bio što tačnije poravnat pri svakom prolazu.

Na sreću, štampanje u boji se ne mora obavljati isključivo na skupim laserskim štampačima. Druga vrsta neudarnih štampača su **mlazni štampači** (slika 4.21), koji su prikladni za kućnu upotrebu. Otisak im je sasvim dobrog kvaliteta, a mnogi od njih mogu odštampati slike koje su po kvalitetu bliske fotografijama.



Slika 4.21. *Razni mlazni štampači*

Mlazni štampači,kao što su HP-ovi prikazani na slici 4.21, daju otisak prskanjem papira tankim mlazom mastila koje može biti crno, ili kombinacija crnog, žutog, crvenog i plavog mastila. Kao i kod laserskih štampača, brzina mlaznih štampača meri se brojem odštampanih strana u minuti. Brzina mlaznih štampača u boji može da se meri i minutama potrebnim za štampanje jedne strane u boji (*mpp*), jer su celi brojevi prikladniji od razlomaka.

Kod mlaznih štampača, korisnik može da bira između grubog, normalnog i kvalitetnog otiska, što direktno utiče na brzinu štampanja – što je veći kvalitet, otisak se sporije štampa.

Termički štampači koriste toplotu za štampanje slike na specijalno obrađenom papiru. Prvi termički štampači koristili su sjajni papir, a kvalitet otiska je bio loš. Noviji modeli termičkih štampača koriste tehnologiju termičkog prenosa kroz vosak koja daje mnogo bolji otisak. Mastilo se ubrizga u vosak kojim je premazana traka, zatim se vosak sa mastilom greje i rastapa na papiru u rezoluciji $66\,\mathrm{dpi}$. **Štampači sa sublimacijom boje** koriste istu tehnologiju kao i termički štampači sa voskom, osim što glačaju tačke mastila, što ublažuje prelaze i omogućuje štampanje slika fotografskog kvaliteta. Štampači sa tehnologijom termičkog prenosa kroz vosak i štampači sa sublimacijom boja su mnogo brži od laserskih štampača u boji, a daju i kvalitetniji otisak po nižoj ceni. Ovi štampači se obično koriste u izdavaštvu, za štampanje časopisa u punom koloru.

4.1.16. Rukavica za prikupljanje podataka o pokretima ruke

Na slici 4.22 prikazane su rukavice za prikupljanje podataka o pokretima ruke (engleski naziv je *Data Glove*). Rukavice su konstruisane sa "gomilom" senzora koji su u stanju da detektuju kretanje ruke ili ruku, kao i pokrete prstiju.

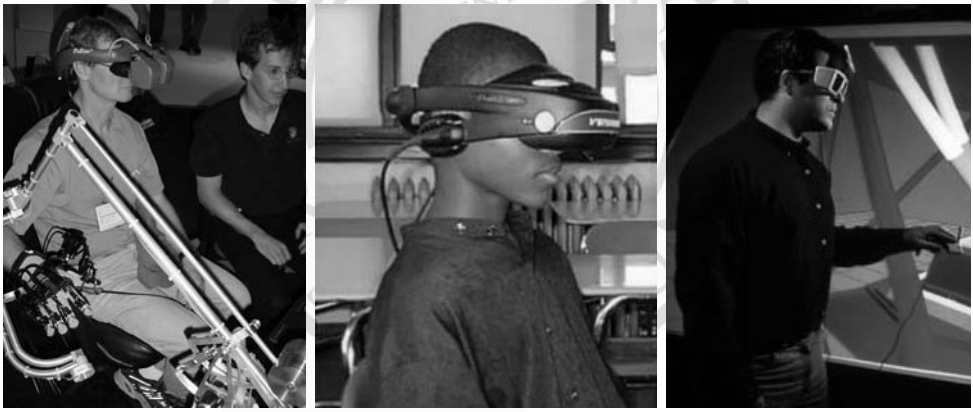
Elektromagnetska veza između antene koja prima i antene koja odašilje signale se upotrebljava kako bi se došlo do informacija o poziciji i orijentaciji ruke ili ruku. I antena

koja prima signale i antena koja odašilje signale su tako konstruisane da u sebi imaju tri kalema međusobno normalna i na taj način se formira Dekartov pravougli koordinatni sistem. Ulazni podaci koji se dobijaju sa rukavice za prikupljanje podataka omogućavaju korisniku da pozicionira objekte ili da manipuliše objektima u virtuelnoj sceni.



Slika 4.22. *Rukavice za prikupljanje podataka o pokretima ruku*

Dvodimenzionalna projekcija scene može da se vidi na video monitorima, a trodimenzionalna projekcija može da se vidi u šlemu (slika 4.23), koji je obično smešten na korisnikovoj glavi.



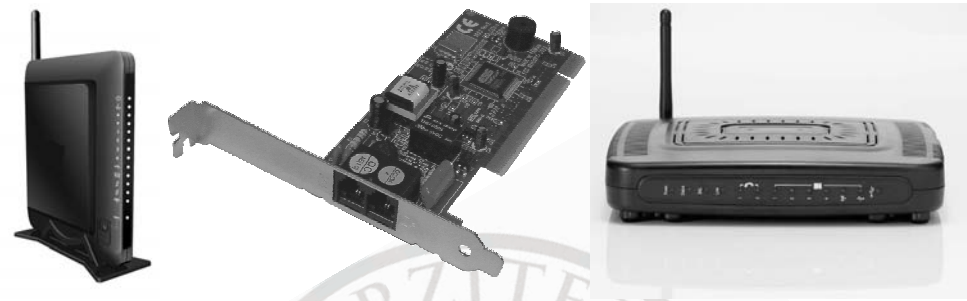
Slika 4.23. *Kompletan sistem za praćenje kretanja ruku i primeri šlemova*

Kompletan sistem koji prati pokrete ruku korisnika i koji omogućava i 2D i 3D projekciju odgovarajuće virtuelne scene prikazan je na slici 4.23, levo.

4.1.17. Modemi

Svi oblici komunikacije mogući su zahvaljujući uređaju koji se zove **modem** (slika 4.24). Modem omogućava povezivanje i komunikaciju između dva računara preko standardne telefonske instalacije. Telefonske linije prenose podatke u analognom obliku, kao signale koji putuju kao talas, recimo zvuk, dok računari rade isključivo sa digitalnim signalima. Analogni uređaji mogu da rade sa različitim signalima u određenom opsegu frekvencija, dok digitalni računari mogu da rade samo sa jedinicama i nulama. Da bi digitalna datoteka sa računara mogla da se prenese preko analogne telefonske linije, najpre mora da bude

pretvorena u analogne signale, tj. modulisana. Kada se digitalni signal moduliše, nule i jedinice se zamenjuju tonovima niske i visoke frekvencije. Računar koji prima ove analogne signale mora da uradi obrnuti proces, da ih pretvori u digitalne signale, odnosno da ih demoduliše. Reč modem potiče od kombinacije reči **mo**dulator i **dem**odulator.



Slika 4.24. *Razni modemi*

Unutrašnji modemi i faks-modemi proizvode se u obliku kartica, a spoljašnji modemi se povezuju sa serijskim priključkom računara. Telefonska linija povezuje se direktno sa modemom, a signalne lampice na spoljašnjem modemu prikazuju trenutno stanje modema.

Najvažnije svojstvo faks-modema je brzina prenosa podataka. Prvi modemi su podatke prenosili brzinom od 300 bita u sekundi (engleska oznaka *bps*). Koristeći jedinicu brzine signala **baud**, ovi modemi su deklarisani kao modemi od 300 bauda. Važno je primetiti da, pošto je moguće preneti više od jednog bita u sekundi, baud ne odgovara uvek broju prenetih bitova u sekundi. Najnoviji modemi prenose podatke menjajući nekoliko svojstava analognog signala. Na primer, modem od $28,8\,\mathrm{kb/s}$ može da prima oko $115\,000$ $(115\,\mathrm{k})$ bita u sekundi. Da bi korisnik imao prihvatljiv pristup Internetu, modem mora da prenosi najmanje $14\,400\,\mathrm{bps}$, ili $14,4\,\mathrm{kb/s}$. Modemi od $33\,600\,\mathrm{b/s}$ $(33,6\,\mathrm{kb/s})$, ili brži, smanjuju vreme čekanja i pouzdanije prenose podatke.

4.2. Algoritmi za generisanje linija

Pravolinijski segment u sceni definisan je pomoću koordinata krajnjih tačaka. Da bi se prikazala linija na rasterskom monitoru, grafički sistem mora, najpre, da projektuje krajnje tačke na celobrojni koordinatni sistem monitora i da odredi najbliže pozicije piksela duž linijske putanje između krajnjih tačaka. Nakon toga se boja linije učitava u bafer kodova sa odgovarajućim koordinatama piksela. Treba napomenuti da bafer kodova predstavlja deo displejske memorije za čuvanje sadržine jedne slike na ekranu. Čitanjem podataka iz bafera kodova video kontroler "iscrtava" piksele na ekranu. Ovaj proces digitalizuje liniju u skup odvojenih celobrojnih pozicija koji aproksimira trenutnu linijsku putanju. Na primer, krajnja tačka linije sa koordinatama $(10,47;20,52)$ će se konvertovati u poziciju piksela sa koordinatama $(10,21)$. Ovakva raspodela piksela dovodi do toga da se kose linije prikazuju kao stepenice, kako je to prikazano na slici 4.25. Vertikalne i horizontalne linije se prikazuju kako treba, jer tu nema "zaokruživanja" pozicija piksela.



Slika 4.25. *Prikazivanje linija na rasterskom ekranu*

Iskrzane linije su karakteristične za sisteme sa niskom rezolucijom, a kod sistema sa visokom rezolucijom ovaj problem nije ovako drastičan.

4.2.1. Jednačine linije

Korisnik određuje pozicije piksela duž prave linije korišćenjem geometrijskih osobina same linije. Jednačina prave linije u Dekartovom koordinatnom sistemu je:

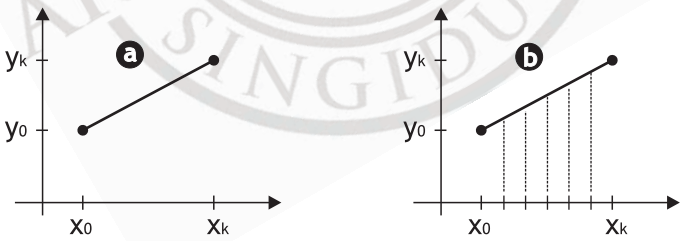
$$y = m \cdot x + b\,, \tag{4.1}$$

gde je m nagib prave linije (vrednost tangensa ugla sa x osom) i gde b predstavlja odsečak na y osi. Ako je pravolinijski segment definisan sa dve krajnje tačke čije su koordinate (x_0, y_0) i (x_k, y_k), kao što je to prikazano na slici 4.26a, onda mogu da se odrede vrednosti nagiba prave linije m i odsečak b na y osi pomoću sledećih izraza:

$$m = \frac{y_k - y_0}{x_k - x_0}\,, \tag{4.2}$$

$$b = y_0 - m\,x_0\,. \tag{4.3}$$

Algoritmi za prikazivanje pravih linija zasnivaju se na pomenutoj jednačini (4.1) i na pomenutim izrazima (4.2) i (4.3).



Slika 4.26. *Prava linija definisana krajnjim tačkama*

Za svaki dati x interval δx duž prave linije, korisnik može da odredi odgovarajući y interval δy pomoću izraza (4.2) kao:

$$\delta y = m \cdot \delta x\,. \tag{4.4}$$

Slično ovome, korisnik može da odredi x interval δx pomoću definisanog odgovarajućeg δy intervala kao:

$$\delta x = \frac{\delta y}{m}\,. \tag{4.5}$$

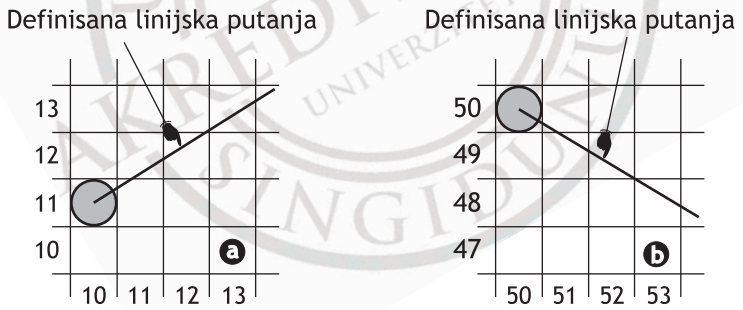
Ove jednačine formiraju bazu za određivanje odstupanja (variranje) napona u analognim displejima, kao što su sistemi za vektorsko skeniranje, gde su moguće male promene u

odstupanjima napona. Za linije, čiji je nagib definisan pomoću $|m| < 1$, δx je proporcionalan malom horizontalnom odstupanju napona i odgovarajuće vertikalno odstupanje je proporcionalno δy koje se određuje pomoću izraza (5.4). Za linije čiji je nagib definisan pomoću $|m| > 1$, δy je proporcionalan malom vertikalnom odstupanju napona, gde je odgovarajuće horizontalno odstupanje napona proporcionalno δx, koje se određuje pomoću izraza (4.5). Za linije gde je $m = 1$, onda je $\delta x = \delta y$ i horizontalno i vertikalno odstupanje napona je isto. U svim ovim slučajevima, glatka linija nagiba m generiše se između krajnjih tačaka.

Na rasterskim sistemima, linija se iscrtava pomoću piksela i koraci u horizontalnom i u vertikalnom pravcu ograničeni su separacijom samih piksela. Najbolje je da korisnik sam "podeli" željenu liniju na određeni broj jednakih delova i da odredi najbliže piksele linija na svakom segmentu. Ovaj proces podele linije na određene segmente duž x ose prikazan je na slici 4.26b.

4.2.2. Bresenhamov algoritam za linije

Algoritam za efikasno generisanje pravih linija na rasterskim sistemima korišćenjem celobrojnih priraštaja razvio je **Džek Bresenham**. Ovaj algoritam, uz male izmene, može da se koristi za kružnice i druge krive linije. Na slici 4.27 prikazane su oblasti monitora gde je predviđeno da se iscrtaju pravolinijski segmenti. Vertikalna osa prikazuje pozicije linija skeniranja, a horizontalna osa identifikuje kolone piksela.



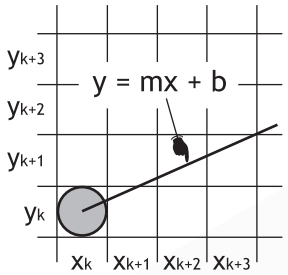
Slika 4.27. *Delovi ekrana gde se iscrtavaju linije*

Na primerima, koji su prikazani na slici 5.3, treba odrediti koja su dva piksela (jedan piksel na slici 4.27a i jedan piksel na slici 4.27b) najbliža linijskoj putanji. Ako se krene od leve krajnje tačke (slika 4.27a), trebalo bi odrediti sledeći piksel za prikaz ili štampu, što znači da treba odrediti da li je to piksel sa koordinatama $(11, 11)$ ili je to piksel sa koordinatama $(11, 12)$.

Slično ovome, slika 4.27b prikazuje liniju sa negativnim nagibom čija je početna tačka $(50, 50)$. U ovom slučaju treba odrediti da li je sledeći piksel sa koordinatama $(51, 50)$ ili sa koordinatama $(51, 49)$. Na ova pitanja treba da odgovori Bresenhamov algoritam.

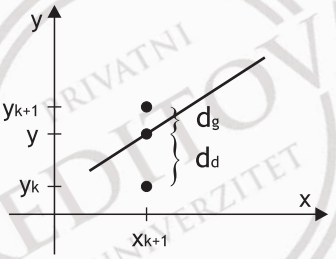
Da bi se ilustrovao Bresenhamov pristup, najbolji pristup je kada se to radi sa linijama čiji je nagib $0 < |m| < 1$. Pikseli duž linije se uzorkuju duž jediničnih x intervala. Startuje se od leve krajnje tačke (x_0, y_0) date linije i ide se po uzastopnim kolonama (x pozicija)

i štampa (prikazuje) se piksel čija je y vrednost (linija skeniranja) najbliža putanji linije. Slika 4.28 prikazuje ovaj proces u proizvoljnom k-tom koraku.



Slika 4.28. *Dešavanja oko* k*-tog piksela*

Na slici 4.28 je prikazan piksel sa koordinatama (x_k, y_k), a treba odlučiti koji će se piksel prikazati u narednoj koloni x_{k+1}. Postoje dve mogućnosti: piksel sa koordinatama (x_{k+1}, y_k) ili piksel sa koordinatama (x_{k+1}, y_{k+1}).



Slika 4.29. *Vertikalna rastojanja*

Na pomenutoj poziciji x_{k+1} treba odrediti vertikalna rastojanja piksela d_g i d_d od matematičke linijske putanje (slika 4.29). Koordinata y na matematičkoj liniji na mestu kolone piksela x_{k+1} određuje se kao:

$$y = m \cdot x_{k+1} + b\,. \tag{4.6}$$

Tada je:

$$d_d = y - y_k = m \cdot x_{k+1} + b - y_k\,, \tag{4.7}$$

$$d_g = y_{k+1} - y = y_{k+1} - m \cdot x_{k+1} - b\,. \tag{4.8}$$

Da bi se odredilo koji je od ova dva piksela bliži linijskoj putanji, treba sprovesti test koji se bazira na razlici vertikalnih rastojanja piksela od linije:

$$d_d - d_g = 2m \cdot x_{k+1} - 2y_k + 2b - 1\,. \tag{4.9}$$

Parametar p_k koji će pomoći u odluci za k-ti korak može da se dobije rearanžiranjem jednačine (4.9), kako bi se uključila samo kalkulacija sa celobrojnim vrednostima. Ovo će se ostvariti zamenom

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}\,,$$

gde su Δy i Δx vertikalno i horizontalno rastojanje u odnosu na krajnju tačku i na taj način se parametar odluke p_k definiše kao:

$$p_k = \Delta x \cdot (d_d - d_g) = 2\Delta y \cdot x_k - 2\Delta x \cdot y_k + c\,. \tag{4.10}$$

Znak parametra p_k je isti kao i znak razlike $d_d - d_g$, dok je $\Delta x > 0$ za ovaj primer. Parametar c je konstanta i ima vrednost

$$c = 2\Delta y + \Delta x \cdot (2b - 1)\,,$$

tako da je nezavisan od pozicije piksela i biće eliminisan u rekurzivnoj kalkulaciji za p_k. Ako je piksel na poziciji y_k "bliži" linijskoj putanji od piksela na poziciji y_{k+1} (tada je $d_d < d_g$), onda parametar odluke p_k ima negativnu vrednost. U tom slučaju štampa (prikazuje) se donji piksel; kada je drugačiji ishod štampa (prikazuje) se gornji piksel.

Koordinate se menjaju u jediničnim koracima, i u x i u y pravcu. U tom slučaju korisnik može da "dođe" do vrednosti uzastopnih parametara odluke koristeći celobrojne priraštaje. Na primer, kod koraka $k+1$ parametar odluke može da se odredi pomoću jednačine (4.10) kao:

$$p_{k+1} = 2\Delta y \cdot x_{k+1} - 2\Delta x \cdot y_{k+1} + c\,.$$

Oduzimajući jednačinu (5.10) od jednačine (5.11) dobija se:

$$p_{k+1} - p_k = 2\Delta y \cdot (x_{k+1} - x_k) - 2\Delta x \cdot (y_{k+1} - y_k)\,.$$

Pošto se ovde radi sa jediničnim priraštajem, onda je $x_{k+1} = x_k + 1$ i tada je:

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x \cdot (y_{k+1} - y_k)\,, \tag{4.11}$$

gde je vrednost člana $(y_{k+1} - y_k)$ ili 0 ili 1, što zavisi od znaka parametra p_k.

Rekurzivna kalkulacija parametra odluke vrši se za svaku celobrojnu x poziciju, počinjući od leve krajnje tačke linije. Prvi parametar odluke p_0 se dobija primenom jednačine (4.10) na početnu tačku (x_0, y_0) i zamenom m sa $\Delta y/\Delta x$:

$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x\,. \tag{4.12}$$

Sumiranje Bresenhamovog iscrtavanja linije čiji je nagib $0 < |m| < 1$, izvršeno je u sledećem algoritmu. Konastante $2\Delta y$ i $2\Delta y - 2\Delta x$ se određuju samo jednom za svaku liniju, tako da aritmetičke operacije uključuju samo dodavanje ili oduzimanje pomenutih konstantnih vrednosti.

Algoritam za pomenuti tip linije bi bio:

1. Učitavaju se krajnje tačke linije i leva krajnja tačka te linije se smešta u koordinatu (x_0, y_0).
2. Setuje se boja za poziciju (x_0, y_0) bafera kodova i prikazuje (štampa) se prva tačka.
3. Određuju se konstante Δx, Δy, $2\Delta y$ i $2\Delta y - 2\Delta x$ i dobija se početna vrednost parametra odluke kao:
$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x\,.$$

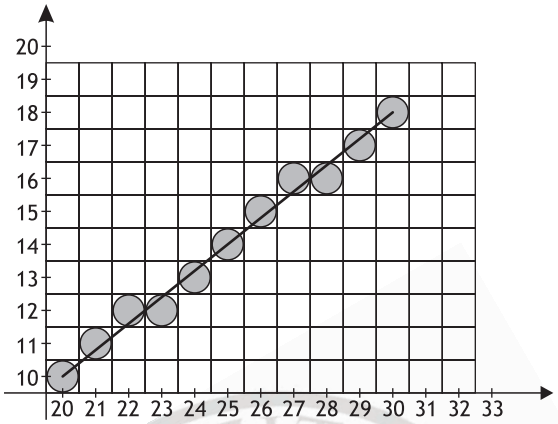
4. Na svakoj poziciji x_k duž linije, startujući sa $k = 0$, izvodi se sledeći test. Ako je $p_k < 0$, onda sledeća tačka koja se prikazuje (štampa) ima koordinate $(x_k + 1, y_k)$ i
$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y\,.$$
U obrnutom slučaju, sledeća tačka koja se prikazuje (štampa) ima sledeće koordinate $(x_k + 1, y_k + 1)$ i
$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x\,.$$
5. Korak 4 treba primeniti $\Delta x - 1$ puta.

Da bi se ilustrovala priča oko ovog algoritma, evo jednog primera. Treba digitalizovati liniju gde krajnje tačke imaju koordinate $(20, 10)$ i $(30, 18)$. Ova linija ima vrednost nagiba 0.8, a početne konstante imaju vrednosti:
$$\Delta x = 10 \quad \text{i} \quad \Delta y = 8\,.$$
Inicijalna vrednost parametra odluke ima vrednost:
$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x = 6\,,$$
a priraštaji za izračunavanje uzastopnih parametara odluke su:
$$\begin{aligned} 2\Delta y &= 16\,,\\ 2\Delta y - 2\Delta x &= -4\,. \end{aligned}$$
Kreće se sa prikazivanjem (štampom) prve tačke sa koordinatama $(x_0, y_0) = (20, 10)$, a onda se određuju ostale tačke duž linijske putanje pomoću parametra odluke. Rezultat primene ove procedure prikazan je u tabeli 4.1, gde je prikazano deset koraka za određivanje položaja piksela, nakon početnog piksela $(20, 10)$, a završava se pikselom čija je krajnja koordinata $(30, 18)$.

Tabela 4.1. *Pikseli duž linije*

k	p_k	(x_{k+1}, y_{k+1})
0	6	(21, 11)
1	2	(22, 12)
2	−2	(23, 12)
3	14	(24, 13)
4	10	(25, 14)
5	6	(26, 15)
6	2	(27, 16)
7	−2	(28, 16)
8	14	(29, 17)
9	10	(30, 18)

Definisani i generisani pikseli duž linijske putanje, kako je to prikazano u tabeli 4.1, prikazani su na slici 4.30.

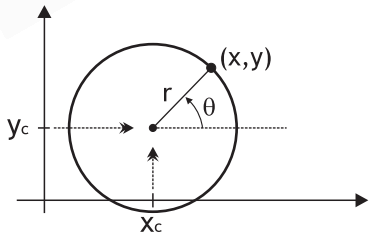


Slika 4.30. *Primena Bresenhamovog algoritma*

Bresenhamov algoritam može da se primeni i na linije sa proizvoljnim nagibom, s tim što treba voditi računa o simetriji različitih oktanata i kvadranata unutar xy ravni. Za linije čiji je pozitivni nagib veći od 1, menja se pravac x i y. To znači da se korisnik "kreće" duž y pravca jediničnim koracima i da se određuje najbliža x vrednost samoj linijskoj putanji. Postoji i mogući pristup da korisnik krene u proračun od druge krajnje tačke. Ako se krene od krajnje desne tačke, onda vrednosti x i y rastu kako se korisnik kreće sa desne na levu stranu. Za linije sa negativnim nagibom, procedura je slična, samo što se jedna koordinata smanjuje kada druga raste. I na kraju, specijalni slučajevi mogu da se posmatraju odvojeno. Horizontalne linije ($\Delta y = 0$), vertikalne linije ($\Delta x = 0$) i dijagonalne linije ($|\Delta x| = |\Delta y|$) mogu direktno da se učitavaju u bafer kodova, bez prolaska kroz algoritam za iscrtavanje linija.

4.2.3. Algoritmi za generisanje kružnica

Kružnice se često koriste u slikama i grafovima, tako da su procedure za generisanje kružnica i kružnih lukova uključene u većinu grafičkih paketa. U nekim grafičkim paketima, dostupne su uopštene funkcije u grafičkim bibliotekama za prikazivanje raznih vrsta krivih linija, uključujući u to i kružnice i elipse.



Slika 4.31. *Kružnica*

Kružnica (slika 4.31) je definisana skupom tačaka koje se nalaze na rastojanju r od tačke centra (x_c, y_c). Za svaku tačku kružnice (x, y) ovo rastojanje (poluprečnik) je definisano

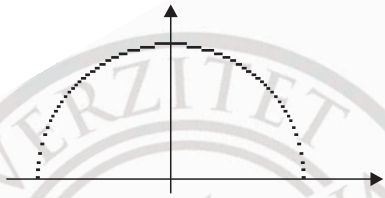
Pitagorinom teoremom unutar Dekartovog koordinatnog sistema:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 . \tag{4.13}$$

Ova jednačina može da se iskoristi da se odredi pozicija na obimu kružnice, krećući se jediničnim koracima po x osi od $x_c - r$ do $x_c + r$ i određujući odgovarajuću y vrednost svake pozicije kao:

$$y = y_c \pm \sqrt{r^2 - (x_c - x)^2} . \tag{4.14}$$

Treba napomenuti da ovo nije najbolji način da se generiše kružnica. Jedan od problema je primena znatnog proračuna svakog koraka, jer rastojanje između odštampanih (prikazanih) piksela nije uniformno, što se vidi na slici 4.32.



Slika 4.32. *Polovina odštampane kružnice*

Jedan od načina da se prevaziđe problem nejednakog rastojanja je da se tačke na obimu kružnice određuju upotrebom polarnih koordinata r i θ, kao što je to prikazano na slici 4.31. Jednačine kružnice izražene polarnim koordinatama imaju oblik:

$$x = x_c + r\cos\theta , \tag{4.15}$$

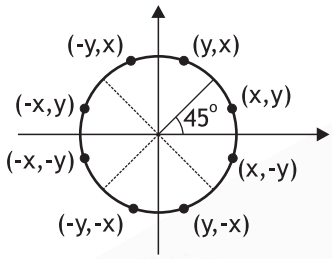
$$y = y_c + r\sin\theta . \tag{4.16}$$

Kada se prikaz generiše jednačinama (4.15) i (4.16) sa fiksnim ugaonim korakom, onda se kružnica iscrtava tačkama koje su na međusobnom jednakom rastojanju po obimu. Da bi se smanjio obim proračuna, korisnik može da upotrebi grublju ugaonu podelu i da te tačke spaja pravim linijama kako bi aproksimirao kružnu putanju. Za kontinualniju granicu na rasterskom ekranu, korisnik može da koristi ugaoni korak čija je vrednost jednaka $1/r$.

Da bi se smanjio proračun trebalo bi uzeti u obzir simetričnost kružnice. Oblik kružnice je sličan u svakom kvadrantu. Ako korisnik odredi poziciju krive linije (četvrtine kružnice) u prvom kvadrantu, onda on može da generiše deo kružnice u drugom kvadrantu u xy ravni naznačavajući da su te dve sekcije simetrične u odnosu na y osu. Sekcije kružnice u trećem i četvrtom kvadrantu mogu da se dobiju od sekcija iz prvog i drugog kvadranta, naznačavajući da su simetrične u odnosu na x osu. Može da se ide još jedan korak dalje, jer su i oktanti simetrični međusobno. Oktanti se dobijaju podelom kružnice osama koordinatnog sistema, čiji je koordinatni početak smešten u centru kružnice, i linijama koje prolaze kroz centar kružnice pod uglom od 45° u odnosu na ose koordinatnog sistema. Ovakav pristup je ilustrovan na slici 4.33, gde se vidi da tačka sa koordinatama (x, y) može da bude mapirana u sedam tačaka na kružnici u preostalih sedam oktanata unutar xy ravni.

Prednost simetričnosti kružnice se ogleda u tome što je korisniku dovoljno da generiše

samo tačke u sektoru od $x = 0$ do $x = y$. Nagib krive u ovom oktantu je manji ili jednak 1.0. Na lokaciji $x = 0$ nagib krive ima vrednost 0, a na lokaciji $x = y$ nagib krive ima vrednost -1.0.



Slika 4.33. *Simetričnost kružnice*

U algoritmu za iscrtavanje rasterskih linija, korisnik definiše jedinične korake i određuje poziciju najbližeg piksela specificiranoj kružnoj putanji, u svakom koraku. Za dati poluprečnik r i za koordinatu centra ekrana (x_c, y_c), prvi korak u algoritmu bi mogao da bude određivanje pozicija piksela po kružnoj putanji, čiji se centar nalazi u koordinatnom početku $(0, 0)$. Sledeći korak bi bio da se svaka izračunata lokacija (x, y) pomeri na željenu lokaciju na ekranu dodajući vrednost x_c na vrednost x i dodajući vrednost y_c na vrednost y. Duž sekcije kružnice od $x = 0$ do $x = y$ u prvom kvadrantu, nagib krive se "kreće" u granicama od 0 do -1.0. Korisnik može da podesi jedinični korak u pozitivnom x pravcu unutar prvog oktanta i da upotrebi parametar odluke kako bi odredio koji je piksel, po vertikali, bliži krivolinijskoj putanji. Pozicije ostalih sedam oktanata bi se dobile simetričnim preslikavanjem u odnosu na koordinatne ose.

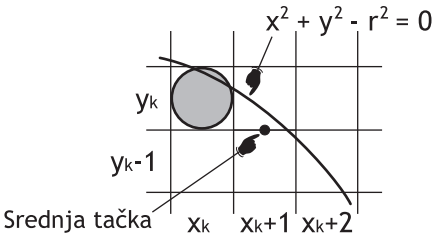
Da bi se primenila **metoda srednje tačke**, korisnik mora da definiše *funkciju kružnice* f_{kr} kao:

$$f_{kr}(x, y) = x^2 + y^2 - r^2 . \tag{4.17}$$

Svaka tačka (x, y) na graničnoj liniji kružnice, čiji je poluprečnik r, zadovoljava jednačinu $f_{kr}(x, y) = 0$. Ako se tačka nalazi unutar kružnice, onda je funkcija kružnice negativna. Ako se tačka nalazi van granične linije kružnice, onda je funkcija kružnice pozitivna. Na ovaj način mogu da se odrede relativne pozicije bilo koje tačke (x, y), određujući znak funkcije kružnice i to može da se predstavi na sledeći način:

$$f_{kr}(x, y) \begin{cases} < 0, & \text{ako je } (x, y) \text{ unutar granične linije kružnice,} \\ = 0, & \text{ako je } (x, y) \text{ na graničnoj liniji kružnice,} \\ > 0, & \text{ako je } (x, y) \text{ van granične linije kružnice.} \end{cases} \tag{4.18}$$

Test predstavljen izrazom (4.18) se primenjuje za određivanje srednjih pozicija između piksela koji su najbliži kružnoj putanji u datom koraku. U tom slučaju funkcija kružnice je parametar odluke unutar algoritma srednje tačke i proračun može da se obavi kao kod linijskog algoritma.



Slika 4.34. *Srednja tačka između dva piksela*

Slika 4.34 prikazuje srednju tačku između dva piksela na poziciji x_k+1. Ako se pretpostavi da je upravo odštampan piksel na poziciji (x_k, y_k), onda treba odlučiti da li će se sledeći prikazati piksel na lokaciji (x_k+1, y_k) ili na (x_k+1, y_k-1). Parametar odluke je funkcija kružnice, prikazana jednačinom (4.17), određena u srednjoj tački između dva piksela:

$$p_k = f_{kr}\left(x_k+1, y_k-\frac{1}{2}\right) = (x_k+1)^2 + \left(y_k-\frac{1}{2}\right)^2 - r^2\,. \qquad (4.19)$$

Ako je $p_k < 0$, onda je srednja tačka unutar kružnice i piksel na y_k liniji skeniranja je bliži graničnoj liniji kružnice. U suprotnom slučaju, srednja tačka je van kružnice ili se nalazi na samoj liniji kružnice, tako da treba izabrati piksel u $y_k - 1$ liniji skeniranja.

Uzastopni parametri odluke dobijaju se primenom kalkulacije sa odgovarajućim priraštajima. Korisnik može da dobije rekurzivan izraz za sledeći parametar odluke određivanjem funkcije kružnice na lokaciji uzorka $x_{k+1} + 1 = x_k + 2$:

$$p_{k+1} = f_{kr}\left(x_{k+1}+1, y_{k+1}-\frac{1}{2}\right) = \left[(x_k+1)+1\right]^2 + \left(y_{k+1}-\frac{1}{2}\right)^2 - r^2\,,$$

ili

$$p_{k+1} = p_k + 2\,(x_k+1) + (y_{k+1}^2 - y_k^2) - (y_{k+1} - y_k) + 1\,, \qquad (4.20)$$

gde je y_{k+1} ili y_k ili $(y_k - 1)$, što zavisi od znaka p_k.

Priraštaji za dobijanje parametara odluke p_{k+1} su ili $2x_{k+1} + 1$ (ako je p_k negativno) ili $2x_{k+1} + 1 - 2y_{k+1}$. Određivanje članova $2x_{k+1}$ i $2y_{k+1}$, takođe, može da se odradi pomoću priraštaja kao:

$$\begin{aligned} 2x_{k+1} &= 2x_k + 2\,, \\ 2y_{k+1} &= 2y_k - 2\,. \end{aligned}$$

Na početnoj poziciji $(0, r)$, ova dva člana imaju vrednosti 0 i $2r$, respektivno. Naredni uzastopni član $2x_{k+1}$ dobija se dodavanjem broja 2 na prethodnu vrednost, a naredni uzastopni član $2y_{k+1}$ dobija se oduzimanjem broja 2 od prethodne vrednosti.

Inicijalni parametar odluke se dobija određivanjem funkcije kružnice na startnoj poziciji $(x_0, y_0) = (0, r)$, kao:

$$p_0 = f_{kr}\left(1, r-\frac{1}{2}\right) = 1 + \left(r-\frac{1}{2}\right)^2 - r^2 = \frac{5}{4} - r\,. \qquad (4.21)$$

Ako je poluprečnik r definisan kao celobrojna vrednost, onda izraz (4.21) može da se napiše u jednostavnijoj formi:

$$p_0 = 1 - r, \quad \text{za } r \text{ celobrojne vrednosti,}$$

sve dok su i priraštaji celobrojne vrednosti.

Kao i kod Bresenhamovog algoritma za linije, i metoda srednje tačke izračunava pozicije piksela po obimu kružnice, dodavanjem i oduzimanjem celobrojnih vrednosti, podrazumevajući da su parametri kružnice specificirani u celobrojnim ekranskim koordinatama. **Algoritam za generisanje kružnice bi bio:**

1. Definisati poluprečnik r i centar kružnice (x_c, y_c), a zatim treba setovati koordinate za prvu tačku na obimu kružnice u koordinatni početak kao:

$$(x_0, y_0) = (0, r)\,.$$

2. Treba izračunati početnu vrednost parametra odluke kao:

$$p_0 = \frac{5}{4} - r\,.$$

3. U svakoj x_k poziciji, počinjući od $k = 0$, treba izvesti sledeći test. Ako je $p_k < 0$, onda sledeća tačka na kružnici, čiji je centar u koordinati $(0, 0)$, ima koordinate (x_{k+1}, y_k) i

$$p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1\,.$$

   U suprotnom slučaju, sledeća tačka na kružnici ima koordinate $(x_k + 1, y_k - 1)$ i

$$p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1 - 2y_{k+1}\,,$$

   gde je

$$2x_{k+1} = 2x_k + 2 \quad \text{i} \quad 2y_{k+1} = 2y_k - 2\,.$$

4. Treba odrediti simetrične tačke u ostalih sedam oktanata.

5. Treba premestiti svaku izračunatu poziciju piksela (x, y) na kružnu putanju centriranu u tački (x_c, y_c) i treba odštampati (prikazati) vrednosti koordinata:

$$x = x + x_c, \quad y = y + y_c\,.$$

6. Treba ponoviti korake od 3 do 5 sve dok ne bude zadovoljeno $x \geq y$.

Da bi se ilustrovala priča oko ovog algoritma, evo jednog primera. Data je kružnica čiji je poluprečnik $r = 10$, i pomoću ovog algoritma treba odrediti pozicije po obimu u oktantu prvog kvadranta, od vrednosti $x = 0$ do $x = y$. Početna vrednost parametra odluke je:

$$p_0 = 1 - r = -9\,.$$

Za kružnicu, čiji se centar nalazi u koordinatnom početku, početna tačka se nalazi na lokaciji $(0, 10)$. Početne vrednosti priraštaja za izračunavanje parametara odluke definišu se kao:

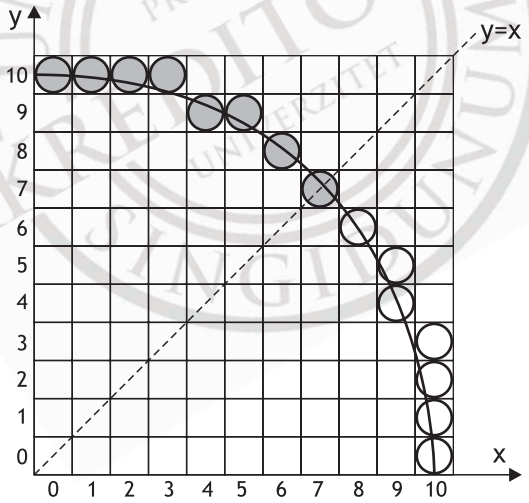
$$2x_0 = 0, \quad 2y_0 = 20\,.$$

Uzastopne vrednosti parametara odluke i odgovarajuće pozicije piksela duž kružne putanje prikazani su u tabeli 4.2.

Tabela 4.2. *Pikseli duž oktanta prvog kvadranta*

k	p_k	(x_{k+1}, y_{k+1})	$2x_{k+1}$	$2y_{k+1}$
0	-9	$(1, 10)$	2	20
1	-6	$(2, 10)$	4	20
2	-1	$(3, 10)$	6	20
3	6	$(4, 9)$	8	18
4	-3	$(5, 9)$	10	18
5	8	$(6, 8)$	12	16
6	5	$(7, 7)$	14	14

Definisani i generisani pikseli duž linijske putanje, kako je to prikazano u tabeli 4.2, prikazani su na slici 4.35.

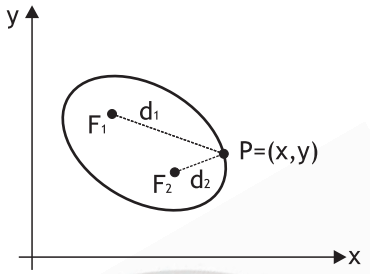


Slika 4.35. *Pikseli u oktantu prvog kvadranta*

4.2.4. Algoritmi za generisanje elipsi

Laički rečeno, elipsa je produžena kružnica. Elipsa može da se opiše i kao modifikovana kružnica, čiji poluprečnik varira od maksimalne vrednosti u jednom pravcu, do minimalne vrednosti u pravcu koji je normalan na prethodni pravac. Prave linije, uzajamno normalne, koje spajaju krajnje tačke elipse, prolazeći kroz centar elipse, nazivaju se *glavna* i *sporedna osa* elipse.

Precizna definicija elipse može da se prikaže u funkciji rastojanja proizvoljne tačke elipse do dve specifične tačke, koje se nazivaju *žižne tačke* ili *žiže*. Zbir ova dva rastojanja ima istu vrednost za sve tačke na elipsi (slika 4.36).



Slika 4.36. *Generisanje elipse oko žižnih tačaka*

Ako se rastojanja proizvoljne tačke na elipsi $P(x, y)$ do žižnih tačaka obeleže sa d_1 i d_2, onda uopštena jednačina elipse glasi:

$$d_1 + d_2 = const. \tag{4.22}$$

Ako se rastojanja d_1 i d_2 prikažu u funkciji koordinata žižnih tačaka $F_1 = (x_1, y_1)$ i $F_2 = (x_2, y_2)$, onda se dobija izraz:

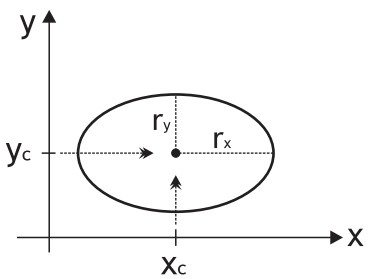
$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} + \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} = const. \tag{4.23}$$

Kvadriranjem izraza (4.23), izolovanjem preostalog korena, i ponovnim kvadriranjem izraza, može da se dođe do uopštene jednačine elipse u obliku:

$$A\,x^2 + B\,y^2 + C\,x\,y + D\,x + E\,y + F = 0\,, \tag{4.24}$$

gde su koeficijenti A, B, C, D, E i F dobijeni u funkciji koordinata žižnih tačaka i dužina glavne i sporedne ose.

Jednačine elipse se znatno pojednostavljuju ako se elipsa postavi tako da se pravci glavne i sporedne ose elipse poklapaju sa pravcima osa koordinatnog sistema. Na slici 4.37 prikazana je elipsa u "standardnom" položaju.



Slika 4.37. *"Standardan" položaj elipse*

U standardnom položaju su glavna i sporedna osa orijentisane tako da su paralelne x i y osi tekućeg koordinatnog sistema. Treba napomenuti da centar elipse ima koordinate (x_c, y_c) i da su vrednosti poluosa r_x i r_y. Jednačina elipse može da se napiše u funkciji koordinata centra i vrednosti poluosa:

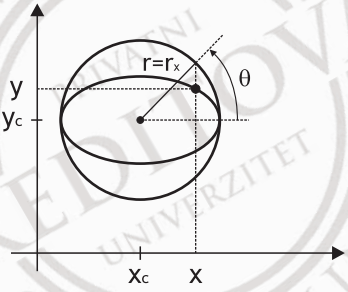
$$\left(\frac{x - x_c}{r_x}\right)^2 + \left(\frac{y - y_c}{r_y}\right)^2 = 1\,. \tag{4.25}$$

Koristeći polarne koordinate r i θ, korisnik može da opiše elipsu u standardnom položaju pomoću parametarskih jednačina:

$$x = x_c + r_x \cos\theta\,, \tag{4.26}$$

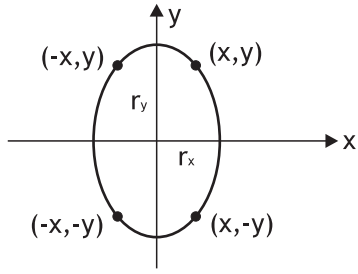
$$y = y_c + r_y \sin\theta\,. \tag{4.27}$$

Ugao θ se naziva *ekscentrični ugao* elipse i meri se po obimu pripadajuće gabaritne kružnice. Ako je $r_x > r_y$, onda je poluprečnik gabaritne kružnice $r = r_x$ (slika 4.38). U suprotnom slučaju, poluprečnik gabaritne kružnice je $r = r_y$.



Slika 4.38. *Gabaritna kružnica i ekscentrični ugao*

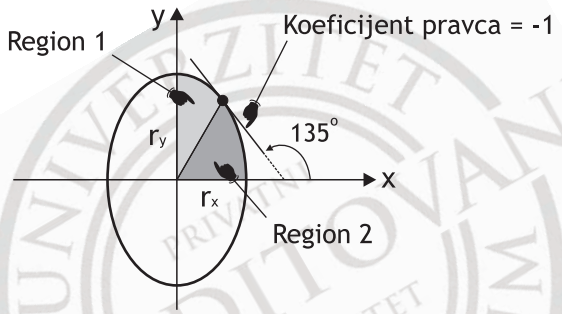
Kao i kod algoritma za generisanje kružnice, simetrija je bitna za smanjenje proračuna. Elipsa, koja se nalazi u standardnom položaju, simetrična je u odnosu na linije koje su paralelne osama koordinatnog sistema i koje prolaze kroz centar elipse, tj. elipsa ima simetrične kvadrante. Trebalo bi napomenuti da elipsa nema simetrične oktante, tako da se sve svodi na generisanje jednog kvadranta, a onda simetričnim preslikavanjem treba dobiti preostala tri kvadranta (slika 4.39).



Slika 4.39. *Simetrija elipse*

Pristup rešenju problema je sličan kao kod prikazivanja rasterskih kružnica. Za date parametre r_x, r_y i (x_c, y_c), korisnik mora da odredi pozicije (x, y) na krivoj liniji elipse, čiji je centar u koordinatnom početku tekućeg koordinatnog sistema. Nakon toga treba pomeriti sve tačke za fiksni pomeraj (*offset*) kako bi centar elipse bio smešten u koordinatu (x_c, y_c). Ako korisnik želi da prikaže elipsu u nestandardnom položaju, trebalo bi da rotira elipsu oko tačke centra kako bi reorijentisao pravce glavne i sporedne ose. Ovde će biti reči samo o elipsama u standardnom položaju, tj. o elipsama čije su ose paralelne osama koordinatnog sistema.

Metoda srednje tačke za elipse primenjuje se za prvi kvadrant u dva dela. Skica na slici 4.40 prikazuje podelu prvog kvadranta elipse na regione usaglašene sa nagibom elipse čije su vrednosti poluosa $r_x < r_y$.



Slika 4.40. *Regioni procesiranja elipse*

Procesira se prvi kvadrant iz dva koraka - prvi korak je generisanje jediničnim koracima u x pravcu, gde nagib krive linije ima vrednost manju od 1.0, i drugi korak je generisanje jediničnim koracima u y pravcu gde nagib krive linije ima vrednost veću od 1.0. Regioni 1 i 2 (slika 4.40) procesiraju se na različite načine. Korisnik može da startuje sa pozicije $(0, r_y)$ i da se kreće u smeru kretanja kazaljke na satu, menjajući od jediničnih koraka u x pravcu do jediničnih koraka u y pravcu, dok nagib krive ne postane manji od -1.0. Alternativni put je da korisnik startuje sa pozicije $(r_x, 0)$ i da se kreće u smeru suprotnom od smera kretanja kazaljke na satu, menjajući od jediničnih koraka u y pravcu do jediničnih koraka u x pravcu, dok nagib krive ne postane veći od -1.0. Sa paralelnim procesorima, korisnik može da određuje pozicije piksela istovremeno u oba regiona.

Korisnik može da definiše *funkciju elipse* f_{el} iz jednačine (4.25) i stavljajući da su koordinate $(x_c, y_c) = (0, 0)$ kao:

$$f_{el}(x, y) = r_y^2\, x^2 + r_x^2\, y^2 - r_x^2\, r_y^2\,, \tag{4.28}$$

i koja ima sledeće osobine:

$$f_{el}(x, y) \begin{cases} < 0, & \text{ako je } (x, y) \text{ unutar granične linije elipse,} \\ = 0, & \text{ako je } (x, y) \text{ na graničnoj liniji elipse,} \\ > 0, & \text{ako je } (x, y) \text{ van granične linije elipse.} \end{cases} \tag{4.29}$$

Tako i ovde funkcija elipse f_{el} služi kao parametar odluke. U svakoj narednoj poziciji, korisnik bira piksel duž putanje elipse vodeći računa o znaku funkcije elipse, koja je definisana metodom srednje tačke.

Startujući iz tačke $(0, r_y)$, korisnik kreće jediničnim koracima u x pravcu sve dok ne dođe do granice između regiona (slika 4.40). Tada se prebacuje na jedinične korake u y pravcu dok ne popuni krivu u prvom kvadrantu. Pri svakom koraku mora da se proverava vrednost nagiba krive linije. Nagib elipse se određuje iz jednačine (4.28) kao:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2\,r_y^2\,x}{2\,r_x^2\,y}\,. \tag{4.30}$$

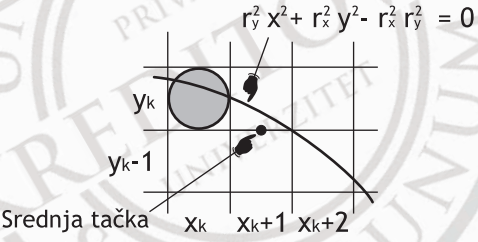
Na granici između regiona 1 i 2 je $dy/dx = -1$, tako da je:

$$2\,r_y^2\,x = 2\,r_x^2\,y\,.$$

To znači da se korisnik pomera van regiona 1 svaki put kada je

$$2\,r_y^2\,x \geq 2\,r_x^2\,y\,. \tag{4.31}$$

Na slici 4.41 prikazana je srednja tačka između dva piksela kandidata na mestu uzorka $x_k + 1$ u prvom regionu.



Slika 4.41. *Srednja tačka između dva piksela u koloni*

Pretpostavljajući da je usvojena pozicija (x_k, y_k) u prethodnom koraku, onda se sledeća pozicija duž putanje elipse traži određivanjem parametra odluke (to je funkcija elipse) u toj srednjoj tački:

$$p1_k = f_{el}\left(x_k + 1, y_k - \frac{1}{2}\right) = r_y^2\,(x_k + 1)^2 + r_x^2\,\left(y_k - \frac{1}{2}\right)^2 - r_x^2\,r_y^2\,. \tag{4.32}$$

Ako je $p1_k < 0$, onda je srednja tačka unutar elipse i piksel na liniji skeniranja y_k je bliži graničnoj liniji elipse. U suprotnom slučaju, srednja tačka je van elipse ili se nalazi na graničnoj liniji elipse, tako da se, onda, bira piksel na liniji skeniranja $y_k - 1$.

Na sledećoj poziciji $(x_{k+1} + 1 = x_k + 2)$, parametar odluke za region 1 se određuje kao:

$$\begin{aligned} p1_{k+1} &= f_{el}\left(x_{k+1} + 1, y_{k+1} - \frac{1}{2}\right) = \\ &= r_y^2\,[(x_k + 1) + 1]^2 + r_x^2\,\left[\left(y_{k+1} - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(y_k - \frac{1}{2}\right)^2\right], \end{aligned}$$

ili

$$p1_{k+1} = p1_k + 2\,r_y^2(x_k + 1) + r_y^2 + r_x^2\left[\left(y_{k+1} - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(y_k - \frac{1}{2}\right)^2\right], \qquad (4.33)$$

gde y_{k+1} ima vrednost y_k ili vrednost $y_k - 1$, što zavisi od znaka $p1_k$.

Parametri odluke se povećavaju sledeći pravila:

$$\text{Priraštaj} = \begin{cases} 2\,r_y^2\,x_{k+1} + r_y^2, & \text{ako je } p1_k < 0, \\ 2\,r_y^2\,x_{k+1} + r_y^2 - 2\,r_x^2\,y_{k+1}, & \text{ako je } p1_k \geq 0. \end{cases}$$

Priraštaji za parametre odluke određuju se dodavanjem i oduzimanjem, kao što je to bio slučaj sa algoritmom za generisanje kružnice, sve dok vrednosti za izraze $2\,r_y^2\,x$ i $2\,r_x^2\,y$ mogu da se dobijaju postupno. Na početnoj poziciji $(0, r_y)$, ova dva izraza poprimaju oblik:

$$2\,r_y^2\,x = 0, \qquad (4.34)$$

$$2\,r_x^2\,y = 2\,r_x^2\,r_y\,. \qquad (4.35)$$

Kako x i y rastu, ažurirane vrednosti se dobijaju dodavanjem $2\,r_y^2$ odgovarajućoj vrednosti priraštaja određenog izrazom (4.34), i oduzimanjem $2\,r_x^2$ od odgovarajuće vrednosti priraštaja određenog izrazom (4.35). Ažurirane vrednosti priraštaja se upoređuju pri svakom koraku, i korisnik se premešta iz regiona 1 u region 2 kada je zadovoljen uslov definisan izrazom(4.31).

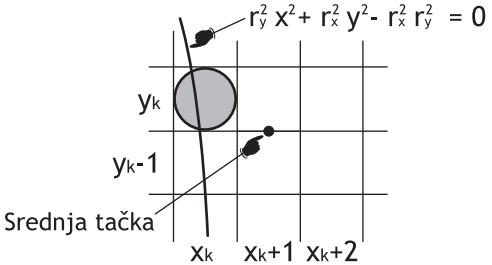
U regionu 1, početna vrednost parametra odluke se dobija određivanjem funkcije elipse u startnoj poziciji $(x_0, y_0) = (0, r_y)$:

$$p1_0 = f_{el}\left(1, r_y - \frac{1}{2}\right) = r_y^2 + r_x^2\left(r_y - \frac{1}{2}\right)^2 - r_x^2\,r_y^2\,,$$

ili

$$p1_0 = r_y^2 - r_x^2\,r_y + \frac{1}{4}\,r_x^2\,. \qquad (4.36)$$

Unutar regiona 2, primenjuju se jedinični intervali u negativnom y smeru, tako da je srednja tačka između horizontalnih piksela na svakom koraku (slika 4.42).



Slika 4.42. *Srednja tačka između dva piksela u redu*

Za ovaj region, parametar odluke se određuje kao:

$$\begin{aligned} p2_k &= f_{el}\left(x_k + \frac{1}{2}, y_k - 1\right) = \\ &= r_y^2 \left(x_k + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 (y_k - 1)^2 - r_x^2 r_y^2 . \end{aligned} \tag{4.37}$$

Ako je $p2_k > 0$, onda je srednja tačka van granične linije elipse i treba izabrati piksel na poziciji x_k. Ako je $p2_k \leq 0$, onda je srednja tačka unutar granične linije elipse ili se nalazi na samoj graničnoj liniji elipse, tako da treba izabrati piksel na poziciji x_{k+1}.

Da bi se odredili odnosi između valjanih parametara odluke u regionu 2, trebalo bi definisati funkciju elipse u sledećem koraku $y_{k+1} - 1 = y_k - 2$:

$$\begin{aligned} p2_{k+1} &= f_{el}\left(x_{k+1} + \frac{1}{2}, y_{k+1} - 1\right) = \\ &= r_y^2 \left(x_{k+1} + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 [(y_k - 1) - 1]^2 - r_x^2 r_y^2 , \end{aligned} \tag{4.38}$$

ili

$$p2_{k+1} = p2_k - 2 r_x^2 (y_k - 1) + r_x^2 + r_y^2 \left[\left(x_{k+1} + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x_k + \frac{1}{2}\right)^2\right] , \tag{4.39}$$

gde x_{k+1} ima vrednost x_k ili vrednost $x_k + 1$, što zavisi od znaka $p2_k$.

Kada se uđe u region 2, početna pozicija (x_0, y_0) se uzima kao poslednja izabrana pozicija iz regiona 1 i početni parametar odluke za region 2 ima oblik:

$$\begin{aligned} p2_0 &= f_{el}\left(x_0 + \frac{1}{2}, y_0 - 1\right) = \\ &= r_y^2 \left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 (y_0 - 1)^2 - r_x^2 r_y^2 . \end{aligned} \tag{4.40}$$

Da bi se pojednostavio proračun parametra odluke $p2_0$, trebalo bi birati pozicije piksela u smeru suprotnom od smera kretanja kazaljke na satu počinjući od pozicije $r_x, 0)$. Jedinični koraci bi se birali u pozitivnom y smeru kako bi se korisnik kretao ka poslednjoj izabranoj poziciji regiona 1. **Algoritam za generisanje elipse bi bio:**

1. Treba uneti vrednosti poluosa r_x i r_y, kao i koordinate centra elipse (x_c, y_c). Nakon toga treba odrediti prvu tačku elipse čiji se centar nalazi u koordinatnom početku kao:
$$(x_0, y_0) = (0, r_y) .$$
2. Treba odrediti početnu vrednost parametra odluke u regionu 1 kao:
$$p1_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + \frac{1}{4} r_x^2 .$$

3. U svakoj x_k poziciji unutar regiona 1, počinjući od $k = 0$, treba izvesti sledeći test. Ako je $p1_k < 0$, onda sledeća tačka elipse, čiji je centar u koordinatnom početku $(0, 0)$, ima koordinate (x_{k+1}, y_k) i

$$p1_{k+1} = p1_k + 2\,r_y^2\,x_{k+1} + r_y^2\,.$$

U suprotnom slučaju, sledeća tačka elipse ima koordinate (x_{k+1}, y_{k-1}) i

$$p1_{k+1} = p1_k + 2\,r_y^2\,x_{k+1} - 2\,r_x^2\,y_{k+1} + r_y^2\,,$$

gde je

$$2\,r_y^2\,x_{k+1} = 2\,r_y^2\,x_k + 2\,r_y^2 \quad \text{i} \quad 2\,r_x^2\,y_{k+1} = 2\,r_x^2\,y_k - 2\,r_x^2\,,$$

gde se nastavlja dok se ne ispuni uslov $2\,r_y^2\,x \geq 2\,r_x^2\,y$.

4. Treba odrediti početnu vrednost parametra odluke za region 2 kao:

$$p2_0 = r_y^2\left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2\,(y_0 - 1)^2 - r_x^2\,r_y^2\,,$$

gde je (x_0, y_0) poslednja izračunata lokacija u regionu 1.

5. U svakoj y_k poziciji unutar regiona 2, počinjući od $k = 0$, treba izvesti sledeći test. Ako je $p2_k > 0$, onda sledeća tačka elipse, čiji je centar u koordinatnom početku $(0, 0)$, ima koordinate (x_k, y_{k-1}) i

$$p2_{k+1} = p2_k - 2\,r_x^2\,y_{k+1} + r_x^2\,.$$

U suprotnom slučaju, sledeća tačka elipse ima koordinate $(x_k + 1, y_k - 1)$ i

$$p2_{k+1} = p2_k - 2\,r_y^2\,x_{k+1} - 2\,r_x^2\,y_{k+1} + r_x^2\,,$$

gde treba napomenuti da se koriste isti priraštaji za x i za y kao u regionu 1. Ovo se natsvalja sve dok se ne ispuni $y = 0$.

6. Treba defeinisati simetrične tačke za ostala tri kvadranta, za oba regiona (i region 1 i region 2).

7. Treba premestiti svaku izračunatu poziciju piksela (x, y) na eliptičnu putanju čiji centar ima koordinate (x_c, y_c) i treba prikazati (odštampati) vrednosti koordinata:

$$x = x + x_c \quad \text{i} \quad y = y + y_c\,.$$

Da bi se ilustrovala priča vezana za ovaj algoritam, evo jednog primera. Data je elipsa čije su vrednosti poluosa $r_x = 8$ i $r_y = 6$. Početne vrednosti i priraštaji za određivanje parametara odluke su:

$$\begin{aligned} 2\,r_y^2\,x &= 0 && \text{(sa priraštajem } 2\,r_y^2 = 72)\,, \\ 2\,r_x^2\,y &= 2\,r_x^2\,r_y && \text{(sa priraštajem } -2\,r_x^2 = -128)\,. \end{aligned}$$

Za region 1, početna tačka, za elipsu čiji je centar u koordinatnom početku tekućeg koordinatnog sistema, ima koordinate $(x_c, y_c) = (0, 6)$ i vrednost početnog parametra odluke je:

$$p1_0 = r_y^2 - r_x^2\, r_y + \frac{1}{4} r_x^2 = -332\,.$$

Uzastopne vrednosti parametara odluke i odgovarajuće pozicije piksela duž eliptične putanje prikazani su u tabeli 4.3.

Tabela 4.3. *Pikseli duž prvog kvadranta - Region 1*

k	$p1_k$	(x_{k+1}, y_{k+1})	$2\,r_y^2\,x_{k+1}$	$2\,r_x^2\,y_{k+1}$
0	-332	$(1, 6)$	72	768
1	-224	$(2, 6)$	144	768
2	-44	$(3, 6)$	216	768
3	208	$(4, 5)$	288	640
4	-108	$(5, 5)$	360	640
5	288	$(6, 4)$	432	512
6	244	$(7, 3)$	504	384

Sada se izlazi iz regiona 1, jer je ispunjen uslov $2\,r_y^2\,x > 2\,r_x^2\,y$.

Za region 2, početna tačka je $(x_0, y_0) = (7, 3)$ i početni parametar odluke je:

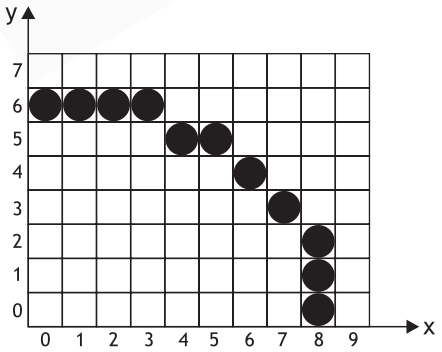
$$p2_0 = f_{el}\left(7 + \frac{1}{2}, 2\right) = -151.$$

Preostale tačke u prvom kvadrantu duž eliptične putanje su prikazane u tabeli 4.4.

Tabela 4.4. *Pikseli duž prvog kvadranta - Region 2*

k	$p1_k$	(x_{k+1}, y_{k+1})	$2\,r_y^2\,x_{k+1}$	$2\,r_x^2\,y_{k+1}$
0	-151	$(8, 2)$	576	256
1	233	$(8, 1)$	576	128
2	745	$(8, 0)$	–	–

Definisani i generisani pikseli duž eliptične putanje, kako je to prikazano u tabelama 4.3 i 4.4, prikazani su na slici 4.43.



Slika 4.43. *Pikseli u prvom kvadrantu*

4.3. Geometrijske transformacije

Osnovne 2D i 3D geometrijske transformacije, koje se koriste u računarskoj grafici, kao što sutranslacije, skaliranja i rotiranja veoma su bitne za većinu grafičkih aplikacija. Ove transformacije su sastavni deo većine grafičkih programa, kao i mnogih potprograma.

4.3.1. 2D transformacije

Korisnik može da **translira** tačku u XY ravni do nove pozicije dodavanjem neke veličine koordinatama tačke. Ako treba tačku sa koordinatama $P(x, y)$ pomeriti za veličinu d_x paralelno X osi i za veličinu d_y paralelno Y osi do nove tačke $P'(x', y')$, onda to može da se definiše izrazima:

$$x' = x + d_x \qquad y' = y + d_y \tag{4.41}$$

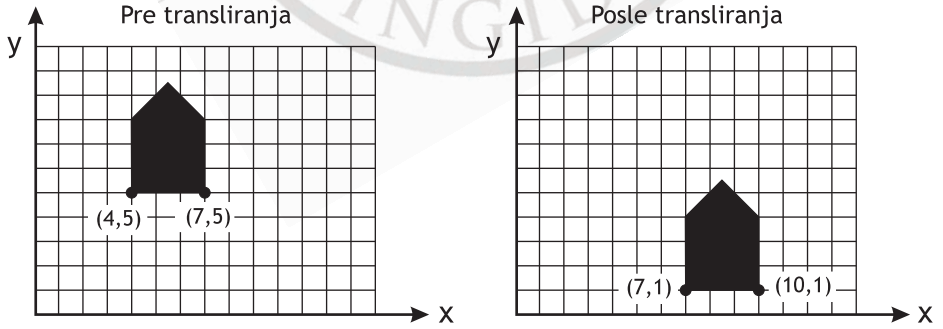
Ako se definišu matrice

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix} \tag{4.42}$$

onda izrazi (4.41) mogu preciznije da se izraze kao:

$$P' = P + T \tag{4.43}$$

Korisnik može da translira ceo objekat primenjujući izraze (4.41) na svaku tačku objekta. Svaka linija objekta je sastavljena od beskonačno mnogo tačaka, onda bi proces translacije trajao izuzetno dugo. Dovoljno je da se transliraju krajnje tačke linija i da se iscrta linija između novih, transliranih tačaka; ovaj princip važi i za skaliranje i rotiranje. Na slici 4.44 prikazano je transliranje kućice za vrednost $(3, -4)$.



Slika 4.44. *Transliranje*

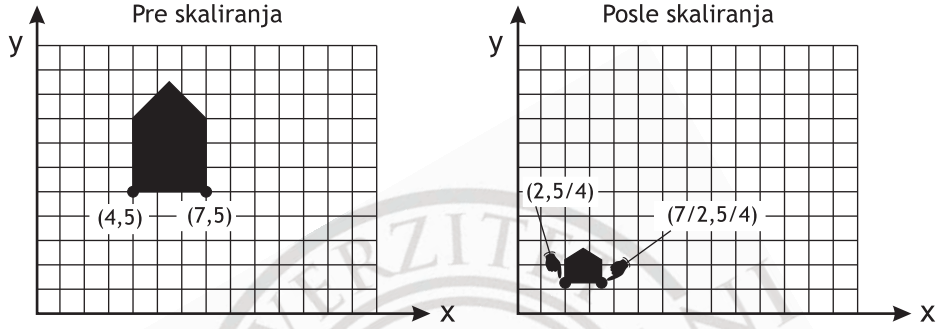
Tačke mogu da budu **skalirane** ili mogu da im se promene veličine (vrednosti) samo po x ili samo po y osi (neproporcionalno) ili i po x i po y osi za istu vrednost (proporcionalno). Promena veličine se postiže množenjem sa s_x duž X ose i množenjem sa s_y duž Y ose:

$$x' = s_x\, x \qquad y' = s_y\, y \tag{4.44}$$

U formi matrica izraz postaje:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad \text{ili} \qquad P' = S \cdot P \tag{4.45}$$

gde S predstavlja matricu u izrazu (4.45). Na slici 4.45 kućica je skalirana vrednošću $\frac{1}{2}$ po X osi i vrednošću $\frac{1}{4}$ po Y osi.



Slika 4.45. *Skaliranje*

Treba napomenuti da se skaliranje obavlja oko koordinatnog početka, što znači da je kuća manja i bliža koordinatnom početku. Ako je faktor skaliranja veći od 1, onda je kućica veća i udaljenija od koordinatnog početka. Proporcije kućice se menjaju ako su faktori skaliranja različiti po osama, tj. $s_x \neq s_y$. Proporcije kućice se ne menjaju ako su faktori skaliranja isti po osama, tj. $s_x = s_y$.

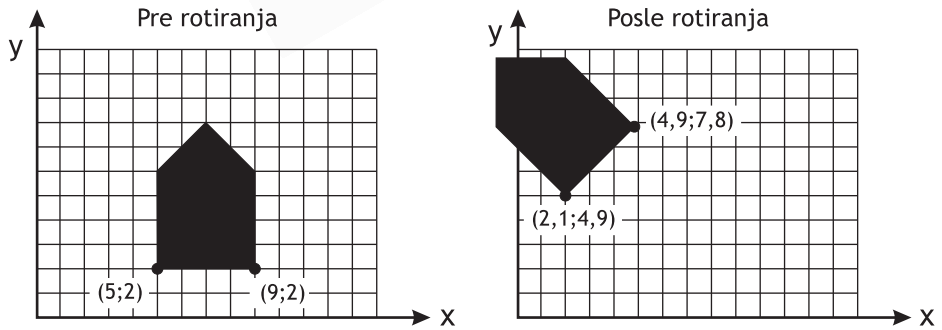
Tačke mogu da se **rotiraju** oko koordinatnog početka za neki ugao θ. Matematička definicija rotiranja je:

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta \qquad y' = x\sin\theta + y\cos\theta \tag{4.46}$$

U formi matrica izraz postaje:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad \text{ili} \qquad P' = R \cdot P \tag{4.47}$$

gde R predstavlja matricu u izrazu (4.47).



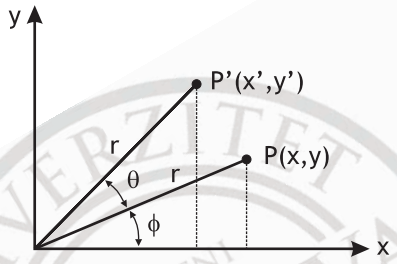
Slika 4.46. *Rotiranje*

Na slici 4.46 prikazana je rotacija kućice za 45° oko koordinatnog početka.

Pozitivne vrednosti ugla rotacije se mere u suprotnom smeru od smera kretanja kazaljke na satu, od pozitivnog smera X ose. Za negativne vrednosti (mere se u smeru kretanja kazaljke na satu) mogu jednakosti

$$\cos(-\theta) = \cos\theta \quad \text{i} \quad \sin(-\theta) = -\sin\theta$$

da se iskoriste kako bi se modifikovali izrazi (4.46) i (4.47). Izraz (4.46) je lako dobiti sa slike 4.47, gde se tačka $P(x, y)$ rotiranjem za ugao θ transformiše u tačku $P'(x', y')$.



Slika 4.47. *Jednačina rotiranja*

Zbog toga što se radi o rotiranju oko koordinatnog početka, rastojanje od koordinatnog početka do tačaka P i P′ je isto (na slici 4.47 označeno je sa r). Primenom osnovnih pravila trigonometrije, došlo se do izraza:

$$x = r\cos\phi \quad \text{i} \quad y = r\sin\phi \tag{4.48}$$

i

$$\begin{aligned} x' &= r\cos(\theta+\phi) = r\cos\phi\cos\theta - r\sin\phi\sin\theta \\ y' &= r\sin(\theta+\phi) = r\cos\phi\sin\theta + r\sin\phi\cos\theta \end{aligned} \tag{4.49}$$

Zamenom izraza (4.48) u izraz (4.49) dobija se izraz (4.46).

4.3.2. Homogene koordinate i matrice u 2D transformacijama

O matričnim prezentacijama transliranja, skaliranja i rotiranja već je bilo reči, i one imaju oblik: za transliranje $P' = P+T$, za skaliranje $P' = S\cdot P$, i za rotiranje $P' = R\cdot P$. Očigledno je da se transliranje tretira drugačije (kao zbir članova) od skaliranja i rotiranja (kao proizvod članova). Da bi se ovo pojednostavilo, ide se na to da se sve tri transformacije tretiraju identično. U tom pogledu bitnu ulogu su imale **homogene koordinate** i tu se sve transformacije tretiraju kao proizvodi. Homogene koordinate su razvijene zbog računarske grafike i najpre su primenjene tu. Razni grafički potprogrami i procesori rade primenjujući homogene koordinate i pomenute transformacije.

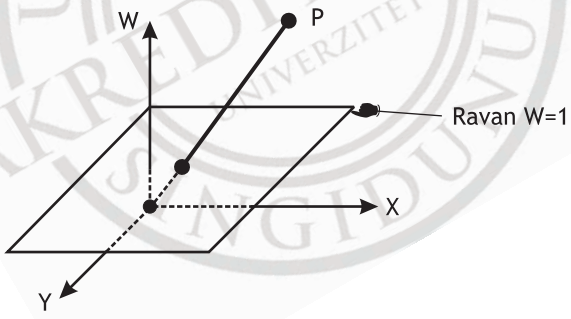
U homogenim koordinatama tačke imaju i treću koordinatu. Umesto da tačka bude prikazana parom brojeva (x, y), u homogenim koordinatama tačka je prikazana sa tri broja

(x, y, W). U isto vreme, za dve homogene koordinate (x, y, W) i (x', y', W') se kaže da su iste ako se jedna koordinata dobija množenjem druge. Tako koordinate $(2, 3, 5)$ i $(4, 6, 10)$ predstavljaju istu tačku, koja je prikazana sa dva različita kompleta brojeva. Očigledno je da svaka tačka ima neograničen broj prezentacija unutar homogenih koordinata. Važno je napomenuti da barem jedna homogena koordinata mora da bude različita od nule, što znači da **nije dozvoljena tačka (0,0,0)**. Ako je koordinata W različita od 0, onda vrednosti tačaka mogu da se podele sa tom vrednošću i da se dobije jednakost:

$$(x, y, W) = \left(\frac{x}{W}, \frac{y}{W}, 1\right)$$

Kada je $W \neq 0$, onda može da se obavi ovo deljenje i brojevi x/W i y/W se zovu *Dekartove koordinate homogenih tačaka*. Tačke sa $W = 0$ se nazivaju *tačke u beskonačnosti* i takve tačke se neće ovde razmatrati.

Uobičajeno je da tri koordinate predstavljaju tačku u 3D prostoru, ali ovde te koordinate predstavljaju tačku u 2D prostoru. Veza je sledeća: ako se uzmu u obzir sve koordinate koje predstavljaju istu tačku, sve koordinate tipa (tx, ty, tW), gde je $t \neq 0$, onda se dobija linija u 3D prostoru. Zaključak je da **svaka homogena tačka predstavlja liniju u 3D prostoru**. Ako se homogenizuju tačke (deljenjem sa W), onda se dobijaju tačke sa koordinatama $(x, y, 1)$. To znači da homogenizovane tačke formiraju ravan koja je definisana jednačinom $W = 1$ u (x, y, W) prostoru. Slika 4.48 prikazuje ovu relaciju. Tačke u bekosnačnosti nisu prikazane u ovoj ravni.



Slika 4.48. *XYW homogeni koordinatni prostor*

Kada se tako predstave homogene tačke, onda transformaciona matrica, koja množi vektor jedne tačke kako bi se dobio vektor druge tačke, mora da bude 3×3. U formi matrice 3×3 za homogene koordinate, izraz transliranja (4.41) postaje:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4.50}$$

Transponovana matrica je matrica kod koje redovi i kolone menjaju svoja mesta i kod koje mora da se zadovolji jednakost:

$$\left(A^T\right)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^T$$

Ako se primene transponovane matrice, onda je:

$$(M \cdot P)^T = P^T \cdot M^T$$

Jednačina (4.50) može da se predstavi u obliku:

$$P' = T(d_x, d_y) \cdot P \tag{4.51}$$

gde je:

$$T(d_x, d_y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.52}$$

Šta se dešava kada se tačka P translira pomoću $T(d_{x_1}, d_{x_2})$ do tačke P′, a onda se translira pomoću $T(d_{x_2}, d_{y_2})$ do tačke P″? Ono što se intuitivno očekuje je transliranje tipa $T(d_{x_1} + d_{x_2}, d_{y_1} + d_{y_2})$. Da bi se ovo potvrdilo, mora da se krene od:

$$P' = T(d_{x_1}, d_{y_1}) \cdot P \tag{4.53}$$

$$P'' = T(d_{x_2}, d_{y_2}) \cdot P' \tag{4.54}$$

Ako se izraz (4.53) zameni u izrazu (4.54), dobija se:

$$P'' = T(d_{x_2}, d_{y_2}) \cdot [T(d_{x_1}, d_{y_1}) \cdot P] = [T(d_{x_2}, d_{y_2}) \cdot T(d_{x_1}, d_{y_1})] \cdot P \tag{4.55}$$

Proizvod matrica $T(d_{x_2}, d_{y_2}) \cdot T(d_{x_1}, d_{y_1})$ je:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & d_{x_2} \\ 0 & 1 & d_{y_2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_{x_1} \\ 0 & 1 & d_{y_1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_{x_1} + d_{x_2} \\ 0 & 1 & d_{y_1} + d_{y_2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.56}$$

Očekivano transliranje je zaista tipa $T(d_{x_1} + d_{x_2}, d_{y_1} + d_{y_2})$. Ovaj proizvod matrica ima razne nazive, ali ovde će se koristiti naziv **kompozicija** matrica $T(d_{x_1}, d_{y_1})$ i $T(d_{x_2}, d_{y_2})$.

Slično ovome, jednačina skaliranja (4.14) može da se predstavi u matričnoj formi:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4.57}$$

Definisanjem

$$S(s_x, s_y) = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{4.58}$$

dobija se

$$P' = S(s_x, s_y) \cdot P \tag{4.59}$$

Kao što je ranije uspešno transliranje predstavljeno sabiranjem, ovde se očekuje da će se uspešno skaliranje predstaviti množenjem. Ako je poznato:

$$P' = S(s_{x_1}, s_{y_1}) \cdot P \tag{4.60}$$

$$P'' = S(s_{x_2}, s_{y_2}) \cdot P' \tag{4.61}$$

i ako se izraz (4.60) zameni u izrazu (4.61), onda se dobija:

$$P'' = S\left(s_{x_2}, s_{y_2}\right) \cdot \left[S\left(s_{x_1}, s_{y_1}\right) \cdot P\right] = \left[S\left(s_{x_2}, s_{y_2}\right) \cdot S\left(s_{x_1}, s_{y_1}\right)\right] \cdot P \tag{4.62}$$

Proizvod matrica $S\left(s_{x_2}, s_{y_2}\right) \cdot S(s_{x_1}, s_{y_2})$ je:

$$\begin{bmatrix} s_{x_2} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_{x_1} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{x_1} \cdot s_{x_2} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y_1} \cdot s_{y_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.63}$$

I zaista, uspešno skaliranje je predstavljeno množenjem.

Na kraju, jednačina rotiranja (4.16) može da se predstavi kao:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4.64}$$

Definisanjem

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.65}$$

dobija se

$$P' = R(\theta) \cdot P \tag{4.66}$$

Ako je poznato:

$$P' = R\left(\theta_1\right) \cdot P \tag{4.67}$$

$$P'' = R\left(\theta_2\right) \cdot P' \tag{4.68}$$

i ako se izraz (4.66) zameni u uzraz (4.67), dobija se:

$$\begin{aligned} R(\theta_1) \cdot R(\theta_2) &= \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.69}$$

Očigledno je iz izraza (4.68) da je:

$$R(\theta_1) \cdot R(\theta_2) = R(\theta_1 + \theta_2) \tag{4.70}$$

U gornjoj levoj 2×2 podmatrici u jednačini (4.65) dva reda mogu da se smatraju vektorima. Da bi vektori bili prikazani, moraju da zadovolje tri uslova:

- da je svaki vektor jedinični;

- da vektori međusobno zaklapaju ugao od 90°, tj. da su međusobno normalni; i
- da se prvi i drugi vektor rotiraju pomoću $\mathrm{R}(\theta)$ kako bi ležali duž pozitivnih smerova x i y osa (ako se poštuju prethodna dva uslova, onda to znači da determinanta podmatrice ima vrednost 1).

Prva dva uslova važe i za kolone podmatrice 2×2. Definisani pravci su zaista oni koji se poklapaju sa pozitivnim smerovima x i y osa kada se vektori zarotiraju. Ovi uslovi omogućavaju dva korisna načina za određivanje matrice rotacije kada se zna šta ta rotacija treba da omogući. Matrica koja ispunjava ove uslove naziva se **specijalna ortogonalna matrica**.

Transformaciona matrica, čija je forma

$$\begin{bmatrix} \mathrm{r}_{11} & \mathrm{r}_{12} & \mathrm{t}_{\mathrm{x}} \\ \mathrm{r}_{21} & \mathrm{r}_{22} & \mathrm{t}_{\mathrm{y}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.71}$$

i čija je gornja leva 2×2 podmatrica ortogonalna, sadrži i čuva informacije o uglovima i dužinama. Posle primene ovakve matrice, jedinična površina (jedinični kvadrat) ostaje jedinična površina, samo se menja oblik (ne dobija se ni romb ni pravougaonik). Ovakve transformacije su poznate pod nazivima **transformacije čvrstih tela (solida)** zato što se telo ili objekat transformiše, ali nema izobličenja u bilo kom pravcu. Kombinacijom matrica rotacije i translacije dolazi se do ovakve matrice.

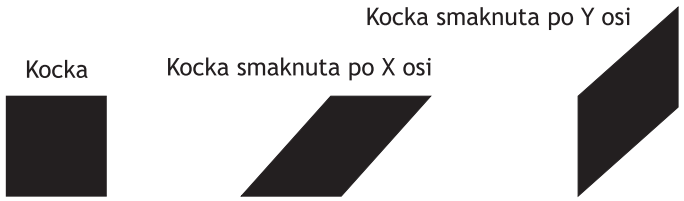
Proizvodi proizvoljnih delova matrica za transliranje, rotiranje i skaliranje nazivaju se i **afine transformacije**, jer se kod njih vodi računa o paralelnosti linija, a ne o dužinama i uglovima.

Na slici 4.49 prikazan je rezultat primene rotacije jedinične kocke za 45°, a onda je na tu kocku primenjeno neuniformno skaliranje. Očigledno je sa slike 4.49 da su paralelne linije ostale paralelne, ali uglovi i dužine nemaju više iste vrednosti. Dalje transformacije tipa rotiranja, skaliranja i transliranja ne garantuju paralelnost linija. Veličine $\mathrm{R}(\theta)$, $\mathrm{S}\left(\mathrm{s}_{\mathrm{x}}, \mathrm{s}_{\mathrm{y}}\right)$ i $\mathrm{T}\left(\mathrm{d}_{\mathrm{x}}, \mathrm{d}_{\mathrm{y}}\right)$ su, takođe, afine transformacije.



Slika 4.49. *Afine transformacije*

Još jedan tip primitivne transformacije, **transformacija smicanjem**, je, takođe, afina transformacija. Postoje dve vrste transformacije smicanjem: smicanje duž x ose i smicanje duž y ose. Slika 4.50 prikazuje efekte transformacije smicanjem duž pomenutih osa tekućeg koordinatnog sistema.



Slika 4.50. *Trasnformacija smicanjem*

Ova operacija može da se predstavi matricom

$$SH_x = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{4.72}$$

Član a u matrici smicanja predstavlja proporcionalnu konstantu, tj. koeficijent proporcionalnosti. Na primer, proizvod

$$SH_x \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x + ay & y & 1 \end{bmatrix}^T$$

jasno pokazuje srazmernu promenu u pravcu x ose kao funkciju y, tj. jasno pokazuje smicanje duž x ose. Slično ovome, matrica

$$SH_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.73}$$

definiše smicanje duž y ose.

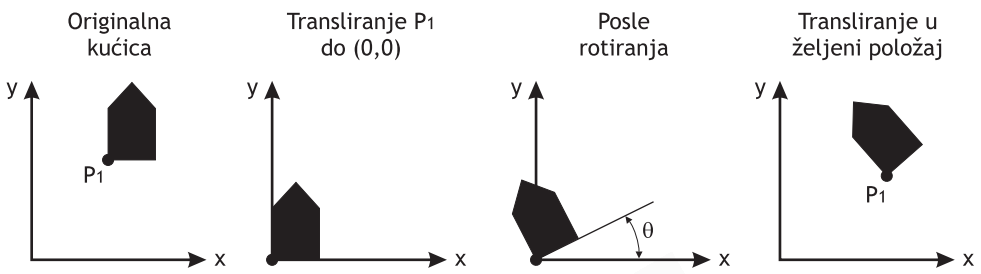
4.3.3. Kombinovanje 2D transformacija

Korisnik može da kombinuje osnovne R, S i T matrice kako bi dobio željeni rezultat. Osnovna prednost kombinovanja transformacija je u povećanju efikasnosti primenom jedne komponovane transformacije na tačku, nego promena više transformacija, jedne za drugom.

Na primer, pretpostavka je da treba zarotirati objekat oko neke tačke P_1. Uobičajeno je da se rotiranje vrši oko koordinatnog početka tekućeg koordinatnog sistema, jer većina grafičkih paketa tako i radi. Iz tog razloga se ovaj problem razbija na tri jednostavnija koraka:

1. Transliranje objekta i definisanje koordinatnog početka u tački P_1.
2. Rotiranje objekta.
3. Transliranje objekta kako bi se tačka iz koordinatnog početka vratila na poziciju P_1.

Ovaj način ilustrovan je na slici 4.51 gde se "kućica" rotira oko tačke $P_1(x_1, y_1)$. Prvo transliranje se vrši za $(-x_1, -y_1)$, dok se poslednje transliranje obavlja za inverznu vrednost (x_1, y_1). Rezultat je drugačiji nego da je obavljeno samo rotiranje oko tačke.



Slika 4.51. *Rotacija oko tačke* P_1 *za ugao* θ

Složena transformacija ima sledeći oblik:

$$TRT = T(x_1, y_1) \cdot R(\theta) \cdot T(-x_1, -y_1) \tag{4.74}$$

$$TRT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & 0 \\ sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_1 \\ 0 & 1 & -y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.75}$$

$$TRT = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & x_1(1-cos\theta) + y_1 sin\theta \\ sin\theta & cos\theta & y_1(1-cos\theta) - x_1 sin\theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.76}$$

Sličan pristup primenjuje se kada korisnik hoće da skalira objekat oko zadate tačke P_1. Najpre treba translirati objekat da se tačka P_1 poklopi sa koordinatnim početkom, nakon toga se objekat skalira i, na kraju, objekat se translira nazad u tačku P_1. U takvom slučaju, složena transformacija ima sledeći oblik:

$$TST = T(x_1, y_1) \cdot S(s_x, s_y) \cdot T(-x_1, -y_1) \tag{4.77}$$

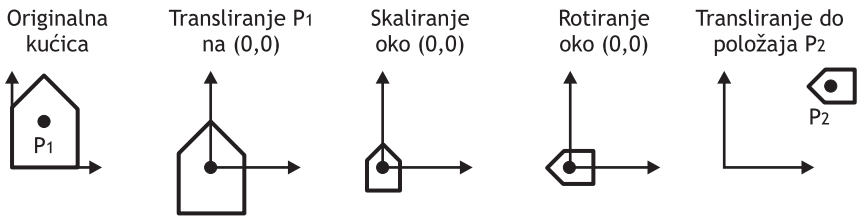
$$TST = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_1 \\ 0 & 1 & -y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.78}$$

$$TST = \begin{bmatrix} s_x & 0 & x_1(1-s_x) \\ 0 & s_y & y_1(1-s_y) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.79}$$

Ako korisnik hoće da skalira, rotira i translira kućicu sa tačkom P_1 kao centrom skaliranja i rotiranja, kao što je to prikazano na slici 4.52, onda je postupak sledeći: najpre se translira kućica i to tako da se tačka P_1 poklopi sa koordinatnim početkom, nakon toga se skalira i rotira i, na kraju, vrši se transliranje kućice iz koordinatnog početka do nove tačke P_2, gde je završna pozicija.

Ovakva transformacija mora da sadrži faktor(e) skaliranja, ugao rotacije, kao i pomeraje tokom transliranja, tako da ova složena transformacija ima sledeći oblik:

$$TRTS = T(x_2, y_2) \cdot R(\theta) \cdot S(s_x, s_y) \cdot T(-x_1, -y_1) \tag{4.80}$$



Slika 4.52. *Translacija, skaliranje i rotacija kućice do željenog položaja*

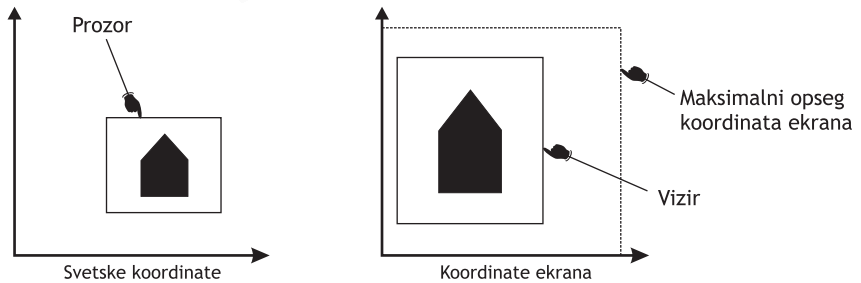
4.3.4. Transformacija prozor/vizir

U računarskoj grafici **prozor** (engleski naziv je *Window*) je deo ekrana u aplikativnim i grafičkim interfejsima koji može da sadrži sopstveni dokumenat ili poruku. U okruženjima zasnovanim na prozorima, ekran može da se podeli na nekoliko okana tako da svaki od njih ima svoje granice i da sadrži različit dokument (ili različit prikaz istog dokumenta). Izraz **vizir** (engleski naziv je *Viewport*) u računarskoj grafici predstavlja određeni pregled (na) dokument(a) ili sliku(e). Vizir je sličan prozoru, ali se u njemu obično vidi samo deo dokumenta ili grafičke slike, i iz određene tačke posmatranja.

Neki grafički paketi zahtevaju da se definišu izlazne koordinate u svetskom koordinatnom sistemu (WCS-u), i to u različitim jedinicama: mikronima, metrima, miljama, svetlosnim godinama itd. Termin svetski se koristi, jer je to okruženje koje aplikacija stvara i prikazuje korisniku.

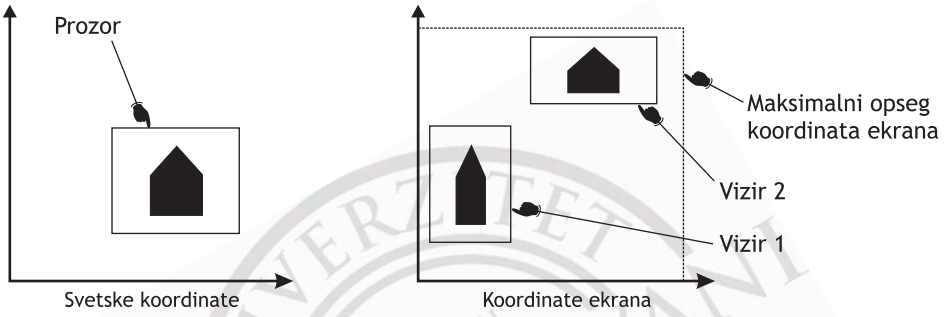
Ako se definišu izlazne koordinate kao svetske koordinate, onda grafički potprogrami moraju da konvertuju te koordinate u ekranske koordinate. Pretvaranje jednih u druge koordinate može da se obavi na dva načina:

- Prvi način je da programer definiše transformacionu matricu koja će izvršiti redirekciju ekranskih koordinata u svetske, i obrnuto.
- Drugi način je da programer definiše pravougaonu površinu u svetskom koordinatnom sistemu i pravougaonu površinu u ekranskom koordinatnom sistemu, tj. u viziru, u koji će se mapirati sadržina prozora u svetskom koordinatnom sistemu. Transformacije prenosa iz prozora u svetskom koordinatnom sistemu u vizir u ekranskom koordinatnom sistemu primenjuju se na sve objekte prilikom mapiranja, iz prozora u vizir. Slika 4.53 prikazuje ovaj koncept.



Slika 4.53. *Prebacivanje iz prozora u vizir*

Kao što se vidi sa slike 4.53, ako nije isti odnos visine (po y osi) i širine (po x osi) prozora i vizira, onda se pojavljuje skaliranje objekata sa različitim faktorima skaliranja po svakoj osi. To znači da se objekti u viziru deformišu. Ako aplikacioni program menja prozor ili vizir, onda se te promene manifestuju i na objekte unutar tih površina. Ako se vrši prebacivanje iz prozora u više različitih vizira, onda se transformacije primenjuju za svaki vizir posebno i na osnovu geometrije. To znači da su objekti različiti u vizirima različitih dimenzija (slika 4.54).



Slika 4.54. *Prebacivanje iz prozora u više vizira*

Ako su poznate dimenzije prozora i vizira, kako izgleda transformaciona matrica koja mapira sadržinu prozora u svetskom koordinatnom sistemu u sadržinu vizira u ekranskom koordinatnom sistemu? Ova matrica može da se razvije kao složena matrica koja obavlja tri koraka, kao što je to prikazano na slici 4.55.

Prozor, koji je definisan donjim levim i gornjim desnim temenom, se, najpre, translira u koordinatni početak svetskog koordinatnog sistema. Sledeći korak je da se prozor skaliranjem svede na veličinu vizira. Na kraju se vrši transliranje vizira kako bi se pozicionirao u finalni položaj. Složena matrica M_{wv} definisana je kao:

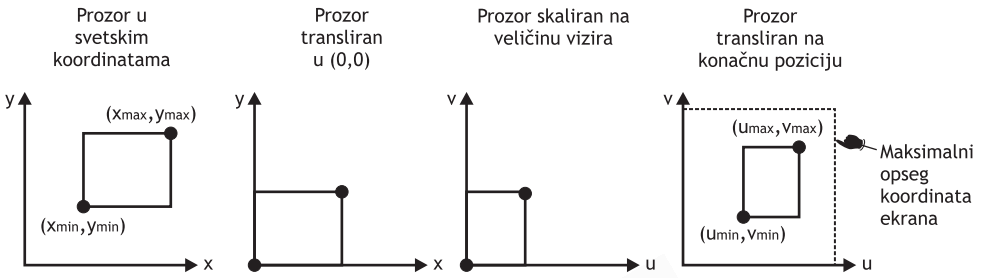
$$M_{wv} = T(u_{min}, v_{min}) \cdot S\left(\frac{u_{max} - u_{min}}{x_{max} - x_{min}}\right) \cdot T(-x_{min}, -y_{min})$$

gde je:

$$T(u_{min}, v_{min}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & u_{min} \\ 0 & 1 & v_{min} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S\left(\frac{u_{max} - u_{min}}{x_{max} - x_{min}}\right) = \begin{bmatrix} \frac{u_{max} - u_{min}}{x_{max} - x_{min}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v_{max} - v_{min}}{y_{max} - y_{min}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T(-x_{min}, -y_{min}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_{min} \\ 0 & 1 & -y_{min} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Slika 4.55. *Tri koraka za prebacivanje iz prozora u vizir*

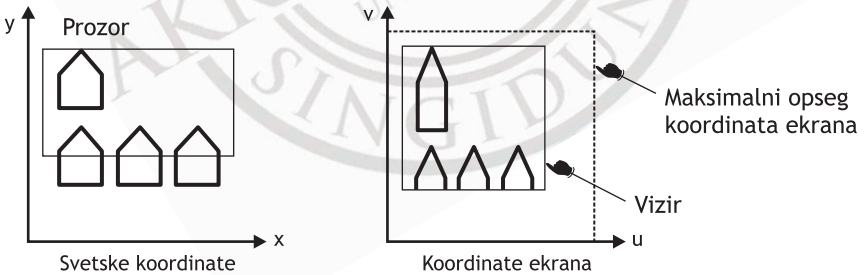
Konačan izgled složene matrice je:

$$M_{wv} = \begin{bmatrix} \frac{u_{max}-u_{min}}{x_{max}-x_{min}} & 0 & -x_{max}\frac{u_{max}-u_{min}}{x_{max}-x_{min}} + u_{min} \\ 0 & \frac{v_{max}-v_{min}}{y_{max}-y_{min}} & -y_{min}\frac{v_{max}-v_{min}}{y_{max}-y_{min}} + v_{min} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.81}$$

Množenjem matrice M_{wv} sa $\begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix}^T$ dolazi se do željenog rezultata:

$$P = \begin{bmatrix} (x - x_{min})\frac{u_{max}-u_{min}}{x_{max}-x_{min}} + u_{min} & (y - y_{min})\frac{v_{max}-v_{min}}{y_{max}-y_{min}} + v_{min} & 1 \end{bmatrix}$$

Mnogi grafički paketi kombinuju transformaciju na relaciji prozora i vizira sa isecanjem objekata u prozoru sa svetskim koordinatnim sistemom. Ovaj koncept isecanja će biti naknadno obrađen. Na slici 4.56 ilustrovano je isecanje sadržine prozora i njeno prikazivanje u viziru.



Slika 4.56. *Isecanje objekata u prozoru i njihovo prikazivanje u viziru*

4.3.5. Efikasnost

Većina kompozicija R, S i T operacija proizvode matricu čija je forma:

$$M = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{4.82}$$

Gornja leva podmatrica 2×2 predstavlja kompozitnu matricu rotiranja i skaliranja, gde t_x i t_y predstavljaju komponente kompozitnog transliranja. Ako se računa $M \cdot P$ kao

vektor koji se množi matricom 3×3, onda se pojavljuje 6 sabiranja i 9 množenja. Pošto su vrednosti poslednjeg reda matrice u jednačini (4.81) fiksne, onda to pojednostavljuje operacije:

$$\begin{aligned} x' &= x \cdot r_{11} + y \cdot r_{12} + t_x \\ y' &= x \cdot r_{21} + y \cdot r_{22} + t_y, \end{aligned} \tag{4.83}$$

i dolazi se do 4 sabiranja i 4 množenja. Na ovaj način se povećava brzina rada, posebno kada treba primeniti ove operacije na hiljade tačaka po slici. Matrice 3×3 su korisne za komponovanje 2D transformacija, ali je efikasnije koristiti finalne matrice za specijalne i specifične strukture podataka.

Još jedna oblast gde je efikasnost bitna je stvaranje potrebnih pogleda na objekat ili objekte, kao što su molekuli ili avion, gde se svaki pogled rotira za nekoliko stepeni. Ako treba kreirati i prikazati svaki pogled dovoljno brzo (od 30 do 100 milisekundi svaki), onda će se objekti prikazivati i rotirati dinamički. Da bi se povećala brzina prikazivanja, korisnik mora da obezbedi brzo transformisanje svake tačke i linije na objektu ili objektima. Jednačine rotiranja (4.46) zahtevaju 4 množenja i 2 sabiranja. Treba smanjiti ove operacije, i to reorganizujući jednačine: ugao θ je mali (nekoliko stepeni), tako da je $\cos\theta \cong 1$. Ovakvom aproksimacijom, jednačine (4.46) postaju:

$$x' = x - y\sin\theta \qquad y' = x\sin\theta + y \tag{4.84}$$

i za njihovo rešavanje treba 2 množenja i 2 sabiranja. Neutralisanje 2 množenja doprinosi brzini rada računara.

Jednačine (4.84) donose aproksimaciju samo vrednosti x' i y', što znači da je greška mala. Svaki put kada se jednačine primenjuju na nove vrednosti x i y, greška postaje veća. Ako se ove jednačine primenjuju mnogo puta, greška postaje ozbiljna i rotiranje slike počinje da liči na kolekciju proizvoljno nacrtanih linija. Ako se posmatraju jednačine (4.84), onda je bolje da se koristi x' umesto x u drugoj jednačini:

$$\begin{aligned} x' &= x - y\sin\theta \\ y' &= x'\sin\theta + y = (x - y\sin\theta)\sin\theta + y = x\sin\theta + y\,(1 - \sin^2\theta) \end{aligned} \tag{4.85}$$

Ovo je bolja transformacija nego što su to jednačine (4.84), jer determinanta odgovarajuće matrice 2×2 ima vrednost 1, što znači da vrednosti transformisane jednačinama (4.85) nisu promenjene.

4.3.6. Matrice u 3D transformacijama

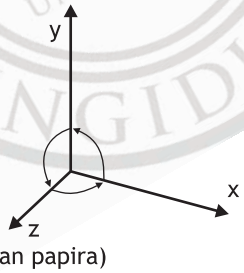
Kao što je pokazano, 2D transformacije mogu da budu prikazane 3×3 matricama kada se koriste homogene koordinate, tako i 3D transformacije (ako se koriste homogene koordinate) mogu da budu prikazane 4×4 matricama. Umesto da se prikazuje u formi (x, y, z), tačka će se prikazivati u formi (x, y, z, W). U isto vreme, za dve homogene koordinate (x, y, z, W) i (x', y', z', W') kaže se da su iste ako se jedna koordinata dobija množenjem druge. Tako koordinate $(2, 3, 5, 1)$ i $(4, 6, 10, 2)$ predstavljaju istu tačku, koja je prikazana

sa dva različita skupa brojeva. Očigledno je da svaka tačka može da se predstavi na bezbroj načina unutar homogenih koordinata. Pored toga, barem jedna homogena koordinata mora da bude različita od nule, što znači da **nije dozvoljena tačka (0,0,0,0)**. Ako je koordinata W različita od 0, onda vrednosti tačaka mogu da se podele sa tom vrednošću, što daje jednakost:

$$(x, y, z, W) = \left(\frac{x}{W}, \frac{y}{W}, \frac{z}{W}, 1\right).$$

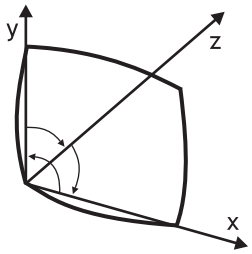
Transformisanje tačaka u ovaj oblik naziva se **homogenizacija**. Sve tačke čije su koordinate $W = 0$ nazivaju se *tačkama u beskonačnosti*. Svaka tačka u 3D prostoru je predstavljena linijom kroz koordinatni početak 4D prostora, a homogenizovana prezentacija ovih tačaka u formi 3D potprostora 4D prostora, predstavljena je jedinstvenom jednačinom $W = 1$.

Kod 3D koordinatnog sistema, koji se ovde koristi, važi pravilo desne ruke, kako je prikazano na slici 4.57. Kako je usvojeno, pozitivno rotiranje u desnom koordinatnom sistemu je takvo da kada korisnik stoji na pozitivnom delu ose i gleda ka koordinatnom početku, rotiranjem za $90°$ u smeru suprotnom od smera kretanja kazaljke na satu, pozitivni smer jedne ose se pretvara u pozitivni smer druge ose. Sledeća pravila proizilaze iz ove konvencije: ako je osa rotacije x osa, onda je pozitivan smer rotacije od ose y ka osi z; ako je osa rotacije y osa, onda je pozitivan smer rotacije od ose z ka osi x; i ako je osa rotacije z osa, onda je pozitivan smer rotacije od ose x ka osi y. Postoji još jedna definicija, koja je odomaćena kod nas. Ako korisnik stegne pesnicu i palac poklopi sa pozitivnim smerom ose, onda prsti stegnute pesnice pokazuju pozitivan smer rotacije oko te ose. Ove dve definicije, u stvari, govore isto.



Slika 4.57. *Desni koordinatni sistem*

Ovde se koriste desni koordinatni sistemi, jer je to standardna matematička konvencija mada mnogi misle da su bolji levi koordinatani sistemi (slika 4.58), jer je kod ovakvih koordinatnih sistema pozitivan smer z ose od korisnika, što je prirodnije. Usvojeno je da je pozitivno rotiranje u levom koordinatnom sistemu takvo da, kada korisnik stoji na pozitivnom delu ose i gleda ka koordinatnom početku, obavlja se rotiranje za $90°$ u smeru kretanja kazaljke na satu. Ovakva definicija pozitivne rotacije omogućava primenu istih matrica rotacije, bez obzira na to da li se radi o levim ili desnim koordinatnim sistemima. Konverzija levog koordinatnog sistema u desni i desnog koordinatnog sistema u levi biće kasnije objašnjena.



Slika 4.58. *Levi koordinatni sistem*

Transliranje u 3D predstavlja jednostavno proširenje matrice za 2D transformacije:

$$T(d_x, d_y, d_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.86}$$

U tom slučaju je:

$$T(d_x, d_y, d_z) \cdot \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x + d_x & y + d_y & z + d_z & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Skaliranje u 3D predstavlja jednostavno proširenje matrice za 2D transformacije:

$$S(s_x, s_y, s_z) = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.87}$$

U tom slučaju je:

$$S(s_x, s_y, s_z) \cdot \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} s_x \cdot x & s_y \cdot y & s_z \cdot z & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Jednačina (4.66), kojom je opisano rotiranje u ravni, predstavlja 3D rotiranje oko z ose, gde je:

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.88}$$

Ovo je lako dokazati. Ako se izvrši rotacija $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ za $90°$, što predstavlja jedinični vektor duž x ose, dolazi se do jediničnog vektora $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ duž y ose. Ako se ovo prikaže brojkama, onda proizvod

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

daje očekivani rezultat $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Matrica koja opisuje rotiranje oko x ose je:

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{4.89}$$

Matrica koja opisuje rotiranje oko y ose je:

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.90}$$

Kolone i redovi u gornjim 3×3 podmatricama matrica $R_x(\theta)$, $R_y(\theta)$ i $R_z(\theta)$ predstavljaju normalne jedinične vektore i te podmatrice imaju vrednost determinante 1, što znači da su tri matrice ortogonalne, o čemu je već bilo reči. Sve tri transformacione matrice imaju inverzne matrice. Inverzna T matrica dobija se postavljanjem negativnih vrednosti d_x, d_y i d_z; inverzna S matrica se dobija postavljanjem recipročnih vrednosti s_x, s_y i s_z; inverzne R_x, R_y i R_z matrice dobijaju se postavljanjem negativne vrednosti ugla rotacije.

Neograničen broj matrica transliranja, skaliranja i rotiranja može da se množi. Rezultat tog množenja je proizvod koji uvek ima sledeću formu:

$$M = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{4.91}$$

Kao što je to bio slučaj u 2D transformacijama, gornja leva 3×3 podmatrica R prikazuje skupno rotiranje i skaliranje, gde T prikazuje složeno transliranje. Radi poboljšanja efikasnosti neki računarski programi preporučuju transformacije eksplicitno u formi:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = r \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + T, \tag{4.92}$$

gde su R i T podmatrice iz jednačine (4.91).

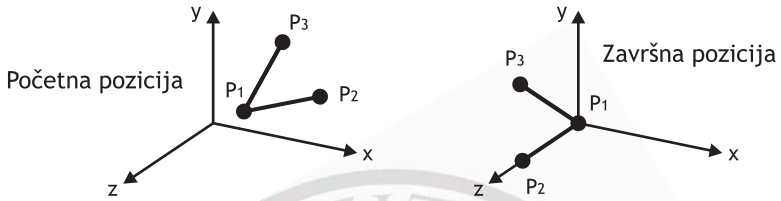
Dvodimenzionalnoj matrici smicanja odgovara 3D matrica smicanja. Smicanje (x, y) je:

$$SH_{xy}\,(sh_x, sh_y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & sh_x & 0 \\ 0 & 1 & sh_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.93}$$

Ako se izraz (1.53) za SH_{xy} primeni na tačku $\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix}^T$, onda se dobija kao odgovor $\begin{bmatrix} x + sh_x \cdot z & y + sh_y \cdot z & z & 1 \end{bmatrix}$. Smicanja u pravcu x i y ose imaju sličnu formu.

4.3.7. Kombinovanje 3D transformacija

Sledi primer komponovanja 3D transformacione matrice. Trebalo bi transformisati duži P_1P_2 i P_2P_3 na slici 4.59, od početne do završne pozicije. Najpre treba tačku P_1 translirati u koordinatni početak, duž P_1P_2 treba da leži na pozitivnom delu z ose i duž P_1P_3 treba da leži u yz ravni, u delu koji obrazuju pozitivni smerovi osa y i z. Dužine duži nisu bitne za ove transformacije.



Slika 4.59. *Transformisanje tačaka od početnog do krajnjeg položaja*

Postoje dva načina da se ove transformacije predstave. Prvi način je komponovanje primitivnih transformacija T, R_x, R_y i R_z. Ovaj način je duži, ali se lako ilustruje i razume. Drugi način je korišćenje osobina ortogonalnih matrica, što je brže, ali i kompleksnije.

Rad sa primitivnim transformacijama je jednostavniji i sastoji se od razbijanja problema na jednostavnije faze. U ovom slučaju željena transformacija može da se odradi u četiri koraka: 1) transliranje tačke P_1 u koordinatni početak; 2) rotiranje oko y ose kako bi duž P_1P_2 ležala u yz ravni; 3) rotiranje oko x ose kako bi duž P_1P_2 legla na pozitivan deo z ose; i 4) rotiranje oko z ose kako bi duž P_1P_3 legla u specificirani deo yz ravni. Slede detaljna objašnjenja svakog pojedinačnog koraka.

Korak 1: Transliranje tačke P_1 u koordinatni početak. Translacija je:

$$T(-x_1,-y_1,-z_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_1 \\ 0 & 1 & 0 & -y_1 \\ 0 & 0 & 1 & -z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{4.94}$$

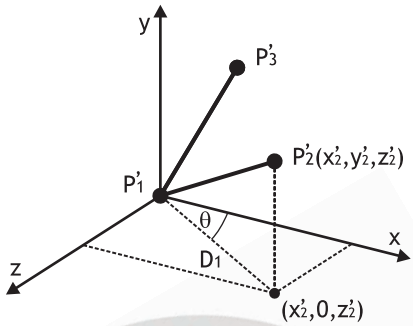
Primenom T na tačke P_1, P_2 i P_3 dobija se:

$$P_1' = T(-x_1,-y_1,-z_1)\cdot P_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{4.95}$$

$$P_2' = T(-x_1,-y_1,-z_1)\cdot P_2 = \begin{bmatrix} x_2-x_1 \\ y_2-y_1 \\ z_2-z_1 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{4.96}$$

$$P_3' = T(-x_1,-y_1,-z_1)\cdot P_3 = \begin{bmatrix} x_3-x_1 \\ y_3-y_1 \\ z_3-z_1 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{4.97}$$

Korak 2: Rotacija oko y ose. Slika 4.60 pokazuje položaj duži P_1P_2 posle prvog koraka, sa projekcijama ove duži na xz ravan.



Slika 4.60. *Rotacija oko y ose*

Ugao rotacije je $-(90-\theta) = \theta - 90$. Tada je:

$$\begin{aligned} \cos(\theta - 90) &= \sin\theta = \frac{z_2'}{D_1} = \frac{z_2 - z_1}{D_1} \\ \sin(\theta - 90) &= -\cos\theta = -\frac{x_2'}{D_1} = -\frac{x_2 - x_1}{D_1} \end{aligned} \tag{4.98}$$

gde je

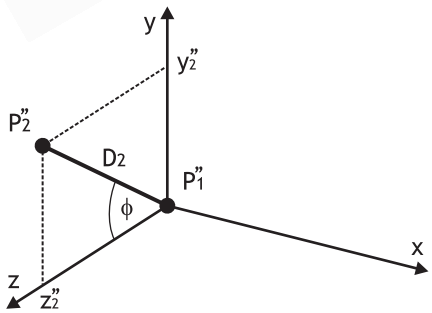
$$D_1 = \sqrt{(z_2')^2 + (x_2')^2} = \sqrt{(z_2 - z_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} \tag{4.99}$$

Kada se ove vrednosti zamene u izraz (4.90), dobija se:

$$P_2'' = R_y\,(\theta - 90) \cdot P_2' = \begin{bmatrix} 0 & y_2 - y_1 & D_1 & 1 \end{bmatrix}^T. \tag{4.100}$$

Kao što se i očekivalo, x komponenta tačke P_2'' je jednaka nuli, a z komponenta predstavlja dužinu D_1.

Korak 3: Rotacija oko x ose. Slika 4.61 pokazuje duž P_1P_2 posle primenjenog drugog koraka.



Slika 4.61. *Rotacija oko x ose*

Za ugao rotacije ϕ sledi:

$$\cos\phi = \frac{z_2''}{D_2} \qquad \sin\phi = \frac{y_2''}{D_2} \tag{4.101}$$

gde $D_2 = |P_1''P_2''|$ predstavlja dužinu duži $P_1''P_2''$. Dužina duži $P_1''P_2''$ je jednaka dužini duži P_1P_2 zato što transformacija rotacijom i translacijom ne utiče na dužinu, tako da je:

$$D_2 = |P_2''P_1''| = |P_2P_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \tag{4.102}$$

Rezultat rotacije u trećem koraku je:

$$\begin{aligned} P_2''' &= R_x(\phi) \cdot P_2'' = R_x(\phi) \cdot R_y(\theta - 90) \cdot P_2' = \\ &= R_x(\phi) \cdot R_y(\theta - 90) \cdot T \cdot P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & |P_1P_2| & 1 \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \tag{4.103}$$

Na ovaj način se dolazi do toga da se duž P_1P_2 poklapa sa pozitivnim smerom z ose.

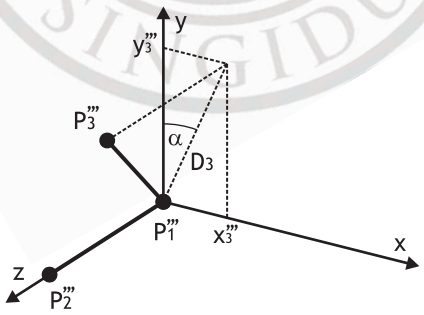
Korak 4: Rotacija oko z ose. Slika 4.62 prikazuje duži P_1P_2 i P_1P_3 posle trećeg koraka, sa tačkom P_2''' na z osi i sa tačkom P_3''' na poziciji:

$$P_3''' = \begin{bmatrix} x_3''' & y_3''' & z_3''' & 1 \end{bmatrix}^T = R_x(\phi) \cdot R_y(\theta - 90) \cdot T(-x_1, -y_1, -z_1) \cdot P_3 \tag{4.104}$$

Izvršena je rotacija za ugao α, gde je:

$$\cos\alpha = \frac{y_3'''}{D_3} \qquad \sin\alpha = \frac{x_3'''}{D_3} \qquad D_3 = \sqrt{x_3'''^2 + y_3'''^2} \tag{4.105}$$

Rezultati četvrtog koraka već su prikazani na slici 4.59 u završnom položaju.



Slika 4.62. *Rotacija oko z ose*

Kompozitna matrica

$$R_z(\alpha) \cdot R_x(\phi) \cdot R_y(\theta - 90) \cdot T(-x_1, -y_1, -z_1) = R \cdot T \tag{4.106}$$

definiše tražene transformacije, s tim što je $R = R_z(\alpha) \cdot R_x(\phi) \cdot R_y(\theta - 90)$. Sada treba ovu transformaciju primeniti na tačke P_1, P_2 i P_3 kako bi se verifikovale predviđene izmene: tačka P_1 je transformisana u koordinatni početak, tačka P_2 je transformisana da leži na

pozitivnom delu z ose, a tačka P_3 je transformisana da leži u delu yz ravni koji formiraju pozitivni delovi y i z ose.

Drugi način za dobijanje matrice R je korišćenjem osobina ortogonalnih matrica. Ako se u matrici u jednačini (4.91) preimenuju indeksi (drugi po redu) po usvojenoj konvenciji, dolazi se do:

$$R = \begin{bmatrix} r_{1x} & r_{2x} & r_{3x} \\ r_{1y} & r_{2y} & r_{3y} \\ r_{1z} & r_{2z} & r_{3z} \end{bmatrix}. \tag{4.107}$$

Pošto je R_z jedinični vektor duž P_1P_2, onda će se izvršiti rotacija ka pozitivnom smeru z ose:

$$R_z = \begin{bmatrix} r_{1z} & r_{2z} & r_{3z} \end{bmatrix}^T = \frac{P_1P_2}{|P_1P_2|} \tag{4.108}$$

Sledi da je R_x jedinični vektor koji je normalan na ravni P_1, P_2 i P_3 i treba ga zarotirati do pozitivnog dela x ose, tako da R_x mora biti normalizovan proizvodom dva vektora u ravni:

$$R_x = \begin{bmatrix} r_{1x} & r_{2x} & r_{3x} \end{bmatrix}^T = \frac{P_1P_3 \times P_1P_2}{|P_1P_3 \times P_1P_2|} \tag{4.109}$$

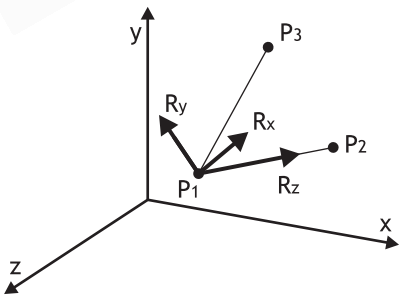
Konačno,

$$R_y = \begin{bmatrix} r_{1y} & r_{2y} & r_{3y} \end{bmatrix}^T = R_z \times R_x \tag{4.110}$$

će rotirati do pozitivnog dela x ose. Kompozitna (složena) matrica ima oblik:

$$\begin{bmatrix} r_{1x} & r_{2x} & r_{3x} & 0 \\ r_{1y} & r_{2y} & r_{3y} & 0 \\ r_{1z} & r_{2z} & r_{3z} & 0 \end{bmatrix} \cdot T(-x_1, -y_1, -z_1) = R \cdot T, \tag{4.111}$$

gde su R i T isti kao u jednačini (4.106). Na slici 4.63 prikazani su individualni vektori R_x, R_y i R_z. Kao što je već rečeno, postoje dva načina da se transformacije predstave. Prvi način je komponovanje primitivnih transformacija, s tim što je ovo duži način, ali se lako ilustruje i razume. Drugi način je pomoću ortogonalnih matrica, što je brže, ali i kompleksnije.



Slika 4.63. *Jedinični vektori* R_x, R_y *i* R_z

4.3.8. Transformacije kao promene koordinatnog sistema

Do sada je bilo govora o transformacijama jednog skupa tačaka nekog objekta, u drugi skup tačaka, ali oba skupa tačaka su se nalazila u istom koordinatnom sistemu. Sa takvim pristupom koordinatni sistem ostaje nepromenjen i objekat se transformiše u odnosu na koordinatni početak tekućeg koordinatnog sistema. Alternativni, ali i ekvivalentni način razmišljanja o transformacijama je promena i izmena koordinatnog sistema. Ovaj način je koristan kada se radi sa više objekata, gde je svaki objekat definisan u sopstvenom lokalnom koordinatnom sistemu, i kada treba te objekte iskombinovati, a zatim i izraziti koordinate objekata u jedinstvenom, globalnom koordinatnom sistemu.

Ako se sa $P^{(i)}$ definiše prezentacija tačke u koordinatnom sistemu i, sa $P^{(j)}$ se definiše prezentacija tačke u koordinatnom sistemu j, i sa $P^{(k)}$ se definiše prezentacija tačke u koordinatnom sistemu k, onda važi:

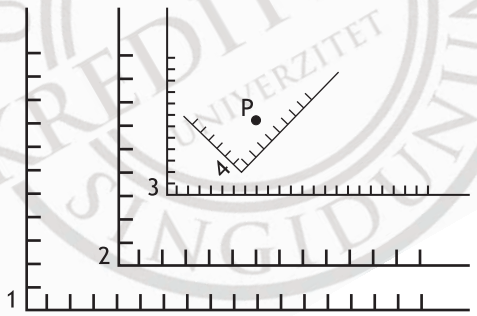
$$P^{(i)} = M_{i\leftarrow j} \cdot P^{(j)} \quad \text{i} \quad P^{(j)} = M_{j\leftarrow k} \cdot P^{(k)} \tag{4.112}$$

Zamenom se dobija

$$P^{(i)} = M_{i\leftarrow j} \cdot P^{(j)} = M_{i\leftarrow j} \cdot M_{j\leftarrow k} \cdot P^{(k)} = M_{i\leftarrow k} \cdot P^{(k)}, \tag{4.113}$$

tako da sledi

$$M_{i\leftarrow k} = M_{i\leftarrow j} \cdot M_{j\leftarrow k}. \tag{4.114}$$



Slika 4.64. *Tačka P i koordinatni sistemi 1, 2, 3 i 4*

Slika 4.64 prikazuje četiri različita koordinatna sistema. Ako se obrati pažnja na sliku, vidi se da je transformacija od koordinatnog sistema 2 do koordinatnog sistema 1:

$$M_{1\leftarrow 2} = T\,(4, 2)$$

Slično ovome, sledi:

$$\begin{aligned} M_{2\leftarrow 3} &= T\,(2, 3) \cdot S\,(0,5; 0,5) \\ M_{3\leftarrow 4} &= T\,(6,7; 1,8) \cdot R\,(-45^\circ) \\ M_{1\leftarrow 3} &= M_{1\leftarrow 2} \cdot M_{2\leftarrow 3} T\,(4, 2) \cdot T\,(2, 3) \cdot S\,(0,5; 0,5) \end{aligned}$$

Sa slike 4.64 je jasno da tačka P ima sledeće koordinate:

$$P^{(1)} = (10, 8) \quad P^{(2)} = (6, 6) \quad P^{(3)} = (8, 6) \quad P^{(4)} = (4, 2)$$

od koordinatnog sistema 1 do koordinatnog sistema 4, respektivno. Veoma je lako verifikovati da je:

$$P^{(i)} = M_{i\leftarrow j} \cdot P^{(j)} \quad \text{za } 1 \leq i, j \leq 4.$$

Treba registrovati i sledeću relaciju:

$$M_{i\leftarrow j} = M^{-1}_{j\leftarrow i}$$

Odatle sledi

$$M_{2\leftarrow 1} = M^{-1}_{1\leftarrow 2} = T(-4, -2)$$

i zbog toga je:

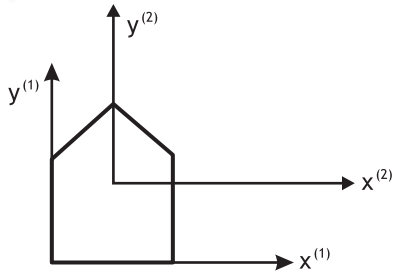
$$\begin{aligned} M_{1\leftarrow 3} &= M_{1\leftarrow 2} \cdot M_{2\leftarrow 3}, \\ M^{-1}_{1\leftarrow 3} &= M^{-1}_{2\leftarrow 3} \cdot M^{-1}_{1\leftarrow 2} = M_{3\leftarrow 2} \cdot M_{2\leftarrow 1} \end{aligned}$$

Već je bilo reči o levim i desnim koordinatnim sistemima. Matrica koja konvertuje tačke iz jednog koordinatnog sistema (levog ili desnog) u drugi (levi ili desni) ima oblik:

$$M_{R\leftarrow L} = M_{L\leftarrow R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.115}$$

Ranije je spominjan sledeći pristup: definisanje objekata se vršilo u svetskom koordinatnom sistemu, a onda se vršilo njihovo transformisanje na željena mesta; ovo je malo nerealističan pristup, jer su svi objekti, inicijalno, smeštani jedan iznad drugog u istom koordinatnom sistemu. Mnogo je prirodnije da se razmišlja kako je svaki objekat definisan u sopstvenom koordinatnom sistemu, a onda se vrši skaliranje, rotiranje i transliranje kako bi se redefinisale koordinate koje bi odgovorale svetskom koordinatnom sistemu. Neki ovakav pristup posmatraju kao posebne listove papira, sa objektima na njima, koji mogu da se skupljaju, razvlače, rotiraju i smeštaju na ravan sa aktivnim svetskim koordinatnim sistemom. Drugi ovakav pristup posmatraju kao mogućnost da se ravan razvlači, skuplja i relativno premešta u odnosu na svaki papir. Matematički, oba gledišta su identična.

Sledi jednostavan primer transliranja skupa tačaka, koje definišu kućicu prikazanu na slici 4.65, u koordinatni početak. Ova transformacija je definisana kao $T(-x_1, -y_1)$.

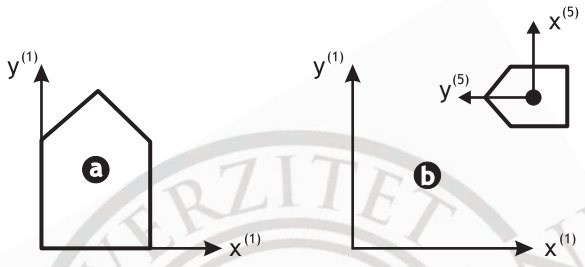


Slika 4.65. *Kućica i dva koordinatna sistema*

Ako se označe dva koordinatna sistema kao na slici 4.65, vidi se da transformacija koja prevodi koordinatni sistem 1 u koordinatni sistem 2 ima oblik:

$$M_{2\leftarrow 1} = T(x_1, y_1) = T(-x_1, -y_1)^{-1}.$$

Generalno pravilo je da transformacije koje transformišu set tačaka u jednom koordinatnom sistemu upravo odgovaraju inverznim transformacijama prilikom promene koordinatnog sistema u kojima su tačke predstavljene. Ova relacija može da se vidi na slici 4.66, a direktno proističe iz slike 4.52.



Slika 4.66. *Originalna i transformisana kućica*

Transformacije za predstavljene tačke u jedinstvenom koordinatnom sistemu su:

$$T(x_2, y_2) \cdot R(\theta) \cdot S(s_x, s_y) \cdot T(-x_1, -y_1) \tag{4.116}$$

Sa slike 4.66 vidi se da transformacija koordinatnog sistema ima oblik:

$$\begin{aligned} M_{5\leftarrow 1} &= M_{5\leftarrow 4} M_{4\leftarrow 3} M_{3\leftarrow 2} M_{2\leftarrow 1} = \\ &= [T(x_2, y_2) \cdot R(\theta) \cdot S(s_x, s_y) \cdot T(-x_1, -y_1)]^{-1} = \\ &= T(x_1, y_1) \cdot R(-\theta) \cdot S(s_x^{-1}, s_y^{-1}) \cdot T(-x_2, -y_2), \end{aligned} \tag{4.117}$$

tako da je

$$P^{(5)} = M_{5\leftarrow 1} P^{(1)} = T(x_1, y_1) \cdot R(-\theta) \cdot S(s_x^{-1}, s_y^{-1}) \cdot T(-x_2, -y_2) \cdot P^{(1)} \tag{4.118}$$

Za transformacije koordinatnih sistema važna je promena transformacija. Neka oznaka $Q^{(j)}$ predstavlja transformaciju u koordinatnom sistemu j, i mogla bi da bude, na primer, složena (kompozitna) transformacija dobijena u nekom prethodnom koraku. Ako je potrebno izračunati transformaciju $Q^{(i)}$ u koordinatnom sistemu i koja se primenjuje na tačke $P^{(i)}$ u sistemu i koja treba da proizvede iste rezultate kao kada se transformacija $Q^{(j)}$ primeni na odgovarajuće tačke $P^{(j)}$ u sistemu j, onda za takvu jednakost važi sledeći izraz:

$$Q^{(i)} \cdot P^{(i)} = M_{i\leftarrow j} \cdot Q^{(j)} \cdot P^{(j)}$$

Zamenom

$$P^{(i)} = M_{i\leftarrow j} \cdot P^{(j)}$$

gornji izraz postaje:

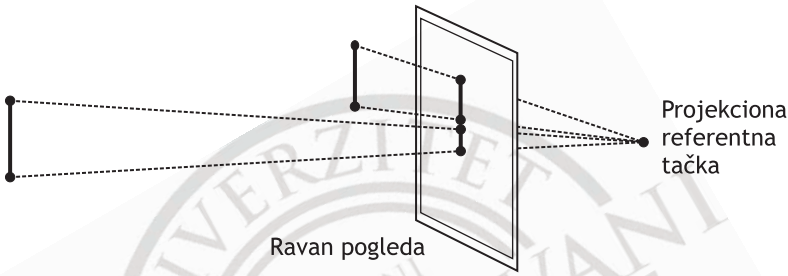
$$Q^{(i)} \cdot M_{i\leftarrow j} \cdot P^{(j)} = M_{i\leftarrow j} \cdot Q^{(j)} \cdot P^{(j)}$$

Pojednostavljujući gornji izraz dobija se:

$$Q^{(i)} = M_{i\leftarrow j} \cdot Q^{(j)} \cdot M_{i\leftarrow j}^{-1}$$

4.3.9. Projekcije u perspektivi

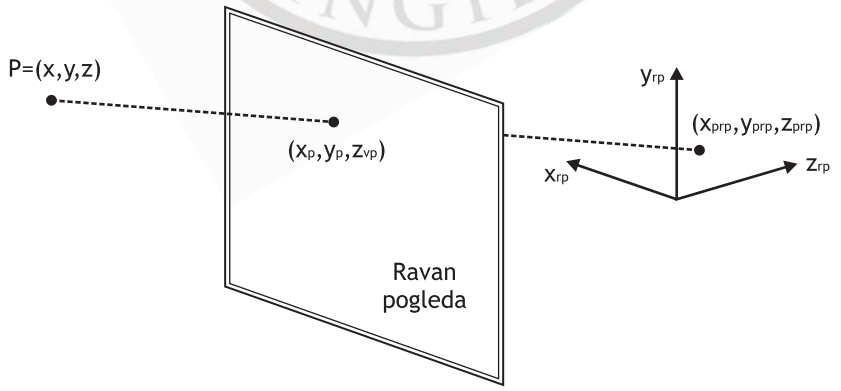
Iako paralelne projekcije scene olakšavaju generisanje relativnih proporcija objekata, ne dobija se realističan izgled tih objekata. Da bi se simulirala slika sa kamere, trebalo bi da postoji svetlosni zrak od objekta sa scene koji prati konvergirajuću putanju do ravni u kojoj se nalazi film unutar kamere. Korisnik može da aproksimira ove efekte projektujući objekte na ravan pogleda po konvergirajućoj putanji do tačke koja se naziva **projekciona referentna tačka** ili **centar projekcije**. Prikazuju se smanjeni objekti i projektovane dužine su manje što je objekat bliži ravni pogleda (slika 4.67).



Slika 4.67. *Projekcije u perspektivi istih linija na različitim rastojanjima od ravni*

Transformacija koordinata pri projekcijama u perspektivi

Korisnik će, možda, hteti da izabere projekcionu referentnu tačku sa drugačijim parametrima pogleda unutar grafičkih paketa, ali neki grafički paketi to neće dozvoliti, jer kod njih centar projekcije ima fiksnu poziciju. Ta fiksna pozicija je veoma često sama tačka pogleda. Na slici 4.68 je prikazana projekciona putanja proizvoljne tačke (x, y, z) do opšte projekcione referentne tačke $(x_{prp}, y_{prp}, z_{prp})$.



Slika 4.68. *Projekcija u perspektivi tačke P*

Ova projekciona putanja prodire u ravan pogleda u tački (x_p, y_p, z_{vp}), gde je z_{vp} koordinata tačke ravni pogleda na z_{rp} osi. U ovom slučaju mogu da se napišu jednačine koje

pozicioniraju tačke po projekcionoj pravoj u perspektivi u parametarskom obliku kao:

$$\begin{aligned} x' &= x - (x - x_{prp})\,u \\ y' &= y - (y - y_{prp})\,u \\ z' &= z - (z - z_{prp})\,u \end{aligned} \tag{4.119}$$

gde je $0 \leq u \leq 1$. Tačka sa koordinatama (x', y', z') predstavlja proizvoljnu tačku duž projekcione prave. Kada je $u = 0$, onda se korisnik nalazi u tački P $= (x, y, z)$. Na drugom kraju linije je $u = 1$ i dolazi se do projektovane referentne tačke sa koordinatama $(x_{prp}, y_{prp}, z_{prp})$. Unutar ravni pogleda je $z' = z_{vp}$ i onda može da se z' jednačina reši po parametru u duž projekcione prave:

$$u = \frac{z_{vp} - z}{z_{prp} - z} \tag{4.120}$$

Ako se zameni ova vrednost u jednačine za x' i y', onda se dobijaju opšte jednačine transformacija prilikom projekcije u perspektivi:

$$\begin{aligned} x_p &= x\left(\frac{z_{prp} - z_{vp}}{z_{prp} - z}\right) + x_{prp}\left(\frac{z_{vp} - z}{z_{prp} - z}\right) \\ y_p &= y\left(\frac{z_{prp} - z_{vp}}{z_{prp} - z}\right) + y_{prp}\left(\frac{z_{vp} - z}{z_{prp} - z}\right) \end{aligned} \tag{4.121}$$

Kalkulacije mapiranja u perspektivi je kompleksnije nego kod paralelnih projekcija, jer imenioci u jednačinama (4.121) su funkcije z koordinate proizvoljne tačke. Zbog toga moraju malo drugačije da se formulišu transformacije u perspektivi, jer je mapiranje povezano sa ostalim transformacijama pogleda.

Jednačine pri projekcijama u perspektivi - specijalni slučajevi

Postoje razna ograničenja po pitanju parametara prilikom definisanja projekcija u perspektivi. U mnogim grafičkim paketima korisniku nije ostavljena mogućnost da sam izabere lokaciju projekcione referentne tačke. Ovde će se definisati četiri slučaja.

1. Da bi se pojednostavila kalkulacija projekcija u perspektivi, projekciona referentna tačka može da bude ograničena na položaj duž z_{view} ose, što znači da važi jednakost $x_{prp} = y_{prp} = 0$, i tada je:

$$\begin{aligned} x_p &= x\left(\frac{z_{prp} - z_{vp}}{z_{prp} - z}\right) \\ y_p &= y\left(\frac{z_{prp} - z_{vp}}{z_{prp} - z}\right) \end{aligned} \tag{4.122}$$

2. Ponekad je projekciona referentna tačka vezana za koordinatni početak, što znači da važi $(x_{prp}, y_{prp}, z_{prp}) = (0, 0, 0)$ i tada je:

$$\begin{aligned} x_p &= x\left(\frac{z_{vp}}{z}\right) \\ y_p &= y\left(\frac{z_{vp}}{z}\right) \end{aligned} \tag{4.123}$$

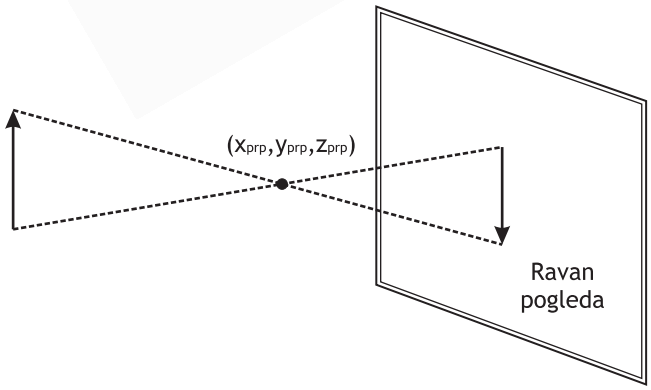
3. Ako je ravan pogleda uv ravan i ako ne postoje restrikcije za položaj projekcione referentne tačke, onda važi $z_{vp} = 0$, i tada je:

$$\begin{aligned} x_p &= x\left(\frac{z_{prp}}{z_{prp} - z}\right) - x_{prp}\left(\frac{z}{z_{prp} - z}\right) \\ y_p &= y\left(\frac{z_{prp}}{z_{prp} - z}\right) - y_{prp}\left(\frac{z}{z_{prp} - z}\right) \end{aligned} \tag{4.124}$$

4. Kada uv ravan predstavlja ravan pogleda i kada je projekciona referentna tačka na z_{view} osi, onda važi $x_{prp} = y_{prp} = z_{prp} = 0$ i tada je:

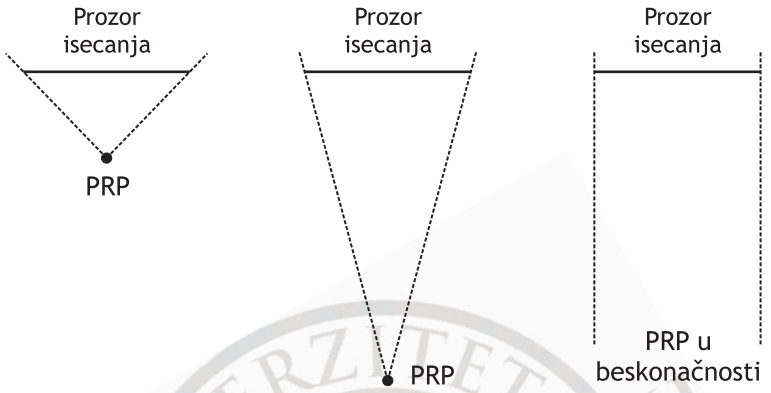
$$\begin{aligned} x_p &= x\left(\frac{z_{prp}}{z_{prp} - z}\right) \\ y_p &= y\left(\frac{z_{prp}}{z_{prp} - z}\right) \end{aligned} \tag{4.125}$$

Normalno je da projekciona referentna tačka ne može da leži u ravni pogleda. U takvom slučaju celokupna scena bi se projektovala u jednoj tački. Uobičajeno je da je ravan pogleda smeštena između projekcione referentne tačke i scene, ali treba napomenuti da ravan pogleda može da bude smeštena bilo gde sem u projekcionoj referentnoj tački. Ako je projekciona referentna tačka između ravni pogleda i scene, onda se objekti u ravni pogleda obrću (slika 4.69). Ako je scena između ravni pogleda i projekcione referentne tačke, onda se objekti povećavaju kao da se projektuju iz tačke pogleda na ravan pogleda.



Slika 4.69. *Scena je između ravni pogleda i referentne tačke*

Efekti perspektive, takođe, zavise od rastojanja između projekcione referentne tačke i ravni pogleda, kao što je to prikazano na slici 4.70.



Slika 4.70. *Efekti prilikom pomeranja referentne tačke*

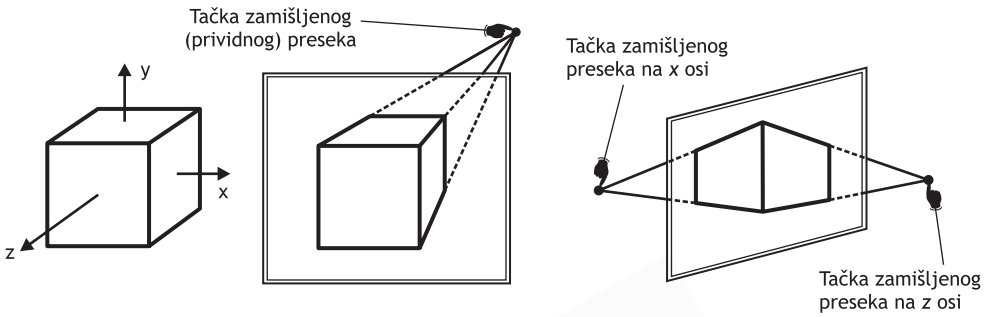
Što je projekciona referentna tačka bliža ravni pogleda, to su efekti perspektive izraženiji; to znači da će bliži objekti biti prikazani kao veći od objekata iste veličine koji su udaljeniji od ravni pogleda. Slično ovome, ako se projekciona referentna tačka udaljava od ravni pogleda, onda se razlika u veličini bližih i daljih objekata smanjuje. Kada je referentna projekciona tačka veoma udaljena od ravni pogleda, onda se projekcija u perspektivi pretvara u paralelnu projekciju.

Tačke zamišljenog preseka pri projekcijama u perspektivi

Kada se scena projektuje na ravan pogleda korišćenjem mapiranja u perspektivi, onda se linije koje su paralelne sa ravni pogleda projektuju kao paralelne linije. Paralelne linije u sceni koje nisu paralelne sa ravni pogleda projektuju se kao konvergirajuće prave. Tačka ka kojoj teže konvergirajuće prave naziva se **tačka zamišljenog preseka**. Svaki skup projektovanih paralelnih linija iz scene ima svoju tačku zamišljenog preseka.

Za više linija koje su paralelne jednoj od glavnih osa koordinatnog sistema objekta, tačka zamišljenog preseka naziva se **glavna tačka zamišljenog preseka**. Korisnik može da kontroliše broj glavnih tačaka zamišljenog preseka (jedna, dve ili tri) orijentacijom projekcione ravni i projekcije u perspektivi se i kalsifikuju kao jednokomponentne, dvokomponentne ili trokomponentne projekcije. Broj glavnih tačaka zamišljenog preseka jednak je broju glavnih osa koje seku ravan pogleda. Na slici 4.71 prikazane su jednokomponentna i dvokomponentna projekcija kocke u perspektivi.

U prvoj projekciji (slika 4.71, u sredini) ravan pogleda je paralelna sa xy ravni objekta, tako da jedino z osa seče ravan pogleda. Ovakva orijentacija proizvodi jednokomponentnu projekciju kocke u perspektivi sa tačkom zamišljenog preseka na z osi. U drugoj projekciji (slika 4.71, desno) projekciona ravan seče i x i z osu, ali ne seče y osu. To proizvodi dvokomponentnu projekciju kocke u perspektivi sa tačkama zamišljenog preseka na osama x i y.



Slika 4.71. *Tačke zamišljenog preseka pri projekcijama kocke u perspektivi*

Ako se uporede trokomponentne i dvokomponentne projekcije, što se realističnog prikaza tiče nema neke razlike, tako da se trokomponentne projekcije ne koriste u arhitektonskim i inženjerskim crtežima.

4.4. Psihodinamika boja i modeli boja

Kao što je već rečeno, ako se boje koriste pametno i efikasno, i u proizvodnji i u marketingu, onda je zagarantovan put ka budućem kupcu. Na slici 4.72 prikazani su samo neki proizvodi kod kojih primena boja ima vidljivu ulogu.



Slika 4.72. *Psihodinamika boja i međusobna veza boja radi efektnijeg izgleda*

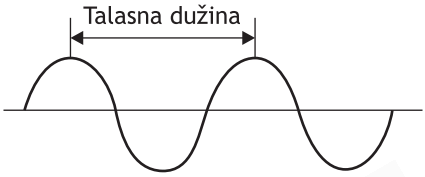
4.4.1. Razumevanje boja

Da bi se razumelo kako se boja "meri", trebalo bi se pozabaviti fizičkim i fiziološkim osobinama boja. Boja predstavlja rezultat interakcije između svetlosti, objekta i posmatrača. Reč je o modifikovanju svetlosti na objektu, gde modifikovana svetlost dolazi do posmatrača i isporučuje mu odgovarajuću informaciju u vidu jasnih boja. Očigledno je da čovek mora, najpre, da razmotri neke stvari u vezi sa svetlošću da bi došao do odgovarajućih informacija o bojama.

Svetlost je vidljivi deo elektromagnetnog spektra. Svetlost se obično opisuje kao skup jednakih talasa. Svaki talas je definisan svojom talasnom dužinom (slika 4.73), gde talasna dužina predstavlja rastojanje od maksimuma jednog talasa do maksimuma drugog talasa. Talasne dužine se mere u milionitim delovima milimetra, nanometrima (nm).

Region elektromagnetskog spektra koji je vidljiv za ljudsko oko je u opsegu od $400\,\mathrm{nm}$ do $700\,\mathrm{nm}$ (slika 4.74). Na primer, ako senzori registruju sve vidljive talasne dužine, onda to

mozak shvata kao **belu** boju. Ako nema detektovanih vidljivih talasnih dužina, to znači da nema prisutne svetlosti i to mozak shvata kao **crnu** boju.



Slika 4.73. *Grafički prikaz talasne dužine*

Unutar celokupnog elektromagnetskog spektra postoje i talasi koji se ne vide, ali mogu da se iskoriste od strane ljudi. Na primer, mogu da se iskoriste talasi sa kratkom talasnom dužinom (X zraci) koji se koriste za rendgenske snimke, kao i talasi sa dugačkom talasnom dužinom, koji mogu da se upotrebe za radio i televiziju.



Slika 4.74. *Vidljivi opseg elektromagnetskog spektra*

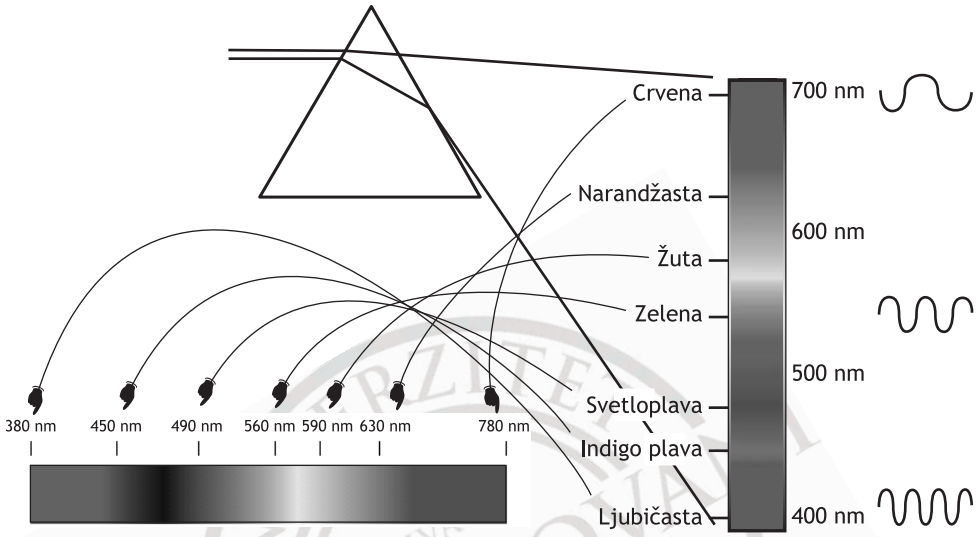
Kao što je već pomenuto, ljudsko oko registruje boje u opsegu od oko $400\,\mathrm{nm}$ do $700\,\mathrm{nm}$, tj. tačnije vrednosti su od $380\,\mathrm{nm}$ do $780\,\mathrm{nm}$. Do sada je zaključeno da ljudske oči i mozak ili registruju prisustvo svetlosti (postoje talasi sa vidljivim talasnim dužinama) ili registruju da nema svetslosti uopšte (nema talasa sa vidljivim talasnim dužinama).

Kada se pusti zrak bele svetlosti kroz staklenu prizmu (slika 4.75), zrak svetlosti se razlaže i korisnik može da vidi kako oko reaguje na svaku pojedinačnu talasnu dužinu. Ovaj eksperiment dokazuje da različite talasne dužine omogućavaju da se vide različite boje. Na ovaj način mogu da se registruju dominantni opsezi crvene, narandžaste, žute, zelene, svetloplave, tamno (indigo) plave i ljubičaste boje vidljivog spektra, kao i "duge" ostalih boja između dominantnih opsega. Na slici 4.75 prikazani su ovi dominantni opsezi sa vrednostima talasnih dužina pomenutih opsega.

Kada čulo vida ili vizuelni sistem detektuje talasnu dužinu vrednosti oko $700\,\mathrm{nm}$, onda taj sistem vidi "crveno"; kada vizuelni sistem detektuje talasnu dužinu vrednosti koja se kreće oko $450 \div 500\,\mathrm{nm}$, onda taj sistem vidi "plavo"; kada vizuelni sistem detektuje talasnu dužinu vrednosti oko $400\,\mathrm{nm}$, onda taj sistem vidi "ljubičasto" itd. Ovakvi "odgovori" vizuelnog sistema su osnova za registrovanje miliona i miliona različitih boja od strane ljudskog oka ili pomenutog vizuelnog sistema.

Uprošćeno posmatrano, moglo bi se reći da ljudsko može da vidi sve talasne dužine odjednom (vidi belu svetlost), ili može da vidi samo jednu talasnu dužinu. Međutim, svet boja je mnogo kompleksniji sistem od gore pomenutog, jer boja nije deo svetlosti, nego je boja

svetlost. Kada čovek vidi neku boju, on vidi svetlost koja je modifikovana i komponovana od mnogo talasnih dužina.



Slika 4.75. *Vidljivi opseg elektromagnetskog spektra i dugine boje*

Na primer, ako korisnik vidi crveni objekat, to znači da on detektuje svetlost koja se, uglavnom, sastoji od "crvenih" talasnih dužina (slika 4.76). To znači da objekat dobija svoju boju modifikovanjem svetlosti.



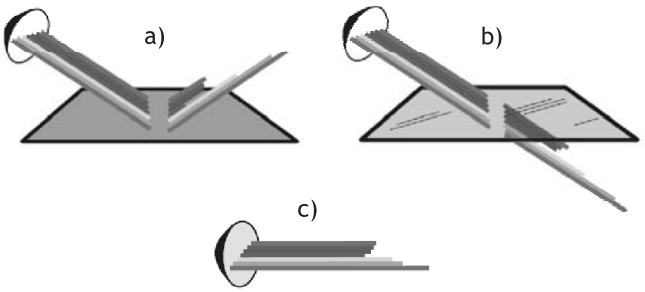
Slika 4.76. *Kako ruža postaje crvena?*

4.4.2. Ponašanje svetlosnog zraka

Kada svetlosni zrak padne na objekat, površina objekta apsorbuje deo energije spektra, tako da se drugi deo spektra i drugačije boje od ulaznih odbijaju od objekta. Odbijena svetlost je modifikovana svetlost i ona predstavlja sasvim novu kompoziciju talasnih dužina. Različite površine sadrže u sebi različite pigmente ili su na papiru nanete različite vrste mastila i takve površine generišu odbijene svetlosne zrake sa drugačijom strukturom i kompozicijom talasnih dužina.

Svetlosni zrak može da se ponaša na različite načine kada padne na objekat, kao što je papir, koji odbija svetlost (**reflektovani svetlosni zrak** ili **reflektovana svetlost**, slika

4.77a), ili ako prođe kroz objekat, kao što su film ili staklo (**"propušteni" svetlosni zrak** ili **"propuštena" svetlost**, slika 4.77b). Svetlosni izvori, kao što su obično osvetljenje ili računarski monitor, su emisioni objekti i oni imaju sopstvenu kompoziciju svetlosnog zraka (**emisioni svetlosni zrak** ili **emisiona svetlost**, slika 4.77c).

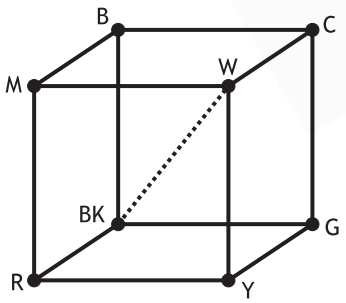


Slika 4.77. *Ponašanje svetlosti u funkciji podloge*

Postoji onoliko različitih boja koliko ima različitih površi (površina) na objektu, jer svaki objekat utiče na svetlost na poseban (jedinstveni) način. Šabloni talasnih dužina koji se vide na objektu nazivaju se **spektralni podaci objekata**, gde svaka talasna dužina može da se tretira kao "otisak prsta boje". Spektralni podaci su posledica ispitivanja ili merenja svake talasne dužine.

4.4.3. RGB – osnovne aditivne boje

RGB model boja je dobio ime po početnim slovima tri osnovne boje koje učestvuju u ovom modelu: **R** je početno slovo od crvene boje (engleski naziv je *Red*), **G** je početno slovo od zelene boje (engleski naziv je *Green*) i **B** je početno slovo plave boje (engleski naziv je *Blue*). Crvena, zelena i plava boja su osnovne (primarne) boje (osnovne boje se dodaju i mešaju kako bi se dobila željena boja i nijansa). Osnovne boje se prikazuju u 3D Dekartovom koordinatnom sistemu (slika 4.78).



R - Red (crvena boja)
Y - Yellow (žuta boja)
G - Green (zelena boja)
BK - Black (crna boja)
M - Magenta (ljubičasta boja)
W - White (bela boja)
C - Cyan (svetloplava boja)
B - Blue (plava boja)



Slika 4.78. *RGB model boja u obliku kocke*

Nacrtana prostorna dijagonala, od temena sa crnom bojom ka temenu sa belom bojom, predstavlja liniju gde je podjednako učešće svih osnovnih boja u željenoj nijansi, i ta dijagonala predstavlja različite nivoe sive boje. Naziv za nivoe sive boje je *siva skala*.

U tabeli 4.1 su prikazane RGB vrednosti za uobičajeni video test signal sa 100% amplitudom i sa 100% zasićenošću.

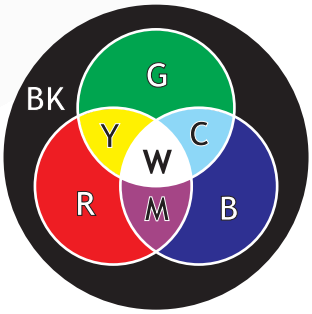
Tabela 4.1. *RGB: 100% zasićenost boja i 100% amplituda*

	Opseg	W	Y	C	G	M	R	B	BK
R	0 ÷ 255	255	255	0	0	255	255	0	0
G	0 ÷ 255	255	255	255	255	0	0	0	0
B	0 ÷ 255	255	0	255	0	255	0	255	0

RGB model boja je nadmoćan u odnosu na ostale modele boja po pitanju računarske grafike zbog toga što i monitori u boji koriste crvenu, zelenu i plavu boju kako bi napravili željenu boju. Iz tog razloga izbor RGB modela je pojednostavio arhitekturu i dizajn računara. Sistem koji je dizajniran da koristi RGB model boja je u prednosti u odnosu na druge sisteme zbog toga što se ovaj model boja nije menjao godinama.

Međutim, RGB model boja nije baš najbolji kada radi sa "realnim" slikama. Sve tri RGB komponente moraju da imaju istu širinu opsega kako bi generisale boju unutar RGB modela kocke. Rezultat ovoga je pojava bafera kodova koji ima istu pikselsku dubinu i istu rezoluciju za svaku RGB komponentu. Bafer kodova predstavlja deo memorije displeja računara koji je predviđen za čuvanje sadržine jedne slike na ekranu. Kada je video adapter u tekstualnom režimu, ovi podaci su u obliku ASCII znakova, a kada je u grafičkom režimu, podaci definišu svaki piksel. Takođe, obrada slika u RGB prostoru boja nije baš najbolje rešeno, a izuzetno je sporo.

Mešanje ovih osnovnih boja (RGB) u različitim kombinacijama dovodi do stvaranja nijansi boja koje su približne bojama u prirodi. Mešanjem crvene (R) i zelene boje (G) dobija se žuta (Y) boja, mešanjem crvene (R) i tamnoplave (B) boje dobija se ljubičasta (M) boja i mešanjem tamnoplave (B) i zelene (G) boje dobija se svetloplava (C) boja. Ako je odbijena svetlost "siromašna" primesama crvene, zelene i plave boje, onda to ljudsko oko shvata kao **belu** (W) boju. Ako svetlost nije prisutna, onda ljudsko oko to shvata kao **crnu** (BK) boju. Ove kombinacije su prikazane na slici 4.79, gde se vidi međusobni uticaj boja.



Slika 4.79. *RGB - osnovne aditivne boje*

Kombinovanjem dve "siromašne" osnovne boje za dodavanje (RGB) dobijaju se osnovne boje za "oduzimanje", tj. osnovne suptraktivne boje. Ove osnovne boje su cijan (C),

magenta (M) i žuta (Y) i one stoje nasuprot crvenoj (R), zelenoj (G) i tamno plavoj (B) boji.

Ljudsko oko osnovne RGB boje "prima" od strane skenera, monitora i štampača. Metode rendera koje se koriste od strane ovih uređaja bazirane su na odgovoru ljudskog oka na nadražaj od strane crvenog, zelenog i plavog "svetla".

4.4.4. YUV model boja

Model boja YUV se koristi u PAL (evropski, australijski i delom azijski TV standard), NTSC (američki standard za analognu TV) i SECAM (istočnoevropski, francuski i ruski TV standard) kompozitnim kolornim video standardima. Crno beli sistemi koriste samo informaciju o osvetljenosti (Y); informacije o bojama (U i V) su dodate za svaki slučaj ako crno-beli prijemnik treba da prikaže normalnu crno-belu sliku. Kolorni prijemnik može da dekodira dodatne informacije o bojama kako bi prikazao sliku u boji.

Ako se izvrši gama korekcija RGB modela boja, onda će se takav, gama korigovani sistem označati sa $\mathrm{R_g G_g B_g}$. Šta je gama korekcija? Gama korekcija služi korisniku ako je on zainteresovan kako će slika da se prikaže na monitoru. Gama kontroliše sveukupnu osvetljenost slike, što znači da reguliše da slika ne bude suviše zatamnjena (crna), ali i da ne bude suviše osvetljena. Treba napomenuti da korisnik mora da bude obazriv sa gama korekcijom, jer gama korekcija ne utiče samo na osvetljenost, nego i na međusobni odnos crvene (R), zelene (G) i plave (B) boje.

Slede osnovni izrazi koji pokazuju kako se konvertuje gama korigovani $\mathrm{R_g G_g B_g}$ model boja u YUV model boja, i obrnuto:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Y} &= 0,299\,\mathrm{R_g} + 0,587\,\mathrm{G_g} + 0,114\,\mathrm{B_g} \\
\mathrm{U} &= -0,147\,\mathrm{R_g} - 0,289\,\mathrm{G_g} + 0,436\,\mathrm{B_g} = 0,492\,(\mathrm{B_g} - \mathrm{Y}) \\
\mathrm{V} &= 0,615\,\mathrm{R_g} - 0,515\,\mathrm{G_g} - 0,100\,\mathrm{B_g} = 0,877\,(\mathrm{R_g} - \mathrm{Y}) \\
\mathrm{R_g} &= \mathrm{Y} + 1,14\,\mathrm{V} \\
\mathrm{G_g} &= \mathrm{Y} - 0,395\,\mathrm{U} - 0,581\,\mathrm{V} \\
\mathrm{B_g} &= \mathrm{Y} + 2,032\,\mathrm{U}
\end{aligned}$$

Za digitalne $\mathrm{R_g G_g B_g}$ vrednosti u opsegu od $0 \div 255$ vrednosti drugog modela boja se nalaze u opsegu $\mathrm{Y} = 0 \div 255$, $\mathrm{U} = 0 \div \pm 112$ i $\mathrm{V} = 0 \div \pm 157$. Ovi izrazi se obično koriste za jednostavno pretvaranje u postojećim NTSC i PAL digitalnim koderima i dekoderima.

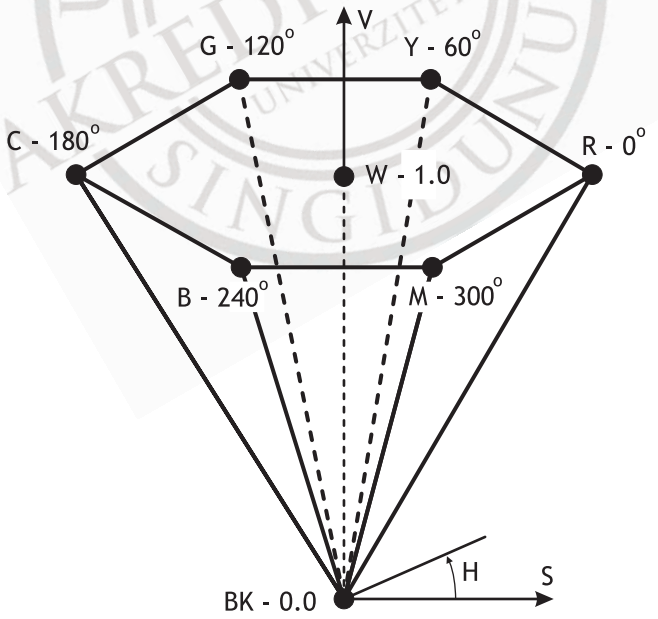
4.4.5. HSV, HSI i HSL modeli boja

HSI (nijansa, zasićenost i intenzitet) i HSV (nijansa, zasićenost i vrednost) su modeli boja koji su razvijeni da bi korisnici lakše baratali bojama i ovi modeli su dizajnirani tako da aproksimiraju put kako čovekovo oko oseća i tumači boje. Vrednost H vraća korisnika u originalni spektar boja i može da ima vrednosti crvene, žute, zelene, svetloplave, plave i ljubičaste boje. Vrednost S definiše koliko se bele svetlosti sadrži u boji i ta vrednost se koristi za razlikovanje svetle boje od tamne. Ovi modeli su razvijeni u doba kada su

se boje pravile "ručno", ali korisnici su navikli da ih koriste i u današnje vreme. HSL (nijansa, osvetljenost i zasićenost) je model boja sličan HSV modelu boja (samo što se koristi *osvetljenost* umesto *intenziteta*).

Razlika između HSI i HSV modela boja je u načinu izračunavanja komponente osvetljenosti ili sjajnosti (I ili V), pri čemu se određuju distribucija i dinamički opseg obe komponente (I ili V) i zasićenost (S). Model boja HSI je bolji kada se koriste tradicionalne funkcije za obradu slika kao što su savijanje, izjednačavanje, uravnotežavanje i histogrami; te funkcije manipulišu osvetljenjem, dok je parametar I zavisan od RGB komponenti. Model boja HSV omogućava manipulaciju nijansama i zasićenošću (dodavanjem ili regulisanjem količine boje) i na taj način se dolazi do većeg dinamičkog opsega zasićenosti.

Slika 4.80 ilustruje HSV model boja u obliku jednostruke šestostrane piramide. Vrh piramide predstavlja vrednost $V = 1$, što znači da je tu maksimalni intenzitet (jačina) boja. Tačka na tom mestu predstavlja belu boju. Tačka u osnovi piramide predstavlja crnu boju i njena vrednost je $V = 0$. Komplementarne boje se nalaze na suprotnim pozicijama jedna u odnosu na drugu, pod uglom od $180°$. Vrednost ugla određuje osa H koja se rotira oko vertikalne V ose. Počinje se sa vrednošću $0°$ što je oznaka za crvenu boju. Vrednost ose S je prenosivi odnos, koji se kreće od vrednosti 0 na preseku osa S i V, pa do vrednosti 1 na stranicama piramide. Na primer, tačka sa vrednostima $S = 0$ i $V = 1$ predstavlja belu boju. Sve vrednosti na osi S mogu da se usaglase sa vrednošću $V = 0$. Sve vrednosti koje se nalaze na osi V za vrednost $S = 0$ predstavljaju sivu skalu. Očigledno je da kada je $S = 0$, onda su vrednosti na osi H nebitne.



Slika 4.80. *HSV model boja u obliku šestostrane piramide*

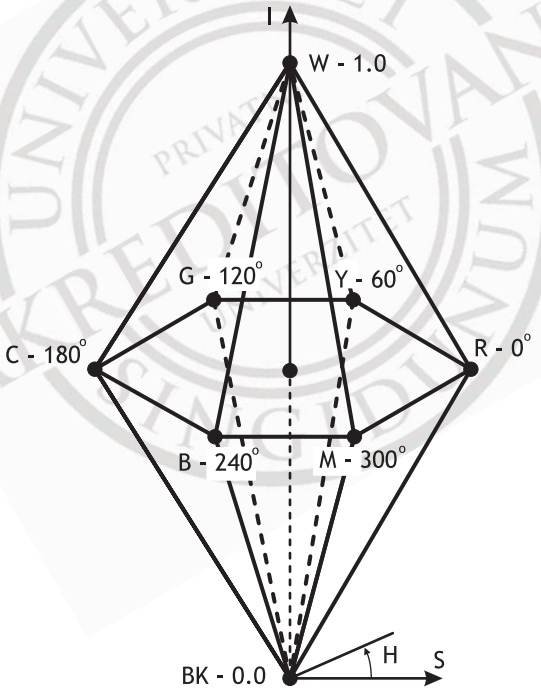
Sa tačke gledišta umetnika, boje sa koordinatama $V = 1$ i $S = 1$ su boje slabog intenziteta. Dodavanje bele boje se odvija smanjivanjem vrednosti S (bez promene vrednosti V), a

dodavanje crne boje se vrši povećanjem vrednosti V (bez menjanja vrednosti S). Sledi tabela koja prikazuje parametre HSV modela boja, i to za već pominjane odnose u gornjim tabelama: 100% zasićenost boja i 75% amplituda signala.

Tabela 4.2. *HSV model boja: 100% zasićenost boja i 75% amplituda*

	Opseg	W	Y	C	G	M	R	B	BK
H	$0° \div 360°$	-	$60°$	$180°$	$120°$	$300°$	$0°$	$240°$	-
S	$0 \div 1$	0	1	1	1	1	1	1	0
V	$0 \div 1$	$0,75$	$0,75$	$0,75$	$0,75$	$0,75$	$0,75$	$0,75$	0

Slika 4.81 ilustruje HSI model boja u obliku dvostruke šestostrane piramide. Vrh ove piramide ima vrednost $\mathrm{I} = 1$, što odgovara beloj boji. Najniža tačka piramide predstavlja crnu boju i tu je $\mathrm{I} = 0$. Komplementarne boje se nalaze na suprotnim pozicijama jedna u odnosu na drugu, pod uglom od $180°$.



Slika 4.81. *HSI model boje u obliku dvostruke šestostrane piramide*

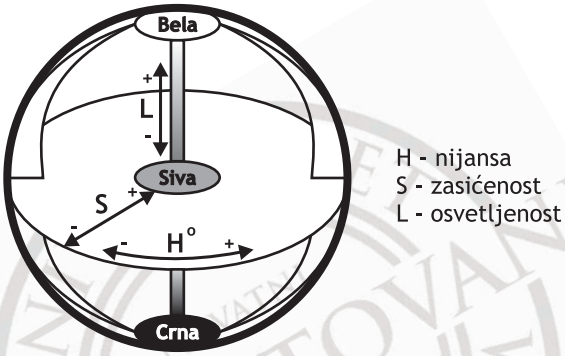
Vrednost ugla određuje osa H koja se rotira oko vertikalne V ose. Počinje se sa vrednošću $0°$, što je oznaka za crvenu boju. Vrednost S se menja od 0 na osi V, pa do vrednosti 1 na površini piramide. Siva skala ima vrednosti $\mathrm{S} = 0$, ali makismalna zasićenost i nijanse imaju vrednosti $\mathrm{S} = 1$ i $\mathrm{I} = 0,5$.

Sledi tabela koja prikazuje parametre HSI modela boja, i to za već pominjane odnose u gornjim tabelama: 100% zasićenost boja i 75% amplituda signala.

Tabela 4.3. *HSI model boja: 100% zasićenost boja i 75% amplituda*

	Opseg	W	Y	C	G	M	R	B	BK
H	$0° \div 360°$	-	$60°$	$180°$	$120°$	$300°$	$0°$	$240°$	-
S	$0 \div 1$	0	1	1	1	1	1	1	0
V	$0 \div 1$	$0,75$	$0,375$	$0,375$	$0,375$	$0,375$	$0,375$	$0,375$	0

Na slici 4.82 prikazan je pojednostavljen HSL model boja. Kao što je već rečeno, HSL je model boja koji je sličan HSV modelu boja.



Slika 4.82. *HSL model boja*

4.4.6. Dijagram intenziteta boja

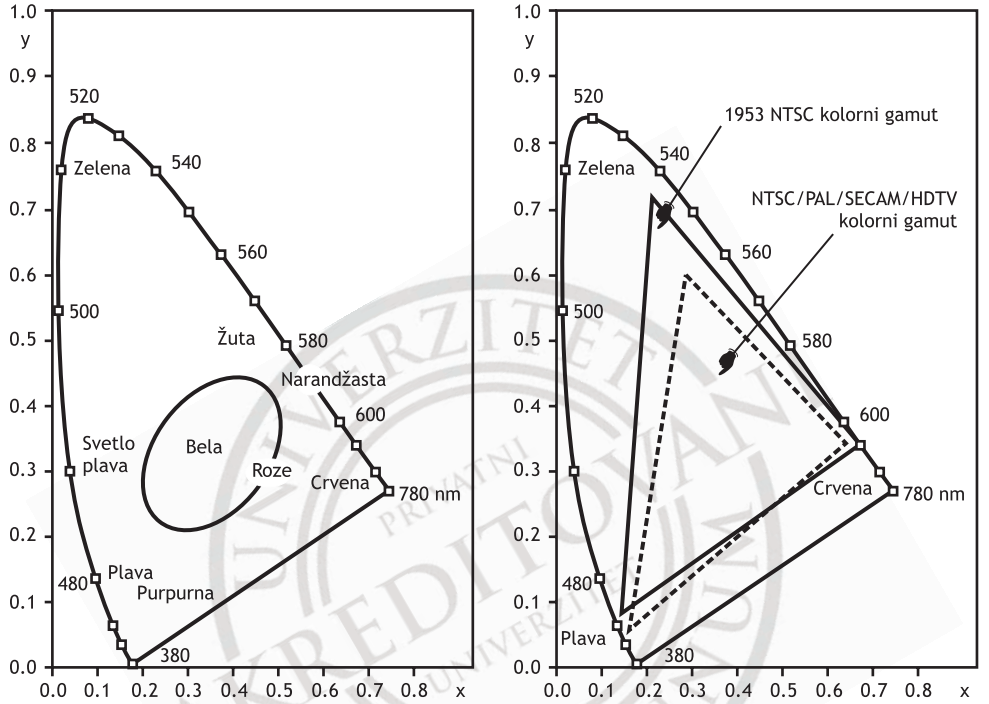
Kolorni gamut predstavlja set boja koje sistem može da proizvede. Treba napomenuti da ne postoji sistem koji može da proizvede sve moguće boje u spektru. Kolorni gamut koji korisnik sa normalnim vidom može da vidi (dijagram je urađen po standardu 1931 CIE) prikazan je na slici 4.83 (levo). Dijagram i "prateća" matematika su ažurirani 1960. i 1976. godine. Treba napomenuti i da je NTSC televizijski sistem baziran na pomenutom standardu.

Merenje (opažanje) boja je usaglašeno sa tri CIE standarda (*Commission Inetrnationale de I'Eclairage*, Međunarodna komisija za osvetljenje) za primarne boje: crvena boja ima talasnu dužinu od $700\,\mathrm{nm}$, zelena boja ima talasnu dužinu od $546,1\,\mathrm{nm}$ i plava boja ima talasnu dužinu od $435,8\,\mathrm{nm}$. Ove primarne (osnovne) boje i nijanse boja, koje su nastale mešanjem osnovnih boja, locirane su duž granične linije, kao što je to prikazano na slici 4.83.

Krajnje tačke ove krive (gde su crvena i plava boja) spojene su pravom linijom koja predstavlja purpurnu boju (kombinaciju plave i crvene boje). Unutar ove zatvorene krive nalaze se sve boje koje mogu da se generišu i pomešaju ubacivanjem različite osvetljenosti za pojedine boje. Što je boja bliža graničnoj liniji, ona je zasićenija. Svaka tačka na dijagramu predstavlja jedinstvenu boju koja može da se predstavi koordinatama x i y.

U CIE sistemu intenzitet crvene, zelene i plave boje transormiše se u trokomponentnu vrednost. Trokomponentne vrednosti u računarskoj grafici predstavljaju promenljive količine

tri boje kao što su crvena, zelena i plava, koje se kombinuju kako bi se dobila druga boja. Ove trokomponentne vrednosti se u proračunima označavaju i predstavljaju velikim slovima X, Y i Z.



Slika 4.83. *Dijagram sa regionima boja (levo) i sa različitim kolornim gamutima*

Ove vrednosti su relativne količine osnovnih boja. Vrednosti sa tekućih koordinatnih osa sa slike 4.81 dobijaju se iz trokomponentnih vrednosti:

$$x = \frac{X}{X+Y+Z} = \frac{R}{R+G+B}$$

$$y = \frac{Y}{X+Y+Z} = \frac{G}{R+G+B}$$

$$z = \frac{Z}{X+Y+Z} = \frac{B}{R+G+B}$$

Koordinate x, y i z nazivaju se *koordinate intenziteta boja*. S obzirom na to da z koordinata može uvek da se izrazi preko x i y koordinata, to znači da su dovoljne dve koordinate (x i y) kako bi se definisala željena boja, tako da je ovde reč o 2D dijagramu.

Uobičajeno je da izvor ili ekran određuje tri para (x,y) koordinata kako bi definisao tri osnovne boje koje se koriste. Trougao koji se dobija spajanjem ta tri para koordinata pravi oblast kolornog gamuta koji taj izvor ili ekran može da prikaže, ilustrovano slikom 4.83

(desno) na kojoj su upoređeni kolorni gamuti NTSC i PAL. Trebalo bi napomenuti da tri boje ne mogu da generišu sve moguće boje i to je razlog što slike na TV-u nisu savršene.

Izvor ili ekran obično specificiraju (x,y) koordinatu upotrebljene bele boje, s tim što treba napomenuti da čista bela boja ne može ni da se "uhvati", ni da se reprodukuje. Bela boja se definiše kao boja koja se reprodukuje kada tri primarna signala imaju istu vrednost. Treba napomenuti i da informacije o osvetljenosti i sjajnosti nisu uključene u standardni dijagram intenziteta boja (CIE 1931), ali su zastupljene na osi koja je normalna na xy ravan.

Intenziteti boja i referentna bela boja (propis *CIE Illiminate C*) za 1953 NTSC standard imaju sledeće vrednosti:

$$\begin{aligned} \mathrm{R} &\Rightarrow x_{\mathrm{R}} = 0,6700 \quad y_{\mathrm{R}} = 0,3300 \\ \mathrm{G} &\Rightarrow x_{\mathrm{G}} = 0,2100 \quad y_{\mathrm{G}} = 0,7100 \\ \mathrm{B} &\Rightarrow x_{\mathrm{B}} = 0,1400 \quad y_{\mathrm{B}} = 0,0800 \\ W &\Rightarrow x_{W} = 0,3101 \quad y_{W} = 0,3162 \end{aligned}$$

Moderni NTSC (480i i 480p) video sistemi koriste drugačije komplete RGB komponenti što rezultuje različitim intenzitetom RGB primarnih boja i referentne bele boje. Intenziteti boja i referentna bela boja (propis *CIE illuminate* D_{65}) za NTSC (480i i 480p) video sisteme imaju sledeće vrednosti:

$$\begin{aligned} \mathrm{R} &\Rightarrow x_{\mathrm{R}} = 0,6300 \quad y_{\mathrm{R}} = 0,3400 \\ \mathrm{G} &\Rightarrow x_{\mathrm{G}} = 0,3100 \quad y_{\mathrm{G}} = 0,5950 \\ \mathrm{B} &\Rightarrow x_{\mathrm{B}} = 0,1550 \quad y_{\mathrm{B}} = 0,0700 \\ W &\Rightarrow x_{W} = 0,3127 \quad y_{W} = 0,3290 \end{aligned}$$

Intenziteti boja i referentna bela boja (propis *CIE illuminate* D_{65}) za PAL, SECAM, 576i i 576p video sisteme imaju sledeće vrednosti:

$$\begin{aligned} \mathrm{R} &\Rightarrow x_{\mathrm{R}} = 0,6400 \quad y_{\mathrm{R}} = 0,3300 \\ \mathrm{G} &\Rightarrow x_{\mathrm{G}} = 0,2900 \quad y_{\mathrm{G}} = 0,6000 \\ \mathrm{B} &\Rightarrow x_{\mathrm{B}} = 0,1500 \quad y_{\mathrm{B}} = 0,0600 \\ W &\Rightarrow x_{W} = 0,3127 \quad y_{W} = 0,3290 \end{aligned}$$

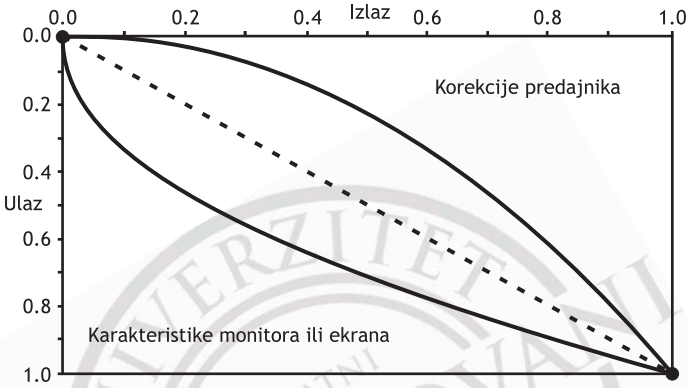
Intenziteti boja i referentna bela boja (propis *CIE illuminate* D_{65}) za HDTV bazirana na BT.709 standardu imaju sledeće vrednosti:

$$\begin{aligned} \mathrm{R} &\Rightarrow x_{\mathrm{R}} = 0,6400 \quad y_{\mathrm{R}} = 0,3300 \\ \mathrm{G} &\Rightarrow x_{\mathrm{G}} = 0,3000 \quad y_{\mathrm{G}} = 0,6000 \\ \mathrm{B} &\Rightarrow x_{\mathrm{B}} = 0,1500 \quad y_{\mathrm{B}} = 0,0600 \\ W &\Rightarrow x_{W} = 0,3127 \quad y_{W} = 0,3290 \end{aligned}$$

Korišćenjem različitih intenziteta boja i različitih vrednosti referentne bele boje na raznim video standardima, mogu da se pojave sitnije greške kada izvori ili ekrani prikazuju vrednosti koje ne odgovaraju matičnom standardu. To su gotovo nebitne greške koje se lako rešavaju, tako da korisnik ne treba mnogo da obraća pažnju na njih.

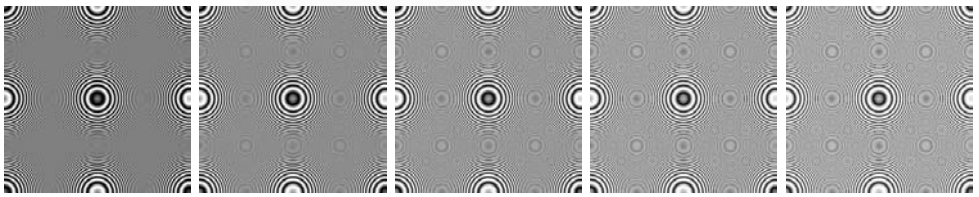
4.4.7. Gama korekcija

Gama korekcija kontroliše sjajnost slike. Slika nije dobro iskorigovana ako je isuviše svetla ili ako je isuviše tamna. Osobine prenosivosti većine ekrana ili monitora definiše intenzitet koji je proporcionalan amplitudi ulaznog signala. Kao rezultat toga oblasti jakog intenziteta su razvučene, dok su oblasti slabijeg intenziteta sabijene (slika 4.84).



Slika 4.84. *Efekat gama korekcije*

Gama korekcija predstavlja značajnu prednost u neutralisanju šumova ili smetnji, i dovodi do toga da ljudsko oko slabije reaguje na promenu intenziteta. Kada se izvrši korekcija video signala pre nego što on dođe do ekrana, onda je raspodela intenziteta na ekranu skoro linearna (isprekidana linija na slici 4.84), tako da su smetnje ili šumovi svedeni na razumnu meru. Da bi se smanjile smetnje u tamnijim oblastima slike, moderni video sistemi ograničavaju intenzitet krive korekcije unutar regiona crne boje. Ova tehnika vezuje ekstremne vrednosti na krivoj korekcije za crnu boju, a ostatak krive razvlači kako bi prelazi bili finiji. Većina video sistema prihvatila je kao korektnu gama korekciju sa vrednošću $\mathrm{Gama} = 2,2$, a gama korekcija sa vrednošću $\mathrm{Gama} = 2,4$ daje realniji prikaz na ekranima sa katodnom cevi. Na slici 4.85 prikazane su neke vrednosti gama korekcije.



Slika 4.85. *Različite vrednosti gama korekcije*

Stariji NTSC sistemi

Stariji NTSC sistemi su koristili jednostavnu transformaciju ekrana sa gama korekcijom čija je vrednost bila $2,2$. Treba napomenuti da su RGB vrednosti normalizovane da bi

bile u opsegu od 0 do 1:

$$\begin{aligned} R &= R_g^{2,2} \\ G &= G_g^{2,2} \\ B &= B_g^{2,2} \end{aligned}$$

Da bi se izvršila kompenzacija nelinearnih ekrana ili monitora, linearni RGB podaci su najpre gama korigovani, pre prenosa, i to korišćenjem inverzne transformacije. Treba napomenuti da su RGB vrednosti normalizovane da bi bile u opsegu od 0 do 1:

$$\begin{aligned} R_g &= R^{1/2,2} \cong R^{0,4545} \\ G_g &= G^{1/2,2} \cong G^{0,4545} \\ B_g &= B^{1/2,2} \cong B^{0,4545} \end{aligned}$$

Stariji PAL i SECAM sistemi

Stariji PAL i SECAM sistemi su koristili jednostavnu transformaciju ekrana sa gama korekcijom čija je vrednost bila $2,8$. Treba napomenuti da su RGB vrednosti normalizovane da bi bile u opsegu od 0 do 1:

$$\begin{aligned} R &= R_g^{2,8} \\ G &= G_g^{2,8} \\ B &= B_g^{2,8} \end{aligned}$$

Da bi se izvršila kompenzacija nelinearnih ekrana ili monitora, linearni RGB podaci su najpre gama korigovani, pre prenosa, i to korišćenjem inverzne transformacije. Treba napomenuti da su RGB vrednosti normalizovane da bi bile u opsegu od 0 do 1:

$$\begin{aligned} R_g &= R^{1/2,8} \cong R^{0,3571} \\ G_g &= G^{1/2,8} \cong G^{0,3571} \\ B_g &= B^{1/2,8} \cong B^{0,3571} \end{aligned}$$

Današnji sistemi

Stariji NTSC, 480i, 480p i HDTV video sistemi su koristili jednostavnu transformaciju ekrana sa gama korekcijom čija je vrednost bila $(1/0,45)$. Treba napomenuti da su RGB vrednosti normalizovane da bi bile u opsegu od 0 do 1:

- za $R_g, G_g, B_g < 0,0812$

$$\begin{aligned} R &= \frac{R_g}{4,5} \\ G &= \frac{G_g}{4,5} \\ B &= \frac{B_g}{4,5} \end{aligned}$$

- za $R_g, G_g, B_g \geq 0,0812$

$$\begin{aligned} R &= \left(\frac{R_g + 0,099}{1,099}\right)^{1/4,5} \cong \left(\frac{R_g + 0,099}{1,099}\right)^{0,2222} \\ G &= \left(\frac{G_g + 0,099}{1,099}\right)^{1/4,5} \cong \left(\frac{G_g + 0,099}{1,099}\right)^{0,2222} \\ B &= \left(\frac{B_g + 0,099}{1,099}\right)^{1/4,5} \cong \left(\frac{B_g + 0,099}{1,099}\right)^{0,2222} \end{aligned}$$

Da bi se izvršila kompenzacija nelinearnih ekrana ili monitora, linearni RGB podaci su najpre gama korigovani, pre prenosa, i to korišćenjem inverzne transformacije. Treba napomenuti da su RGB vrednosti normalizovane da bi bile u opsegu od 0 do 1:

- za $R, G, B < 0,018$

$$\begin{aligned} R_g &= 4,5\,R \\ G_g &= 4,5\,G \\ B_g &= 4,5\,B \end{aligned}$$

- za $R, G, B \geq 0,018$

$$\begin{aligned} R_g &= 1,099\,R^{0,45} - 0,099 \\ G_g &= 1,099\,G^{0,45} - 0,099 \\ B_g &= 1,099\,B^{0,45} - 0,099 \end{aligned}$$

Kao što je već rečeno, PAL i SECAM sistemi su koristili gama korekciju $2,8$, ali sada se i u tim sistemima koristi vrednost $(1/0,45)$. Ovi izrazi mogu da se koriste za PAL, SECAM, 576i i 576p video sisteme.

Monitori ili ekrani bez katodne cevi

Mnogi monitori ili ekrani bez katodne cevi koriste različite gama korekcije kako bi adekvatno prikazali video sekvence. Da bi se predupredila komplikacija sa ovakvim monitorima ili ekranima, ugrađuje im se elektronika koja je tako dizajnirana da prihvata standardne video signale i sama kompenzuje postojeće gama korekcije za izlazni uređaj.

Konstantan problem sa osvetljenošću

Treba voditi računa da, ako se pogrešno odradi gama korekcija, onda U i V (ili Cb i Cr) signali, takođe, utiču na signal za osvetljenost (Y). Ovo utiče na pojavu pogrešnog osvetljavanja kada amplitude signala U i V nisu odgovarajuće. To može da bude posledica ograničavanja širine opsega signala U i V ili može da bude posledica nenominalnog

parametra kolorne zasićenosti ovih signala, tj. pojačanja signala.

Kada su u pitanju niske frekvencije boja, ovakvi problemi ne postoje. Kada su u pitanju visoke frekvencije boja, onda U i V nestaju što dovodi do toga da se degradiraju R_g, G_g, B_g signali i izjednačavaju se sa Y signalom.

4.4.8. CMY, CMYK i PANTONE modeli boja

Ovi modeli boja bazirani su na apsorpciji svetlosti, tj. na osobini koju ima mastilo na papiru. Kako bela svetlost pada na poluprozirno mastilo, određene vidljive talasne dužine se apsorbuju, dok se ostale reflektuju nazad ka očima posmatrača. Kada se bela svetlost reflektuje sa papira i ako posmatrač vidi svetloplavu boju, to je zbog toga što svetlost apsorbuje crvenu boju i reflektuje svetloplavu (cijan). Slično tome, ljubičasta boja apsorbuje zelenu boju, a žuta apsorbuje plavu. To znači da svetloplava boja (C), ljubičasta (M) i žuta (Y) stvaraju **subtraktivni** model boja. U svakom modelu boja postoji tačka (komponenta) gde je nemoguće dodati bilo koju boju. U subtraktivnom modelu je reč o beloj boji. To znači da se željena boja dobija na taj način što se od bele boje oduzima neka boja, i zbog toga je ovaj model boja idealan za štampu na belom papiru. Ovakav model se naziva **CMY** model boja.

U teoriji, čiste komponente svetloplave boje (C), ljubičaste (M) i žute (Y) boje, kada se pomešaju, trebalo bi da apsorbuju svu svetlost i tako prikažu crnu boju. Međutim , sva štamparska mastila sadrže primese, tako da ova tri mastila (boje) proizvode tamnobraon nijansu umesto crne. To je dovelo do toga da mora da se uključi i crna boja u model boja kako bi ta boja figurirala u štampanom materijalu. Sa K se označava crna boja i na ovaj način se došlo do "novog" modela boja pod nazivom **CMYK**.

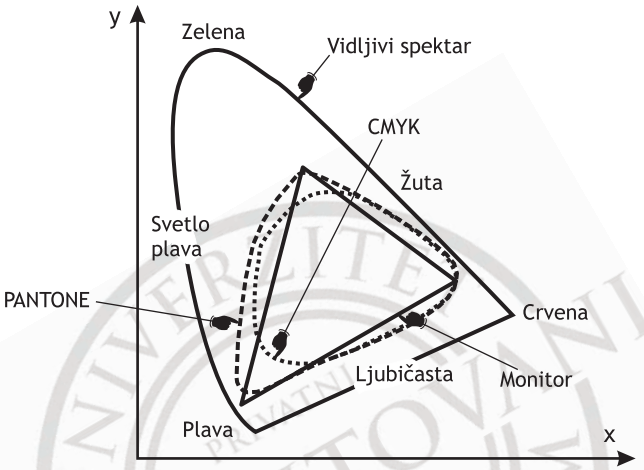
U režimu CMYK, svakom pikselu se dodeljuje procentualna vrednost svake boje. Najsvetlije boje sastoje se od malog procenta mastila (boja), dok tamnije sadrže veće procente. Na primer, svetlocrvena boja može da sadrži 2% svetloplave boje (C), 93% ljubičaste boje (M), 90% žute boje (Y) i 0% crne boje (K). Na slikama koje su urađene u modelu boja CMYK, bela boja se dobija kada sve komponente imaju vrednost 0%.



Slika 4.86. *Komponente CMYK modela boja i kompletan CMYK model boja*

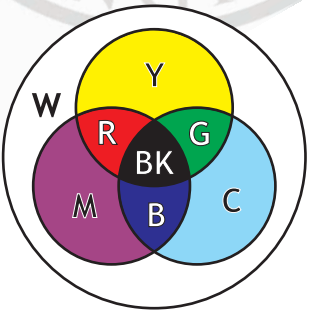
Pored ovih modela boja, pojavljuje se i PANTONE (*Pantone Matching System*) sistem usklađivanja boja. To je standardni sistem specifikovanja boja mastila u grafičkoj umetnosti i štampanju, koji se sastoji od knjige uzoraka u kojoj je svakoj od oko 500 boja

dodeljen broj. PANTONE može da se smatra međunarodnim sistemom boja koji se sastoji od 14 osnovnih boja, za dobijanje preko hiljadu različitih nijansi izvedenih boja po recepturi PANTONE uzoraka boja. Na slici 4.87 prikazani su kolorni gamuti boja za običan monitor, u poređenju modela boja CMYK i PANTONE, i sa vidljivim spektrom boja.



Slika 4.87. *Dijagram gamuta boja*

Monitori i skeneri koriste aditivne osnovne boje zbog toga što su emisioni uređaji, što znači da oni direktno dodaju R,G i B komponente svetla tamnoj pozadini. Štampači, u drugu ruku, moraju da renderuju boje na papiru, tako da oni rade sa reflektovanim svetlom. Da bi ovo uopšte moglo da se odradi, štampač mora da radi sa suptraktivnim osnovnim bojama – cijan, magentom i žutom.



Slika 4.88. *CMY i CMYK - osnovne boje za "oduzimanje"*

Na slici 4.88 prikazane su kombinacije boja u modelima boja CMY i CMYK. Treba napomenuti da žuta (Y) boja apsorbuje tamnoplavu (B) boju, magenta (M) boja apsorbuje zelenu (G) boju i cijan (C) boja apsorbuje crvenu (R) boju. Na slici 4.88 se vidi da pomenute boje stoje jedna nasuprot drugoj unutar dijagrama.

Prevođenje CMY modela boja u RGB model boja može da se prikaže pomoću sledećeg izraza:

$$\begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}.$$

Ne treba posebno pominjati da je ovo pojednostavljen izraz, ali je dovoljan kako bi korisnik stekao odgovarajući utisak.

Konvertovanje CMYK u RGB

Da bi se izvršilo konvertovanje CMYK modela boja u RGB model boja, mora da se napravi međukorak. To znači da se najpre CMYK model boja konvertuje u CMY model boja, a onda se CMY model boja konvertuje u RGB model boja. Treba napomenuti da se ovde barata vektorima, što znači da se vrednosti svih komponenti svih modela boja nalaze u opsegu od 0 do 1. Da se ne bi stvorila zabuna, moraju da se uvedu sledeće oznake:

- komponente CMY modela biće označene indeksom 1, tj. CMY model će se označavati kao $C_1M_1Y_1$; i
- komponente CMYK modela biće označene indeksom 2, tj. CMYK model će se označavati kao $C_2M_2Y_2K$.

Konvertovanje CMYK modela u CMY model boja obavlja se pomoću izraza:

$$\begin{aligned} C_1 &= C_2\,(1-K)\,K \\ M_1 &= M_2\,(1-K)\,K \\ Y_1 &= Y_2\,(1-K)\,K \end{aligned}$$

Konvertovanje CMY modela u RGB model boja obavlja se pomoću sledećih izraza:

$$\begin{aligned} R &= 255\,(1-C_1) \\ G &= 255\,(1-M_1) \\ B &= 255\,(1-Y_1) \end{aligned}$$

Konvertovanje RGB u CMYK

Za konvertovanje RGB modela boja u CMYK model boja, takođe je potreban međukorak. To znači da se najpre RGB model boja konvertuje u CMY model boja, a onda se CMY model boja konvertuje u CMYK model boja. Treba još jednom napomenuti da se ovde barata vektorima, što znači da se vrednosti svih komponenti svih modela boja nalaze u opsegu od 0 do 1. Konvertovanje RGB modela u CMY model boja obavlja se pomoću izraza:

$$\begin{aligned} C_1 &= 1 - \frac{R}{255} \\ M_1 &= 1 - \frac{G}{255} \\ Y_1 &= 1 - \frac{B}{255} \end{aligned}$$

Sada sledi konvertovanje CMY modela u CMYK model boja, a to se obavlja pomoću sledećih izraza:

$$\begin{aligned} C_2 &= C_1 - (C_1, M_1, Y_1)_{min} \\ M_2 &= M_1 - (C_1, M_1, Y_1)_{min} \\ Y_2 &= Y_1 - (C_1, M_1, Y_1)_{min} \\ K &= K \end{aligned}$$

gde član $(C_1, M_1, Y_1)_{min}$ predstavlja najmanju vrednost prikazane tri komponente i njihovih vrednosti. Na primer, ako su komponente CMY modela boja $(0,45; 0,23; 0,88)$, onda će taj član da ima vrednost:

$$(C_1, M_1, Y_1)_{min} = 0,23$$

za sve tri komponente CMYK modela boja: C_2, M_2 i Y_2.

4.4.9. Još ponešto o bojama

Dubina boja pokazuje koliko boja i nijansi boja hardver i prateći softver mogu da prikažu. Uobičajeni sistemi nude 8-bitne (256 boja), 16-bitne (oko $64\,000$ boja) i 24-bitne (oko 16 miliona boja) dubine boja. Naravno, poneki put se dubina boja opisuje kao aktuelni broj boja koje sistem može da prikaže, kao 256 boja ili $16,7$ miliona boja.

Hardver je ograničavajući faktor po pitanju boja. Internet pretraživač će iskoristiti onoliko boja koliko sistem može da upotrebi. Na primer, ako prikazanoj grafici treba $16,7$ miliona boja, ali hardver podržava prikazivanje samo 256 boja, onda će pretraživač da svede broj prikazanih boja na uobičajenu paletu boja, koju diktira hardver (to često nije ugodno).

Sledeći ograničavajući faktor je tip slike koju treba prikazati. Na primer GIF format dozvoljava da se prikaže slika sa samo 256 boja od mogućih $16,7$ miliona. To je ograničenje formata, a ne slike! Te JPG format može da prikaže svih $16,7$ miliona boja. Ovo je doprinelo tome da JPG postane najpopularniji format za prikazivanje realističnih slika.

8-bitnost boja omogućava prikazivanje 256 boja i to je minimalna mogućnost svakog sistema. Takvi su VGA sistemi i njihove mogućnosti su zato prilično ograničene. Kako se, uopšte, dolazi do broja boja? Do broja od 256 boja dolazi se na sledeći način:

$$2^8 = 256\,,$$

a to je posledica toga što postoji 8 bitova i 2 mogućnosti kao odgovor (ON i OFF ili 0 i 1). Sistemi sa 8-bitnim bojama daju siromašan prikaz i, uglavnom, su prevaziđeni.

16-bitnost boja omogućava prikazivanje oko $64\,000$ boja, što baš i nije tačan broj. Tačan broj je:

$$2^{16} = 65\,536\,,$$

ali je odomaćen izraz od $64\,000$ boja ili 64 K boja. Ove boje su dobar izbor za sisteme sa ograničenim mogućnostima video memorije.

24-bitnost boja omogućava prikazivanje oko $16,7$ miliona boja, što nije tačan broj. Tačan broj je:

$$2^{24} = 16\,777\,216\,,$$

ali je odomaćen izraz od $16,7$ miliona boja. Ove boje su najbolje rešenje za pravljenje i prikazivanje slika na računaru. Korišćenjem 24-bitnih boja, na primer, najbolje se prikazuju gradijentni prelazi i najbolje se uklanjaju nazubljene ivice sa figure ili linije, pri radu sa grafikom.

4.4.10. "Matematičke operacije" sa bojama

Osnovni matematički i algebarski izrazi mogu da se primene i na boje da bi se iskazali elementarni principi sa bojama (uvedene su odgovarajuće aproksimacije kako ne bi došlo do kompleksnih problema).

Princip simetričnosti pokazuje da redosled prilikom dodavanja primarnih boja nije isti kada se kreira i pojavljuje izlazna boja (slika 4.89). U izlaznoj boji primarne boje se pojavljuju u obrnutom redosledu, tj. najpre se pojavljuje primarna boja koja je poslednja dodata, i tako redom unazad.



Slika 4.89. *Princip simetričnosti*

Ako se prva boja označi slovom A, a druga boja slovom B, onda se princip simetričnosti može prikazati u matematičkom obliku:

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} = \mathrm{B} + \mathrm{A}$$

Dodavanje (ili oduzimanje) dve ili više boja dovodi do promene izlazne boje po pitanju nijanse, ali mora da se obrati pažnja na kumulativni porast zapremine (količine) boje. Na ovaj način se dolazi do **principa kumulativne zapremine**. Ako se saberu dve boje, izlazna boja ima zapreminu koja je zbir zapremina ulaznih primarnih boja. Prvi slučaj je sabiranje dve jedinične zapremine (količine) iste boje (slika 4.90).



Slika 4.90. *Zbir dve iste boje*

Ako se boja označi slovom A, onda se zbir dve jedinične mere ove boje može prikazati u matematičkom obliku:

$$1 \cdot \mathrm{A} + 1 \cdot \mathrm{A} = 2 \cdot \mathrm{A}$$

Drugi slučaj je sabiranje jedinične mere različitih boja, gde je rezultat treća boja, a izlazna zapremina je jednaka zbiru jediničnih zapremina primarnih (ulaznih) boja (slika 4.91).

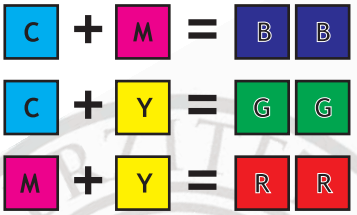


Slika 4.91. *Zbir dve različite boje*

Ako se ulazne primarne boje označe slovima A i B, a izlazna boja slovom C, onda se zbir jediničnih mera primarnih boja može prikazati u matematičkom obliku:

$$1 \cdot \mathrm{A} + 1 \cdot \mathrm{B} = 2 \cdot \mathrm{C}$$

Na slici 4.92 ilustrovana su pojedinačna sabiranja primarnih boja CMY modela boja. Sabiranjem cijan i magente dobija se tamno (indigo) plava boja, sabiranjem cijan i žute boje dobija se zelena izlazna boja i sabiranjem magente i žute dobija se crvena izlazna boja.



Slika 4.92. *Sabiranje primarnih boja*

Zbir jediničnih mera primarnih boja može se prikazati u matematičkom obliku:

$$\begin{aligned} 1 \cdot \mathrm{C} + 1 \cdot \mathrm{M} &= 2 \cdot \mathrm{B} \\ 1 \cdot \mathrm{C} + 1 \cdot \mathrm{Y} &= 2 \cdot \mathrm{G} \\ 1 \cdot \mathrm{M} + 1 \cdot \mathrm{Y} &= 2 \cdot \mathrm{R} \end{aligned}$$

Kada se pomešaju sve tri primarne boje u istoj proporciji (iste količine primarnih boja), onda se dobija crna boja kao izlazna boja (slika 4.93).

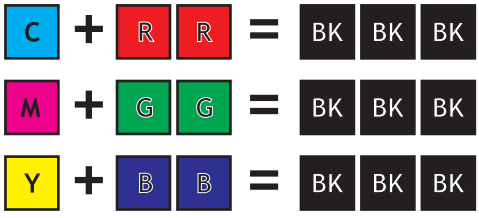


Slika 4.93. *Sabiranje istih količina primarnih boja*

Zbir jediničnih mera primarnih boja može se prikazati u matematičkom obliku:

$$1 \cdot \mathrm{C} + 1 \cdot \mathrm{M} + 1 \cdot \mathrm{Y} = 3 \cdot \mathrm{BK}$$

Na slici 4.94 prikazane su kombinacije koje proizvode crnu boju.



Slika 4.94. *Dobijanje crne boje kao izlazne boje*

Zbir jediničnih mera primarnih boja i određenih količina sekundarnih elemenata može se prikazati u matematičkom obliku:

$$\begin{aligned} 1 \cdot \mathrm{C} + 2 \cdot \mathrm{R} &= 3 \cdot \mathrm{BK} \\ 1 \cdot \mathrm{M} + 2 \cdot \mathrm{G} &= 3 \cdot \mathrm{BK} \\ 1 \cdot \mathrm{Y} + 2 \cdot \mathrm{B} &= 3 \cdot \mathrm{BK} \end{aligned}$$

Šta se dobija ako se sekundarni elementi (boje) dodaju u istoj razmeri (slika 4.95), kao što se to radilo sa primarnim bojama?



Slika 4.95. *Sabiranje istih količina sekundarnih boja*

Ako se krene od slike 4.94 i pripadajućih izraza, onda se dolazi do sledećih izraza:

$$\begin{aligned} 2 \cdot \mathrm{R} &= 3 \cdot \mathrm{BK} - 1 \cdot \mathrm{C} \\ 2 \cdot \mathrm{G} &= 3 \cdot \mathrm{BK} - 1 \cdot \mathrm{M} \\ 2 \cdot \mathrm{B} &= 3 \cdot \mathrm{BK} - 1 \cdot \mathrm{Y} \end{aligned}$$

Sabiranjem levih strana gore navedenih izraza dolazi se do izraza:

$$2 \cdot \mathrm{R} + 2 \cdot \mathrm{G} + 2 \cdot \mathrm{B} = 3 \cdot \mathrm{BK} - 1 \cdot \mathrm{C} + 3 \cdot \mathrm{BK} - 1 \cdot \mathrm{M} + 3 \cdot \mathrm{BK} - 1 \cdot \mathrm{Y}$$

Ako se gornji izraz malo sredi, onda se dobija:

$$2 \cdot (\mathrm{R} + \mathrm{G} + \mathrm{B}) = 3 \cdot \mathrm{BK} + 3 \cdot \mathrm{BK} + 3 \cdot \mathrm{BK} - (1 \cdot \mathrm{C} + 1 \cdot \mathrm{M} + 1 \cdot \mathrm{Y})$$

Daljim sređivanjem dobija se:

$$2 \cdot (\mathrm{R} + \mathrm{G} + \mathrm{B}) = 9 \cdot \mathrm{BK} - 3 \cdot \mathrm{BK} = 6 \cdot \mathrm{BK}$$

Odavde sledi da je tražena izlazna boja:

$$\mathrm{R} + \mathrm{G} + \mathrm{B} = 3 \cdot \mathrm{BK}$$

Traženi rezultat je prikazan i na slici 4.96.



Slika 4.96. *Rezultat sabiranja istih količina sekundarnih boja*

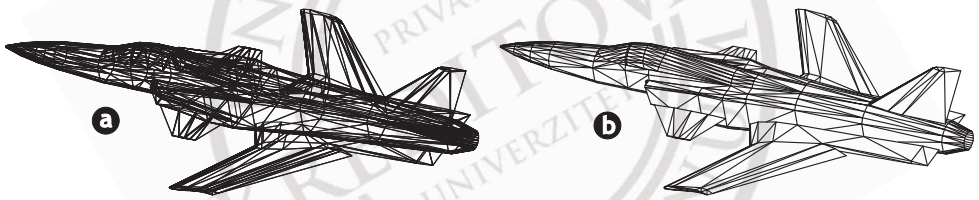
Ove matematičke aproksimacije u potpunosti odgovaraju stvarnosti. To znači da treba sabrati identične jedinične mere sve tri komponente da bi se kao izlaz dobila crna boja. Ako sve tri komponente imaju vrednost 255, onda se kao izlaz dobija bela boja. Na ovaj način se dolazi do odgovarajuće nijanse sive boje na prostornoj dijagonali unutar 3D modela boja u obliku kocke.

4.5. Uklanjanje nevidljivih linija i površina

Čim se kreira grupa sastavljena od 3D objekata i čim se definiše tačka u prostoru iz koje se gleda na te objekte, onda je neophodno da se odredi koje su linije ili površine vidljive, a koje ne. To znači da korisnik može, u bilo kojoj projekciji, da prikaže samo vidljive linije ili površine. Ovaj proces je poznat pod sledećim nazivima: *vidljive linije* ili *određivanje vidljivih površina* ili *nevidljive linije* ili *eliminacija nevidljivih površina*.

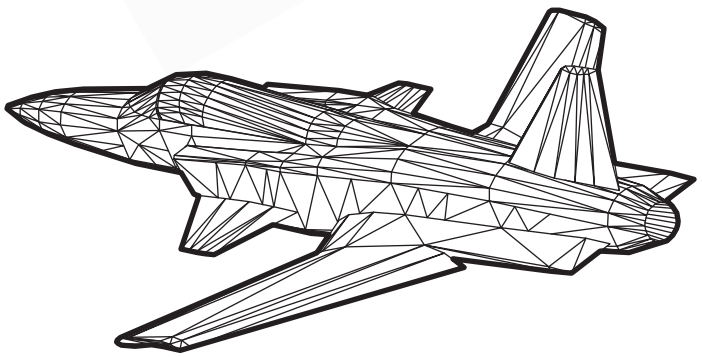
4.5.1. Funkcije dve promenljive

Jedan od najčešćih slučajeva u računarskoj grafici je prikazivanje i štampanje funkcije sa dve promenljive, kao što je $y = f(x, z)$. Ovakve funkcije definišu prostorne površine, gde bi trebalo odrediti šta se vidi, a šta ne. Žičani model je konstruisan kao linearna aproksimacija krivih linija kroz definisane tačke (slika 4.97a). Primenom odgovarajućih algoritama vrši se uklanjanje linija i površina koje se ne vide iz tačke iz koje korisnik gleda na model, tako da se dolazi do mrežnog modela, gde se vidi ono što je ispred, a ne vidi se ono što je iza (slika 4.97b).



Slika 4.97. *Žičani i mrežni model aviona X-29*

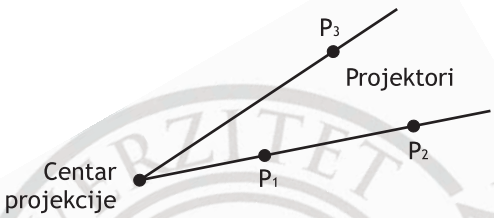
Često se dolazi u situaciju da korisnik mora da naglasi siluetu samog modela, tako da je najbolje da se to odradi širom, tj. debljom linijom (slika 4.98). U zavisnosti od toga u kojoj projekcionoj ravni se iscrtava granična linija, jedna od tri koordinate unutar tekućeg koordinatnog sistema ima konstantnu vrednost.



Slika 4.98. *Granična kontura modela aviona X-29*

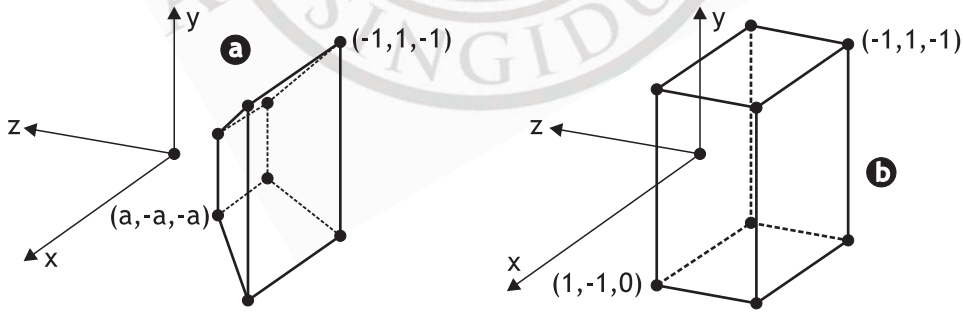
4.5.2. Transformacija perspektive

Određivanje vidljivosti površina mora da se obavi u 3D prostoru, pre nego što projekcije na ravan unište informacije o dubini, tj. trodimenzionalnosti. U zavisnosti od vrste izabrane projekcije, opšte upoređenje tačaka po dubini može da se svede na jednostavno pitanje: "Da li date tačke $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $P_2 = (x_2, y_2, z_2)$ zaklanjaju jedna drugu?" Sledeće pitanje je isto: "Da li su tačke P_1 i P_2 u istoj liniji pogleda, kao što je to prikazano na slici 4.99?" Ako je odgovor na ova pitanja potvrdan, onda treba proveriti koordinate z_1 i z_2 da bi se videlo koja je tačka bliža korisniku, tj. posmatraču. Ako je odgovor na pitanja negativan, onda nema preklapanja pomenutih tačaka.



Slika 4.99. *Međusobni položaj tačaka*

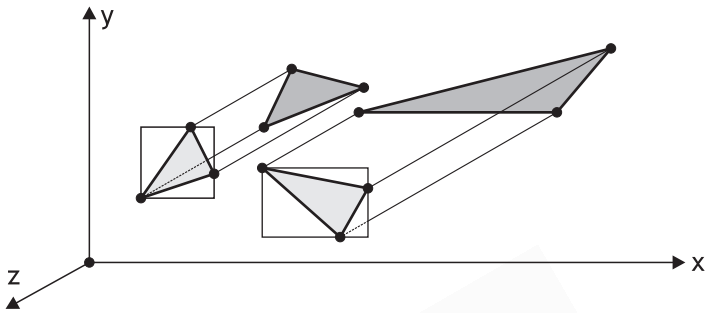
Bolje je prvo izvršiti transformaciju 3D objekta u 3D ekranskom koordinatnom sistemu, tako da su paralelne projekcije transformisanog objekta iste kao projekcije u perspektivi nedeformisanog objekta. Onda je testiranje da li neka tačka zaklanja drugu isto kao i za paralelne projekcije. Ova transformacija perspektive iskrivljuje (krivi) objekat i premešta centar projekcije u beskonačnost na pozitivnom delu z ose, kreirajući tako da projekcione linije budu paralelne. Na slici 4.100 prikazan je efekat ove transformacije na perspektivni zapreminski pogled, gde je na slici 4.100a prikazan normalizovan zapreminski pogled pre transformacije perpsektive, a na slici 4.100b posle transformacije.



Slika 4.100. *Normalizovan zapreminski pogled pre i posle transformacije*

4.5.3. Ograničenja ekrana i granične zapremine

Sam ekran ili monitor je ograničavajući faktor i može da dovede do nepotrebnog isecanja elemenata scene, kao i do nepotrebnog upoređivanja objekata ili njihovih projekcija. Na slici 4.101 prikazana su dva objekta (u ovom slučaju 3D poligona), njihove projekcije i granične linije monitora koje okružuju projekcije.

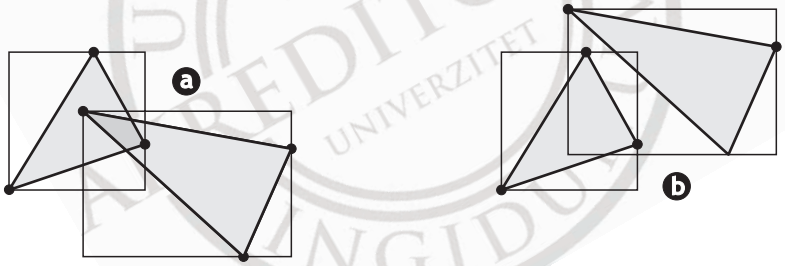


Slika 4.101. *Dva objekta, projekcije u xy ravni i granične linije ekrana*

Očigledno je sa slike 4.101 da se granični pravougaonici ekrana ne preklapaju, tako da nema potrebe za testiranjem da li se projekcije preklapaju ili ne.

Ako se granični pravougaonici preklapaju, mogu da se pojave dva slučaja:

- praklapaju se i granični pravougaonici i projekcije unutar tih graničnih pravougaonika (slika 4.102a); i
- preklapaju se granični pravougaonici, ali se ne preklapaju projekcije unutar tih graničnih pravougaonika (slika 4.102b).



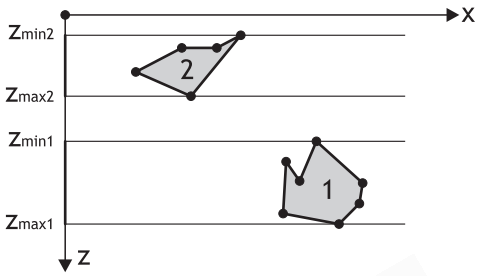
Slika 4.102. *Preklapanje graničnih pravougaonika i projekcija*

U oba slučaja potrebno je testiranje kako bi se utvrdilo da li se projekcije preklapaju ili ne. Ovakvo "ravansko" testiranje projekcija naziva se još i **testiranje graničnog pravougaonika**. Postoji još jedan način testiranja, obavlja se u 3D prostoru i taj način se "sreće" pod nazivom **granična zapremina**. Alternativno, ograničenje može da se iskoristi za ograničenje po jednoj dimenziji. Na primer, korisnik može da odredi da li objekat prelazi ili ne prelazi preko granične linije po z osi. Sličan primer ovom je ilustrovan na slici 4.103; ograničenja su definisana minimalnom i maksimalnom vrednošću z koordinate za svaki objekat posebno. Na osnovu prikazane slike 4.103, korisnik može da izvuče odgovarajuće zaključke.

Sledi zaključak da nema preklapanja ako je:

$$z_{max_2} < z_{min_1} \quad \text{ili} \quad z_{max_1} < z_{min_2}\,.$$

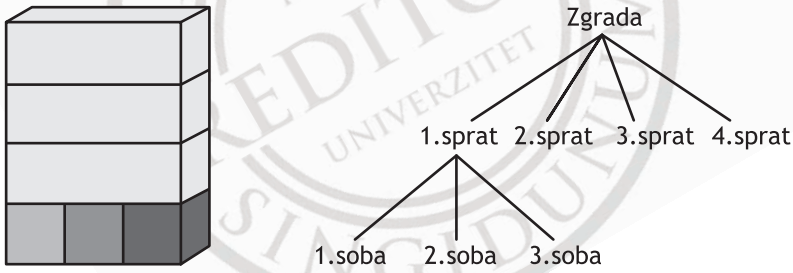
Upoređenje između minimalne i maksimalne granice u jednoj ili više dimenzija poznato je pod nazivom **min-max testiranje**.



Slika 4.103. *Upotreba 1D ograničenja da bi se videlo da li objekat iskače ili ne*

4.5.4. Prostorna podela i odgovarajuća hijerarhija

O ovoj vrsti podele već je bilo ranije reči. Prostorna podela omogućava korisniku da veliki problem svede na određeni broj manjih problema. Spregnuto sa prostornom podelom, bitna je i odgovarajuća hijerarhija koja definiše odnose unutar strukture i kretanje različitih objekata. Ugnežđeni hijerarhijski model, gde je svako dete deo podmodela oca, može da se iskoristi za restrikciju broja provera u odgovarajućim algoritmima za određivanje vidljivosti. Na primer, jedan nivo objekta može da posluži da ograniči kretanje svoje "dece" tako što će ih zadržati unutar tog nivoa, kao što je to prikazano na slici 4.104.



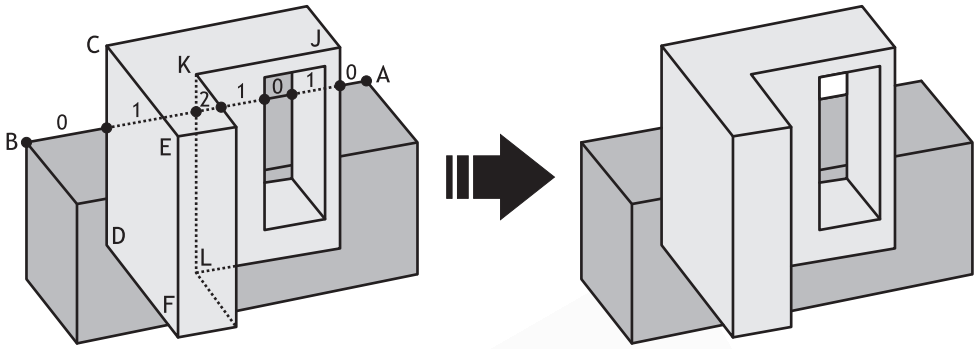
Slika 4.104. *Prostorna podela i odgovarajuća hijerarhija*

4.5.5. Ukratko o algoritmima za određivanje vidljivosti linija

Kada je bilo reči o uopštenim tehnikama, već je bilo reči i algoritmima za određivanje vidljivosti linija i površina. Pomenuće se samo jedan algoritam za određivanje vidljivosti linija, a reč je o Eplovom algoritmu.

Eplov algoritam

Ovaj algoritam definiše *kvantitativnu nevidljivost* tačaka linije kao funkciju broja zatvorenih poligona (strana) koji zaklanjaju tu tačku. Kada linija prolazi iza strane (poligona), onda se kvantitativna nevidljivost povećava za 1; kada linija prolazi van ovakvog regiona kvantitativna nevidljivost se smanjuje za 1. Linija je jedino vidljiva ako kvantitativna nevidljivost ima vrednost 0. Na slici 4.105 prikazana je linija AB sa brojnim vrednostima kvantitativne nevidljivosti za svaki svoj segment.



Slika 4.105. *Kvantitativna analiza vidljivosti, tj. nevidljivosti linija*

Ako nema ovakvih poligona (kroz koje prolaze linije), onda se kvantitativna nevidljivost linije menja jedino ako ona prođe iza linije koja se naziva **konturna linija**. Konturna linija je ili zajednička stranica prednjeg i zadnjeg poligona ili stranica prednjeg poligona koja nije deo zatvorenog poliedra. Zajednička stranica dva prednja poligona ne izaziva promenu kvantitativne nevidljivosti, a i nije konturna linija. Na primer, na slici 4.105 stranice AB, CD, DF i KL su konturne linije, a ivice CE, EF i JK nisu.

4.6. Z-bafer, bafer kodova i kanali boja

Bafer, **Z-bafer**, odnosno prihvatna memorija, predstavlja područje memorije koje je rezervisano za privremeni smeštaj podataka dok čekaju na prenos između dve lokacije, na primer između područja podataka aplikacije i ulazno/izlaznog uređaja. Uređaj ili adapter mogu da upotrebe bafer za smeštaj podataka koji čekaju na prenos na računar ili obradu od strane uređaja. **Bafer kodova** predstavlja deo memorije displeja računara za čuvanje sadržine jedne slike na ekranu.

Z-bafer se inicijalno postavlja na vrednost 0, reprezentujući na taj način z vrednost zadnje ravni isecanja, a bafer kodova se podešava na vrednost boje pozadine. Najveća vrednost kaja može biti smeštena unuta z-bafera predstavlja z vrednost prednje ravni isecanja. Poligoni se konvertuju u bafer kodova u proizvoljnom redosledu. Prilikom skeniranja, svaki poligon može da se pakuje u bafer, liniju po liniju, kako je već pominjano. Na slici 4.106 prikazano je dodavanje dva poligona na istoj slici. Na pomenutoj slici osenčeni su pikseli pripadajućoj boji, a brojevima su definisane z vrednosti. Na slici 4.106a prikazano je dodavanje poligona sa konstantnom z vrednošću u prazan z-bafer. Na slici 4.106b prikazano je dodavanje drugog poligona koji se preseca sa prvim poligonom.

Kako je već pominjano, određivanje z vrednosti za svaku tačku linije skeniranja može da se pojednostavi pretpostavkom da je poligon ravanska figura. Normalno, da bi se izračunala vrednost z, mora da se reši jednačina ravni

$$\mathrm{Ax} + \mathrm{By} + \mathrm{Cz} + \mathrm{D} = 0$$

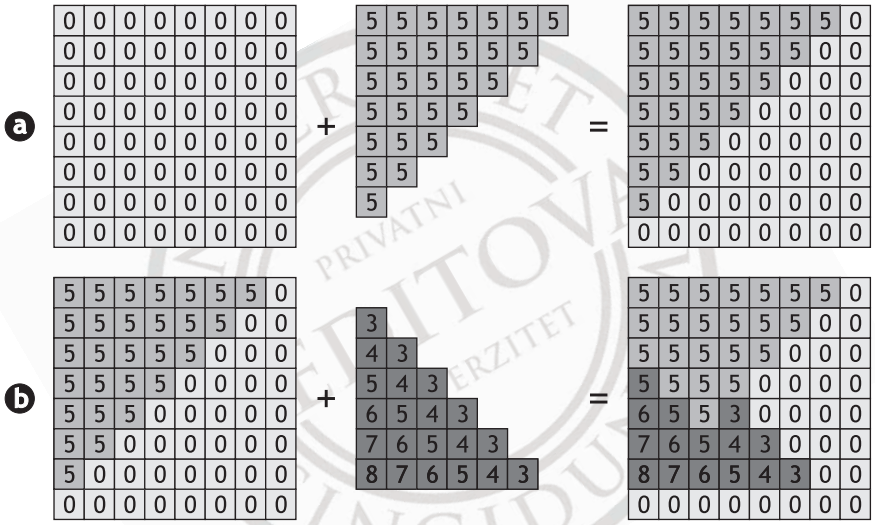
po promenljivoj z:

$$z = \frac{-D - Ax - By}{C}. \tag{4.126}$$

Ako za tačku (x, y) jednačina (4.126) "daje" rezultat z_1, onda u tački $(x+\Delta x, y)$ vrednost z iznosi:

$$z = z_1 - \frac{A}{C}(\Delta x). \tag{4.127}$$

Potrebno je samo jedno oduzimanje da se izračuna $z(x+1, y)$ za dato $z(x, y)$, sve dok količnik A/C ima konstantnu vrednost i dok je $\Delta x = 1$. Sličnu kalkulaciju je moguće primeniti za određivanje prve z vrednosti sledeće linije skeniranja, smanjujući je za B/C za svaku vrednost Δy.



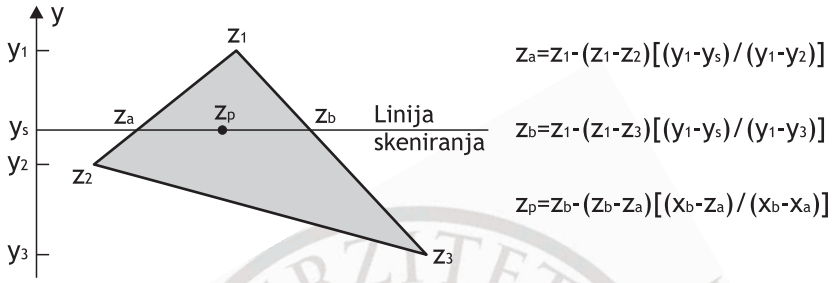
Slika 4.106. *Z-bafer i dva poligona*

Ako površina ne može da se odredi ili ako poligon ne leži u odgovarajućoj ravni, onda vrednost $z(x, y)$ može da se odredi interpolacijom z koordinata temena (verteksa) poligona duž stranica, a onda i u preseku sa linijom skeniranja (slika 4.107). Određivanje parametara pomoću priraštaja može i ovde da se primeni, uz zadovoljavajuće rezultate. Treba napomenuti da nije potrebno određivati boju piksela ako određivanje vidljivosti piksela nije zadovoljavajuća. Ovaj algoritam ne zahteva da objekti moraju da budu poligoni. Najveća prednost ovog algoritma i jeste u tome što može da se koristi za renderovanje bilo kakvog objekta ako mogu da se odrede vrednosti senki i z vrednosti za svaku tačku unutar odgovarajućih projekcija.

Kanali su jedan od osnovnih elemenata većine grafičkih paketa za obradu i rad sa fotografijama. Postoje dve vrste kanala: **kanali boja** i **alfa kanali**. Podaci o bojama na slici smešteni su u kanalima boja. Izabrani delovi (selekcije) zapisuju se i modifikuju u alfa kanalima.

Kada se pravi selekcija na slici, izabrana površina je aktivna i, na taj način, je omogućena,

eventualna, njena promena. Oblast izvan izabrane je **maska**. Ona je inverzna selekciji i štiti delove slike ispod od promena. Ovo je nešto kao matrica koju koriste firmopisci. Matrica se drži na zidu i slika se kroz nju. Matrica sprečava razlivanje boje izvan izabrane površine. Na isti način, fotografi koriste maske u mračnim komorama. U svakoj od ovih situacija površina je podeljena, odnosno postoji izabrana i maskirana površina.



Slika 4.107. *Interpolacija z vrednosti duž stranice poligona i linije skeniranja*

Selekcije zapamćene kao kanali nazivaju se **alfa kanalima**. Oni se koriste za čuvanje selekcija i pamte se sa slikama. Alfa kanali predstavljaju vezu između kanala boja i mogućnosti da se manipuliše slikom. Sliku predstavljaju kanali boja. Alfa kanali određuju koji će deo slike biti zahvaćen određenom operacijom.

Treba napomenuti da je svaki alfa kanal kombinacija dva elementa: izbora (selekcije) i maske. Izraz maska se koristi umesto izraza alfa kanal, a selekcija se obično odnosi na izabrane delove slike. Alfa kanali se često mogu videti kao crno-beli, međutim, to su slike u skali sivih tonova sa 256 nijansi. Alfa kanali mogu imatu gradaciju i mogu biti izuzetno složeni.

Uređenje kanala boja u bilo kom momentu menja sliku. Svaka vizuelna promena utiče na vrednosti sive skale u jednom ili u svim kanalima boja, a to izaziva promenu izgleda slike. Maske su zapamćene selekcije, pa su sve promene u maskama vidljive u selekciji. Uređenje maske može biti jednostavno, baš kao slikanje crno-belog oblika.

Uređenjem kompozitnog kanala boja menjaju se svi pojedinačni kanali boja u tekućem dokumentu. Ista aktivnost može da se izvrši i nad pojedinačnim kanalom boja. Učešće boje može da se promeni izborom kanala boja i primenom krivih za promenu vrednosti sive skale u tom kanalu. Ako RGB slika ima crven izgled, to može da znači da bi vrednosti sive skale u crvenom kanalu trebalo da budu tamnije.

Kada vrednosti sive skale u RGB kanalu postanu tamnije i kada se približe srednjoj vrednosti sive, kanal gubi zasićenje bojom. Kako se vrednosti sive skale "udaljavaju" od srednje sive ka tamnijim tonovima, tako se povećava zasićenje inverznom bojom.

4.7. Izvor svetlosti i osobine materijala

Svaki objekat koji emituje svetlosnu energiju zračenja je **izvor svetlosti** ili **svetlosni izvor**, od koga zavisi svetlostni efekat kakav će imati na objekte u sceni. Svetlosni izvor može

biti definisan velikim brojem parametara: položaj, boja svetlosti koja se emituje, pravac emitovanja, kao i oblik svetlosnog izvora. U aplikacijama sa odzivom u realnom vremenu koriste se jednostavni svetlosni izvori svetlosti kako bi se izbegli komplikovani i zahtevni proračuni. Osobine u vezi sa emitovanjem svode se na upotrebu jedinstvene vrednosti svake RGB komponente.

4.7.1. Tačkasti svetlosni izvori

Najjednostavniji model objekta koji emituje svetlosnu energiju je **tačkasti izvor svetlosti** sa jedinstvenom bojom, koja je definisana pomoću tri RGB komponente. Korisnik definiše tačkasti svetlosni izvor određujući njegovu poziciju i boju koju emituje. Kao što se to vidi sa slike 4.108, svetlost se generišu zrakasto od pozicije samog izvora.

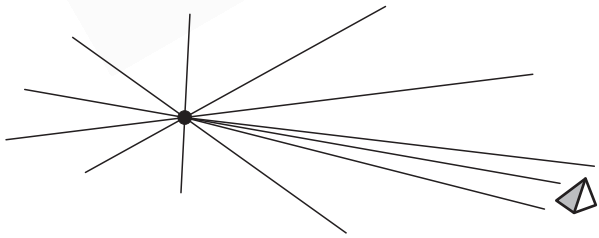


Slika 4.108. *Tačkasti svetlosni izvor*

Model svetlosnog izvora je razumljiva aproksimacija izvora čije su dimenzije male u odnosu na veličinu objekata unutar scene. Korisnik može da simulira i veće izvore svetlosti kao tačkaste izvore svetlosti ako njihov položaj nije blizu scene.

4.7.2. Beskonačno udaljeni svetlosni izvori

Veliki svetlosni izvori, kao što je Sunce, koji se nalaze izuzetno daleko od scene mogu da se aproksimiraju tačkastim svetlosnim izvorima, ali postoje male varijacije što se usmerenosti zraka tiče i njihovih efekata. Za razliku od svetlosnog izvora koji se nalazi u sredini scene i koji osvetljava objekte u sceni na sve strane, udaljeni svetlosni izvori osvetljavaju scenu samo sa jedne strane. Putanja svetlosti udaljenog izvora svetlosti do određene pozicije unutar scene je skoro konstantna, kao što je skicirano na slici 4.109.



Slika 4.109. *Svetlosni zraci udaljenog svetlosnog izvora*

Korisnik može da simulira "beskonačno" udaljene svetlosne izvore odgovarajućim modelom kojem će dodeliti boju (njenu vrednost) i kojem će fiksirati pravac svetlosnih zraka koji proizilaze iz samog izvora.

4.7.3. Slabljenje podužnog intenziteta osvetljenja

Energija zračenja svetlosnog izvora "putuje" kroz prostor, tako da amplituda na nekom rastojanju d_l od izvora opada (slabi) sa faktorom $1/d_l^2$. To znači da površina koja je bliža svetlosnom izvoru prima veću količinu upadne svetlosti, nego površina koja je udaljenija od svetlosnog izvora. Da bi se proizveli realistični svetlosni efekti, ovo slabljenje mora da se uračuna u kalkulaciju. U praksi, upotreba faktora slabljenja $1/d_l^2$ tačkastog izvora ne daje uvek najbolje rezultate. Ovaj faktor slabljenja proizvodi mnogo više varijacija u intenzitetu osvetljenja bližih površina, a mnogo manje varijacija kada je d_l veliko. Da bi se generisao realističniji prikaz korišćenjem tačkastih svetlosnih izvora, trebalo bi aproksimirati slabljenje f_{slab} inverznom kvadratnom funkcijom udaljenosti d_l, tako da se pojavljuje izraz:

$$f_{slab}(d_l) = \frac{1}{a_0 + a_1\, d_l + a_2\, d_l^2}\,. \tag{4.128}$$

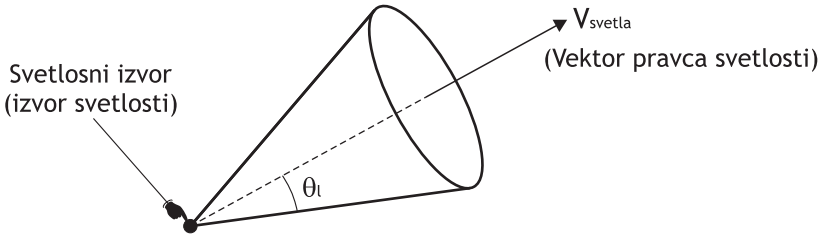
Numeričke vrednosti koeficijenata a_0, a_1 i a_2 treba podesiti kako bi se dobio efekat optimalnog slabljenja. Na primer, može da se dodeli velika vrednost koeficijentu a_0, kada je d_l veoma malo, kako bi se sprečilo da $f_{slab}(d_l)$ postane suviše veliko. Obično su dostupni u grafičkim aplikacijama, kao dodatna opcija, različiti skupovi vrednosti za koeficijente slabljenja, koji mogu da se dodeljuju svakom tačkastom izvoru u sceni.

Izraz (4.128) ne može da se primeni na tačkasti izvor koji se nalazi "u beskonačnosti", jer rastojanje ne može da se odredi. Da bi se ovaj problem rešio, ova funkcija može da se odredi kao:

$$f_{slab}(d_l) = \begin{cases} 1.0\,, & \text{ako je svetlosni izvor u beskonačnosti,} \\ \frac{1}{a_0 + a_1\, d_l + a_2\, d_l^2}\,, & \text{ako je svetlosni izvor u lokalu.} \end{cases} \tag{4.129}$$

4.7.4. Usmereni svetlosni izvori i efekti reflektora

Lokalni svetlosni izvor lako može da se modifikuje da proizvodi usmereni ili reflektorski snop svetlosti. Ako se objekat nalazi van gabaritnog konusa svetlosnog izvora, onda taj objekat nije osvetljen od strane pomenutog izvora svetlosti. Jedan od načina da se podesi usmereni svetlosni izvor je da mu se dodeli vektor pravca V_{svetla} i ugaono ograničenje θ_l, koje se meri od vektora pravca, kao dodatak poziciji i boji samog svetlosnog izvora. Ovo definiše konusni deo prostora sa vektorom pravca koji se poklapa sa osom konusa (slika 4.110). Višebojni tačkasti svetlosni izvor može da se modeluje korišćenjem više vektora pravaca svetlosti i korišćenjem različite emisije boja duž svakog vektora pravca.

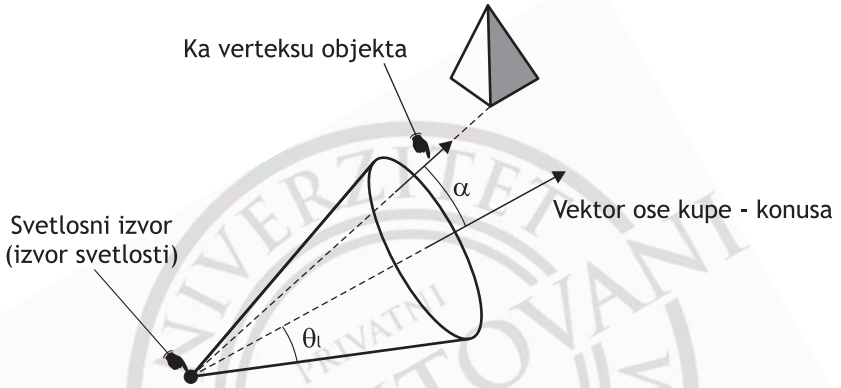


Slika 4.110. *Usmereni tačkasti svetlosni izvor*

Može da se definiše da V_{svetla} bude jedinični vektor i da se sa V_{obj} označi jedinični vektor čiji je pravac od svetlosnog izvora do samog objekta. Tada je:

$$V_{obj} \cdot V_{svetla} = cos\alpha, \tag{4.130}$$

gde je α vrednost ugla između gorepomenutih vektora. Ako se ograniči ugao konusa osvetljenja na vrednosti $0^\circ < \theta_l \leq 90^\circ$, onda se objekat nalazi unutar konusa osvetljenja ako je $cos\alpha \geq cos\theta_l$, kao što je to prikazano na slici 4.111.



Slika 4.111. *Osvetljenje objekta usmerenim tačkastim izvorom svetlosti*

Ako je

$$V_{obj} \cdot V_{svetla} < cos\theta_l,$$

onda se objekat nalazi van konusa osvetljenja izvora svetlosti.

4.7.5. Slabljenje ugaonog intenziteta osvetljenja

Za usmerene svetlosne izvore može da se tvrdi da postoji slabljenje ugaonog intenziteta osvetljenja, kao što je to utvrđeno sa podužnim slabljenjem. To znači da korisnik može da simulira konus osvetljenja gde je jači intenzitet osvetljenja duž same ose konusa i gde se intenzitet osvetljenja smanjuje kako se korisnik odmiče od ose konusa. Funkcija slabljenja ugaonog intenziteta osvetljenja $f_{slab\theta}$ usmerenog izvora svetlosti je:

$$f_{slab\theta}(\phi) = cos^{a_l}\phi, \quad 0^\circ \leq \phi \leq \theta, \tag{4.131}$$

gde je eksponentu slabljenja a_l dodeljena proizvoljna pozitivna vrednost i gde se ugao ϕ meri od ose konusa. Duž ose konusa je $\phi = 0^\circ$ i tada je $f_{slab\theta}(\phi) = 1.0$. Što je veća vrednost eksponenta slabljenja, to je manja vrednost funkcije slabljenja ugaonog intenziteta osvetljenja za date vrednosti ugla $\phi > 0^\circ$.

Već je definisano da V_{svetla} bude jedinični vektor i da se sa V_{obj} označi jedinični vektor čiji je pravac od svetlosnog izvora do samog objekta. Koristeći ova dva jedinična vektora i usvajajući da je $0^\circ < \theta_l \leq 90^\circ$, onda može da se izrazi uopštena jednačina za slabljenje

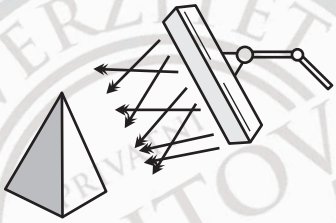
ugaonog intenziteta slabljenja kao:

$$f_{slab\theta} = \begin{cases} 1.0 & \text{ako izvor nije usmereni svetlosni izvor,} \\ 0.0 & \text{ako je } V_{obj} \cdot V_{svetla} = cos\alpha < cos\theta_l, \\ (V_{obj} \cdot V_{svetla})^{a_l} & \text{u ostalim slučajevima.} \end{cases} \quad (4.132)$$

Treba napomenuti da funkcija slabljenja ugaonog intenziteta osvetljenja ima vrednost $f_{slab\theta} = 0.0$ kada se objekat nalazi van konusa osvetljenja.

4.7.6. Združeni svetlosni izvori i Vornov model

Kada korisnik hoće da uključi veliki izvor svetlosti koji se nalazi blizu objekta na sceni, kao što je dugačka neonska lampa prikazana na slici 4.112, onda takav izvor svetlosti može da aproksimira površinom koja je u stanju da emituje svetlost.



Slika 4.112. *Osvetljenje objekta velikim bliskim izvorom svetlosti*

Jedan od načina da se modeluje ovakva površina je da se napravi mreža usmerenih tačkastih svetlosnih izvora. Korisnik može da podešava pravac osvetljavanja tačkastih izvora, tako da objekti koji se nalaze iza ove površine ne budu osvetljeni. Korisnik može da uključi i druge kontrole, kao što je restrikcija emitovanja svetlosti blizu ivica same površine, kako bi se izbegli odgovarajući neželjeni efekti.

Vornov model obezbeđuje primenu svetlosnih efekata kao da se radi u studiju, korišćenjem grupe tačkastih svetlosnih izvora sa različitim parametrima kako bi se simulirali uslovi koje imaju fotografi. Reč je o kontrolisanju reflektora (usmerenih svetlosnih izvora) i o pokretnim zastorima. Na primer, dva pokretna zastora se podešavaju nezavisno, tako da svaki zastor može da ima različita ograničenja po pitanju emitovanja svetlosnih zraka, u pravcu sve tri ose tekućeg koordinatnog sistema. Ovakva simulacija svetlosnog izvora je ugrađena u neke grafičke pakete, a na slici 4.113 prikazani su neki efekti ovog modela.



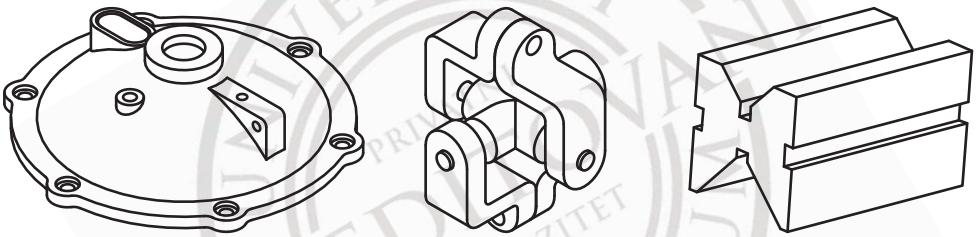
Slika 4.113. *Efekti osvetljenja unutar studija*

4.7.7. Prikazivanje oblika

Napredne fotografije i računarska grafika ne mogu da zamene umetnike. Slike koje naprave umetnici prikazuju odgovarajuće oblike i objekte na specifične načine koji mogu da budu različiti od realnog života ili od fotografija. Kao što je već viđeno, u računarskim programima korisnik može da "odradi" sliku kao da je iscrtana tušem ili oslikana vodenim bojama. Mnogi istraživači unutar računarske grafike istražuju nefotorealistični rendering kao alternativno rešenje fotorealističnom renderingu. Što je još važnije, nefotorealističan rendering je poznat po mogućnostima da precizno prikaže oblike i strukturu kompleksnih modela.

Tehničke ilustracije

Tehničke ilustracije su obično pojedinačni crteži koji prikazuju pogled iz jedne tačke i predstavljene su na jednostavnim medijima, kao što je to papir. Na slici 4.114 prikazane su tri tehničke ilustracije.



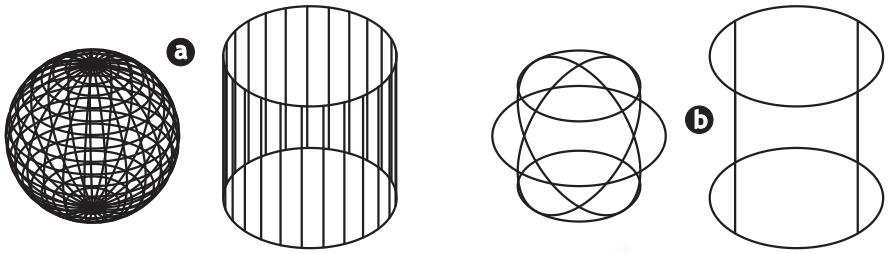
Slika 4.114. *Tehničke ilustracije sklopa i dva proizvoljna dela*

Većina tehničkih ilustracija ima sledeće karakteristike:

- stranice modela ili ivice iscrtavaju se crnom bojom;
- matirani objekti su osenčeni, i to u bojama sive skale, koja nije blizu, na skali, ni crnoj ni beloj boji;
- jedan svetlosni izvor obezbeđuje belu svetlost;
- senke su, uglavnom, isključene, a kada su uključene, smeštene su tako da ne remete prikaz bitnih elemenata modela; i
- metalni objekti su osnečeni ako su anizotropni.

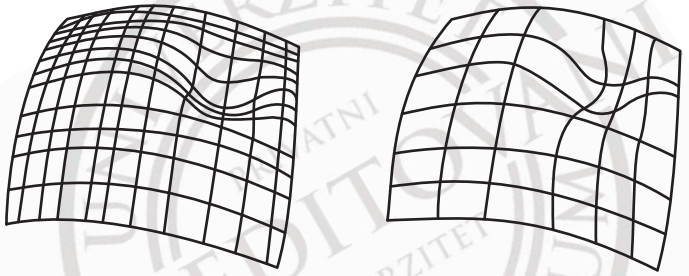
Linije u tehničkim ilustracijama

Mnogo se istraživalo da bi se odredili tipovi linija podesni za prikazivanje različitih modela na takav način da posmatraču bude odmah jasno šta vidi na osnovu prikazanih ivica, površi, senki, diskontinuiteta i drugih elemenata. Modeli se mogu prikazati kao žičani ili osenčeni. Žičani model je, možda, praktičniji, jer prikazuje više informacija od osenčenog modela. Za prikazivanje kompleksnog žičanog modela programi omogućavaju korisniku da se "igra" sa brojem linija kako se sistem ne bi preterano opteretio. Na slici 4.115 prikazani su modeli lopte i valjka, sa različitim brojem izometrijskih linija.



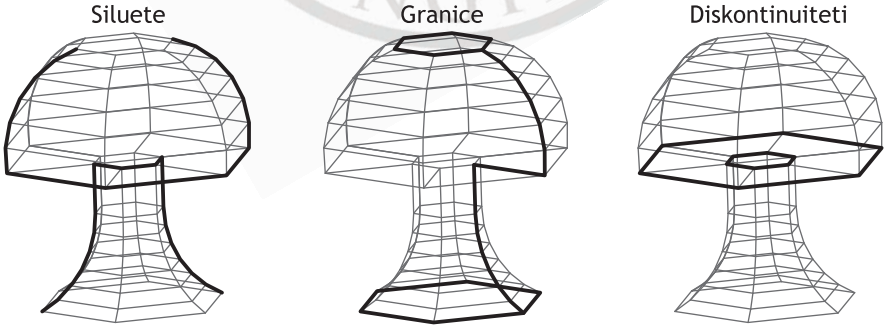
Slika 4.115. *Dva različita prikaza žičanih modela lopte i valjka*

Ako se za primer uzme žičani model površine izrađen pomoću NURBS krivulja, on sadrži odgovarajući broj izometrijskih linija od koga zavisi parametrizacija same površine. Na slici 4.116 su prikazane iste površine, s različitim brojem izometrijskih linija. Očigledno je da promena broja izometrijskih linija menja percepciju same površine.



Slika 4.116. *Promena broja izometrijskih linija utiče na izgled površine*

Iscrtavanjem siluete, ograničenih površina, diskontinuiteta i nabora (ispupčenja) imitiraju se i naglašavaju linije iz tehničkih ilustracija, bez parametrizacije i ostalih propratnih problema. Primeri tri različita tipa linija su prikazani na slici 4.117.



Slika 4.117. *Odvajanje delova objekta i naglašavanje važnih karakteristika*

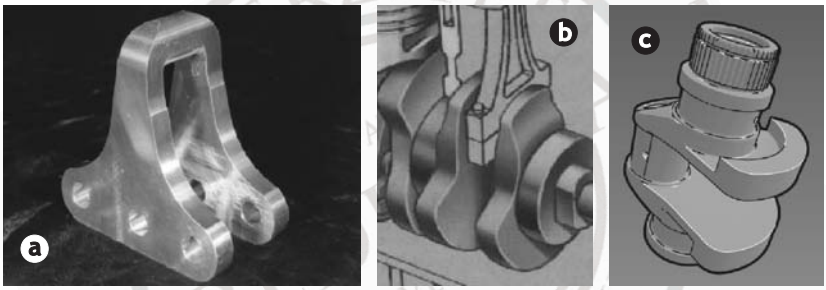
Širina (debljina) linije

U programima za rad sa grafikom postoji obilje linija za razne namene. Ako se govori o tehničkom crtežu, treba se držati sledećih pravila:

- Jednu širinu linije treba koristiti kroz sliku.
- Treba koristiti dve različite širine linije kada se naglašavaju spoljašnje ivice i delovi sa otvorenim prostorom iza njih.
- Različita širina duž jedne linije se koristi kada korisnik hoće da predstavi pogled u perspektivi, gde je "deblja" linija bliža posmatraču, a "tanja" linija je udaljenija od posmatrača, tako da posmatrač dobija osećaj dubine slike.

Boja linija i senčenje

U većini tehničkih ilustracija linije se iscrtavaju crnom bojom. Ako ilustracija sadrži i osenčene delove, onda je uobičajeno da se unutrašnje linije modela iscrtavaju belom bojom. Ovakva tehnika može da predstavi realno belo osvetljenje koje može da se vidi na ivicama mehaničkog dela koji je prikazan na slici 4.118a.



Slika 4.118. *Realni mehanički deo i umetnička prezentacija*

Usvajajući ovakva pravila, korisnik može upotrebom crnih i belih linija da sugeriše posmatraču gde se nalazi svetlosni izvor, kao i da naznači orijentaciju modela. Na primer, na slikama 4.118b i 4.118c umetnik je iskoristio liniju bele boje za unutrašnje linije kako bi naglasio odgovarajuću vrstu osvetljenja.

Senčenje (nijansiranje)

Senčenje (nijansiranje) u tehničkim crtežima primetno naglašava oblik i obezbeđuje informacije o osobinama materijala. Većina ilustracija koristi jedan izvor svetlosti i, samim tim, tehnička ilustracija "dobija" senku. U većini ilustracija, nijanse se koriste da naglase orijentaciju površine ili površina.

Tradicionalno difuzno senčenje podešava nijansu da bude proporcionalna kosinusu ugla između pravca svetlosnog zraka i normale na površinu:

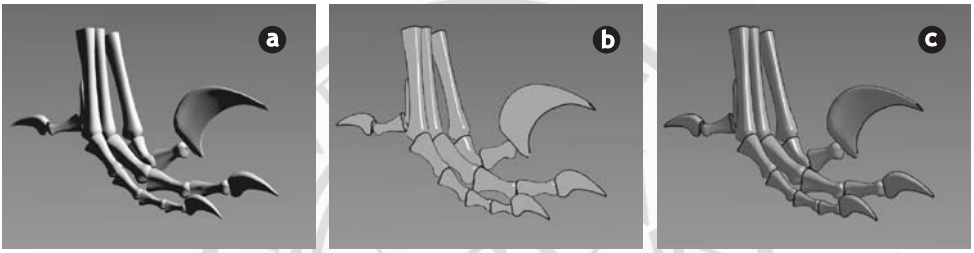
$$\mathrm{I} = \mathrm{k_d} \cdot \mathrm{k_a} + \mathrm{k_d}\, \mathrm{max}\left(0, \vec{\mathrm{I}} \cdot \vec{\mathrm{n}}\right), \tag{4.133}$$

gde su:

- I - RGB boja koju treba prikazati u određenoj tački na površini,

- $\mathrm{k_d}$ - koeficijent difuzne refleksije RGB boje u određenoj tački,
- $\mathrm{k_a}$ - koeficijent ambijentnog osvetljenja RGB boje,
- $\vec{\mathrm{I}}$ - jedinični vektor koji se poklapa sa pravcem svetlosnog zraka, i
- $\vec{\mathrm{n}}$ - jedinični vektor normale na površinu u određenoj tački.

Ovakva vrsta modela sa vrednostima $\mathrm{k_d} = 1$ i $\mathrm{k_a} = 0$ prikazana je na slici 4.119a. Očigledno je da su "sakriveni" oblik i informacije o materijalu u tamnijim regionima slike. Osvetljenje i mali detalji se gube u regionima koji su osenčeni belom bojom. I osvetljenje i naglašene ivice obezbeđuju korisniku dodatne informacije o samom objektu. Ovakva vrsta modela je prikazana na slici 4.119b, gde je odstranjeno senčenje.



Slika 4.119. *Razne vrste senčenja*

Linije ivica i osvetljenje ne bi imalo efekta na slici 4.119a, jer bi se osvetljenje "izgubilo" u svetlijim regionima, a linije ivica bi se "izgubile" u tamnijim regionima. Korisnik može da se "igra" sa vrednostima koeficijenata $\mathrm{k_d}$ i $\mathrm{k_a}$ kako bi došao do zadovoljavajućeg izlaza, tako da je mogući izlaz prikazan na slici 4.119c.

Nijansirano senčenje metalnih objekata se primenjuje kada umetnik slika perom ili kada primenjuje sprej odgovarajuće boje. Kada radi ovakvim tehnikama, umetnik koristi i nijansiranje i osvetljenost (intenzitet sive skale). Dodavanjem crne i bele boje postojećim bojama dobijaju se *senke* kada se dodaje crna boja, i *nijanse* kada se dodaje bela boja. Kada se dobija nova boja dodavanjem sive boje, onda se kaže da je reč o *toniranju* ili *nijansiranju*. Još jedan izraz koriste umetnici za boje, a to je *temperatura boja*. Temperatura boja definiše sledeće kategorije:

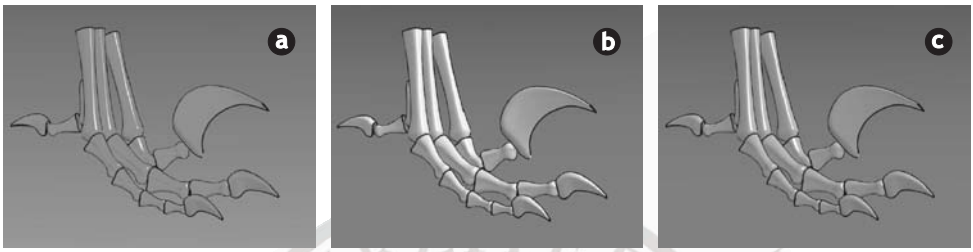
- **tople boje** – crvena, narandžasta i žuta;
- **hladne boje** – tamnoplava, ljubičasta i zelena;
- **umerene boje** – crveno-ljubičasta i žuto-zelena.

Klasični model senčenja računarske grafike može da bude uopšten ako se korisnik igra nijansiranjem, tj. korišćenjem kosinusa iz jednačine (4.133) kako bi se mešale dve RGB boje i reč je o koeficijentima $\mathrm{k_{hladne}}$ i $\mathrm{k_{tople}}$:

$$\mathrm{I} = \left(\frac{1+\vec{\mathrm{I}}\cdot\vec{\mathrm{n}}}{2}\right)\mathrm{k_{tople}} + \left(1-\frac{1+\vec{\mathrm{I}}\cdot\vec{\mathrm{n}}}{2}\right)\mathrm{k_{hladne}}\,. \tag{4.134}$$

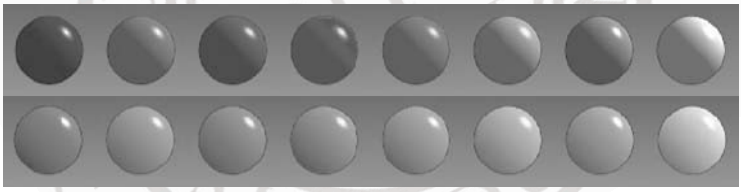
Trebalo bi napomenuti da vrednost $\vec{I} \cdot \vec{n}$ leži u intervalu $[-1, 1]$.

Na slici 4.120a prikazan je model na kome su primenjene skalirane boje sa malom varijacijom osvetljenosti. Sa ove slike je očigledno da osećaj dubine može da se dobije variranjem nijansi, tj. tonova boja. Na slikama 4.120b i 4.120c prikazan je isti model, ali su promenjeni parametri i promenjene su količine boja koje su ugrađene u izvorne boje. Prikazani su različiti odzivi, a na korisniku je da se odluči šta će od ponuđenih parametara da koristi.



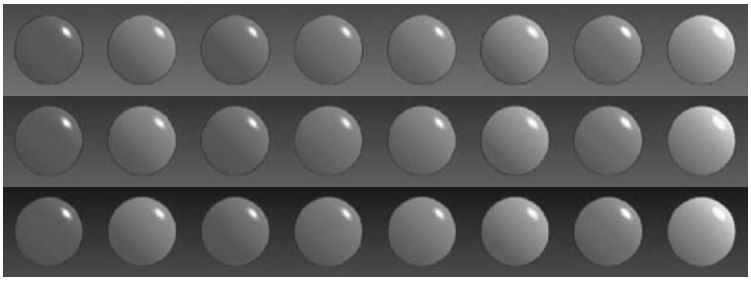
Slika 4.120. *Razne vrste toniranja (nijansiranja)*

Ovakvi modeli su pogodni za primenu na mnogim objektima. Na slici 4.121 prikazani su i tradicionalni model senčenja i nijansirani model senčenja, koji su primenjeni na loptama. U gornjem redu je primenjen tradicionalni model, a u donjem prikazan je nijansirani model senčenja.



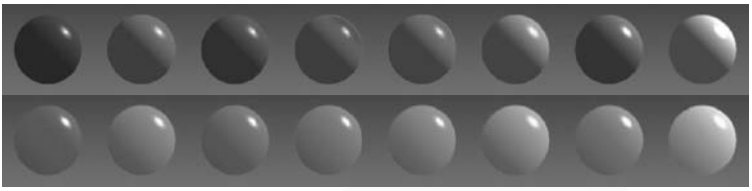
Slika 4.121. *Tradicionalni i nijansirani model senčenja*

Na slici 4.122 prikazane su tri grupe lopti, koje su osenčene na isti način, samo je različita boja pozadine za svaki skup lopti. Granične linije lopti se utapaju u tamniju pozadinu, a linija se nazire, što direktno zavisi od gradijenta boje pozadine. Očigledno je da lopte na tamnijoj pozadini mnogo više liče na 3D model (bliže su realnom izgledu), nego lopte na svetlijoj pozadini.



Slika 4.122. *Lopte osenčene na isti način, ali na različitim pozadinama*

Na slici 4.123 prikazane su lopte koje su osenčene Fong načinom senčenja, ali za razliku od prethodne slike, na ovoj slici nisu prikazane granične linije lopti. Očigledno je da ne moraju da se prikažu granične linije lopti, jer je i bez ovih linija prikaz odličan. Granične linije nisu neophodne kada su lopte u pitanju, ali kod ostalih modela granične linije su poželjne, pa čak i neophodne.



Slika 4.123. *Osenčene lopte bez prikazanih konturnih linija*

Umetnik može da koristi različite tehnike za **senčenje metalnih delova**, kako bi prikazao na adekvatan način, na primer, deo sa fotografije na slici 4.124.

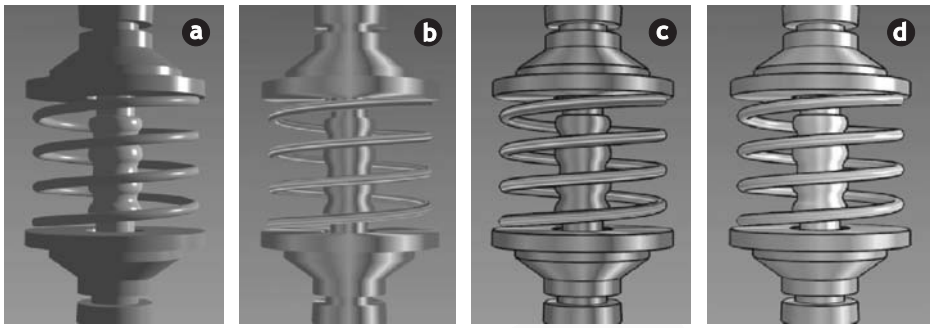


Slika 4.124. *Fotografija proizvoljnog metalnog dela*

U praksi, umetnik ili ilustrator prikazuje metalne površine kombinacijom svetlijih i tamnijih traka. Ovakva prezentacija je uobičajena za metalne delove koji se izrađuju na glodalici. Ovako predstavljeni metalni delovi koriste anizotropnu refleksiju. Linije se iscrtavaju u pravcu ose glodalice, jer aproksimiraju realan način izrade samog metalnog dela u realnom okruženju. Ono što je interesantno i što bi trebalo napomenuti je da se u poslednje vreme ovakva prezentacija primenjuje i za ostale metalne objekte. Iz toga može da se izvuče zaključak da realističan prikaz objekta nije primarni zadatak tehničke ilustracije.

Bilo je raznoraznih pokušaja da se simulira metalni objekat. Na primer, može da se formira grupa (set) od 20 traka različitog intenziteta duž parametarske ose samog objekta. Te trake imaju slučajno izabrane vrednosti za intenzitet i te vrednosti se kreću u granicama od $0,0$ do $0,5$, a pravac traka se poklapa sa pravcem zraka svetlosnog izvora, za koji se podrazumeva da isijava belu boju. Između srednjih linija traka boje se linearno interpoliraju. Na slici 4.125 prikazan je model sa četiri različita prikaza.

Na slici 4.125a prikazan je model sa Fong senčenjem, na slici 4.125b prikazan je isti model osenčen pomenutim postupkom bez iscrtavanja i naglašavanja konturnih (graničnih) linija, na slici 4.125c prikazan je model osenčen pomenutim postupkom sa naglašenim i "izvučenim" konturnim linijama, i na slici 4.125d prikazan je isti model sa definisanom raspodelom toplih i hladnih boja, tj. toplih i hladnih nijansi boja.



Slika 4.125. *Prezentacija osobina metalnih materijala*

Kako **aproksimirati novi model**? Gorepomenuti način senčenja nije jednostavno primeniti u grafičkim paketima koji koriste Fong način senčenja. Treba napomenuti da Fong model, u takvim grafičkim paketima, može da posluži kao baza za aproksimiranje modela. U većini grafičkih sistema (na primer u OpenGL-u) mogu da se koriste negativne vrednosti za boje. U tom slučaju, jednačina (4.133) može da se aproksimira pomoću dva svetla sa pravcima

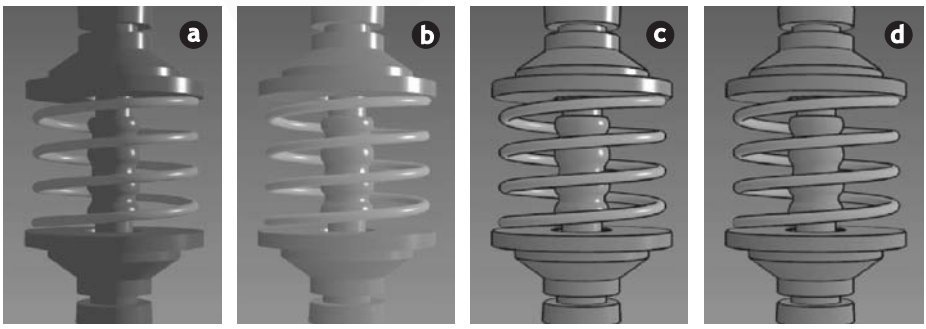
$$\vec{I} \quad \text{čiji je intenzitet} \quad \frac{k_{tople} - k_{hladne}}{2},$$

$$-\vec{I} \quad \text{čiji je intenzitet} \quad \frac{k_{hladne} - k_{tople}}{2},$$

dok je ambijent definisan članom

$$\frac{k_{tople} + k_{hladne}}{2}.$$

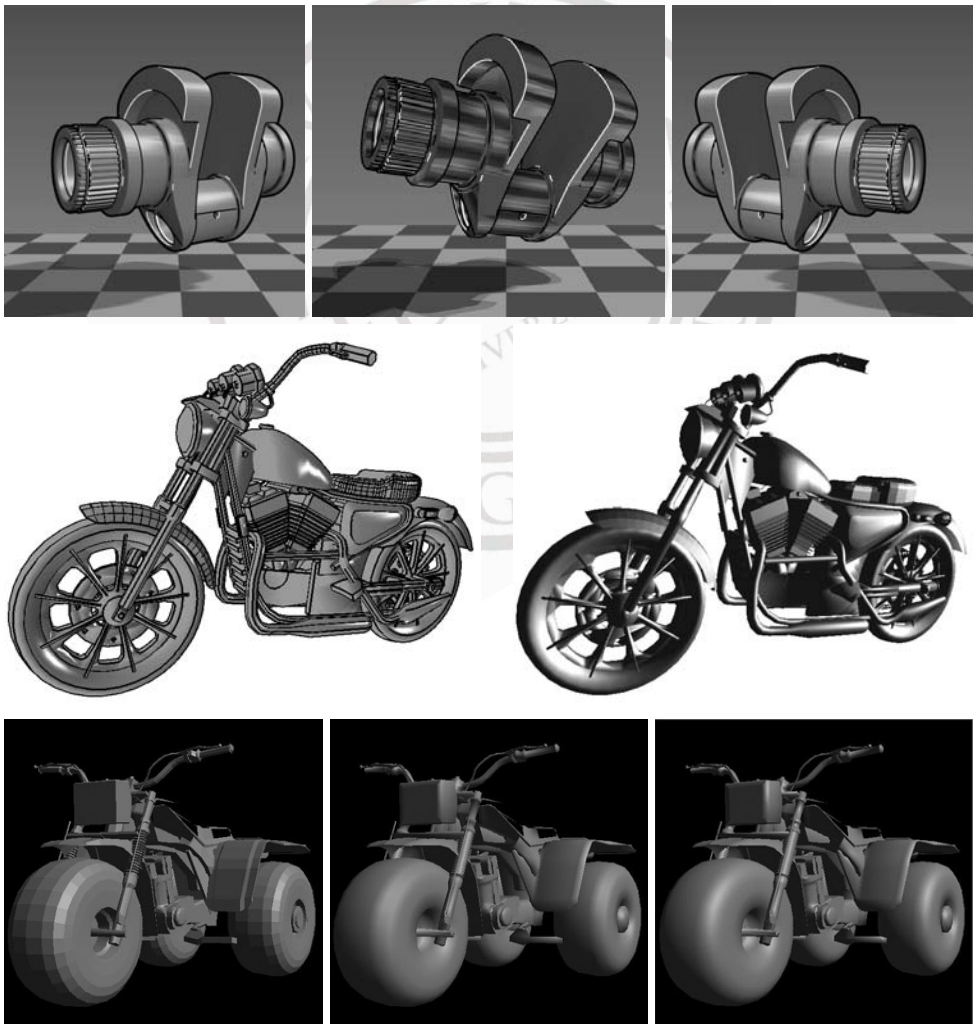
Podrazumeva se da je boja objekta podešena da bude bela. Ova aproksimacija je prikazana na slici 4.126, gde su upoređeni klasični Fong model i pomenuti aproksimativni model.



Slika 4.126. *Poređenje tehnike klasične računarske grafike i tehnike za kreiranje tehničkih ilustracija*

Na slici 4.126a prikazan je klasični Fong model za objekat u boji, na slici 4.126b prikazan je novi osenčen model bez naglašavanja linija konture, na slici 4.126c prikazan je novi model sa naglašenim graničnim (konturnim) linijama, sa primenjenim osvetljenjem i naglašavanjem toplih i hladnih boja, a na slici 4.126d prikazan je Fong model sa dve boje i sa naznačenim konturnim linijama.

Ovako definisani 3D modeli, unutar tehničkih ilustracija, ne omogućavaju korisniku da "dođe" do dovoljno informacija o samom objektu. Model je baziran na praksi u kreiranju tehničke dokumentacije, gde se raznim "trikovima" dolazi do odgovarajućih pogleda i izgleda kako bi se naglasila dubina samog modela, kako bi se naglasila orijentacija objekta unutar tekućeg koordinatnog sistema i slično. Na ovaj način kreirane tehničke ilustracije prikazuju čistiju sliku oblika, strukture i kompozicije materijala objekta, nego primenom klasičnih metoda računarske grafike.



Glava 5

Manipulisanje entitetima i skladištenje podataka

Računarska grafika nije potpuno originalna tema, jer za definisanje i rešavanje problema koristi neke već uspostavljene tehnike kao što su geometrija, algebra, optika i ljudska psihologija. Geometrija se upotrebljava da obezbedi okvir za opisivanje 2D i 3D prostora, dok se algebarske tehnike koriste za definisanje i evaluiranje jednakosti vezanih za određeni prostor. Nauka o optici postavlja modele za opisivanje ponašanja svetlosti, dok ljudska psihologija nudi modele za ljudsku viziju i percepciju boja.

Iako pomenuti opseg tema navodi korisnika da pomisli da je reč o kompleksnoj nauci, računarsku grafiku je, u stvari, relativno lako razumeti, zahvaljujući primeni posebnih tehnika koje se koriste za simulaciju virtuelnog sveta oblika, za skaliranje, boje i pokrete iako se te tehnike zasnivaju na nekim osnovnim tehničkim principima. Drugačije se i ne može očekivati kada se ima u vidu da računarska grafika koristi u tako specifičnim oblastima kao što su modelovanje molekula ili medicinska dijagnostika mada se u ovakvim slučajevima pomenuti osnovni principi unapređuju posebnim tehnikama.

5.1. Afine transformacije - kratak pregled

Ako se postavi pitanje da li su transformacije uopšte potrebne, odgovor svakako glasi da jesu. Transformacija modela omogućava kreiranje kompleksnih (složenih) modela pozicioniranjem prostih (jednostavnijih) komponenti; transformacija pogleda omogućava postavljanje virtuelnih kamera u realnom svetu, kao i usaglašavanje svetskog koordinatnog sistema sa koordinatnim sistemom kamere; animacija je nezamisliva bez transformacije, jer samo kretanje predstavlja transformacije objekata i scena u jedinici vremena. Jedna vrsta transformacija su i **afine transformacije**. Afine transformacije predstavljaju bilo koje transformacije koje čuvaju i zadržavaju kolinearnost i informaciju o njoj (sve tačke koje leže inicijalno na nekoj liniji, ležaće na toj liniji i posle transformacije) i koje čuvaju proporciju (odnos) dimenzija (tačka na sredini neke linije ostaje na sredini iste linije posle transformacije).

5.1.1. Osnovni izrazi

Na primer, treba transformisati $P(x, y, z)$ u $Q(x', y', z')$. Opšte afine transformacije za ovakav slučaj su:

$$\begin{aligned} x' &= m_{11}\,x + m_{12}\,y + m_{13}\,z + m_{14} \\ y' &= m_{21}\,x + m_{22}\,y + m_{23}\,z + m_{24} \\ z' &= m_{31}\,x + m_{32}\,y + m_{33}\,z + m_{34} \end{aligned}$$

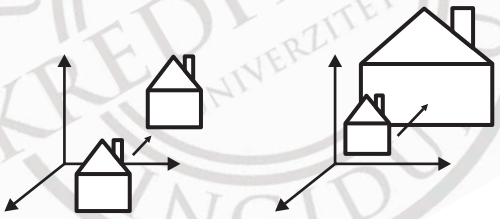
Za **transliranje** afine transformacije za vrednosti (d_x, d_y, d_z) su:

$$\begin{aligned} x' &= x + d_x \\ y' &= y + d_y \\ z' &= z + d_z \end{aligned}$$

Skica na kojoj je ilustrovano transliranje modela je prikazana na slici 5.1 levo. Za **skaliranje** afine transformacije za vrednosti (s_x, s_y, s_z) su:

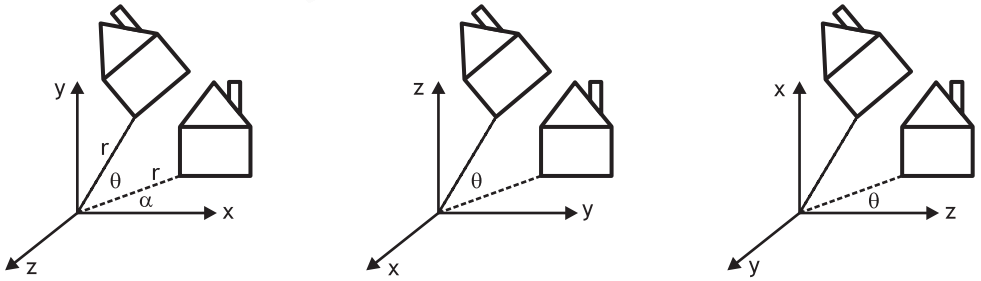
$$\begin{aligned} x' &= s_x \cdot x \\ y' &= s_y \cdot y \\ z' &= s_z \cdot z \end{aligned}$$

Skica na kojoj je ilustrovano skaliranje modela prikazana je na slici 5.1 desno.



Slika 5.1. *Transliranje i skaliranje*

Rotacija, u smislu afine transformacije, biće predstavljena uzevši u obzir sve tri ose tekućeg koordinatnog sistema. Na slici 5.2 prikazane su skice sve tri rotacije: levo je skica za rotaciju oko z ose, u sredini je skica za rotaciju oko x ose i desno je skica za rotaciju oko y ose.



Slika 5.2. *Rotiranje oko osa koordinatnog sistema*

Rotiranje oko z **ose** za pozitivnu vrednost ugla θ (ugao raste u pozitivnom matematičkom smeru, tj. u smeru koji je suprotan smeru kretanja kazaljke na satu) prikazano je na sledeći način:

$$\begin{aligned} x' &= x\sin\theta - y\cos\theta \\ y' &= x\sin\theta + y\cos\theta \\ z' &= z \end{aligned}$$

Da bi se proverilo da je to zaista tako, sledi dokaz gornje tri jednačine. Pošto sa slike 1.38 levo sledi $x = r\cos\alpha$ i $y = r\sin\alpha$, onda je:

$$\begin{aligned} x' &= r\cos(\alpha+\theta) = r\cos\alpha\cos\theta - r\sin\alpha\sin\theta = x\sin\theta - y\cos\theta \\ y' &= r\sin(\alpha+\theta) = r\cos\alpha\sin\theta - r\sin\alpha\cos\theta = x\sin\theta + y\cos\theta \end{aligned}$$

Rotiranje oko x **ose** za pozitivnu vrednost ugla θ (ugao raste u pozitivnom matematičkom smeru, tj. u smeru koji je suprotan smeru kretanja kazaljke na satu) prikazano je na sledeći način:

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= y\cos\theta - z\sin\theta \\ z' &= y\sin\theta + z\cos\theta \end{aligned}$$

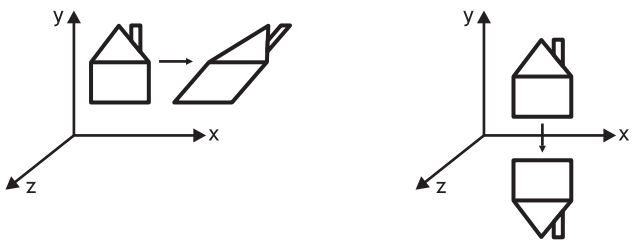
Rotiranje oko y **ose** za pozitivnu vrednost ugla θ (ugao raste u pozitivnom matematičkom smeru, tj. u smeru koji je suprotan smeru kretanja kazaljke na satu) prikazano je na sledeći način:

$$\begin{aligned} x' &= z\sin\theta + x\cos\theta \\ y' &= y \\ z' &= z\cos\theta - x\sin\theta \end{aligned}$$

Rotiranje oko y **ose** može da se predstavi i na sledeći način:

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\theta + z\sin\theta \\ y' &= y \\ z' &= -x\sin\theta + z\cos\theta \end{aligned}$$

Kada je reč o smicanju, onda je sledeća priča. Skica koja ilustruje smicanje objekta duž x ose prikazana je na slici 5.3 levo.



Slika 5.3. *Smicanje i preslikavanje*

Afine transformacije za **smicanje duž** x **ose** su:

$$\begin{aligned} x' &= x + h\,y \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

Specijalni slučaj skaliranja preslikavanja objekta oko x ose prikazan je na slici 5.3 desno. Afine transformacije za **preslikavanje oko** x **ose** su:

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= (-1)\,y \\ z' &= z \end{aligned}$$

5.1.2. Predstavljanje pomoću matrica

Na primer, treba transformisati $P(x, y, z, 1)$ u $Q(x', y', z', 1)$. Kao što je već pokazano, uopštene afine transformacije za ovakav slučaj su:

$$\begin{aligned} x' &= m_{11}\,x + m_{12}\,y + m_{13}\,z + m_{14} \\ y' &= m_{21}\,x + m_{22}\,y + m_{23}\,z + m_{24} \\ z' &= m_{31}\,x + m_{32}\,y + m_{33}\,z + m_{34} \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

Ako se ove transformacije prikažu u obliku matrica, onda se dolazi do sledećeg:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Afine transformacije za **transliranje** pomoću vrednosti (d_x, d_y, d_z) su:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Afine transformacije za **skaliranje** pomoću vrednosti (s_x, s_y, s_z) su:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotiranje oko z **ose** za pozitivnu vrednost ugla θ (ugao raste u pozitivnom matematičkom smeru, tj. u smeru koji je suprotan smeru kretanja kazaljke na satu) prikazano je

na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotiranje oko y **ose** za pozitivnu vrednost ugla θ (ugao raste u pozitivnom matematičkom smeru, tj. u smeru koji je suprotan smeru kretanja kazaljke na satu) prikazano je na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotiranje oko x **ose** za pozitivnu vrednost ugla θ (ugao raste u pozitivnom matematičkom smeru, tj. u smeru koji je suprotan smeru kretanja kazaljke na satu) prikazano je na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Afine transformacije za **smicanje duž** x **ose** su:

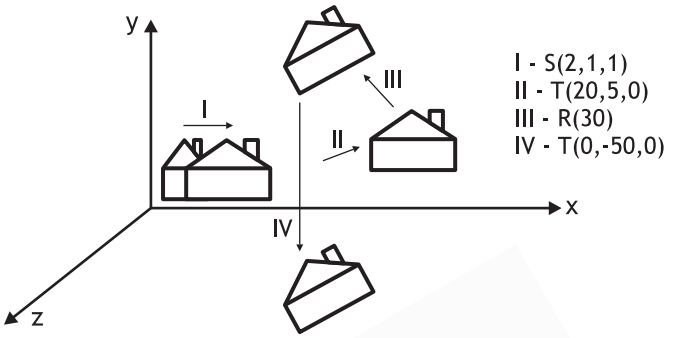
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Afine transformacije za **preslikavanje oko** x **ose** su:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

5.1.3. Složene transformacije

Jedan od načina kreiranje složenih transformacija je komponovanje primitivnih transformacija. Treba napomenuti da je ovo duži način, ali se lako ilustruje i razume. Najjednostavnije je ovo prikazati kroz odgovarajući primer. Na primer, treba uraditi sledeće stvari: izvršiti skaliranje objekta sa $(2, 1, 1)$, zatim treba izvršiti transliranje za $(20, 5, 0)$, nakon toga treba izvršiti rotiranje za pozitivnu vrednost ugla od 30° oko z ose i, na kraju, trebalo bi izvršiti transliranje objekta za $(0, -50, 0)$. Skica koja prikazuje redosled gore navedenih i opisanih transformacije definisana je na slici 5.4.



Slika 5.4. *Složene transformacije*

Matrica koja definiše skaliranje $(2,1,1)$ ima oblik:

$$\mathrm{S}\,(2,1,1) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrica koja definiše transliranje za $(20,5,0)$ ima oblik:

$$\mathrm{T}\,(20,5,0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrica koja definiše rotiranje za pozitivnu vrednost ugla od 30° ima oblik:

$$\mathrm{R}(30^\circ) = \begin{bmatrix} 0,86 & -0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,86 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrica koja definiše transliranje za $(0,-50,0)$ ima oblik:

$$\mathrm{T}\,(0,-50,0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -50 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Složena matrica, koja opisuje gore navedene transormacije dobija se kao:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \mathrm{S}\,(2,1,1) \cdot \mathrm{T}\,(20,5,0) \cdot \mathrm{R}(30^\circ) \cdot \mathrm{T}\,(0,-50,0) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix},$$

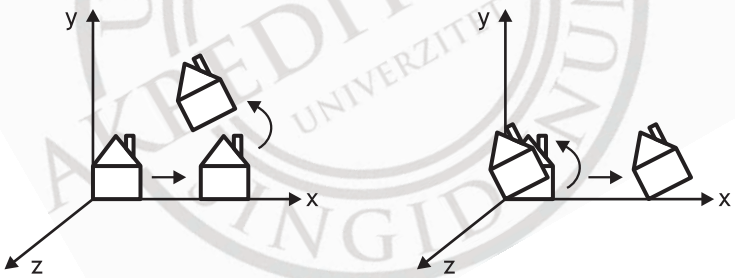
a njen krajnji izgled je:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,72 & -0,5 & 0 & 15,7 \\ 1,0 & 0,88 & 0 & 45,6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ovde svakako treba napomenuti da za afine transformacije ne važi zakon komutacije. To znači da važi:

$$\text{Translacija} + \text{Rotacija} \neq \text{Rotacija} + \text{Translacija}$$

To se lako može dokazati odgovarajućim primerom (slika 5.5). Na primer, treba neki objekat translirati za $(20, 0, 0)$ i rotirati ga za pozitivnu vrednost ugla od $30°$. Očigledno je i slika 5.5 to dokazuje, da se ne dobija isti rezultat ako se izabere proizvoljan redosled primene pomenutih transformacija. Ako se izabere prvo translacija, pa rotacija, onda je rezultat primene ovih transformacija prikazan na slici 5.5, levo; ako se izabere prvo rotacija, pa translacija, onda je rezultat primene ovakvog redosleda transformacija prikazan na slici 5.5, desno.



Slika 5.5. *Komutativnost transformacija*

Ako se primeni translacija za $(20, 0, 0)$ i rotacija sa pozitivnom vrednošću ugla od $30°$ (ovim redosledom), onda složena transfomacija ima sledeći oblik:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,86 & -0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,86 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,86 & -0,5 & 0 & 17,2 \\ 0,5 & 0,86 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ako se primeni rotacija sa pozitivnom vrednošću ugla od 30° i translacija za $(20, 0, 0)$ (ovim redosledom), onda složena transfomacija ima sledeći oblik:

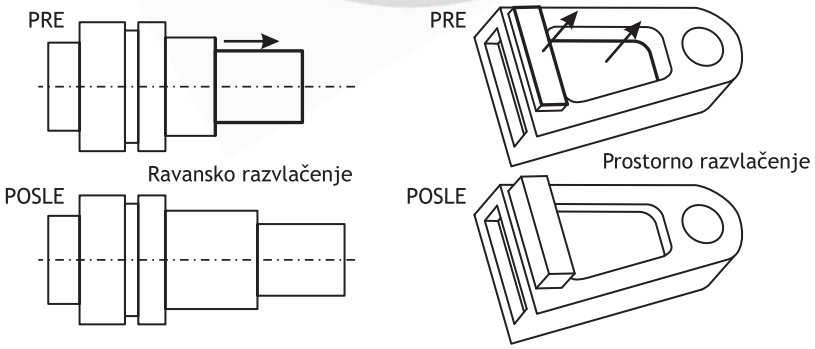
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,86 & -0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,86 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,86 & -0,5 & 0 & 20 \\ 0,5 & 0,86 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

5.2. Razvlačenje, skraćivanje i produžavanje elemenata

Neki CAD sistemi nude varijante ili proširenja transformacija entiteta kao što slede, na primer:

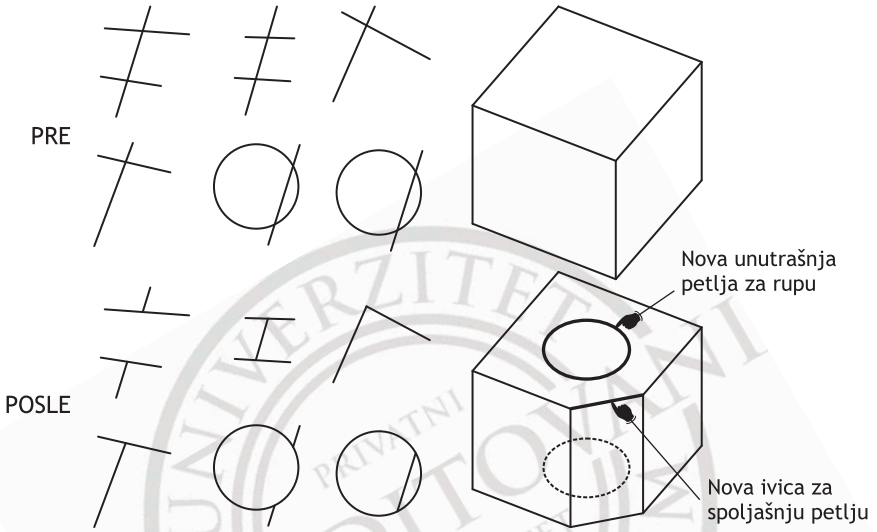
- Omogućavanje svojstava entiteta, kao što je njihova boja ili izgradnja nivoa, da budu raznoliki kako se oni transformišu.
- Omogućavanje "buduće slike" onih entiteta koji se modifikuju, i to da se efekat vidi pre transformacije i na osnovu toga korisnik bi trebalo da odluči da li se transformacija primenjuje ili ne.
- Aŭriranje dvaju subjekata da odražavaju rezultat translacije. Ovo je ponekad poznato kao **istezanje** ili **razvlačenje** (*stretching*). Kada se radi o modelu sa prezentacijom graničnih elemenata, pomeranje ili **podizanje** ivica (*lofting*) podrazumeva ažuriranje susednih ivičnih petlji. Primeri takve operacije su prikazani na slici 5.6.



Slika 5.6. *Razvlačenje objekata u ravni i u prostoru*

Druga grupa važnih funkcija manipulacije sa entitetima podrazumeva skraćivanje ili proširenje (ponekad se naziva i produžavanje) entiteta do presečnih elemenata sa drugim

geometrijskim oblicima. Skraćivanje (*trim*) podrazumeva uklanjanje dela entiteta ograničenog od strane jednog ili više graničnih linija. Proširenje ili produženje (*extend*) obuhvata, prilično jasno, produženje entiteta do jedne ili više granica. Komande `Trim` i `Extend` mogu se primeniti na sve vrste geometrija, i najbolje to opisuje slika, a ne reči. Slika 5.7 prikazuje šta sve može da se dešava sa jednim ili dva granična entiteta.



Slika 5.7. *Različite primene komande za trimovanje*

Trebalo bi napomenuti i sledeće stvari "vezane" za ove funkcije:

- U određenim slučajevima `trim` može promeniti stil linije (ili slova) ili deo krive, radije nego da je ukloni – na primer, pokazuje da je reč o isprekidanoj linija koja govori da se ta linija ne vidi. Fontovi koji zavise od toga odakle se gledaju se koriste da bi se omogućilo da se fontovi nekog entiteta menjaju u zavisnosti od pravca pogleda i da se usaglase sa odgovarajućom projekcijom.
- Kursor na ekranu se obiño koristi da bi se označilo koji deo bilo kojeg entiteta treba da se modifikujet. Na primer, pravilo može da bude da deo najbliži kursoru ostaje nepormenjen nakon primene komande za trimovanje. Kursor se, takođe, koristi da reši sve nejasnoće o kom preseku se radi (na primer, gde linija preseca kružnicu, kao što je prikazano na slici 5.7).
- Obaranje ivica kod 3D modela obično uključuje menjanje petlji ivica koje definišu granice entiteta, ili dodavanje unutrašnje petlje ivice oko rupe na strani. Slika 5.7 pokazuje ovu operaciju za obaranje ivica i "bušenja" rupe na gornjoj strani kvadra.

5.2.1. Ostale funkcije

Postoje mnoge druge funkcije koje su uključene u CAD sistemima i tu su da pomognu korisniku pri editovanju modela, i bilo bi nemoguće nabrojati ih sve. Ipak, neke od važnijih mogu se napomenuti. Ovo uključuje:

- Brisanja subjekata (entiteta) iz modela. Ovo može uključiti, kako je navedeno, stalno ili privremeno brisanje. Brisanje je, naravno, donekle drastična operacija, ali neki sistemi nude divnu mogućnost da se preokrene poslednja operacija, čak i ako je reč o brisanju. Mnogi će bez sumnje složiti da operacija `Undo` treba da bude obavezno karakteristika svih računarskih programa!

- Zajednička kolekcija određenog broja entiteta, tako da može da se njima manipuliše kao sa jednim entitetom, ponekad se naziva **grupa** ili **blok**.

- Modifikacija karakteristika entiteta kao što je njihova boja ili stil linije.

- Mogućnost za manipulaciju kontrolnih tačaka za krive, kao što su Bezjeove i B-splajn krive, za dodavanje dodatnih kontrolnih tačaka,i mogućnost da se krive konvertuju iz jedne u drugu osnovu, ili da se izmeni stepen krive linije. U nekim slučajevima, mogće je grupama kontrolnih tačaka na površini manipulisati zajedno, i na taj način je omogućeno da se celokupna površina pomera ili modifikuje.

5.3. Uvod u skladištenje modela

Računarski programi mogu se smatrati u osnovi kao podrazumevani algoritmi ili funkcije koji deluju na strukture podataka. Ovaj deo će se koncentrisati na jednostavne strukture podataka koje daju primer kako CAD sistemi skladište modele na kojima deluju algoritmi za modelovanje i manipulaciju. Ovde se neće davati detaljan opis struktura podataka koje se mogu koristiti od strane glavnih CAD/CAM sistema, već će ilustrovati neke od ideja koje leže u osnovi CAD struktura podataka, posebno kroz diskusiju o:

- strukturama podataka za interaktivno modelovanje pomoću 2D i 3D žičane i površinske geometrije, gde su odnosi između geometrijskih entiteta manje ključni nego u geometriji solida;

- čuvanje slika vektora u **fajlu za ekran ili prikazivanje**;

- pridruživanje (povezivanje) geometrijskih entiteta sa onima koji se koriste u njihovoj izgradnji - **asocijativnost** između entiteta;

- pridruživanje (povezivanje) podataka koji nisu geometrijski sa geometrijskim modelom pomoću **atributa**;

- prikupljanje dizajniranih (projektovanih) modela u bazu podataka i posebno korišćenje **sistema za upravljanje inženjerskim podacima** (engleski naziv i skraćenica su *Engineering Data Management Systems* - `EDMS`).

5.4. Struktura podataka za interaktivno modelovanje

Specifikacije za strukture podataka za podršku interaktivnog modelovanja su stvarno dosta zahtevne. Treba razmotriti neke od uslova koje zahteva tipičan sistem, za koje struktura treba da:

- omogućava **interaktivnu** manipulaciju - pored toga, modifikovanje i brisanje - podataka;
- podržava više tipova podataka elementa - geometrijske, tekstualne, dimenzije, labele, putanje za alate, konačne elemente itd;
- omogućava svojstva kao što su broj pera, linijski stil, boja itd, i da omogući njihovo prodruživanje geometrijskim elementima;
- omogućava povezanost između elemenata podataka gde je važno za model;
- obezbedi preuzimanje (oporavljanje) delova strukture podataka koji su obrisani ili izmenjeni (ponekad se ovo naziva **kolekcija smeća** – *Garbage collection*);
- obezbedi da se često korišćena geometrija jednom zapisuje, uz ponavljanje reference geometrije sačuvane kao **instance**;
- da bude kompaktna - smanjivanje prostora na disku i zahteva za glavnom memorijom;
- omogućava primenu modela različitih veličina, a oni bi trebalo da definišu kombinacije različitih entiteta;
- obezbedi efikasan pristup podacima.

Ovi zahtevi postavljaju značajna ograničenja dizajna strukture podataka. Na primer, svaki tip entiteta će zahtevati različite količine podataka: tačka se može se definisati sa tri broja sa pokretnim zarezima i na taj način su predstavljene njene x, y i z koordinate; splajn kriva, sa druge strane, zahteva mnogo više podataka stavki - možda koeficijent za svaki segment i vrednost parametra u svakom trenutku. Osim toga, za entitete kao što su tekstualne beleške ili splajn krive podaci æe biti promenljive količine. U principu, skladištenje bi moglo da bude podeljeno u posebne nizove za svaki tip entiteta (treba zamisliti da svaki niz formira **tabelu** entiteta). To bi se, međutim, moglo odraziti na loše korišćenje prostora, jer različiti modeli mogu da sadrže veoma različit broj različitih tipova entiteta, a samim tim i nizovi će biti neefikasno iskorišćeni, osim ako dinamička memorija nije na raspolaganju.

Svaki tip entiteta će, u celini, zahtevati i za cele brojeve podatke sa pokretnim zarezom (a možda i slovni podaci ili drugi tipovi podataka, takođe), tako da sistem treba da bude u mogućnosti da se nosi sa ovim. Na primer, za splajnove, koordinate tačaka čvorova, ili koeficijenti segmenata su podaci sa pokretnim zarezom, ali su boja i stil, kao i broj čvorova predstavljeni celobrojnim vrednostima.

5.4.1. Jednostavne strukture podataka

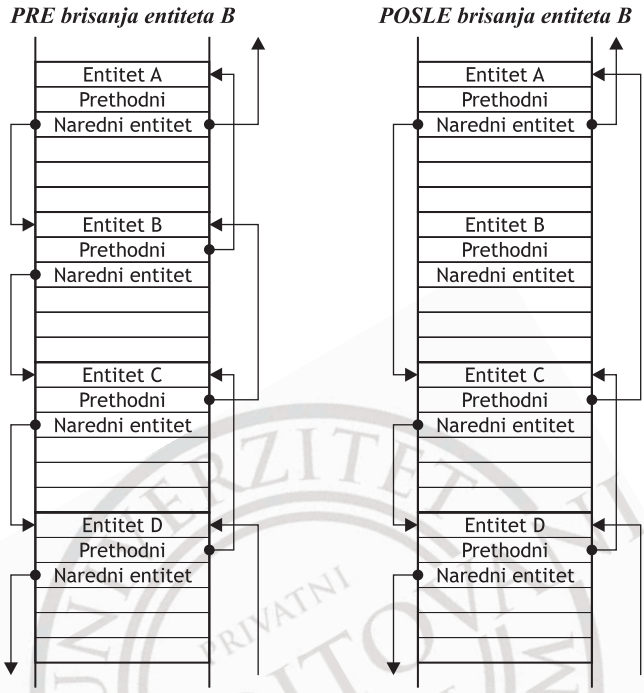
Jednostavna struktura podataka koja dozvoljava proizvoljne količine podataka za svaki entitet i proizvoljne kombinacije entiteta, sadrži listu ili tabelu entiteta, sa unakrsnim referencama ili **pokazivačima** (*pointers*) sa ove liste kako bi se odvojili nizovi realnih brojeva (sa pokretnim zarezom), celobrojnih vrednosti i drugih podataka specifičnih za entitete. Ovo je šematski prikazano na slici 5.8.



Slika 5.8. *Tabela entiteta i tabela sa podacima o entitetima*

Kao što se vidi sa gornje slike, postoje u strukturi sledeće tabele: **tabela entiteta**, **tabela realnih podataka** za podatke sa realnim zarezom i **tabelu celobrojnih podataka**. U tabeli entiteta postoji niz mesta, gde svako mesto sadrži broj elemenata niza koji se koriste za tabele i dodeljuje jedan broj svakom entitetu. Ovi sadrže opšte podatke (mogu se primeniti na bilo koji tip entiteta) kao što su tip entiteta, stil linije ili boja zajedno sa pokazivačima na više određenih podataka entiteta u tabelama podataka. Na primer, linija će imati realne podatke za x, y i z koordinate za početnu i krajnju tačku, ali je realni podatak obavezan. Splajn kriva može da ima broj čvorova koji se nalaze u tabeli celobrojnih vrednosti, a parametri krive za svaki čvor, zajedno sa koeficijentima segmenta i/ili koordinatama tačaka čvorova mogu da budu uskladišteni u tabelu sa realnim podacima.

Tebela entiteta sadrži dodatne pokazivače u svakom slotu, mestu u nizu. Ove tačke iz niza entiteta imaju svoja mesta i vodi se računa koji su podaci pre, a koji posle, tako da podaci mogu proizvoljno da se dodaju, brišu i presele unutar liste u listu i sekvenca niza će ostati ista. Ovaj tip strukture podataka je poznat kao **povezana lista**. Ako postoje pokazivači u dva pravca iz svake stavke u listi, onda je struktura poznata kao **dvostruko povezana lista**. Brisanje entiteta iz takve strukture je jednostavno. Na primer, postoje entiteti A, B i C u tabeli entiteta, kao što je prikazano na slici 5.9. Brisanje entiteta B se postiže izmenom pokazivača "sledeći entitet" entiteta A ka entitetu C i pokazivača "prethodni entitet" entiteta C ka entitetu A. Slot (stavka) koji je oslobođen od strane korisnika brisanjem entiteta B može biti od koristi novom entitetu, jer pokazivači mogu biti na bilo kojoj lokaciji u nizu podataka koji se čuvaju za dati entitet. Operacija `Undo` može vratiti pogrešno izbrisane entitete, može se sprovesti skladištenjem detalja veze koja je modifikovana, i ponovnim stvaranjem ove veze, ako je potrebno, pod uslovom da ima mesta i da slotovi nisu zauzeti novim entitetima. Neki sistemi mogu da ispune zahteve od strane korisnika i da **komprimuju** strukture podataka u cilju "oslobađanja" prostora koje zauzimaju obrisani entiteti.



Slika 5.9. *Entiteti u povezanim listama*

Određeni entiteti, kao što su lukovi i druge ravanske konusne sekcije, zahtevaju da se skladište informacije o orijentaciji njihovih konstrukcionih ravni, zajedno sa podacima koji definišu veličinu i lokaciju entiteta. To može da se postigne čuvanjem matrice koja opisuje transformaciju između konstrukcione ravni i glavnog koordinatnog sistema.

Opšti podaci o entitetu

Kako je navedeno, tabelu entiteta predstavlja seriju slotova, po jedan za svaki entitet i sadrži opšte važeće podatke za većinu entiteta. Sledi kratak spisak sa objašnjenjima šta sve može da se nađe u tabelama entiteta:

- `Tip entiteta` – na primer, 1 = tačka, 2 = linija, 3 = luk itd.
- `Redni broj entiteta` – izdvaja se (generiše) od onog momenta kada se prvi put kreira entitet.
- `Broj entiteta` – definiše poziciju entiteta u tabeli.
- `Pokazivač na celobrojne/realne podatke` – u opsegu od 0 do $524\,287$ što zavisi od maksimalne veličine modela.
- `Pogled ili definicija koordinatnog sistema` – koordinatni sistem za ravanske entitete; na primer, u opsegu od 0 do $1\,023$.

- `Broj pera` – na primer, u opsegu od 1 do 7.
- `Krive za slova ili stil linija` – na primer, u opsegu od 1 do 7, što predstavlja punu, isprekidanu, osnu liniju itd.
- `Boja entiteta` – uglavnom je reč o opsegu od 0 do 255.
- `Da li je entitet "prazan"?` – proverava da li je entitet privremeno obrisan sa ekrana, odgovor je ili *Yes* ili No.
- `Da li je entitet grupisan?` – odgovor je ili *Yes* ili No.
- `Broj nivoa ili sloja` – brojevi nivoa mogu da budu u opsegu od 0 do 255 ili od 0 do $1\,023$, mada u nekim slučajevima može da postoji ograničenje kada se ti brojevi nalaze u opsegu celobrojnih vrednosti.

Potrebno je dati neka objašnjenja u vezi sa nekim od ovih stavki. **Redni broj entiteta** može biti dodeljen sekvenci (stavki) u nizu za svaki entitet kao što je to definisano. To bi omogućilo izgradnju stavke u nizu, da se čuva čak i ako se entiteti premeštaju unutra niza - na primer, ako se sekvenca pomera usled prethodno obrisanog entiteta. Broj entiteta definisan na osnovu apsolutne pozicije u tabeli direktno omogućava referencu od jednog entiteta do drugog. Kriva linija za slova predstavlja stil koji se koristi za crtanje linija i krivih. Neki sistemi, takođe, omoguć avaju da se razlikuje debljina entiteta (obično je reč o crtežu sa višestrukim vektorima). **Grup** ili **blok** je entitet koji predstavlja kolekciju drugih lica, grupisanih zajedno, tako da oni mogu da se tretiraju kao jedna stavka za selekciju i manipulaciju. **Nivo** ili **sloj** je broj dodeljen entitetima da se pomogne u podeli crteža/modela. Na primer, svi entiteti u određenom modelu bi mogli da imaju isti broj nivoa (sloja), ili možda ucrtane granice i tekst sa komentarima mogu da budu stavljeni na isti nivo.

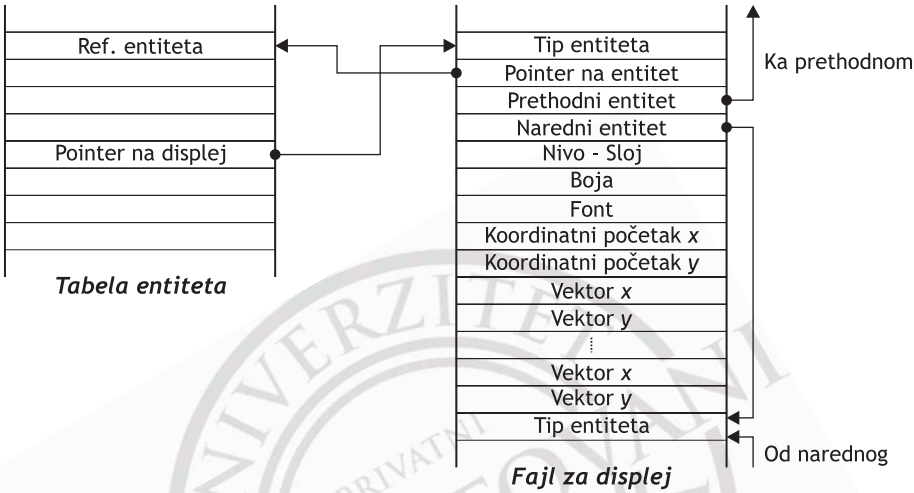
5.4.2. Prikaz fajlova (datoteka)

Postoji niz interaktivnih operacija koje manipulišu monitorom (ekranom) koje se sprovode vrlo redovno u CAD sistemima. To uključuje:

- Osvežavanje prikaza na ekranu u cilju "čišćenja" neželjenih zaostalih elemenata na ekranu ili da se vrate delovi slike koji su oštećeni. Na mnogim sistemima brisanje entiteta ili modifikacija uključuje "pretvaranje" (utapanje) entiteta u boju pozadine, čime ostaju praznine gde gde su bili izbrisani entiteti.
- Izbor entiteta na ekranu.
- Rotacija tačke pogleda (odakle se gleda na scenu) trodimenzionalnih modela.

Prikazivanje datoteka treba da podesno za brzo zumiranje slike ili manipulaciju objektima. Umesto "preračunavanja" cele slike za zumiranje u okviru postojećeg graničnog prozora, koristi se fajl sa vektorima za prikaz, što dovodi do gubitka nekih rezolucija ekrana za krive linije, ali generalno brže kotroliše zbivanja na ekranu. Takve operacije su, ponekad, olakšale skladištenje ekranskih vektora u datoteku za prikaz veće preciznosti nego što to

zahteva monitor za **Zoom** komandu i zbog toga se "zumiranje" množi brojem 2 (na primer, $2\times, 4\times, 8\times, 16\times \mathrm{Zoom}$). U trodimenzionalnim manipulacijama, hardver monitora visokih performansi je u stanju da izvrši rotaciju slika i da dinamički ukloni skrivene površine, kao i da osenči poligonalne modele koji se nalaze u datotekama za prikaz na ekranu.



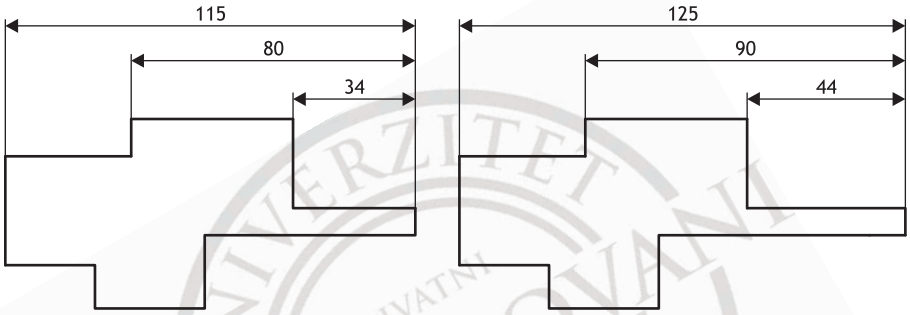
Slika 5.10. *Ulazi za prikazivanje fajlova (datoteka)*

Prikaz datoteka je drugi slučaj gde povezana lista dobar kandidata za strukturu podataka. Slika 5.10 prikazuje tipičnu strukturu datoteke za prikaz na monitoru koja sadrži vektore slike, i može da se koristi u dvodimenzionalnim paketima za crtanje ili trodimenzionalnim sistemima bez dinamičke rotacije slike. Datoteka se sastoji od povezane liste stavki entiteta, gde svaka stavka sadrži niz vektora koji se koriste za crtanje entiteta, zajedno sa podacima o boji entiteta, a možda i tipu entiteta, o prikazanom fontu i o nivou (sloju) na kome se nalaze informacije koje se mogu koristiti za podršku za izbor entiteta koji ispunjavaju ove kriterijume (na primer, izbor svih lukova ili svih isprekidanih linija). Pomoću povezane liste, entitetima može da se manipuliše ili da budu izbrisani bez mogućnosti obnove datoteke za prikaz na ekranu. Datoteka za prikaz na ekranu je, takođe, unakrsno povezana sa glavnim podacima entiteta, tako da datoteka može da se ažurira i kada se izvrše modifikacije glavnih podataka modela.

5.4.3. Pridružena (asocijativna) geometrija i atributi

Struktura podataka samo definiše nasumične zbirke (kolekcije) linija, lukova i drugih entiteta, bez podataka o bilo kom odnosu između njih, osim o grupisanju. Ovaj jednostavan pristup se koristi samo u relativno osnovnim sistemima. U sistemima baziranim na svim vrstama geometrijskih prezentacija, od žičanog modela do solida, uobičajeno je da se uključi povezivanje (asocijacija) sa bazom podataka između jednog dela modela i onih drugih delova koji se koriste u definiciji istog modela. Na nivou entiteta, na primer, ovo uključuje podatke u entitetu referencirane entitetima koji se koriste u njegovoj izgradnji (konstrukciji).

Jedan od načina na koji ovo može da se uradi je da se proširi opis tipa entiteta, uključujući podtip ili obrazac - na primer, obrazac 1 za linije između pozicija na ekranu, obrazac 2 između unetih koordinata, obrazac 3 između dve tačke, obrazac 4 za tangiranje dve krive i tako dalje - i da sačuvaju i pokazivači podataka entiteta koji se koriste u konstrukciji, kao i korišćene lokacije bilo kog mesta na ekranu. Sa takvim aranžmanom je moguće da se modifikacija jednog entiteta reflektuje na zavisne entitete, bilo automatski ili na zahtev korisnika. Ova osobina, poznata kao **asocijativna geometrija** je posebno korisna za ažuriranje dimenzija koje odražavaju promene u crtežu, kao što je to prikazano na slici 5.11.



Slika 5.11. *Ažuriranje pridruženih (povezanih) dimenzija*

Za većinu sofisticiranih sistema, asocijativnost se proteže daleko izvan jednostavnog referenciranja entiteta do entiteta kako bi se obuhvatile sve vrste zavisnosti podataka. Na primer, crteži delova mogu biti konstruisani uređenjem određenog broja pogleda sa "skrivenim (nevidljivim) linijama" solida na listu papira, a zatim mogu da se dodaju dimenzije na te poglede. U potpuno asocijativnom sistemu, ako je primenjen u osnovi modela solida, geometrija prikazana u raznim pogledima na crtež, a dimenzije su u prilogu ove geometrije, biće promenjena kako se menja osnovni model. Asocijativnost je, stoga, jedan od mehanizama kojim se ostvaruje integracija u CAD/CAM. Asocijativnost se može proširiti na sve vrste podataka izvedene iz CAD modela. Na primer, prezentacije za analizu ili za kontrolu mašine-alatke mogu biti izvedene iz dizajniranog modela. U određenim granicama, asocijativnost dizajna omogućava promene koje mogu biti propuštene kroz procese koji zavise od ulaznog dizajna modela.

Glava 6

Primena CAD modela u projektovanju

Kada se "prođe" sadržaj ove glave korisnik će biti u stanju da:

- da presudi o najpogodnijoj primeni trodimenzionalnog crtanja i trodimenzionalnog modelovanja u CAD sistemima;
- da razume kako CAD modeli mogu da se koriste za geometrijsku analizu i za generisanje modela za analizu konačnim elementima;
- da razume kako CAD sistemi mogu biti prilagođeni za upotrebu različitim pristupima;
- da razume kako mogu biti primenjena prilagođavanja, naročito na sklopovima i parametarskoj geometriji.

6.1. Aplikacije za crtanje

Mnoge mogućnosti i prednosti primene CAD programa u cilju kreiranja inženjerskih crteža su već pomenute. Sofisticirane geometrijske konstrukcije omogućavaju brzu proizvodnju pogleda na deo i izuzetno precizno konstruisanje "teške" geometrije, i kada je ta geometrija već izgrađena, onda je moguće i njeno uređivanje i manipulisanje uz pomoć raznih tehnika transformacije. Treba posebno napomenuti da se crtež sastoji i od geometrijskih elemenata i od tekstualnih entiteta, kao što su dimenzije i, na primer, komentari i tekst unutar šrafure, tako da će u ovom delu biti o tome malo više reči.

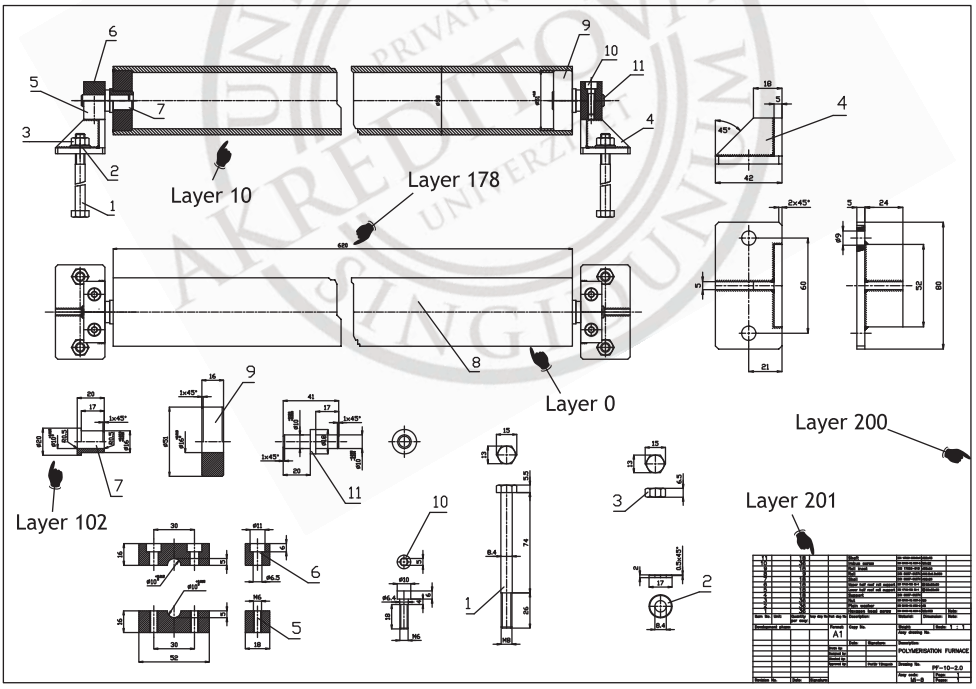
6.1.1. Organizovanje crteža

Podelu crteža ili modela može da pomagne upotreba **slojeva** (*layers*) ili nivoima, kao što je pomenuto u prethodnoj glavi. Suštinski, sloj je samo broj, obično u ograničenom opsegu, sa kojim su povezani entiteti. Dajući isti broj sloja entitetima koji su upućeni jedni na druge – na primer, da sve u datom pogledu ili prikazu – korisnik poboljšava performanse crtanja, pregledanja i, eventulnog, modifikovanja entiteta i modela. To je zbog toga što će sistem napraviti izbor entiteta po slojevima, u datom opsegu. Tako, na primer, korisnik

može da izabere za prikaz samo slojeve jednog pogleda (čime komande Zoom i Pan rade mnogo brže), ili može da premesti sve entitete u definisanom rasponu slojeva, kako bi se redefinisao pogled na crtež.

U nekim sistemima mogućnost rada sa slojevima je bitno poboljšana omogućavanjem slojevima da imaju različite statuse – entiteti **aktivnog** sloja biće prikazani i mogu da se selektuju. To znači da se sadržina **neaktivnog** sloja ne prikazuje, ali taj sloj u referentnoj listi postoji. Nova konstrukcija ili novi crtež se kreira na **tekućem** (*current*) sloju. Slojevi mogu da se tretiraju kao niz transparentnih efekata koji mogu da se vidi kada to korisnik poželi.

Korisnost slojeva zavisi od toga u kojoj meri je spreman korisnik da ih sistematski koristiti za organizovanje modela. Modelu sa siromašnom organizacijom slojeva potrebno vreme da se dešifruje, i zato mnoge organizacije insistiraju na tome da njihovo projektantsko osoblje ima i koristi dobro definisanu strategiju raspodele slojeva i da održava zapise sadržaja slojeva. U industrijama gde postoji redovna razmena inženjerskih podataka ovo je toliko važno da su se pojavili standardi za strukturisanje CAD podataka za izgradnju crteža u praksi. Slika 6.1 pokazuje kako crtež može biti podeljen na osnovu određene šeme raspodele slojeva.



Slika 6.1. *Šema primene slojeva*

Sledi primer šeme moguće raspodele slojeva unutar jednog crteža:

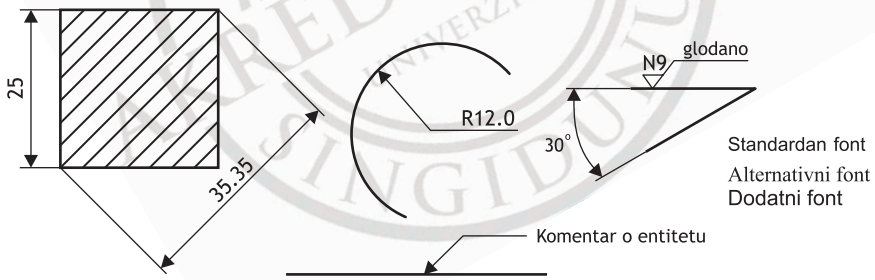
- Broj slojeva: $0 \div 99$ – glavna geometrija, podeljena u skladu sa komponentama sklopa ili prostorne organizacije crteža (na primer, $0 \div 9$ za prvi pogled i slično).

- Broj slojeva: $100 \div 199$ – dimenzije i komentari.
- Broj sloja: 200 – granica crtež ili okvir.
- Broj slojeva: $201 \div 209$ – komentare koji se odnose na okvir i opšte napomene.
- Broj slojeva: $210 \div 219$ – informacije o mašinskim obradama, putanje alatki itd.
- Broj slojeva: $220 \div 229$ – podaci o materijalima.
- Broj slojeva: $230 \div 239$ – pomoćna konstrukcija za modele i analize.
- Broj slojeva: $240 \div 255$ – razno.

6.1.2. Obeležavanje crteža

Pored linija i krivih, crteži, takođe, sadrže elemente koji daju informacije kao što su dimenzije, površinska stanja, materijali i tolerancije dizajna. CAD sistemi obezbeđuju funkciju za generisanje ovih komentara kao posebnog entiteta unutar crteža. Osim toga, pošto se geometrijski deo nalazi u bazi podataka, generisanje dimenzija uključuje, obično, samo ukazivanje na entitet (markiranje entiteta) na koji se primenjuje: numeričku vrednost proizvodi sistem bez rizika od greške.

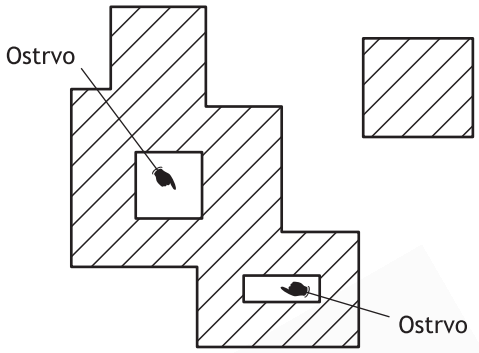
Na slici 6.2 prikazani su primeri dodatnih entiteta koji stoje na raspolaganju u većini CAD sistema koji rade na PC računarima.



Slika 6.2. *Dodatne informacije u crtežu*

Još jedan aspekt crtanja na računarima u kojima CAD sistemi mogu da ponude značajna poboljšanja u odnosu na ručne tehnike je kreiranje šrafiranog poprečnog preseka. Sistemski softver računa preseke linija koje učestvuju u šrafuri u standardnom šablonu sa izabranom **granicom** ili **profilom**, a zatim ih skraćuje međusobno, jednu u odnosu na drugu ili u odnosu na graničnu liniju. U cilju lakšeg i bržeg izračunavanja, granica je često zastupljena ponovo kao **poligon**, koji aproksimira pravi profil u okviru određenih tolerancija. U nekim slučajevima višetruke granice može biti dozvoljeno kreiranje jednog i/ili više ostrva ("rupa") u okviru granice, kao što je prikazano na slici 6.3.

Uprkos očiglednom lakoćom sa kojom dimenzije i šrafure mogu da se izgrade korišćenjem savremenih CAD sistema, neki korisnik smatraju kreiranje tekstualnih entiteta u računarski generisanim crtežomu uskim grlom.



Slika 6.3. *Višestruki profili i "ostrva" u šrafiranoj oblasti*

Teško je precizno identifikovati razloge za ovo, ali sledeći faktori mogu tome da doprinesu, a nove korisnike treba, svakako, upozoriti na sledeće:

- Sistemi za kotiranje dizajnirani tako da budu kompatibilni sa različitim standardima crtanja, ali neizbežno je da sistemi mogu neznatno da odstupaju od neke prakse: neki korisnici su veoma osetljivi na to i mogu dugo vremena provesti "editijući" dimenzije dok su zadovoljni sa njima.

- U naporu da svoj softver naprave fleksibilnim što je više moguće – na primer, ponuditi izuzetno širok spektar standarda za crtanje – razvijaoci (programeri) sistema mogu da ga učine relativno složenim. Zbog toga novi korisnici mogu da se nađu u čudu i da imaju problema sa funkcijama za crtanje.

- Može da bude obeshrabrujuće i kada korisnik treba da definiše i unese gomilu dimenzija na prepunom crtežu unutar CAD sistema, nego da to odradi "ručno".

- Softver može da bude "preosetljiv" na male greške u crtanju i konstruisanju. Neki raniji softveri su imali silnih problema u radu sa šrafurama, jer su bili neumereno osetljivi, na primer, na male prekide u profilima, jer ih nisu tretirali kao zatvorenu konturu i bilo ih je nemoguće šrafirati.

6.2. Aplikacije za 3D modelovanje

U osamdesetim godinama dvadesetog veka često je citirano da je cilj računarski integrisane proizvodnje (CIM) integrisanje dizajna, izrada analiza i aktivnosti preduzeća oko centralne baze podataka računara, jedan od osnovnih elemenata za kreiranje trodimenzionalnog geometrijskog modela proizvoda. Značajan napredak je učinjen, i za mnoga preduzeća baze podataka trodimenzionalnih (3D) modela čine osnovu za razvoj proizvoda pomoću konkurentskih inženjerskih timova, dok broj proizvoda koji su potpuno oblikovani u tri dimenzije raste svake godine. Ipak, širenje 3D modelovanja je možda sporije nego što bi se očekivalo, a proizvodnja konvencionalnih crteža ostaje značajna aktivnost u CAD paketima. Zašto je sve tako? Prvo, videlo se da su neki geometrijski oblici, kao što su odlivci, uključili mešanje kompleksnih površina, što je relativno teško modelovati koristeći

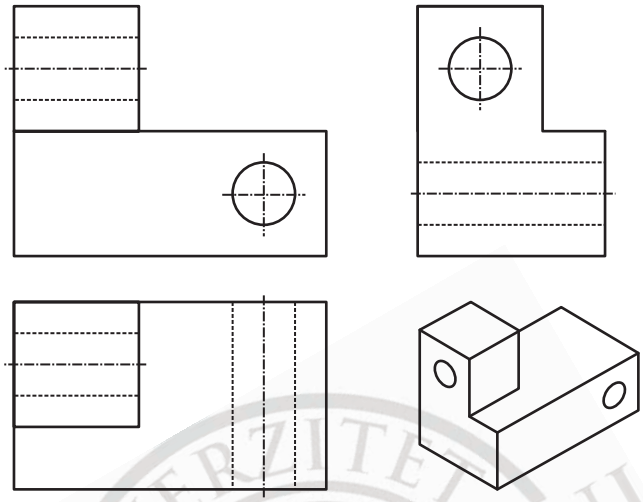
dostupne tehnike 3D modelovanja. Na primer, potrebne su značajne veštine i računarske "snage" da se modelovale komponente motora sa svim relevantnim detaljima. Drugo, potrebne su visoke performanse hardvera za modelovanje kompleksnih višedelnih sklopova. Treće, računarski sistem je neophodan da bi se video 3D CAD model, a crtež se može lako umnožavati i distribuirati. Konačno, a možda i najvažnije, mnoga svojstva, osim geometrije, se modeluju po uzoru na inženjerske crteže. Ovo uključuje dimenzije, tolerancije, površinska stanja i tretiranja, materijale i procese proizvodnje i, možda, montažu i operativne podatke. To se opisuje u crtežu na sistematski, formalan način koji se dobro razume u inženjerstvu. Ovo je još ne važi za 3D geometrijske modele, jer nije postignut generalni o načinu modelovanja i komunikacije raznih negeometrijskih podataka u vezi sa inženjerskim komponentama (mada je ovo predmet istraživanja i razvoja). To znači da se, čak i ako se 3D baza podataka koristi, ortogonalne projekcije crteža razvijene iz 3D modela često koriste za formalnu komunikaciju u nameri da upoznaju dobavljače i osoblje u proizvodnim pogonima.

Ograničenja 3D modelovanja se postepeno rešavaju istraživanjem i razvojem, i neumitnim povećanjem snage i mogućnosti računara. Tehnike se, takođe, razvijaju za uključenje tolerancija i atributa površina u šemama modelovanja. Sledi da će 3D modelovanje postati norma u inženjerstvu. Posebno značajne prednosti mogu se dobiti pomoću 3D geometrijskog modelovanja za one slučajeve gde je:

- geometrije se suštinski teško predstavljaju korišćenjem konvencionalnih tehnika, kao što su paneli vozila i kalup za plastične delove;
- korišćenjem CAD paketa izbegava se potreba za izgradnjom fizičkih modela: avion Boing 777, kao što se zna, je prvi avion firme Boing za koji nije bilo neophodno da se prave fizički modeli, nego su digitalni modeli bili više nego dovoljni;
- 3D model podržva prirodne obrazce kao osnovu za proizvodnju – na primer, za one delove koje treba napraviti na CNC mašinama alatkama – ili za analizu kroz automatsko generisanje datoteka analize podataka;
- 3D modeli mogu da se koriste za rešavanje geometrijskih problema – na primer, u izradu delova koji uključuju krivolinijsku geometriju ili preseke kompleksnih površina, poput delova od lima.

6.2.1. Upotreba 3D modelovanja za 2D prezentacije

Jedna od primena 3D modela je generisanje inženjerskih crteža organizovanjem više pogleda na model unutar lista na kome se nalazi crtež, a zatim ažuriranje ovih pogleda dimenzijama, oznakama i napomenama. Ako je osnovni 3D model solid ili je sačinjen od površina, tada se automatski uklanjaju skrivene ("nevidljive") linije i to se može koristiti za crtanje pogleda. Ako je reč o žičanom modelu, onda se osobine, koje su zavisne od tačke pogleda, menjaju kao što su krive fontova ili debljina, u cilju neutralisanja nevidljivih linija. Slika 6.4 pokazuje žičani model i aranđman pogleda na ovaj model na crtežut. Pristup obezbeđuje doslednost u geometriji između pogleda na crtež, ali može se videti da tumačenje nije u potpunosti jasno.



Slika 6.4. *Raspodela pogleda na crtežu*

Mnogo više vrednosti za automatsko ažuriranje dimenzija objekta nudi sistem sa potpunim asocijativnim modelovanjem. Kako je navedeno, u takvim sistemima pogledi na solid koji se nalaze na crtežu povezani sa geometrijom tog modela, koja je izvedena iz njega. Kada se promeni neka dimenzija na modelu, automatski se vrši ažurianje i promena, ako treba, te dimenzije u odgovoarajućim pogledima gde se to vidi.

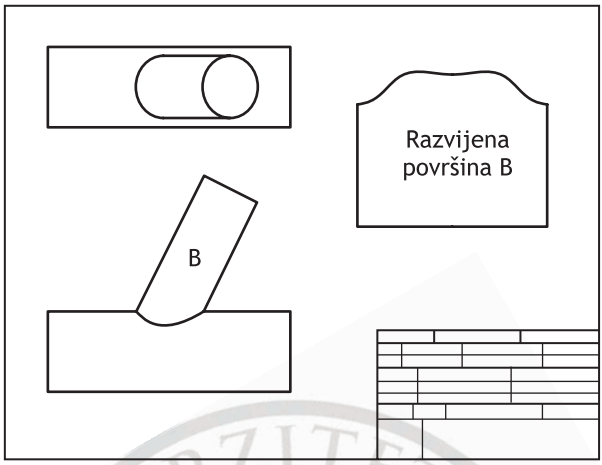
6.2.2. 3D modelovanje i rešavanje geometrijskih problema

Čak i gde se crtež koristi za predstavljanje podataka, i tu je zasluga u korišćenju 3D modelovanja u cilju rešavanja geometrijskih problema, posebno gde se pojavljuju preseci površina ili gde treba proveriti zazore. U ovim aspektima modelovanja, funkcije koje su posebno korisne su:

- generisanje krivih (generalno gledano to su splajn krive) koje predstavljaju presek između dve površine;
- generisanje poprečnih preseka modela, na primer, pokazuje splajn krive gde se površine seku;
- moguńost **razvijanje** određene površine.

Često, model svih geometrijskih delova je potreban da bi se ispitali određeni problemi. Umesto toga, lokalni model sa geometrijom koja je interesantna – možda samo dve ili tri površine – može biti dovoljan.

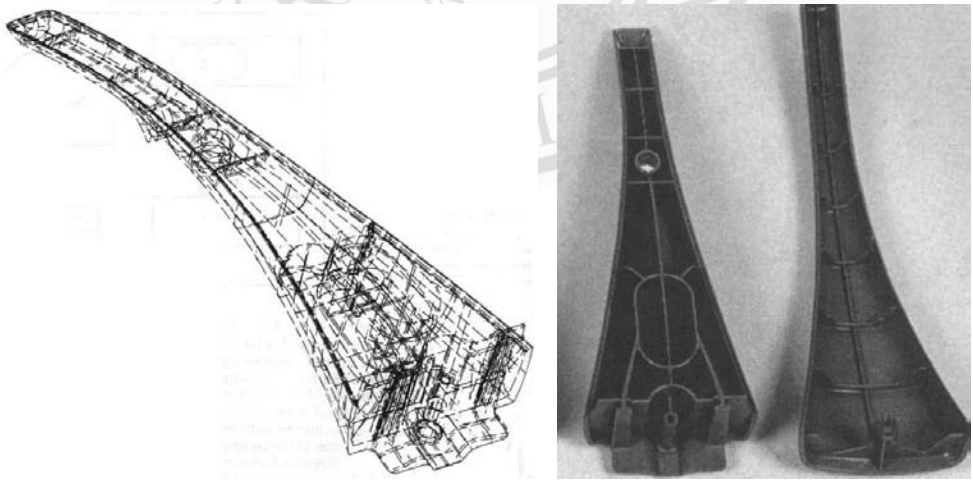
Kao ilustraciju upotrebe površinskih preseka i razvijanja površina može da posluži primer sa slike 6.5, gde prikazane dve cevi koje se seku (mogu da predstavljaju fabrički cevovod). Slika 6.5 prikazuje crtež u kome je kriva preseka između dve cevi preuzeta iz 3D modela, na osnovu razvijene površine jedne cevi.



Slika 6.5. *Ravanska geometrija dobijena iz 3D modela*

6.2.3. Primeri 3D modelovanja

Može biti velika prednost kada se 3D modelovanje koristi za projektovanje kompleksnih oblika kalupa za vizuelizaciju ili proizvodnju. Sledi primer 3D modela jednog plastičnog dela za usisivaj taj model je prikazan na slici 6.6. Na levoj strani prikazan je geometrijski model, a na desnoj strani prikazan je taj isti deo proizveden od plastike, po modelu sa leve strane.

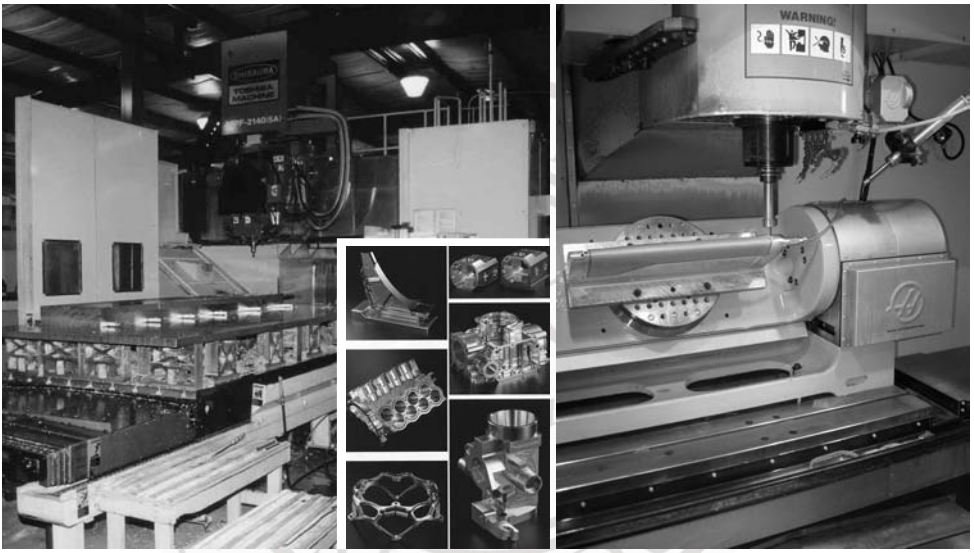


Slika 6.6. *Geometrijski model dela za usisivač i plastični deo*

Postoje silni izveštaji kompanija da 3D računarski generisani modeli pružaju osnovu za izrada prototipova delova koji se mogu smatrati ekvivalentnim u prvim koracima pri kreiranju kalupa za livenje alata. Ovo daje poverenje u modele i omogućava da se kreiraju

alati sa vrlo malo korekcije (na taj način se dobija ušteda u vremenu). Modeli predstavljaju i osnovu za vizuelizaciju dela i pripremu modela za analizu - na primer, punjenje kalupa i opseg hlađenja.

Grana industrije u kojoj se koriste delovi složenih oblika, a u kojima skupi alati treba da budu proizvedeni u najkraćem vremenu je automobilska industrija. Telo automobila obuhvata stotine ploča lima koje se spajaju zajedno određenim tehnikama za zavarivanje ili mehaničkim spojevima između panela. Svi paneli na modernijim vozilima se definišu korišćenjem 3D solida ili površinskih modela koji su osnova za proizvodnju alata, za analizu i kasniji pregled tela.



Slika 6.7. *Petoosne glodalice i proizvodi kreirani na njima*

U automobilskom dizajnu spoljni oblik tela se obično prvo definiše korišćenjem modela izrađenog ručno od gline, na osnovu definisanog koncepta i crteža. Ovaj model je zatim skenira koristeći veliku kombinovanu glodalicu i aparat za merenje koordinata, a skenirani podaci se koristi kao osnova za površinske krive koje se pojavljuju. Na slici 6.7 prikazane su dve 5-osne glodalice i zbirka proizvoda koji su napravljeni na njima.

6.2.4. Pristupi 3D modelovanju

Izbor šeme modelovanja bi trebalo da zavisi od identifikacije zahteva svojstva koje treba modelovati u toku procesa projektovanja, uz predstavljanje vrste prezentacije koje će se koristiti u različitim stadijumima razvoja dizajna. Računar pomaže da se proveri da li je moguće podržati čitav niz atributa koje treba modelovati, a da prijemnik bilo koje vrste komunikacije bude u mogućnosti da primi u računarom podržanu formu (na primer, ako je modelovanje tolerancija važno, CAD sistemi će ga podržati; i da li će proizvodnja moći da primi CAD model u računarom podržanom obliku, ili će ga prihvatiti samo kao crtež). Predložene aplikacija za različite tehnike 3D modelovanja su:

- **Žičani modeli**: generisanje podataka različitih pogleda za 2D crtanje; modelovanje jednostavnih geometrijskih oblika kao što su elementi od lima i prostornih okvira.
- **Površinski modeli**: koriste se kada su mašinski podaci, zapreminska analiza i generisanje slike potrebni, ili za "pakovanje" složenih oblika. Koriste se i kada modelovanje solida nije dostupno ili je neprikladno.
- **Solidi**: posebno su važni za punu digitalizaciju, evaluaciju sklopova, analizu masenih karakteristika i proveru interferencije, kao i za vizualizaciju sklopova.

Kada se donese odluka da su 3D modeli potrebni, korisnik treba da odgovori na sledeća pitanja:

- Da li je neophodno da se modeluju sve komponente ili sklopovi, ili je dovoljan ograničeni model (na primer, površina koje treba "odraditi" na mašini)?
- Da li su alatke za modelovanje i performanse sistema adekvatni za zadatak? Ako ne, da li je moguće da se pojednostavi model u cilju smanjenja složenosti problema?

6.2.5. Analiza konačnim elementima

U mnogim analizama koje se mogu primeniti u inženjerskom dizajnu, jedna familija tehnika, poznata kao **metoda konačnih elemenata – MKE** (engleski naziv je *Finite Element Method – FEM*), došla je u fazu da dominira. MKE je primenjiva na sve oblike analitičkih zadataka, kao što su stres, vibracija, protok toplote i fluida. MKE rešava složene probleme, kao i geometrijske analize, numerička rešenja velikog broja jednostavnijih problema koji se zajedno približavaju tačnom rešenju. Obično **glavni problem** ili **domen** - region koji se modeluje (na primer, inženjerska komponenta) - je podeljen na određen broj jednostavnih primitivnih oblika, poznatih kao **konačni elementi**, koji su definisani i locirani položajem tačaka u domenu, poznatih kao **čvorovi**. Elementi su povezani sa susednim elementima duž zajedničkih strana i ivica, gde oni mogu da dele čvorove, posebno na uglovnim elementima. Zbirka čvorova i elemenata koji opisuju ceo model je poznata kao **mreža**. Na mreže se primenjuju granični uslovi, kao što je navedeno - opterećenje, temperature i pomeraji. Raspodela odgovarajućih osobina unutar elementa je aproksimirano nekom funkcijom oblika (na primer, opis elementarnog napona u analizi stresa i pomeraja), koja se može opisati skupom jednačina. Jednačine svih elemenata mreže mogu da se reše istovremeno, pomoću numeričke analize, kako bi se dobilo približno rešenje celog problema.

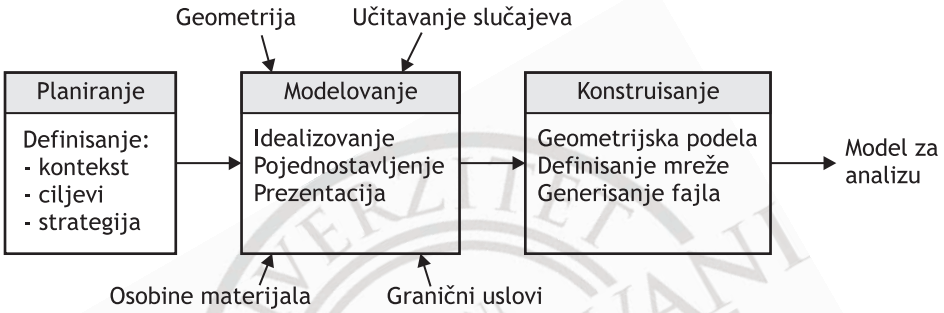
Modelovanje konačnim elementima

U suštini postoje tri faze uključene u primenu MKE za inženjerske probleme:

- predlaganje nekih idealizacija problema - na primer, aproksimacija geometrije, osobine materijala, ograničenja i opterećenja - i korišćenjem ove idealizacije dobija se osnova za generisanje ulaza u analizu;
- izvršenja ili obrade analiza;

- tumačenje rezultata.

Prvi deo, priprema podataka, je obično poznat kao **predprocesiranje**, a tumačenje se zove **postprocesiranje** - oni se redom pojavljuju pre i nakon obrade analiza. Razne aktivnosti predprocesiranja prikazane su u više detalja na slici 6.8. Iz ove slike se vidi da značajan deo predprocesiranja podrazumeva odlučivanje kako se geometrija može aproksimirati za potrebe analize, a zatim kako ovo aproksimiranje može biti podeljeno po čvorovima i elementima mreže.



Slika 6.8. *Stepeni u primeni preprocesiranja MKE*

Grafička sredstva za predprocesiranje

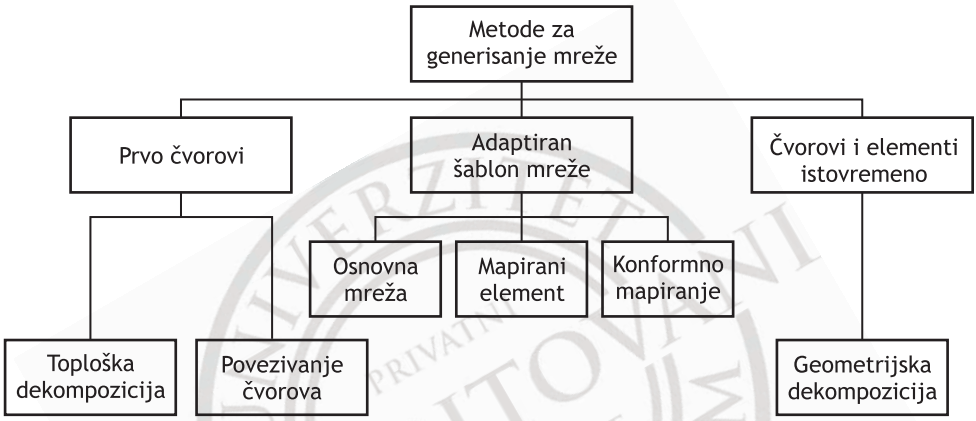
Podela dela geometrije u odgovarajuće mrežne čvorove i elemente za konačne elemente je poznata kao **generisanje mreže**, i ova aktivnost postala je veoma važan deo računarskog inženjeringa. Kvalitet mreže je od kritične važnosti na ukupan kvalitet analize, a kroz istoriju je uloženo mnogo napora za pripremu modela koji bi bili uključeni u generisanje mreže. Ručno definisanje podele geometrije, a zatim transkripcija informacija o čvorovima i elementima u numeričke podatke pogodne za unos u program za konačne elemente je vrlo dugotrajan proces i podložan je greškama, a takođe je teško i da se identifikuju greške u mreži - kao što su nepovezani ili nedostajući elementi - iz numeričkih podataka. Zbog toga su razvijene mnogobrojne grafičke tehnike kako bi pomogle i u podeli oblika i u ispitivanju mreže po pitanju geometrijskih i topoloških korektnosti (ispravnosti).

Razvijen je veliki broj pristupa generisanju mreža su razvijeni, te je sada moguće dobiti zadovoljavajuće mreže za veoma složene geometrije – automatski ili poluautomatski. Radi jednostavnosti primera koji će biti prikazani su najvećim delom za 2D (ravanske) mreže, iako se prikazane tehnike mogu primeniti i na tri dimenzije.

Klasifikacija se zasniva na nizu po kojem su čvorovi i elementi poređani u mreži, kao i na načinu za dobijanje početne raspodele čvorova ili elemenata. Grafička interpretacija klasifikacija je prikazana na slici 6.9, iz koje se može videti da tri široke klase pristupa se dalje dele na šest tehnike koje su manje ili više u širokoj upotrebi.

Najčešći pristup generisanju mreža, koji je korišćen mnogo godina od strane većine komercijalnih sistema za generisanje mreža, **tehnika mapiranja elemenata**. Pri ovakvom pristupu geometrija je podeljena na jednostavne regione (na primer, region ograničen sa tri ili četiri stranice – 2D, ili četiri, pet ili šest strana – 3D), u parametarskom prostoru gde

se mreža mapira jediničnim trouglovima, kvadratima, prizmama ili kockama (slika 6.10a). Mreže koje su proizvedene na ovakav način se ponekad nazivaju **strukturirane mreže** zbog svoje regularne prirode. Slika 6.11 prikazuje primer takve mreže koristeći i elemente trougla i četvorougla. Tranzicioni regioni se koriste da se priključe područjima različitih gustina mreža (slika 6.10d). Drugi pristup u klasifikaciji, **konformno preslikavanje**, je varijanta pristupa mapiranju elemenata, u kojem se vrši preslikavanje iz jednog prostora poligona u drugi. To je više nego opšti prostup mapiranju elemenata, ali ga je teško kontrolisati.



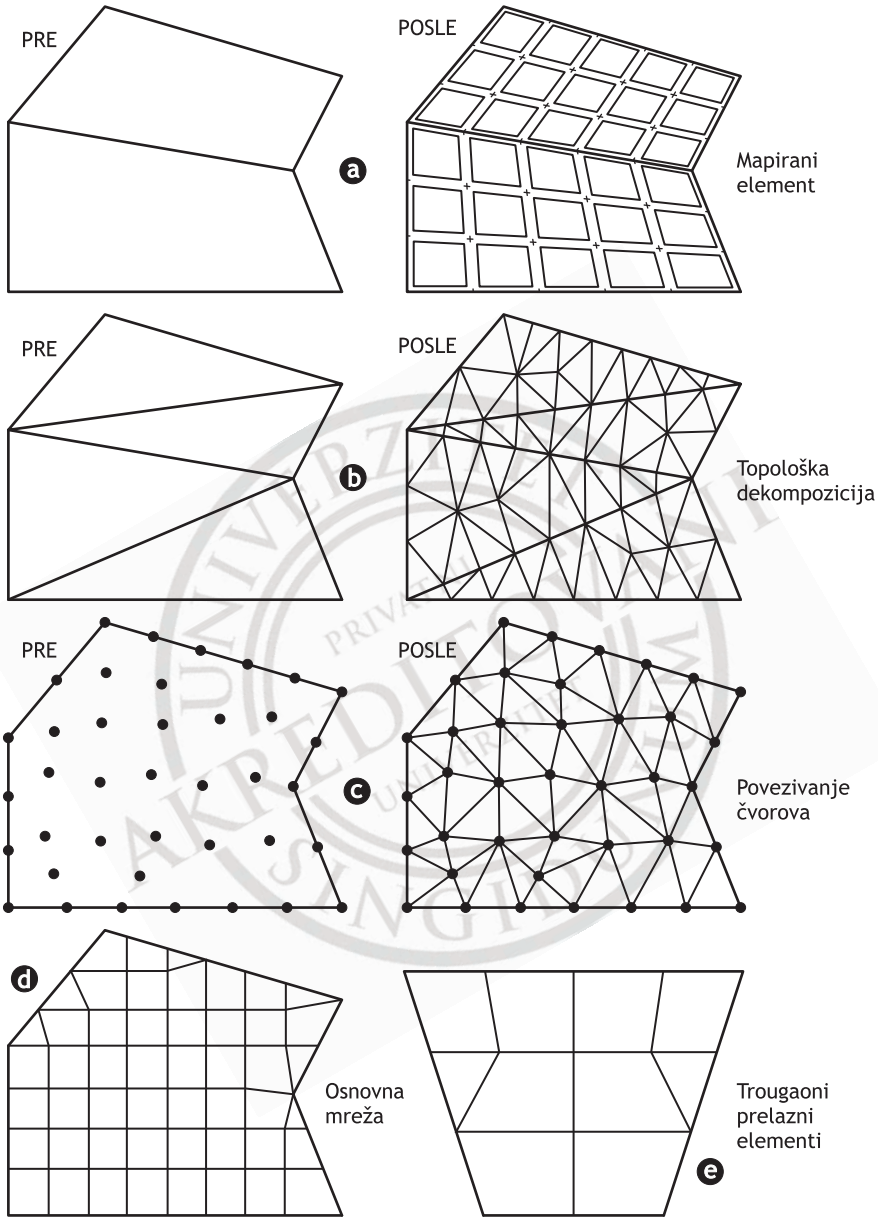
Slika 6.9. *Klasifikacija tehnika za generisanje mreža*

Strukturne mreže za kompleksnu geometrije često zahtevaju veoma značajne sposobnosti analitičara, i u početnom obliku podele i u određivanju potrebne gustine čvorova i elemenata, ali verovatno je da ć dobro konstruisane strukturirane mreže dati dobre rezultate analize. Ostale tehnike koje se razmatraju proizvode mreže više ili manje nepravilnog oblika i topologije, i zato su takve mreže često poznate kao **nestrukturirane** ili **slobodne mreže**. Pristupi koji proizvode takve mreže predstavljaju osnovu za tehnike automatskog generisanja mreža sa malo ili bez ljudske intervencije. Posebne tehnike su:

- Metoda **topološke dekompozicije** radi tako da rekurzivno uklanja trouglove iz poligonalne (višestranične) granice dela, povezivanjem čvorova, dok samo trougaoni regioni ostaju (slika 6.10b). Svaki od tako dobijeni trougaonih regiona može da se jednostavnim postupkom deli dalje, ako treba.

- U metodi **povezivanja čvorova** (slika 6.10c), čvorovi se prvo dodaju granicama poligona sa nekom odgovarajućom distribucijom; unutrašnji čvorovi su generisani - na primer, podelom oblasti na određen broj zona i generisanjem "poravnavajućih" čvorova metodom slučajnog izbora u ovim zonama - a zatim se čvorovi povezuju formirajući elemente. To su obično trouglasti elementi za 2D mreže, ili su tetraedarski za 3D mreže.

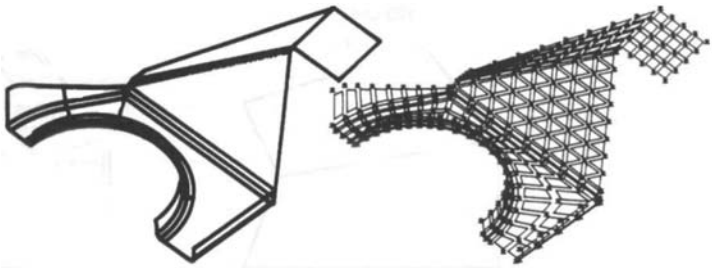
- Pristup preko **osnovne mreže** se bazira na mapiranju standardne `Grid` mreže oblika za koji treba generisati mrežu, a onda se prekida `Grid` mreže na granicama oblik i pomeraju se (premeštaju) čvorovi u blizini granice na samu granicu (slika 6.10d).



Slika 6.10. *Tehnike generisanje mreža*

- Pristupi **geometrijske dekompozicije**, koji generišu čvorove i elemente istovremeno, podrazumevaju niz iterativnih, ili rekurzivnih metoda za geometrijske podele. Na primer, jedan pristup umeće čvorove u granicu konveksnog objekta, a zatim deli objekat približno oko sredine svoje "najduže" ose, ubacuje u čvorove "linije podele"; rekurzivni proces se ponavlja za dve polovine, tako formirane, dok se ne dobije

određena preciznost mreže. Drugi pristup geometrijskoj dekompoziciji je **napredna prednja** metoda, gde se definišu sukcesivni slojevi elemenata koji su definisani u blizini same granice tela, svaki sloj unutar prethodnog sloja, dok se ne napuni celo telo.



Slika 6.11. *Generisanje mreža za limeni deo*

Mnogi savremeni sistemi uključuju određen broj CAD/CAM tehnika i za mapirani element i za automatsko generisanje mreže. "Slobodno" mapiranje omogućava da se kreira mreža složene geometrije za mnogo manje vremena u odnosu na tradicionalno mapiranje, ali mnogi analitičari ukazuju na to da treba biti oprezan i da ih treba pažljivo primenjivati u upotrebi automatskih mreža.

Neka od ograničenja automatskog kreiranje mreža može se prevazići korišćenjem tehnika **adaptacija mreža** koje menjaju gustine mreže na lokalnom nivou - bilo pomeranjem ili dodavanjem čvorova i elemenata, ili sistematskom podelom elemenata - na osnovu procenjene greške analize. Alternativni pristup preciziranju da se izmeni polinomska osnova za interpolacija raseljavanja (razmeštanja) unutar elementa.

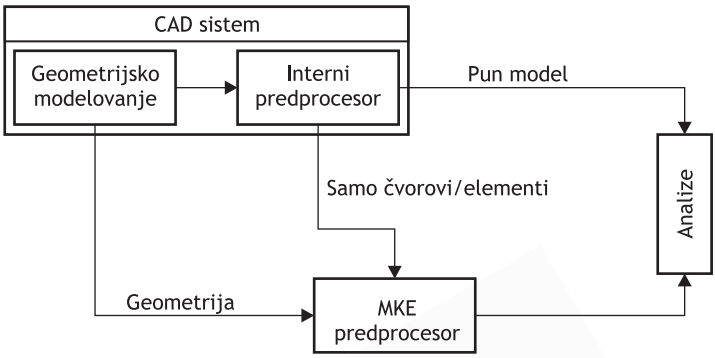
Interfejsi za CAD

Jasno je da je osnova za model konačnim elementima geometrija komponente. Transkripcija greške se može minimizirati ukoliko CAD model može da se koristi direktno za razvoj mreže. To je ostvarljivo na sledeća dva načina:

- CAD sistemi mogu da imaju interfejse posvećene predprocesiranju MKE, ili da se predprocesor nalazi unutar paketa za analizu, koji mora biti u stanju da prima geometrijske podatke iz CAD sistema. Sve ovo je olakšano razvojem standarda razmene podataka, kao što su IGES, DXF, DWG i slično.

- CAD sistema mogu u sebi sadršati generatore mreža, gde MKE modeli mogu biti generisani direktno iz geometrije komponenti. (Postoje i druge varijacije, u kojima CAD sistema uključuje MKE `Solver` ili MKE sistem koji sadrži geometrijsko modelovanje.)

Ova dva pristupa su sažeta u obliku dijagrama na slici 6.12, zajedno sa trećim, kompromisnim pristupom u kojem je mreža generisana od strane CAD sistema, i MKE deo za modelovanje dodaje granične uslove i podatke o materijalima.



Slika 6.12. *Alternativne putanje za generisanje MKE modela*

Na prvi pogled se čini izuzetno razumno koristiti drugi pristup u cilju potpunog iskorišćenja postojećeg geometrijskog opisa iz baze podataka CAD sistema. U praksi, međutim, postoje brojna ograničenja:

- Specijalizovani predprocesorski softveri ponekad imaju više kapaciteta nego napredni CAD sistemi (iako su neki proizvođači CAD sistema specijalizovani za generisanje mreža, i njihovi sistemi su veoma značajni za generisanje MKE mreža). Kompanije mogu, takođe, želeti da koriste različite softvere za različite zadatke, kako bi preuzele prednosti njihovih različitih elemenata.
- Geometrija koja se koristi za MKE analiza je pojednostavljena i uglavnom idealizovana verzija geometrijskog modela iz CAD sistema. Pojednostavljenje ili uklanjanje detalja nije nimalo lak zadatak, a zavisi od procene i iskustva analitičara. Takođe, pojednostavljena definicija geometrije je za generator mreže samo relativno mali deo ukupnog zadatka generisanja mreže, pa efikasnost manipulisanja geometrijom je manja u odnosu na postavljeni zadatak.

Izabrani put za generisanje mreže je donekle stvar pragmatizma - ako je geometrija složena i pristup generisanju mreže jednostavan, onda je ponovna upotreba geometrije CAD modela važna. Ako je geometrija relativno jednostavna, ali model je kompleksan (posebno, na primer, ako je prilagođavanje ili složenos materijalne karakterizacije predprocesora bitna), onda pristup treba da se zasniva na najviše odgovarajućem predprocesoru. Ono što je važno je da se obezbedi, ako je ikako moguce, da geometrijska idealizacija bazira direktno na geometriji CAD modela, kako bi se smanjio rizik od greške. Na duži rok, razvoj standarda razmene podataka širokog obima omogućava povećanje interoperabilnosti softvera, kao i korišćenje zajedničke baze podataka.

6.3. Prilagođavanje sistema i automatizacija projektovanja

Do sada je bilo reči o onim aspektima primene CAD sistema koje podrazumevaju da su objekti deo sistema ili deo softvera drugih proizvođača softvera. U mnogim slučajevima,

međutim, firma koja koristi CAD možda želi da razvije sistem za svoje specifične potrebe - na primer, da obezbedi funkcije koje nisu uključene u bazni sistem, da automatizuju rutinske zadatke kao što su završetak "kučnih" evidencija, ili da uključi "domaće" analitičke metode. Takvi zadaci mogu biti grupisani pod opštim nazivom **sistema za prilagođavanje**. Tema je posebno važna, jer u mnogim aplikacijama može biti ključ za profitabilno korišćenje CAD sistema.

U mnogim firmama, posebno onim koje se redovno bave dizajnom ili dizajniraju elemente koji su jednostavne varijacije standardnih tema, automatizacija rutinskih poslove može da bude oko generisanja crteža ili oko aktivnosti za geometrijsko modelovanje standardnih komponenti promenljivih dimenzija, ili čak automatizacije projektovanja do nivoa da se uključuju pravila dizajna, algoritmi i kalkulacije u CAD sistemima. Ovo celo područje je "eksplodiralo" u poslednjih nekoliko godina. Korišćeni sistemi koriste varijacije u oblicima kako bi se automatski generisali na osnovu algebarskih izraza i relacija između dimenzionih parametara. Ima i drugih sistema u kojima postoje pravila i algoritmi koji mogu biti snimljeni kako bi se dozvolilo da budu inkorporirani u inženjerske sisteme zasnovane na znanju u cilju automatizacije nekih obima proizvodnje projektovanih (dizajniranih) standardnih elemenata i samog dizajna.

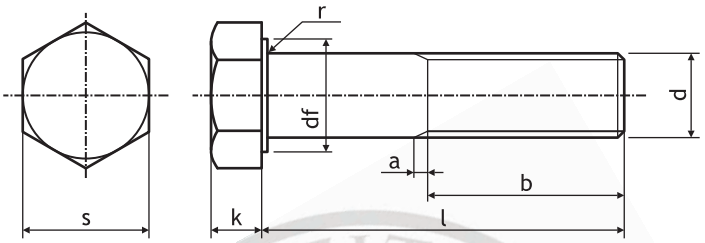
6.3.1. Obim prilagođavanja i automatizacija projektovanja

Obim prilagođavanja sistema je izuzetno širok. Na jednom kraju spektra obuhvata objekte kao što su jednostavno pružanje mogućnosti da izvršava male serije komandi u jednom koraku, verovatno izborom **ikonice** na ekranu. To može da koristi, na primer, dizajner da podesi boje, stil linije i nivo brojeva koji će se koristiti tokom crtanja. Na drugu stranu, može da podrazumeva automatizaciju glavnih zadataka tokom dizajna delova. U okviru ova dva ekstrema neki primeri prilagođavanja aktivnosti uključuju: zadatke "iz okruženja", kao što su blokovi naslova, zaglavlja, kao i osnivanje analitičke jednostavne rutine za ocenu komponenti dizajna ili druge analize.

Najvažniji aspekt prilagođavanja u ekstrakciji podataka iz modela za upotrebu u nekoj drugoj aplikaciji, ili u crtežu ili u modelovanju delova koji su varijacije na temu. Aspekti ekstrakcije podataka su, uglavnom, za aplikacije posebnih programa za dizajniranje specijalizovanih proizvoda, ali se može koristiti za integaciju glavne aplikacije sa drugima. Na primer, jedan od vodećih računarskih programa za dinamiku fluida (CFD) je ugrađen u jedan od glavnih paketa za generisanje mreže i CAD modelovanje kroz prilagođavanje ovog drugog objekta.

Modelovanje familije proizvoda može u velikoj meri biti ostvareno sa parametarskim ili varijacijskim modelovanjem, ali ako se izgradnja zasniva na značajnijem proračunu, ili ako raspored delova ili karakteristike variraju, onda je neophodan prilagođen pristup celoj stvari. Pod familijom proizvoda misli se na one delove koji su u skladu sa standardnim obrascem, gde su dimenzije i drugi aspekti dizajna zasmovani pravilima koja mogu biti izražena pomoću analize, tabelarnih odnosa ili vrednosti. Većina njih su geometrijski i topološki invarijantni, ali oni se razlikuju po dimenzijama – na primer, jednostavni delovi kao što su ležajevi, pričvršćivači, zupčanici i koturače spadaju u ovu kategoriju. Za kompleksnije delove kao što su klipovi motora ili komponente automobilskih kočnica

komponente detalji geometrije i topološki aranžmani mogu da budu različiti, kao što su dimenzije. Za male sklopove kao što su pumpe i ventili, pojedinačni delovi i njihov odnos međusobno može da varira. "Veliki" (glavni) predmeti poput drumskih mostova, motora i menjača mogu se smatrati u suštini standardnim proizvodima, koji su prilagođeni određenim aplikacijama.



Pravila

l ⩽ 125	b = 2d + 6	Opcije za navoj
125 < l ⩽ 200	b = 2d + 12	
200 < l	b = 2d + 25	

Tabelarne dimenzije

d	s	k	r	d	l = 5, 6, 8, 10, 12, 14, 16 ...
1.6	3.2	1.225	0.2	-	
2	4	1.525	0.3	-	
2.5	5	1.825	0.3	-	
3	5.5	2.125	0.3	5.08	
4	7	2.925	0.3	6.55	
...	...	...	...	...	

Slika 6.13. *Standardni metrički zavrtanj – pravila i podaci koji su potrebni za parametarsko programiranje*

Svi ovi primeri "dolaze" pod naslovom **parametarskog dizajna**, u kojem se deo ili proizvod može opisati primenom promenljivih parametara, koji su različiti za različite varijante proizvodnje. Na primer, standardni metrički zavrtnji mogu se definisati dimenzijama prikazanim na slici 6.13, koje se odnose na nominalne veličine zavrtnja, ali u određenom dizajnu može biti zasnovan na traženom izlaznom zajedničkom proračunu.

Glava 7

Proširenje CAD kapaciteta

Kada se "prođe" sadržaj ove glave korisnik će biti u stanju da:

- opiše ograničenja pri konvencionalnom pristupu CAD programima u slučaju kada mu zatrebaju informacije o dizajnu i saveti;
- opiše integraciju sistema zasnovanih na znanju i CAD sistema u sisteme zasnovane na inženjerskom znanju;
- dâ pregled glavnih pristupa parametarskom i varijacijskom modelovanju u CAD sistemima;
- razume motivaciju za upotrebu funkcija na bazi pristupa u CAD sistemima, kao i razliku između dizajna po karakteristikama i funkcijama prepoznavanja.

Projektovanje pomoću računara se sada intenzivno primenjuje u nekim firmama gde se sva posao oko dizajna završava primenom CAD sistema. Uprkos tom značajnom uspehu, postoji rašireno mišljenje da CAD još uvek nije adekvatan, kao pomoć dizajneru u poslu generisanja projekta (dizajna). Na primer, CAD sistem može da omogući kreiranje modela konačnim elementima u cilju analize dizajna, ali neće davati savete o tome koje tipove elemenata trena koristiti u posebnim okolnostima, ili o tome kako da model učitava određene uslove; to bi moglo omogućiti da se uputstva za proizvodnju izvedu iz geometrije dizajna, ali je malo verovatno da bi mogli da posavetuju dizajnera da li je određeni oblik u stanju da bude ekonomski opravdan.

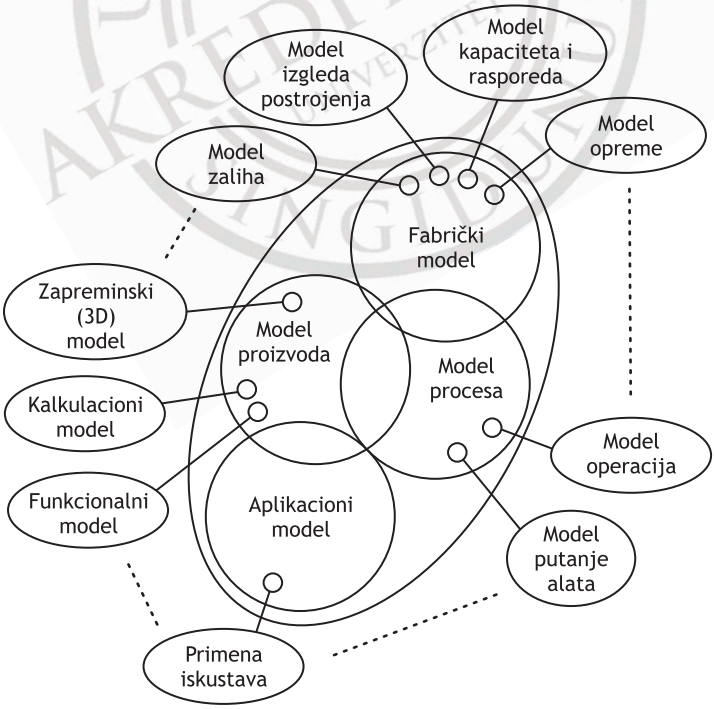
Iako su CAD sistemi koncentrisani na modelovanje, različiti atributi modela mogu značajno da variraju. Oblik i dimenzije su dobro pokriveni sposobnostima geometrijskog modelovanja i struktura hijerarhijskim zapisima podataka o materijalima u sistemima za upravljanje proizvodima. Ostala svojstva, kao što su tolerancije, materijali, stanja površina stanja i funkcije su, međutim, mnogo manje zadovoljavajuća - često samo sa komentarima na konvencionalnim crtežima ili dodeljenim atributima na trodimenzionalni model. Sistem koji snima kompletan model proizvoda će zahtevati formalne notacije za sve osobine dizajna.

Osim toga, postoji rašireno mišljenje da čak i geometrijski aspekti dizajna nisu modelovani tradicionalnim CAD sistemima na način koji je najkorisniji za dizajnera, ili na način na koji

dizajneri misle na njih ili o njima. U ranim fazama procesa projektovanja, projektant može jednostavno da poželi da skicira ideje, a možda će hteti i da provizorno unese i dimenzije za deo. Kako dizajn napreduje, projektant će možda hteti da istraži različite dimenzije, kako bi odgovorio na pitanje tipa "šta ako" u vezi dizajna. I kroz proces uvođenja proizvoda, svi oni koji rade sa CAD modelom će možda želeti da koriste konceptualne modele koji imaju više inženjerskog značenja. Kao što je već viđeno, na primer, kako komponenta kao što je klipnjača može biti predstavljena kao kolekcija linija i lukova na crtežu, ili površina na delu, ili instance čvrstih primitiva (solida).

Zadaci nove generacije CAD sistema su takvi da predstavljaju šira razna svojstva dizajna, u smislu da su upoznati sa inženjerskim zahtevima i sa inženjerskom praksom i organizacijom preduzeća i opreme, koji utiču na dizajn. Način na koji se nada da se to postigne je da se donose ideje i tehnike iz istraživanja u oblasti veštačke inteligencije (VI) i informacinih sistema, kao i da se traži viši nivo metoda za modelovanje dizajna i prezentacije.

Pored značajnog istraživačkog rada uključenog u detaljnu razradu CAD tehnika, došlo je nedavno do mnogo rada na sistemima arhitekture koji mogu biti odgovarajući u budućnosti. Postoji mnogo stalnih tema u ovoj oblasti koje predstavljaju koncept integrisanih sistema, koji obezbeđuju mnogo različitih računarskih pristupa koji pomažu dizajneru i omogućavaju modelovanje samog proizvoda i proizvodnog pogona, procesa projektovanja (dizajniranja) i aplikacija.



Slika 7.1. *Veza između "vezanih" modela*

Integracija tehnologija u takvim sistemima biće CAD modelovanje, veštačka inteligencija, informacioni sistemi i baze podataka, i novi modeli proizvoda biće utemeljeni na novim načinima opisivanja proizvoda. Slika 7.1 prikazuje jedan od mogućih aranžmana za takav sistem.

Istovremeno sa napredovanjem ka integrisanim sistemima raste i globalizacija industrije. Proizvod može biti projektovan u jednoj zemlji i sklopljen u drugoj, možda pomoću delova nabavljenih iz nekoliko drugih zemalja. Proizvodni razvojni timovi treba da rade kao "integrisana celina", ali su geografski razdvojeni. Da bi se ovo postiglo, razne tehnike za podršku razvoju kooperativnog rada, posebno onih koji eksploatišu Internet i komunikacije velikih brzina. "Vezani" modeli prikazani na slici 7.1 na kraju će biti distribuirani i globalno dostupni.

7.1. Parametarsko i varijacijsko modelovanje

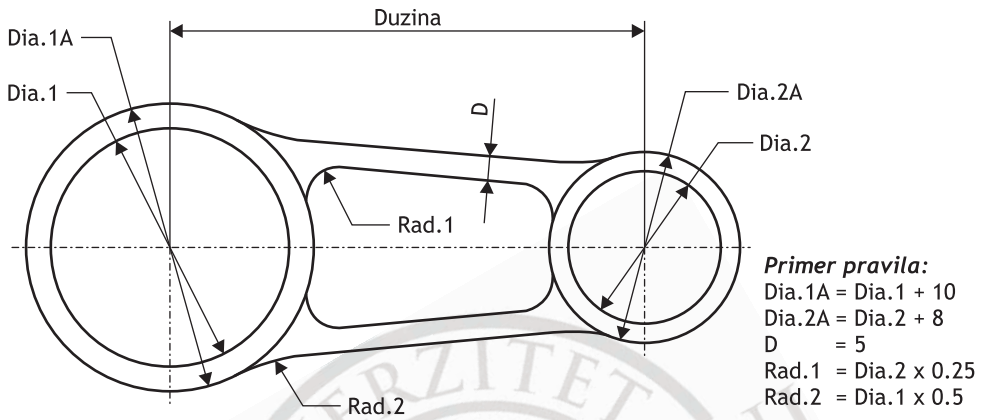
Već je viđeno u mnogim slučajevima da dizajner hoće da kreira proizvod sa geometrijom koja predstavlja varijaciju nekih prethodnih dizajna. Mnoge kompanije imaju proizvode koji su delovi standardizovanih varijacija određenih familija proizvoda, ili koji koriste geometriju prethodno dizajniranih proizvoda, ali sa promenama u dimenzijama. Često, u ranim fazama dizajniranja novih proizvoda, dizajner zna šta je potrebno, ali ne može da tačno odredi dimenzije, ili možda želi da istražuje varijacije u dimenzijama kao dizajn napreduje. U svakom slučaju objekti su potrebni da bi se kreirale varijacije oblika u nešto što je poznato kao **parametarski dizajn**.

Takođe je pominjano da se proizvodnja ponavljanjem porodice određenih tipova delova dizajna može postići programiranjem komandi potrebnih za modelovanje i učestvovanjem u racunarskom programu ili makrou, ali da to nije fleksibilan pristup. To je zadovoljavajuće za dobro definisane porodice delova za koje su potrebne višestruke varijante, i za koje je programski napor opravdan. Gde ima dobrih programera, ovaj pristup može biti vrlo uspešan. Međutim, za svaku promenu u geomtriji dela, program ili makro mora ponovo biti izvršen u cilju izgradnje geometrije od nule, i "šta ako" vrste ispitivanja uticaja na promene u dimenzijama moraju se sprovoditi u više navrata izvršavanjem programa. Iz ovih razloga, razvijeni su novi pristupi parametarskom dizajnu kako bi se dozvolila izmena i ponovna upotreba konstruisanih modela.

Novi pristupi parametarskom dizajnu obuhvataju više različitih tehnika koji se često pojavljuju korisnicima i, zaista, teško se može razlikovati pristup koji se koristi. Tehnike omogućavaju korisniku da opiše dimenzionalne atributa modelovane geometrije ne samo kao brojeve, već i kao izraze koji se odnose na vrednosti promenljivih dimenzija i/ili druge parametarske dimenzije. Vrednosti promenljivih mogu biti unete od strane korisnika, ili se mogu naći u odgovarajućim tablicama. Ovo omogućava da se geometrijski model prvo definiše u smislu opštog oblika i topologije, a zatim se unošenjem odgovarajućih vrednosti promenljivih omogućava izračunavanje dimenzija.

Promene u geometriji mogu biti vrlo brzo istražene jednostavnim menjanjem vrednosti ključnih varijabli. Za ilustraciju, može da se razmotri uprošćena verzija povezivanja određenih elemenata kao parametarskog dizajna. Slika 7.2 prikazuje dimenzije i lokacije veza

i serije jednostavnih izraza koje se odnose na vrednosti ovih ključnih dimenzija – u ovom slučaju reč je o rupama na svakom kraju veza.



Slika 7.2. *Veze na parametarskom objektu*

Kada je ovaj deo definisan kao parametarski dizajn, promenom vrednosti promenljivih `Dia.1` ili `Dia.2` izaziva se da geometrija bude rekonstruisana kako bi odražavala promene u dimenzijama, kao što je prikazano na slici 7.2.

7.1.1. Klasifikacija pristupa parametarskom dizajniranju

Postoje preporuke da se parametarski dizajn svrsta u varijante programiranja, ekspertskih sistema, konstruktivnih šema i numeričkih ograničenja i da se pospešuje rešavanje istih. Programiranje predsatavlja generacije programa za delove, korišćenjem makro jezika, programskih jezika ili grafičkih API-ja. Konstruktivne šeme koriste sekvencu ili istoriju poslovanja od strane korisnika kako bi se izgradio deo zapisa definicije objekta na neki način. Rešavanje numeričkih ograničenja dozvoljava da se definišu dimenzije dela u smislu odnosa i ograničenja i da se generišu varijante delova primenom neke vrste algoritma koji zadovoljava zadata ograničenja. Razlika između **parametarskog** i **varijacijskog** pristupa je u tipu primenjenog algoritma koji zadovoljava zadata ograničenja. Parametarski sistemi rešavaju ograničenja varijabli modela po redu (sekvencijalno), gde svaka dodeljena vrednost se računa kao funkcija ranije dodeljene vrednosti. Varijacioni sistemi izgrađuju sistem jednačina koje predstavljaju ograničenja, a zatim rešava sve jednačine istovremeno koristeći procedure numeričkog rešavanja ili neke ekvivalentne metode. I konstruktivan i ograničavajući pristup rešavanju se nazivaju *parametarsko modelovanje u komercijalnim sistemima*.

Konstruktivne šeme

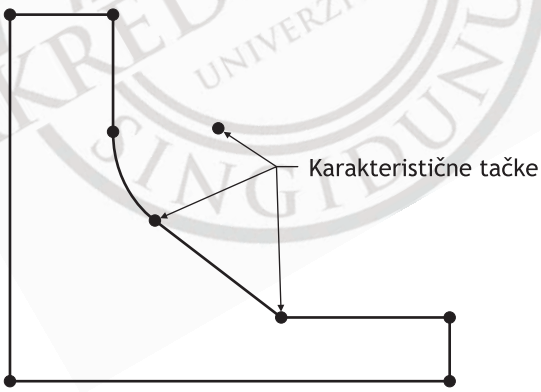
Konstruktivne šeme generišu proceduralne opise redosleda operacija modelovanja za izgradnju objekta, često kroz sistemsko skladištenje ili istoriju komandi i unosa podataka, i eksplicitnim identifikacijama unosa parametara stavki, i korišćenjem veza između promenljivih modela. Istorija fajla može da se, na primer, zapiše u vidu stabla strukture elemenata

ili karakteristika modela, i logičkih Bulovih operacija koje pomažu da se to sve ugradi u deo. Promene parametarske geometrije ostvaruje se izmenom unosa parametara, što rezultira preračunavanjem dobijenih vrednosti i ponavljanje definisane sekvence izgradnje korišćenjem revidiranih varijabli. Takav pristup može često da se primenju na vrhu postojećeg programa za modelovanje i bio bi zaposlen kao sredstvo za dodavanje parametarskih mogućnosti osnovnim CAD/CAM sistemima. Mana proceduralnog pristupa je u tome što je potrebno da se ponavlja postupak u slučaju promene i relativni nedostatak fleksibilnosti u parametarskim odnosima parametarske i varijacijama koje mogu da se istraže.

Rešavanje numeričkih ograničenja

Rešavanje numeričkih ograničenja može da izbegne neke od problema proceduralnih konstruktivnih šema zamenom redosleda fiksnih rešenja sa više opštih mehanizava za rešavanje ograničenja i njihovom primenom parametre dela i odnose između njih. Rešavanje parametarskih ograničenja, kao što je napomenuto, razrešava ograničenja preračunavanjem vrednosti kao funkcija prethodno dodeljenih vrednosti. U varijacijskoj geometriji, nasuprot tome, kompletan sistem jednačina ograničenja je razvijen i rešava se istovremeno (a samim tim i redosled stvaranja ograničenja nije bitan).

U jednostavnoj formi, sistem varijacijske geometrije podrazumeva identifikaciju broja karakterističnih tačaka na obliku, i broj dimenzija koje nameću ograničenja dozvoljenih lokacija karakterističnih tačaka. Kao primer može da se uzme oblik prikazan na slici 7.3.



Slika 7.3. *Karakteristične tačke na dvodimenzionalnom profilu*

Karakteristične tačke identifikuju i opisuju geometrijski vektor $\vec{x}$ koji sadrži koordinate pravouglog koordinatnog sistema:

$$\vec{x} = \{X_1, Y_1, Z_1, \ldots, X_N, Y_N, Z_N\}^T \tag{7.1}$$

ili

$$\vec{x} = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n\}^T$$

gde je $n = 3N$. Dimenzije nameću ograničenja na nedozvoljene lokacije karakterističnih tačaka, i može se izraziti analitički pomoću jednačine oblika:

$$F_i\left(\vec{x}, \vec{d}\right) = 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{7.2}$$

gde je $\vec{d}$ vektor dimenzionalne vrednosti, $\vec{x}$ je geometrijski vektor i m je broj ograničenja.

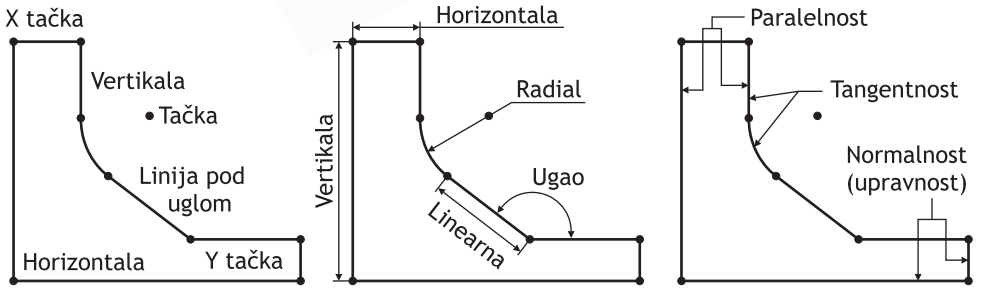
Jednačine ograničenja uključuju one koje sprečavaju slobodno kretanje tela (jedna tačka može biti "prizemljena", tj. "ležati" u XY ravni), i dimenzionalna ograničenja kao što su:

- horizontalna rastojanja: $X_1 - X_2 - D = 0$,
- vertikalna rastojanja: $Y_1 - Y_2 - D = 0$,
- linearna rastojanja: $(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - T_2)^2 - D^2 = 0$,

mada geometrijska ograničenja (površina, na primer), takođe, mogu biti primenjena.

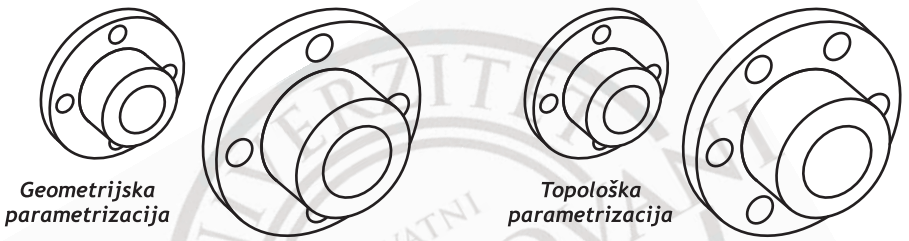
Simultano rešavanje skupa jednačina ograničenja daje geometrijske vektore koji odgovaraju setu dimenzija. Važeća dimenziona šema definiše sve karakteristične tačke koje su ograničene skupom jednačina. Broj jednačina ograničenja, m, bi trebalo da bude jednak broju stepeni slobode koordinata, n. Čak i ako je $m = n$ problem je i dalje numerički singularan ako je deo oblika predimenzionisan, a deo poddimenzionisan.

U komercijalnim aplikacijama, varijacijski sistemi generalno se odnose na dvodimenzionalne (2D) geometrijske profile, iako počinju da se primenjuju i na trodimenzionalnu (3D) geometriju. 2D profili se koriste u 3D geometriji kao osnova za operacije istiskivanja (ekstrudiranja), uvijanja i savijanja, kao i za funkcije koje su zasnovane na tekućoj geometriji. U mnogim komercijalnim aplikacijama, ograničavajuće kote (dimenzije) i drugi uslovi mogu automatski biti identifikovani tokom konstruisanja (pomoću **ulaznih skica** ili pomoću interaktivnih komenatar dodatih od strane korisnika). Slika 7.4 prikazuje primere ograničenja koja mogu biti primenjena unutar komercijalnih varijacijskih geometrijskih sistema. Varijante mogu da se proizvedu unošenjem vrednosti za ključne dimenzije. Ostale dimenzije će, zatim, biti izvedene ili rešene.



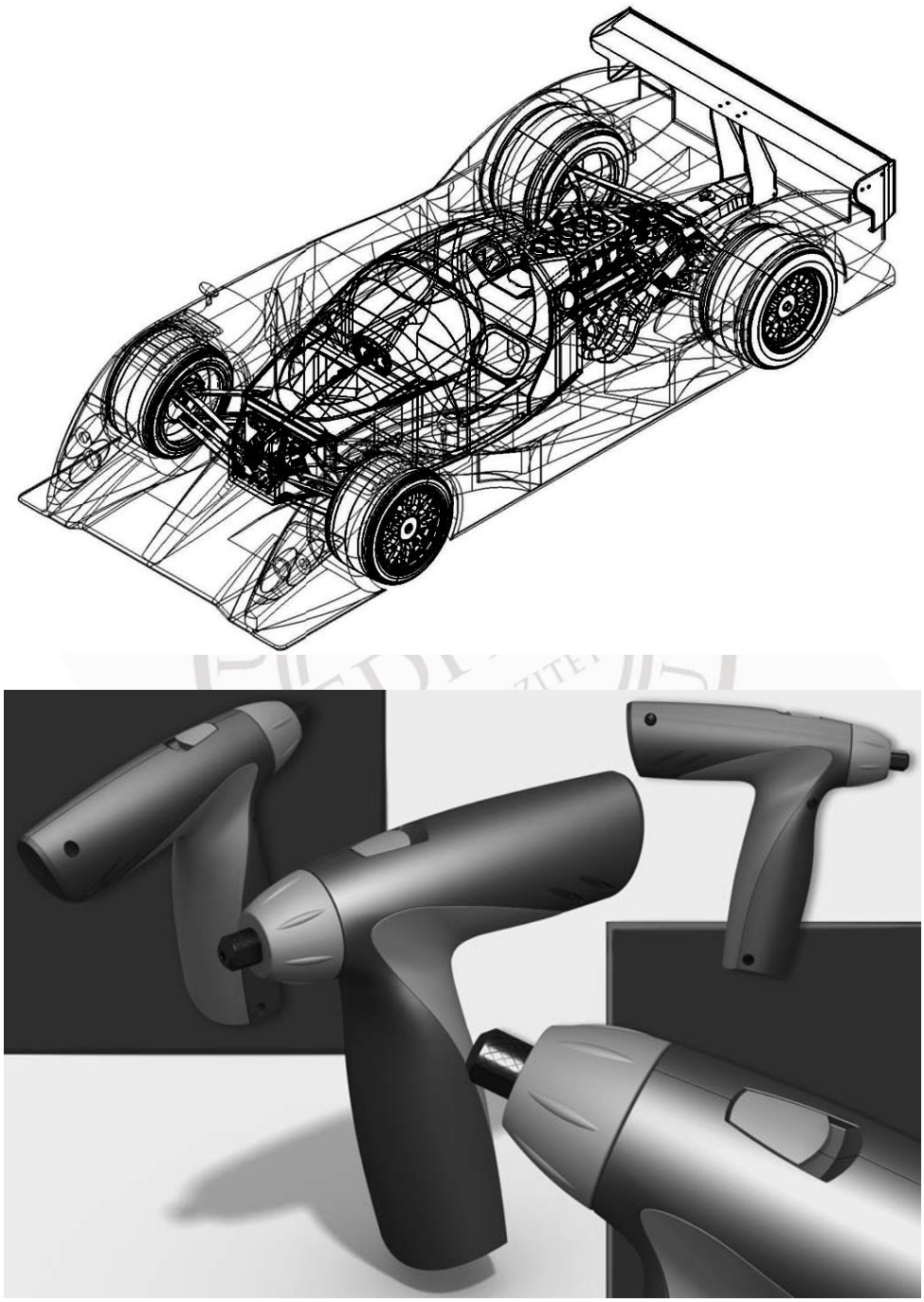
Slika 7.4. *Ograničenja primenjena na 2D profil*

Naravno, komercijalni varijacijski geometrijski sistemi su mnogo složeniji od jednostavnog pristupa navedenog ovde, i mogućnosti su veoma značajne. Upravljanje ograničenjima komercijalnih sistema će prepoznati stepene slobode, suvišna ograničenja i može unos i postavljanje nepotpunih ograničenja. To takođe može (interno) da predstavlja postavljanje ograničenja u mreži kako bi se identifikovala sprega između ograničenja i da se dozvoli da se veliki skupovi ograničenja dekomponuju u manje grupe povezanih ograničenja i na taj način bi se došlo do poboljšanja efikasnosti rešenja. Svaki skup zajedničkih ograničenja se onda rešava u nizu, da propagiraju promene kroz mrežu ograničenja. Zagovornici tvrde da pristup kroz varijacijsku geometriju može da bude brži i fleksibilniji od pristupa parametarskim modelovanjem, jer nije neophodno da se potpuno reši čitav model za sve male promene, i zato što ima mnogo više fleksibilnosti u primeni i upravljanju ograničenjima.



Slika 7.5. *Geometrijska i topološka parametrizacija*

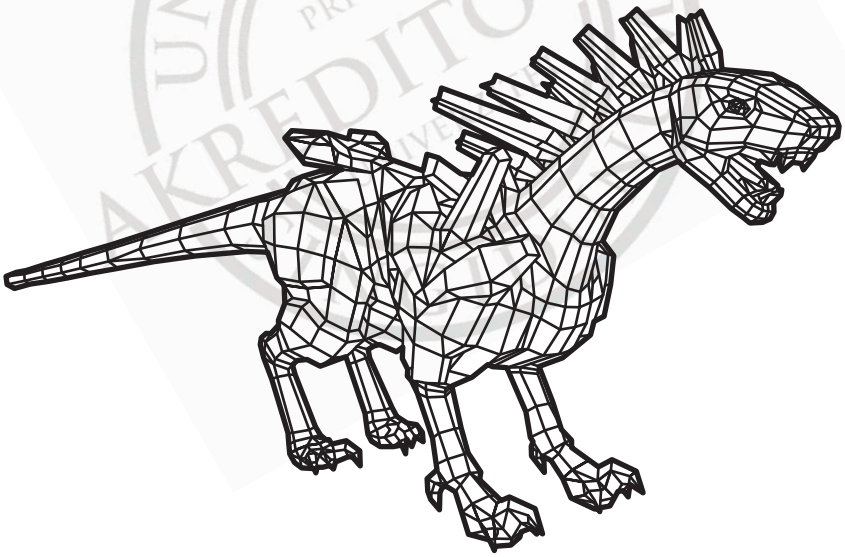
U aplikacijskim CAD sistemima termin `varijacijska geometrija` se često koristi za bilo koju tehniku koja primenjuje dimenzionalna ograničenja u odnosu na "slobodoručnu" geometriju u cilju rešavanja geometrijskih problema, kako bi se kreirale familije oblika, ili da se omogući jednostavna modifikacija dimenzija. Termin `parametarsko modelovanje` se često koristi za opisivanje dimenzionom pristupu modelovanju. Uspeh ovih pristupa zavisi od sofisticiranosti koje mogu biti ugrađene u odnosima između dimenzija, i do koje mere mogu biti povezani sa drugim objektima u sistemu i sa samim sistemom. Na primer, gde dimenzije moraju biti odabrane za prilagođavanje standardnih delova (kao što je pričvršćivač), onda one, obično, moraju da budu ograničene da budu unutar ograničenog opsega željenih vrednosti (na primer, niz metričkih veličina ... $4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 18, 20, \ldots \mathrm{mm}$). Takođe, ako je deo član familije, onda kompanija može da poželi da se taj deo analizira kao deo familije - u kom slučaju je primereno da se poveže parametarska mreža konačnih elemenata sa parametarskim delom. Konačno, a možda je to i najveći izazov, trebalo bi omogućiti da se delovi često menjaju u konfiguraciji jer su skalirani (umanjeni ili uvećani) - na primer, kod prirubnice broj zavrtnjeva može biti u funkciji prečnika prirubnice. Neki parametarski pristupi dozvoljavaju samo **geometrijsku parametrizaciju** u kojoj dimenzije oblika mogu da se promene, ali ne i njegova struktura. Parametarski sistem treba da omogućava i geometrijsku i toplošku promenu modela kako se vrši promena dimenzija. Ovaj sistem je poznat kao **topološka** ili **strukturalna parametrizacija**, u kojoj, na primer, broj rupa prirubnice može da se promeni, kako prečnik prirubnice varira, kao što je prikazano na slici 7.5.



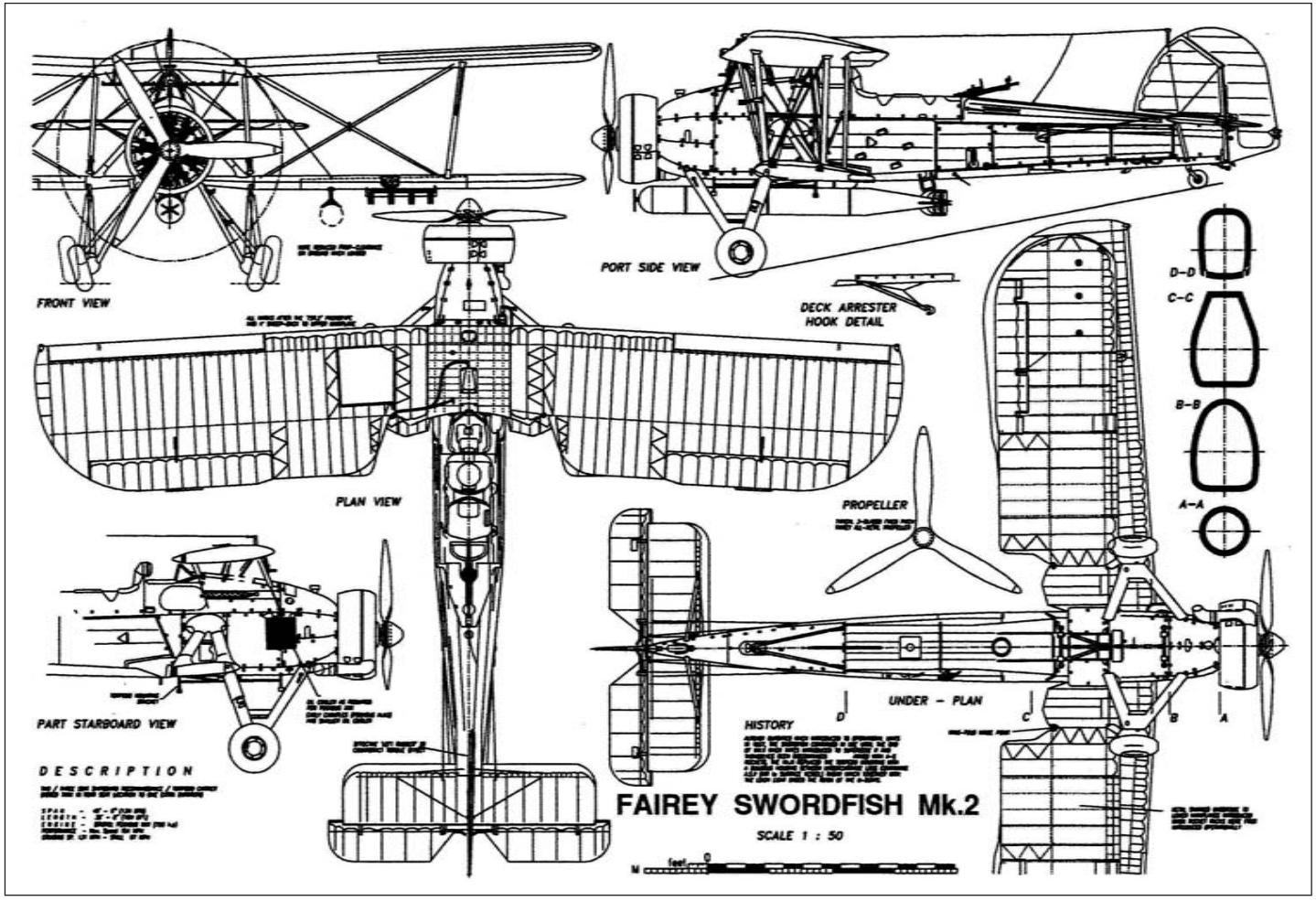
Slika 7.6. *Žičani model bolida i renderovan model alata*

II deo

Dizajn (projektovanje) i izrada (proizvodnja)



Ovaj deo se bavi aktivnostima tokom dizajna (projektovanja), pripreme za proizvodnju i same proizvodnje. Vodi se računa o tome da projektovani (dizajnirani) model generiše potrebne informacije za proizvodnju, a ako to nije ispunjeno - koje akcije, tokom faze projektovanja, treba izvršiti kako bi proizvod bio visokog kvaliteta i kako bi se lako napravio.


FRONT VIEW
PORT SIDE VIEW
DECK ARRESTER HOOK DETAIL
D–D
C–C
B–B
A–A
PLAN VIEW
PROPELLER
PART STARBOARD VIEW
UNDER – PLAN
D
C
B
A
DESCRIPTION
HISTORY
FAIREY SWORDFISH Mk.2
SCALE 1 : 50
feet

Glava 8

Od dizajna do proizvodnje

Kada se "prođe" sadržaj ove glave korisnik će biti u stanju da:

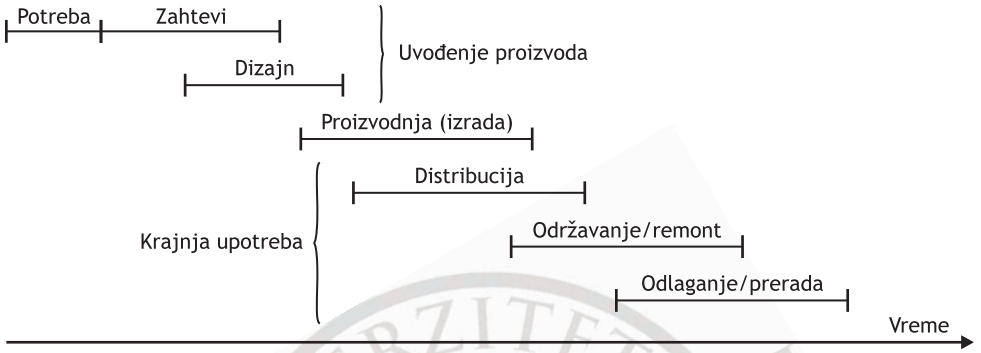
- opiše ograničenja proizvoda i proizvodne performanse tradicionalnog sekvencijalnog pristupa inženjerskoj organizaciji;
- razumeju ulogu konkurentnog inženjerstva i kompjuterski integrisane proizvodnje u inženjerstvu;
- opiše glavne elemente dizajna za proizvodnju i montažu i pregled koraka koji se mogu preduzeti u dizajniranju proizvoda za montažu;
- pregleda elemente procesa planiranja, kao i posebna generativna pitanja u procesu planiranja.

8.1. Ograničenja tradicionalnog pristupa inženjerstvu

Stvarni procesi korišćenja računara kao pomoći pri dizajniranju su toliko fascinantni da postoji rizik da dizajner zaboravi zašto se posao preduzima. Sve vreme dizajniranja mora da se ima u vidu krajnji proizvod. Cilj je da se proizvode delo koje će na najbolji način zadovoljiti potrebe uz odgovarajuće proizvodne troškove. Krajnji proizvod mora biti "hardver", i kako bi se to postiglo mora se proći između interfejsa za dizajniranje i proizvodnju. U ovom delu biće priče o ovom interfejsu.

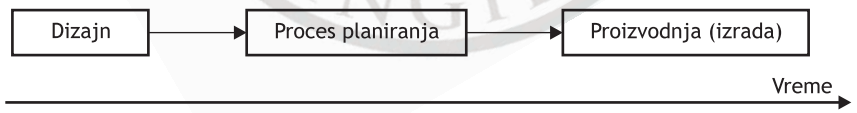
Termin životnog ciklusa proizvoda obuhvata sve glavne faze u razvoju i upotrebi proizvoda, uključujući i identifikaciju potreba, specifikaciju zahteva, dizajn proizvoda, proizvodnju, distribuciju, održavanje i obnovu, kao i kasnije odlaganje ili recikliranje. Ove faze mogu dalje biti grupisane u faze koje se nazivaju `uvođenje proizvoda` i `krajnja upotreba` u životu jednog proizvoda, kao što je prikazano na slici 8.1. Tradicionalno, projektovanje i faze proizvodnje su razdvojeni i dešavaju se po redu, sa procesom planiranja kao aktivnosti koja će premostiti jaz između dve faze (slika 8.2). Tako, faza dizajna je korišćena da dokaže dizajn proizvoda i da uspostavi metode za proizvodnju pre nego što je "ode" u proizvodnju. Za mnoge proizvode, proizvodna faza koja je usledila je bila karakteristična po stabilnim i pouzdanim izlazima, tokom koje se nadalo da će se "pokriti" troškovi nastali

u fazi projektovanja i tokom procesa uvođenja proizvoda. Proces planiranja je relativno jednostavan korak, koji uključuje prevod proizvoda i zahteva tokom procesa dizajna u skup instrukcija koje se mogu tumačiti i sprovoditi u proizvodnom pogonu.



Slika 8.1. *Faze životnog ciklusa proizvoda*

U današjnim proizvodnim okruženjima, međutim, očekivanje visokih stabilnih zahteva nije uvek realno. Proizvodi se stalno redizajniraju i korisni životni vek proizvoda na tržištu stalno je pod "lupom" od strane drugih i novih dizajna sa poboljšanim karakteristikama dizajna. Pored toga, firme stalno nastoje da smanje potrebno vreme kako bi se pojavio proizvod na tržištu. Ovaj komprimovan životni ciklus proizvoda znači da proizvodne firme više ne mogu priuštiti da ulažu sredstva u povećanu proizvodnju objekata, jer se dizajn proizvoda može promeniti i pre nego što se proizvodnja isplati! Umesto toga, potrebni su fleksibilni proizvodni sistemi koji su u stanju da se "nose" ne samo sa postojećim proizvodnim dizajnima, nego i sa budućim redizajniranjem ovih proizvoda. Iznad svega, tehnike su potrebne koje omogućavaju da se novi proizvodi dizajniraju i proizvedu u sve kraćim vremenskim intervalima, i po sniženoj ceni.



Slika 8.2. *Konkurentno inženjerstvo*

Segregacija dizajna i proizvodnih funkcija sama po sebi predstavlja ograničenje, bez obzira na promene u životnom ciklusu proizvoda i na potražnju. Komunikacija i saradnja između odvojenih dizajna i funkcija proizvodnje je često loša. Na primer, u automobilskoj industriji kada inženjer prosledi crteže komponenti pogonu i kada se ima samo nekoliko nedelja da se to uradi, onda nema prilika za bilo kakve povratne informacije za poboljšanje dizajna ili da se optimizuje proizvodni proces. Problem je, takođe, i neadekvatna komunikacija tokom ciklusa proizvoda. Ovakve situacije su, najčešće, posledica nedostatka informacija o funkcijama i razlozima zašto dizajn ima određene prednosti ili mane – dakle stručnjaci u proizvodnji ne mogu da uvažavaju baš uvek namere dizajnera. Isto tako, informacija o dizajnu šta je dovelo do propusta, kao što su loša pouzdanost i visoke cene, ne mogu da se vrate do dizajnera.

Dodatna podela proizvodnih aktivnosti po specijalizovanim funkcijama ima negativan efekat na kvalitet upravljanja; u takvom kvalitetu postoji tendencija da se to posmatra kao odgovornost odeljenja za kontrolu kvaliteta ili inspektora, a ne organizacije kao celine.

8.2. Tekuće teme u proizvodnom inženjerstvu

U ovom delu biće ukratko pomenute tekuće teme u proizvodnom inženjerstvu kao što su kvalitet, organizacione izmene ili promene i odgovarajuće tehnike.

8.2.1. Kvalitet

Moderan pristup kvalitetu zamenjuje pojam prihvatljivog nivoa defekata sa filozofijom `nultog defekta`. Reč kvalitet ne koristi se ovde u smislu "luksuza", nego u smislu ispunjenja ili "prekoračenja" očekivanja kupaca i nema razloga za razočaranje. (To se može tvrditi da prevazilazi zahteve kupaca – na primer, tačnost ili završna obrada odgovarajućih površina – je takođe loš pristup kvalitetu, zato što implicira previše troškova). U okviru kompanije, termin **totalnog kvaliteta** dovodi da toga da je postizanje visokog kvaliteta odgovornost svakoga u organizaciji, a ne samo jednog odeljenja ili grupe.

Dva pristupa su posebno karakteristična za prilaz "totalnog kvaliteta" inženjeringu. Prvi je da vidi stvari u smislu `sistema`: proizvodi su sistemi za koje je potrebno obezbediti određene performanse, proizvodne procese i njihove dispozicije za proizvod kreiraju **proizvodni sistem**; proizvodna organizacija sama je sistem sa određenim ciljevima i karakteristikama. Sveukupni cilj je da se vidi da svaki sistem ispunjava svoju funkciju. Drugi pristup je da se usvoji filozofija **kontinuiranog poboljšanja**. Umesto da se traže visoko inovativni dizajni proizvoda ili sistema proizvodnje na uskom frontu, svi aspekti proizvoda ili proizvodnog sistema treba da budu predmet kontinuiranog usavršavanja.

8.2.2. Organizacione promene

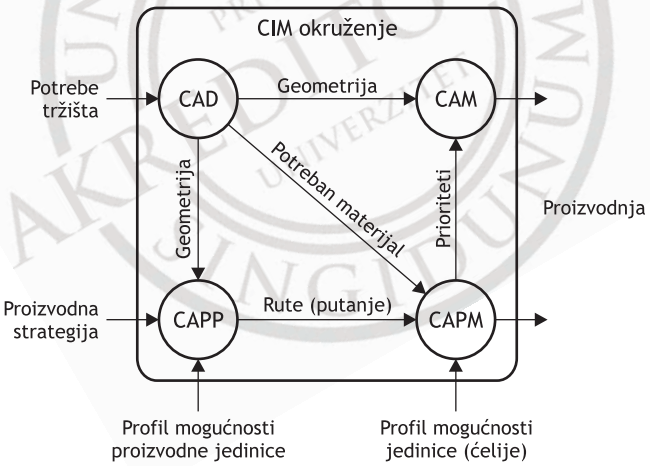
Razgraničenja između dizajna i proizvodnje može da znači da je kvalitet izgubio i da se menja dizajn kako bi zadovoljio potrebe proizvodnje u kasnijoj fazi. Ovi problemi mogu biti ispravljeni povećanom saradnjom između dizajnera i radnika u proizvodnji i drugih specijalista, tokom faze razvoja proizvoda. Konkretno, dizajn proizvoda i proizvodnih sistema trebalo bi da budu razvijani "ruku pod ruku". Ovo je poznato kao **konkurentno inženjerstvo** ili **istovremeno** ili čak kao **inženjerstvo životnog ciklusa**, gde se ceo životni ciklus proizvoda istovremeno posmatra i prati. U ovoj knjizi koristiće se prvi termin.

Praksa konkurentnog inženjerstvo podrazumeva razvijanje dizajna korišćenjem multidisciplinarnih timova, kombinujući ekspertizu sa oblastima kao što su materijal, proizvodni procesi, montaža, kontrola, održavanje, marketing, efikasnost i završna upotreba i pozivanje na ekspertize stručnjaka, na primer u slučajevima zamora i loma, ili u slučaju buke i vibracija. Proces koji se obično usvoji je predlog za dizajnera koji će se ocenjvati više puta od strane članova tima od početne faze pri konceptualnom dizajnu.

U konvencionalnim inženjerskim organizacijama odgovornost za proizvod se "proteže" između službi, kako je predviđeno projektom da se organizuje proizvodnja i tako dalje. Takva preduzeća mogu biti organizovana kroz funkcije "inženjeringa proizvoda" i "inženjeringa proizvodnje", sa daljim podelama na osnovu funkcije. Nasuprot tome, u organizaciji preduzeća za konkurentsko inženjerstvo, proizvod je često odgovornost proizvodnog tima koja prati proizvod od samog početka do okončanja proizvodnje i šire. Pojedinačni napori u ovom timu, kao i rukovodilaca, variraju zavisno od faze u životnom ciklusu proizvoda, ali neophodni sastav ostaje isti. Sama organizacija preduzeća često će biti prema grupi proizvoda, a ne prema funkcijama.

8.2.3. Tehnike

Da bi se podržale filozofske i organizacione promene, kako je pomenuto, definisan je i izmišljen određen broj tehnika kako bi pomogle razvoj proizvoda i proizvodnih sistema. Između ostalih, uključene su tehnike pod nazivom "tehnike za kvalitetni inženjering", koje uključuju metode za sve faze od inicijalne identifikacije zahteva korisnika za projektovanje pouzdanih proizvodnih operacija. Tehnike uključuju sistematske metode za dodelu i verifikaciju inženjerskih napora u cilju ispunjavanja proizvodnih zahteva, kao i metode za identifikaciju mogućih kvarova i eventualnih efekata i uticaja takvih propusta.

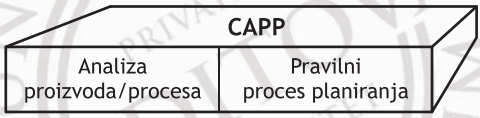


Slika 8.3. *Razmena podataka u CIM okruženju*

Druge grupe tehnika su one koje su zasnovane na računarski podržanoj proizvodnji (`Computer Aided Manufacture - CAM`). Kooperativni rad između različitih inženjerskih funkcija omogućava prirodnu razmenu podataka i računarskih pomagala. Konkretno, geometrija komponenti je razvijena kroz korišćenje CAD-a i može biti korišćena u generisanju proizvodnih uputstava za numerički kontrolisane procese proizvodnje, a i za planiranje proizvodnih operacija kroz računarski podržan proces planiranja (`Computer Aided Process Planning - CAPP`). Ove aktivnosti omogućavaju povratne informacije, zajedno sa `specifikacijama materijala` iz CAD-a, u aktivnosti računarski podržanom upravljanju proizvodnjom (`Computer Aided Production Management - CAPM`). Ova in-

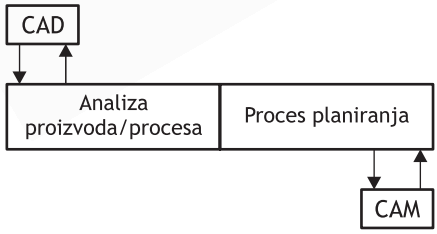
tegracija svih proizvodnih aktivnosti kroz upotrebu povezanih računara i baza podataka se ponekad zove računarski integrisana proizvodnja (engleski naziv Computer Integrated Manufacturing - CIM). Razmena podataka između aktivnosti CIM-a prikazana je na slici 8.3. Iako elementi CIM-a imaju svoja mesta, njihove sveobuhvatne integracije su i dalje pitanje istraživanja.

Uloženi su veliki napori u istraživanje interfejsa između CAD-a i CAM-a u razvoju računarski podržanih sistema za planiranja procesa koji pokušavaju da automatizuju proces komunikacije između dizajnera proizvoda i inženjera u proizvodnji. Međutim, ovi sistemi imaju tendenciju da se koncentrišu na automatizaciju funkcija tradicionalnog procesa planiranja, i to na generisanje planova procesa za proizvodnju. Ovo je, po uobičajenom mišljenju, preuzak put kako bi se omogućila CAD/CAM integracija. Postoji potreba da se uključi dizajn za proizvodnju i za tehnike montaže u oblasti računarski podržanih sistema planiranja procesa. To su tehnike koje se koriste u analizi proizvoda i proces, to su aktivnosti koje proizvodnim funkcijama omogućavaju da utiču na proces dizajna i da se obezbede povratne informacije kako bi dizajneri bili svesni efekata različitih dizajna na jednostavnost proizvodnje dela. Tako, računarom podržan proces planiranja se može smatrati da ima dve funkcije, analizu proizvoda/procesa i pravilan proces planiranja, kao što je prikazano na slici 8.4.



Slika 8.4. *Struktura CAPP sistema*

Dve faze rezultata procesa, u u kojima CAD podataci koja se prvi put ispituju za analizu proizvoda/procesa delova, i projektovanje za proizvodnju smernica za montažu se primenjuju na ove dizajnerske podatke i rezultati se "vr' caju" nazad dizajneru, nakon čega može doći do redizajna. Do procesa planiranja "dolaze" delovi koji su "prošli" analizu proizvoda/procesa analize i onda, mogu da se generišu proizvodna uputstva za njihovu proizvodnju. Protok podataka je predstavljen na slici 8.5.



Slika 8.5. *Protok podataka kroz CAPP sistem*

8.3. Dizajn za proizvodnju i montažu

Povećanje specijalizaciju u industriji znači da je današnji dizajner često manji poznavalac procesa i elemenata proizvodnje nego u prošlosti, kada je osoblje za dizajn (projekto-

vanje), uglavnom, regrutovano iz redova mašinaca i tehničara kompanije. Ova situacija se pogoršava brzim promenama u proizvodnji u mnogim granama industrije, i globalnim pritiscima konkurencije. Ove okolnosti su dovele do velikog interesa za tehnikama koje pomažu **u dizajnu za proizvodnju** (`Design for Manufacture - DFM`). Značaj ovih tehnika može dodatno da se podvuče činjenicom da je oko 70% troškova proizvodnje proizvoda (troškovi materijala, obrade i montaže) određeno dizajniranim rešenjima, dok su proizvodne odluke (kao što je proces planiranja ili izbor mašine alatke) odgovorne za samo 20%.

Tradicionalno, dobre proizvodne prakse zabeležene su u udžbenicima i u programima obuke i mnogi projekti za proizvodnju (DFM) još uvek uzimaju ovu formu – sistematski su organizovani i smernice u dizajnu su u obliku tabela tipa DA - NE. Poslednji trend je da se uključe u ove smernice "ekspertni sistemi", kako bi poslužili u slučaju nužde i za savete unutar sistema. Još jedan skorašnji napredak, ponovo primamljiv za primenu racunara, je podrazumevao metode za sistematično ocenjivanje proizvoda u smislu njegove "proizvodnosti" ili "proizvodljivosti", a zatim predlaganje procedure za poboljšanje ove ocene. Ovo se primenjuje posebno pri **dizajniranju za montažu** (`Design for Assembly - DFA`), jer su prednosti očigledne – troškovi procesa su smanjeni, zahvaljujući poboljšanim mašinama i procesima, tako da su troškovi montaže, kao udeo ukupnih troškova, neznatno povećani.

Projekti (dizajni) za izradu proizvodnih smernica su razvijeni za praktično svaki aspekt proizvodnje, ali oni mogu biti široko podeljeni u četiri grupe u vezi sa **generalnim pristupom** DFM-u, sa **izborom proizvodnih procesa**, sa **dizajnom za partikularne procese** i sa **montažom** ili **sklapanjem**. Sledi *reč upozorenja*, pre nego što se pogleda na ova detaljnije: dizajner treba da bude svestan `svih` uslova i ograničenja u dizajnu. Na primer, mnoge DFM smernice su suprotnosti sa dizajnom (projektom) smernica za reciklažu (na primer, neke tehnike za brzu montažu otežavaju rastavljanje proizvoda), i stoga DFM treba koristiti sa pažnjom.

Smernice za opšti pristup DFM-u

Opšte smernice za DFM mogu se sumirati kako sledi:

- Iskoristite prednosti ekonomskog obima ili skale:
  - dizajn delova može se koristiti u više proizvoda;
  - smanjivanje broja posebnih vrsta delova u proizvodnji (ovo, takođe, pomaže da se smanji broj stavki zaliha, a pomaže i pri montaži i održavanju, na primer, smanjenje broja potrebnih alatki).
- Treba vršiti standardizaciju koliko god je to moguće:
  - treba koristiti delove poznatih sposobnosti i od poznatih dobavljača;
  - treba koristiti delove koji su varijacija standardnih: treba probati da se razviju familije delova.
- Treba koristiti jednostavne, jeftine operacije:

  - treba upotrebljavti razvijene tehnologije koliko je to moguće;
  - treba izbegavati visoke cene tehnologija, osim ako je to tehnički neophodno;
  - treba izabrati jednostavne, redovne oblike i deloveo sklopova.

Izbor procesa proizvodnje

Mnogo faktora dolazi u izbor kako bi se samo u opštim ukupnim smernicama navelo. Koji oblik ima komponenta i koja joj je veličina, koliko je jaka, kako se uklapa u zadate dimenzije i kojoj površini je potrebno poliranje. U nekim slučajevima su tehnike tako dobro utvrđene da je izbor jasan (na primer, šasije u automobilskoj industriji su gotovo neizbežno proizvode pritiskom i tačkastim zavarivanjem čeličnog lima). Ipak, neke opšte smernice koje se primenjuju su:

- treba izabrati proces srazmeran potrebnoj tačnosti i završnom kvalitetu površina;
- treba izabrati dimenzije komponenti i završne parametre površine koji omogućavaju najšire moguće opsege tolerancija i varijacije površina;
- treba u potpunosti iskoristiti prototipove, ali treba napomenuti da varijacije u snazi i drugim izmerenim performansama mogu nastati između pojedinačne i masovne proizvodnje;
- treba napraviti detaljnu komparativnu procenu raspoloživih proizvodnih sistema u fazama dizajna, naročito, obavljanje analiza osetljivosti dela i troškova montaže za različite obima proizvodnje i za različite procese.

Smernice za pojedine procese

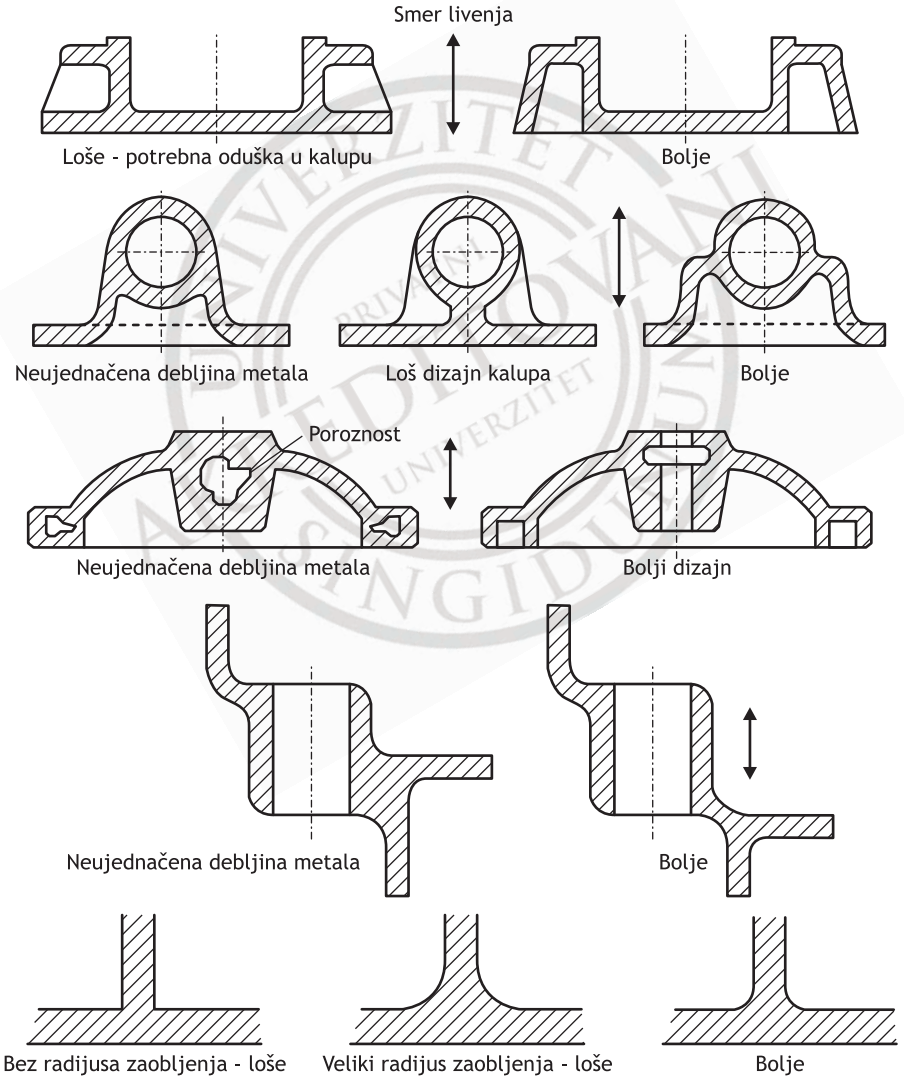
Svaki proces ima svoje pridružene ("vezane") smernice, a često se to izražava u literaturi kao ilustracija dobrih i loših karakteristika proizvoda. Smernice, prema opštim klasama procesa, su sledeće:

- **Procesi formiranja** "teraju" materijal da se plastično deformiše i da se uskladi sa elementom – na primer, tokom faze kovanja ili ekstrudiranja. Smernice dizajna imaju za cilj da obezbede da:
  - deo može biti uklonjen iz kalupa – izbegavanjem podsecanja, i omogućavajućo odgovarajuća sužavanja;
  - deo popunjava kalup – izbegavanjem veoma uskih ili dubokih rebara, oštrih promena u preseku i oštrih uglova, i dizajniranja oblika koji se mogu formirati i malom silom pritiska;
  - se troškovi alata svedu na minimum, na primer, korišćenjem jednostavnih oblika i ravnih odvajajućih ploča.
- **Procesi livenja** podrazumevaju punjenje kalupa tečnim materijalom – na primer, livenjem ili ubrizgavanjem. Smernice dizajna ponovo imaju za cilj da obezbede da se delovi mogu lako ukloniti iz kalupa, i da se umanje troškovi korišćenja alata

primenom jednostavnih oblika uz minimalan broj komada modela. Pored toga, smernice imaju za cilj da:

- se izbegavaju nedostataci tokom livenja korišćenjem konstantnih zidnih sekcija ili postepenih promena u delu;
- pomaže sve naknadne obrade izbegavanjem nagnutih površina, kao i razbijanje velikih površina;
- obezbeđuje tačnu lokaciju jezgra (modela), kao i lako uklanjanje istih.

Primeri su prikazani na slici 8.6.



Slika 8.6. *Primer dizajnerskih smernica za livenje*

- Operacije, kao što su mašinski obradni procesi **uklanjanja materijala**. Smernice su ovde da osiguraju da materijal može biti lako i jeftino uklonjen uz prihvatljive uslove za površinu, na primer:
  - koristeći jednostavan oblik alata;
  - cilj za jednostavne, kontinuirane mašinski obrađene površine; gde postoji više površina koje treba obraditi mašinskim putem trebalo bi pokušati da se obezbedi da su paralelne i pod pravim uglom u odnosu jedne na druge;
  - obezbeđivanje adekvatnog stezanja;
  - pružanje odgovarajućeg vađenja iz alata ili iz mašine.

8.3.1. Dizajn za montažu

Sledi kratko upoznavanje sa trenutnim opštim pravilima i smernicama koje su na raspolaganju projektantima (dizajnerima) i koja pomažu pri poboljšanju jednostavnosti montaže projekata. Ova uputstva su zasnovana na iskustvima autora i na istraživanju širokog spektra knjiga, članaka i radova na ovu temu. Smernice mogu biti kategorizovana u projektantska (dizajnerska) pravila koja se odnose na:

1. Razmatranja organizacionih uslova i uslova sredine koji utiču na montažu (sklop).
2. Pojednostavljenje i standardizaciju proizvoda.
3. Razmatranje procesa montaže i kako projektovani proizvod utiče na njihovo izvršenje.

Organizacioni uslovi i uslovi sredine

Ovi uslovi se odnose na organizacioni kontekst u kojem se dizajn proizvoda odvija i uslove koji utiču na planiranje i obavljanje proizvodnje. Od posebnog značaja su:

- `Pružanje informacija`. Dizajnerima treba da se dostavljaju informacije koje će im omogućiti da kvantifikuju posledice svojih projekata iz perspektive montaže, kao i iz tehničke perspektive.
- `Integrisano projektovanje proizvoda i razvoj`. U skladu sa konceptom konkurentnog inženjeringa, firme treba da se zalažu za simultane proizvode, proizvodne tehnologije i dizajn i razvoj sistema za proizvodnju, ili najmanje da usvoje interdisciplinarni pristup dizajnu svakog. Dizajn proizvoda treba da se integriše sa ostalim funkcijama proizvodnje na koje se utiče ili koje utiču na, na primer, marketing i prodaju.
- `Faza pre sklapanja` ili `faza predmontaže`. Dizajn proizvoda, posebno za automatsku montažu ili složene proizvode, treba da se pregleda u cilju određivanja njihovog potencijala za predmontažu, što predstavlja posao koje prethodi glavnom zadatku montaže ili sklapanja.

- Fleksibilni raspored operacija montaže. Treba ograničiti slobodan redosled pri montaži i to se može izbeći preko (1) omogućavanja arbitrarnog razlaganja proizvoda u podsklopove, (2) korišćenjem standardnih delova i podsklopova, (3) obaveznim izbegavanjem sekvenci montaže.

Pojednostavljenje i standardizacija dizajna proizvoda

Projektovanje po pitanju jednostavnosti i standardizacije je pitanje usvajanja ispravnih stavova, kao što je i poštovanje određenih pravila, ali neke opšte smernice su korisne.

1. Smanjivanje broja delova u proizvodu. Postoje dva osnovna pristupa za smanjenje broja delova u proizvodu. Prvi je da se utvrdi teorijski minimalan broj delova koji treba da garantuje funkcionalnost proizvoda. Drugi pristup je da se integrišu delovi gde god je to moguće, sa potencijalnim kombinacijama delova i te kombinacije moraju da budu uravnotežene kako bi se onemogućilo povećanje složenosti i troškova u rezultujućim operacijama za proizvodnju sklopova.

2. Minimiziranje varijacija proizvoda i delova. Većina proizvoda prodaju se u velikom broju varijanti, sa različitim dodatnim/opcionalnim funkcijama. Varijacije ove prirode su poželjne iz tačke gledišta prodajnog odeljenja, ali stvaraju brojne probleme pri sastavljanju proizvoda i treba ih izbegavati koliko god je to moguće.

3. Principi za montažu orijentisani ka konstrukciji sklopova. Ovaj deo se odnosi na principe dizajna kako bi se utvrdilo koliko proizvoda treba da se stavi zajedno. Da bi se postigla jednostavnost i jasnost, a time i jednostavnost montaže, dizajneri proizvoda treba da teže za:

   - modularnim konstrukcijama – to je izgradnja proizvoda iz standardne familije blokova ili podsklopova;
   - sendvič konstrukcijama – sve komponente su sastavljene iz jednog sukcesivnog pravca (obično je to vertikalni pravac), sa svakom delom koji je centriran u odnosu na prethodni u sekvenci montaže; na ovaj način se dobija proizvod koji je izgrađen sa smanjenom automatskom montažom (pomoću robota), i cilju pospešivanja mesta poslovanja.
   - izbegavanjem "zatvorenih" (oštrih) tolerancija ili zahtava visokog kvaliteta površina komponenti.

4. Korišćenje podsklopova. Treba podeliti proizvode na podsklopove i standardizacijom podsklopova dolazi se do manje varijacija, radi povećanja proizvodnje i jednostavnijeg procesa montaže.

5. Korišćenje osnovnih komponenti. Svaki proizvod treba, ukoliko je moguće, da se dizajnira tako da ima čvrstu osnovu na koju delovi mogu da se umetnu direktno, i koji treba da daju koherentnost celokupnom sklopu.

Olakšavanje procesa montaže

Iako svi elementi projektovani za montažu utiču na izvršenje procesa montaže, određena razmatranja u dizajniranju proizvoda direktno su povezana za procesima/operacijama montaže. Ova razmatranja se mogu klasifikovati na sledeći način.

1. Dizajn za lako "ubacivanje". Kako bi se olakšalo lako i brzo ubacivanje i uparivanje delova, dizajneri moraju da razmotre svoje dizajne iz perspektive:

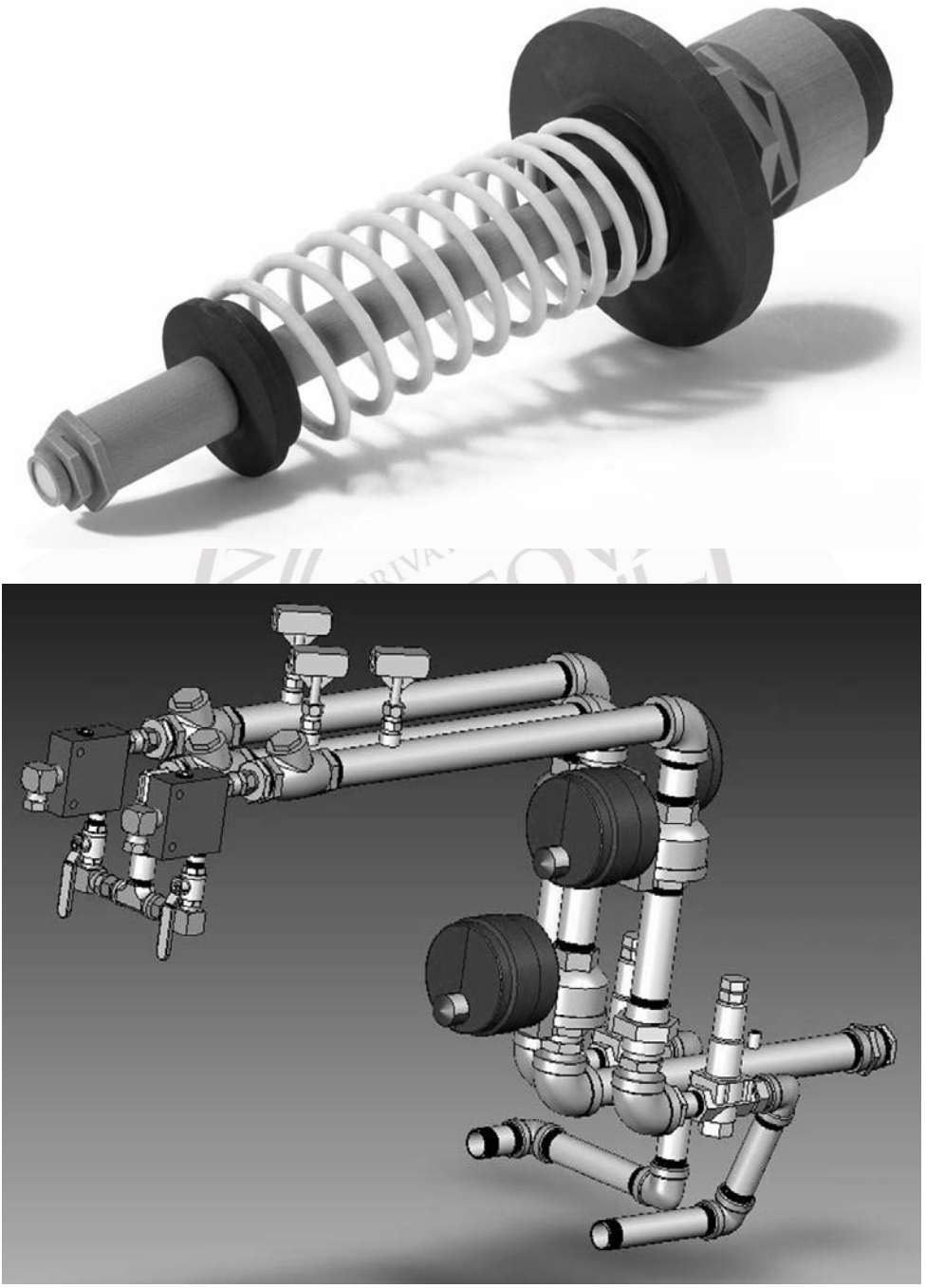
   - povoljnih pravaca i pokreta prilikom ubacivanja – istraživanja 360 procesa umetanja su pokazala da je prisiljavanje mašinu da ubaci deo sa strane skuplji dva puta, a od dna skuplji tri puta, u odnosu na cenu koštanja kada se delovi ubacuju od vrha naniže;
   - izbora odgovarajućeg materijala;
   - omogućavanje brze i efikasne procedure ubacivanja.

2. Dizajn za lakše pričvršćivanje i pridruživanje. Dizajnerska pravila za spajanje i pričvršćivanje mogu se svrstati u one koje se odnose na izbor tehnologije pridruživanja/pričvršćivanja (zavrtanje, lepljenje itd) i one koje se odnose na korišćenje ove tehnologije. Kad dizajner izabere metod "spajanja", sistematski unos, klasifikacija i procena pridruživanja metoda koje su na raspolaganju su korisne alatke za izbor tehnike spajanja koja je orijentisana ka sklopu. Kada se određeni metod "spajanja" jednom izabere, trebalo bi da se koristi za koliko god je to moguće zglobova u sklopu.

3. Dizajn za lako rukovanje. Rukovanje delovima može da zauzima skoro 80% vremena "spajanja". Da bi se olakšale procedure za rukovanje u celini, treba birati materijale i površine koji su adekvatni za rukovanje, a svi delovi treba da bude dimenziono stabilni.

4. Dizajn za lakoću etiketiranja (lepljenja nalepnica). Instalacija nalepnica na sklopu može biti teže i može da zahteva intenzivniji rad nego kada se instalira ceo deo, a tu su često i mnogo nepotrebnih etiketa na sklopu. Prema tome, značajno smanjenje rada i troškova mogu se postići ispitivanjem primene oznaka (nalepnica) po pitanju redundantnosti i ponavljanja.

5. Dizajn za lako testiranje. U principu, dizajneri bi trebalo da premeste mesto testiranja proizvoda što bliže montaži, koliko je to moguće, i trebalo bi da smanje broj potrebnih testova. Ukupne smernice standardizacije i pojednostavljenja ponovo mogu da se primenjuju ovde.



Slika 8.7. *Dva 3D modela različitih sklopova*

Glava 9

Razvoj proizvoda

Kada se "prođe" sadržaj ove glave korisnik će biti u stanju da:

- definiše konture sistemskih pristupa inženjerstvu;
- objasni svrhu i mesto konkurentnog inženjerstva, i da razume upotrebu organizacione strukture na bazi tima i bazi matrica;
- razume pristup totalnog kvaliteta inženjeringu, i da opiše tehnike koje mogu da unaprede pristup procesu projektovanja i proizvodnje;
- razume elemente razvijanja funkcije kvaliteta i kvarova, kao i efekat analize.

9.1. Sistemski pristup

Sistemski pristup je sve zastupljeniji, naročito u elektronici i računarstvu, gde je pojam usaglašavanja nekih opštih uslove pri montaži elemenata u sistem posebno prikladan. Takve inženjerske aplikacije se nazivaju **teški sistemi**, jer su interfejsi između različitih elemenata dobro definisani. Sistemsko razmišljanje je, takođe, primenjeno na više oblasti menadžmenta i interakcije sa čovekom i takvi sistemi se nazivaju **meki sistemi**.

Deo prednosti sistemskog pristupa je da sistem bude podeljen rekurzivno u hijerarhijske podsisteme, koji mogu sami da se ispituju u odgovarajućem modu. Sistemi mogu da se posmatraju kao interakcija sa ostalim sistemima. Na primer, dizajn određenog proizvoda ili dela može da se posmatra kao sistem. Karakteristike proizvoda mogu biti pod uticajem raznih drugih sistema, kao što je proizvodni sistem ili sistem proizvodnje, koji u sebi može da sadrži sistem održavanja, okruženja u kome posluje i tako dalje. Može biti korisno da se razmotri jednostavan model koji se tiče dizajna:

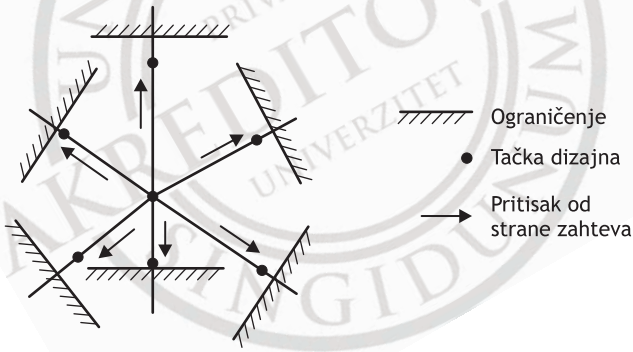
- može biti vođen **zahtevima** koji su postavljeni pred projektanta (obično od kupca);
- može biti limitiran **ograničenjima** nametnutim od strane sistema koji je u interakciji sa dizajnom.

Dizajner će pokušati da maksimizira **korisnost** ili **osobine** dizajna (ili vrednost dizajna za klijenta) kao odgovor na zahteve. Na primer, zahtevi pri projektovanju aviona su veliki dolet, jeftin prevoz putnika, nizak nivo buke, visoka pouzdanost i izdršljivost i tako dalje. Korisnost vazduhoplova će biti veoma složena funkcija svojih performansi u tim uslovima, i moraće da se uključe mnogi ustupci. Dizajn će biti ograničen faktorima kao što su:

- karakteristikama okruženja u kojem će radit avion: aerodromska pista i veličina (dužina) staze za rulanje i ograničenje težine, regulacija buke, međunarodni propisi o bezbednosti itd;
- karakteristike proizvodnih sistema koji će napraviti avion: proizvodni sistemi koji su na raspolaganju, veličina postrojenja i lokacija itd.

Važno je shvatiti da je uspešnost dizajna kao celokupnog sistema ključna stvar. Na primer, karakteristika delova aviona nisu važne avioprevoznicima ili putnicima, osim u onoj meri u kojoj doprinose karakteristikama aviona, kao celini.

Konceptom multidimenzionalnog limitiranog prostora uvedena su ograničenja zasnovana na rasuđivanju. Korišćenjem ovog modela, zahtevi mogu biti viđeni kao "borba" dizajna protiv ograničavajućih granica, kao što je prikazano na slici 9.1.



Slika 9.1. *Faze životnog ciklusa proizvoda*

Za ranije projekte ove granice se mogu jako lože razumeti – sa posledicom da će dizajn biti istovremeno "predimenzionisan" u nekim aspektima i nepouzdan u drugima (gde je nehotice "probijena" veza ograničenja – zahtevi, na primer, performanse ranijih automobila ili aviona). Za razvoj proizvoda, međutim, veći deo zadatka dizajna uključuje pokušaje da se dobro razumeju uslovi mogućeg dizajna, kao i ograničenja. Za složene proizvode ove razumevanje proističe iz rada stručnjaka - u proizvodnji, u pouzdanosti, analizi projekta itd.

9.2. Konkurentni inženjering

Uspešan dizajn većine razvijenih proizvoda zahteva unos stručnjaka. Potrebno vreme za dizajn može da se skrati, ako u ovoj fazi postoji saradnja sa stručnjakom, čime se izbegava

skupa petlja na relaciji dizajn-redizajn. Potrebno vreme može dalje da se smanjuje projektovanjem proizvodnih sistema u isto vreme sa projektovanjem proizvoda. Ovo, takođe, omogučava dizajneru i inženjeru da interaktivno razmenjuju određene parametre kako bi se došlo do optimalnog projektovanja proizvoda i procesa. To je proces **konkurentnog inženjerstva**.

Proces konkurentnog inženjerstva treba da se bavi kompletnim životnim ciklusom proizvoda, od prototipa i ispitivanje kroz proizvodnju, upotrebu, održavanje i popravke i (sve veći značaj danas) do eventualnog recikliranja i odlaganja.

Organizacija kompanije

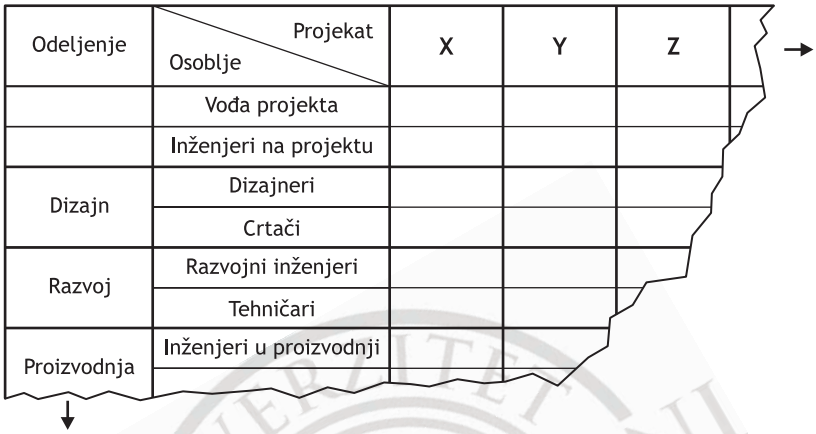
Da bi se podržao pristup konkurentskom inženjeringu, mnoge kompanije su se "pomerile" od tradicionalne **funkcionalne organizacije**, u kojoj su inženjering proizvoda i proizvodni inženjering odvojeni, i posebne specijalnosti su smeštene u diskretna odeljenja. Ove pojedinačne grupe se formiraju u skladu sa znanjem i radnim specijalnostima, gde svaku grupu predstavlja poseban menadžer. Ovo "kretanje" se odvija ka formiranju **fleksibilnih projekata** ili **organozacija baziranih na timovima**, u kojima centralni fokus grupe nije funkcionalna disciplina, nego projekat ili klasa proizvoda.

Postoji veliki broj različitih pristupa projektovanju baziranom na timovima. U nekim preduzećima glavno grupisanje se odvija prema klasi proizvoda. Kompanije koje su grupisane na ovaj način uključuju proizvođače automobila koji kreiraju grupe za svoj glavni proizvod kroz razvojne timove za mala, srednja i velika vozila i njihovu podršku, a proizvođač aviona deli na grupe prema klasi aviona, i ta na avione kratkog, srednjeg i dugog doleta. Iz ove glavne grupe, formiraju se individualni timovi za razvoj specifičnih proizvoda. U idealnim uslovima, u takvim timovima je dodeljena odgovarajuća mešavina osoblja u svakoj fazi životnog ciklusa projekta. U ranim fazama marketinški stručnjaci i specijalisti za konceptualni dizajn preovladavaju; u kasnijim fazama, stručnjaci za održavanje i pouzdanost preovladavaju.

Organizacijom koja je zasnovana na projektu može biti teško upravljati, jer je u stalnom previranju zbog toga što se ljudi sele između projekata, i zbog toga se u praksi ponekad koriste srednje **matrične organizacije**. U takvim organizacijama, osoblje odeljenja se raspodeljuje prema specijalnosti ili funkciji, i projektni timovi se, zatim, "izvlače" iz ovih odeljenja po potrebi. Termin `matrica` se koristi, jer osoblje koje se dodeljuje projektima može biti prikazano kroz matricu, kao na slici 9.2. Tipično, puni projektni timovi pod vođstvom rukovodilaca separatnih projektnih timova će biti velike koristi za nove proizvode koji zahtevaju unos određenog broja funkcija. Dorada na dizajnu ili rad koji uključuje male promene proizvoda, može da se obavi isključivo po funkcionalnim organizacijama.

Matrični oblik organizacije, takođe, može da se koristi kako bi se podelile informacije između inženjera i tehničara, kao i da obezbedi da se usvoji zajednička praksa širom kompanije. Na primer, treba pretpostaviti da firma pravi hidraulični sistem koji uključuje ventile, pumpe, aktuatore i akumulatore, proizvedene od strane različitih proizvodnih grupa. Matrična organizacija, kao što je prikazano na slici 9.3, će uspostavljati radne timove koji se integrišu "horizontalno" kako bi se obezbedila dosledna primena prakse u odgovarajućim oblastima preduzeća, kao što su analiza dizajna, geometrijsko modelo-

vanje i generisanje proizvodnih podataka. Praksa proizvodne grupe će biti "vertikalno" integrisana da bi se obezbedilo da izlaz iz jednog modela bude ulaz u sledeći.



Slika 9.2. *Matrična organizacija projekta i odeljenja*

Pojedinačne organizacione strukture nisu pogodne za upravljanje svim nivoima kompleksnosti i inovacija proizvoda. Svaka ima svoje jake i slabe tačke i ravnoteža između ovih pojedinačnih organizaciju može da se promeni tokom vremena.

		Grupni proizvodni timovi		
		Proizvod - grupa A	Proizvod - grupa B	Proizvod - grupa C
Tehnološki grupni timovi	Geometrijsko modelovanje			
	Analize			
	Podaci za proizvodnju			
	Podaci testiranja			

Proizvodne grupe mogu da se baziraju na vrsti proizvoda, na primer, mali, srednji, veliki avioni, ili na velike podsklopove, na primer, menjač, motor, šasija itd.

Slika 9.3. *Matrična organizacija za tehničku podršku timovima*

Organizacija bazirana na timovima je dobra kako bi koncentrisali napori na projekte i proizvode, ali je manje zadovoljavajuća pri razvijanju i deljenju specijalističkih veština. Funkcionalna organizacija ima suprotne karakteristike. Matrična organizacija nastoji da se kombinuju prednosti dva pristupa, ali na račun nedostatka jasnih linija odgovornosti i konfliktne lojalnosti. Trenutno preovlađuje mišljenje da, bez obzira na organizaciju kompanije, organizacija treba da se kreće ka određenim karaktersitima ili da preuzima karakteristike, suprotno organizovane kompanije. Ako je bazirana na timovima, treba da se kreće ka funkcionalnom poravnanju, kako bi se olakšao razvoj veština i razmena iskustava. Ako je reč o funkcionalnoj organizaciji, treba da se kreće prema organizaciji zasnovanoj na prjektima kako bi koncentrisala timske napore na pitanja oko proizvoda i na njihova razumevanja.

9.3. TQM

Total Quality Management (TQM) je filozofija, set alata i procesa čiji izlazi donose potrošačku satisfakciju i kontinuirano unapređivanje. Svi članovi totalnog kvaliteta organizacije streme da unaprede poslovanje kroz participaciju svih članova u rešavanju problema u svim delovima organizacije. TQM koncept se zalaže za pobedničko ponašanje *win-win attitude*, obezbeđujući dodatnu vrednost proizvodima i uslugama. TQM objedinjava koncept kvaliteta proizvoda, procesnu kontrolu, obezbeđenje kvaliteta i unapređenje kvaliteta. TQM je koncept koji je usresređen na zadovoljavanje zahteva, kako eksternih tako i internih korisnika. TQM zahteva da top menadžment bude ne samo zainteresovan, već i u potpunosti posvećen implementaciji. Rezultati TQM-a uključuju procese koji proizvode robu bez grešaka, sa konkurentskom cenom i zavidnom vrednošću. Iznad svega, TQM obezbeđuje zadovoljavanje potreba svih korisnika, unapređujući interne procese koji povećavaju profit organizacije i stvarajući uslove za proizvodnju novih proizvoda i usluga, a samim tim i veće tržišno učešće. TQM pokriva sve funkcije u organizaciji, počev od marketinga i prodaje, kroz dizajn, proizvodnju i usluge. Za uspeh TQM-a su neophodna tri faktora: efektivan trening, efektivna implementacija i potpuna posvećenost top menadžmenta. Trening bi mogli da predstavimo kao trening fudbalskog tima pred utakmicu, a implementaciju kao pravu utakmicu. Osnovni koncepti su:

- kontinuirano unapređenje procesa,
- usresređenost na korisnika/potrošača,
- prevencija defekata i
- univerzalna odgovornost.

Većina zaposlenih misli da su njihovi zadaci i njihov posao izolovani od čitave organizacije. Prvi korak unapređivanja procesa je da zaposleni shvate da je njihov rad veoma bitan deo čitave organizacije i kontinuiranog unapređivanja procesa.

Proces se definiše kao skup aktivnosti koje, određene inpute putem transformacije, pretvaraju u izlaze - proizvode i usluge. Najbolji način za razumevanje procesa je crtanje dijagrama toka koji pokazuje sve korake u procesu. Tek kada se ovo uradi moguće je spoznati značaj i doprinos svakog učesnika u procesu. Svaki zaposleni ima svog "dobavljača" i svog "korisnika". Zaposleni preuzimaju proizvode iz prethodnih procesa, dodajući im vrednost i prosleđujući ih svom narednom korisniku.

Da bi smo unapredili proces mi moramo tačno znati ko su naši korisnici i koje su njihove potrebe i zahtevi. Kontinuirano unapređenje predstavlja proces i podrazumeva da unapređenja procesa postanu deo čitave organizacije i da se konstantno dešavaju inkrementalna poboljšanja. Taj proces nikada ne prestaje. Koliko god imali dobre procese koji proizvode odlične proizvode i usluge, uvek možemo da postignemo da imamo bolje procese.

Koraci kontinuiranog unapređivanja procesa su:

- odaberite poboljšanje sa specifičnim ciljem;

- odaberite tim za sprovođenje poboljšanja;
- definišite proces pomoću dijagrama toka;
- definišite probleme koji se javljaju u procesu;
- pronađite korenske uzroke problema;
- preporučite poboljšanja;
- implementirajte poboljšanja na pilot projektu;
- izmerite rezultate;
- pristupite finalnoj implementaciji; i
- pređite na sledeći problem.

Proces kontinuiranog unapređenja bi trebao da bude vođen sa vrha organizacije, ali implementacija bi trebala da se dešava od najnižeg nivoa organizacije. Oblasti u kojima se dešavaju problemi moraju biti prioriteti i kritični procesi moraju biti odabrani za unapređenje. To je proces koji se odvija sa vrha na dole.

Rešavanje problema i implementaciju realizuju timovi koji uključuju zaposlene na radnom nivou organizacije. Ovo je proces koji se odvija od najnižeg nivoa organizacije prema vrhu, i on zahteva potpuno učešće i posvećenost zaposlenih. Svako je korisnik. Eksterni korisnik je osoba koja kupuje proizvod ili uslugu. Interni korisnik je osoba koja preuzima izlaze procesa drugih zaposlenih.

Svaki zaposleni mora da misli kako će obezbediti dodatnu vrednost za narednog zaposlenog. Ovo uključuje utvrđivanje korisnikovih potreba i zahteva, i osiguranje istih kroz odgovarajuće procese. Na primer, unutrašnji korisnik kontrole dobavljača će zahtevati da prima svakodnevne izveštaje o karakteristikama dobavljača, rana obaveštenja o mogućim kašnjenjima i odgovarajuću asistenciju u rešavanju problema sa dobavljačima.

TQM je pristup koji je usresređen na **prevenciju defekata**, a ne na suvu inspekciju koja sortira defekte nakon što se pojave. Metode koje se koriste za prevenciju defekata su: **statistička kontrola procesa** (*Statistical Process Control*), **Tagučijeva metoda za dizajniranje eksperimenata** i druge.

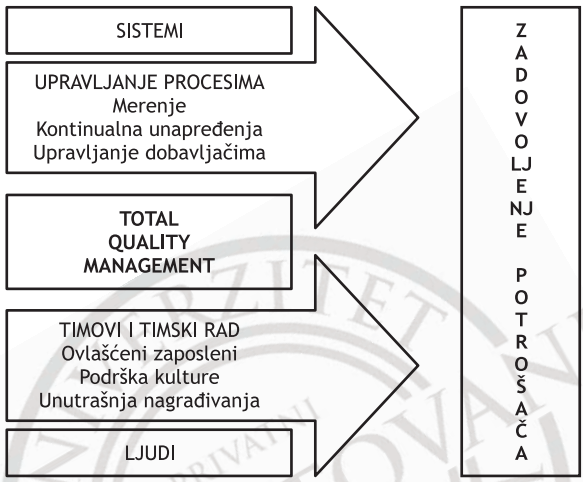
Prevencija defekata štedi i novac i vreme. Zamislimo samo jednu proizvodnju proizvoda. Delovi su proizvedeni, sklopljeni i proizvod je isporučen korisniku. Troškovi ispravke defekata nakon što ih kupac otkrije su neizmerno veći od troškova prevencije.

Univerzalna odgovornost podrazumeva učešće i posvećenost svih odeljenja u organizaciji, a ne samo odeljenja kvaliteta. Kvalitet mora da se prožima kroz čitavu organizaciju. Svaka radna grupa u organizaciji mora konstantno da traži načine i puteve za unapređenje sopstvenih proizvoda i usluga. Na osnovu gore navedenog sledi prikaz TQM-a pomoću slike 9.4.

Ciljevi totalnog kvaliteta su sledeći:

- niži troškovi,

- veći prihod,
- odgovarajuće ovlašćeni zaposleni i
- "prezadovoljni korisnici".



Slika 9.4. *Prikaz TQM-a*

Bolji kvalitet znači smanjenje grešaka, potrebe dorade i rada koji ne doprinosi podizanju vrednosti proizvoda. U protekloj deceniji kompanije širom sveta su dokazale da često kvalitet znači **niže troškove**. Troškovi prevencije načinjeni u fazi projektovanja daleko su niži od onih nastalih na račun prevencije u toku proizvodnje, ovi, sa svoje strane, su daleko niži od troškova utvrđivanja neispravnosti i korekcija nakon završne kontrole, koji su, opet daleko niži od troškova korekcije nakon utvrđivanja neispravnosti od strane korisnika.

Viši kvalitet najčešće obezbeđuje zadovoljstvo korisnika, veće učešće na tržištu, viši stepen zadržavanja kupaca, povećanu lojalnost kupaca, pa čak i prihvatanje najviših cena, a time se dolazi i do **većeg prihoda**. Korisnici sve više, sa pravom, očekuju i zahtevaju viši kvalitet roba i usluga. Prevazilazeći nivo kvaliteta ponuđen od strane konkurenata na tržištu organizacije dolaze do novih kupaca, zadržavaju postojeće i penetriraju na nova tržišta. Vrlo često, informisani korisnici su voljni da plate najviše cene za kvalitet visokog nivoa koji podrazumeva nove, korisne karakteristike i utiče na sniženje ukupnih troškova životnog ciklusa proizvoda.

Godinama su organizacije svoje zaposlene smatrale sredstvom za postizanje nižih troškova, ostvarenje većeg prihoda i prezadovoljnih korisnika. Danas, vodeće kompanije jednim od najvažnijih ciljeva TQM-a smatraju i visoko zadovoljstvo svojih zaposlenih. Koncept **odgovarajuće ovlašćenih zaposlenih** predstavlja okvir za mnoštvo novih koncepata. Odgovarajuće ovlašćeni zaposleni su u mogućnosti da uspostave mehanizme upravljanja sopstvenim radom. Tako, oni mogu da mere kvalitet sopstvenih procesa, da protumače rezultate merenja i da ih porede sa postavljenim ciljevima, kao i da preuzmu korektivne aktivnosti kada je to potrebno.

Međutim, koncept odgovarajuće ovlašćenih zaposlenih podrazumeva mnogo više od upravljanja sopstvenim radom. Zaposleni, najčešće, poseduju znanje, veštine i iskustvo da izvrše promene nad procesima, poboljšavajući ih kako u domenu efektivnosti tako i efikasnosti.

Prezadovoljni korisnici su oni koji uzastopno kupuju vašu robu i usluge, oni koji ih reklamiraju i promovišu, oni koji prvo provere da li vi imate robu ili usluge određenog profila pa ih tek onda traže na drugom mestu. Lojalni korisnici su oni koji kupuju robu i usluge isključivo jednog korisnika.

Studije su pokazale da "prezadovoljni" korisnici imaju vrlo veliki uticaj na tržište. Tako, jedna studija pokazuje da korisnici koji su proizvod ocenili sa 5 (ocene od 1 do 5) četiri puta ređe napuštaju isporučioca u periodu od godinu dana nego oni koji su ga ocenili ocenom 4. Začuđujuće je da je ponašanje korisnika koji su proizvode ocenili ocenom 4 bilo sličnije ponašanju u slučaju ocena 2 i 3, nego ocene 5. Ovaj podatak govori o potrebi za prevazilaženjem zahteva korisnika.

9.3.1. Demingeovih 14 tačaka

W. Edwards Deming je nesumnjivo jedan od najpoznatijih autora i konsultanata u oblasti kvaliteta, preciznije menadžmenta kvaliteta (*Quality Management*). Sve do smrti u decembru 1993. godine, Deming je održavao svoju savetodavnu praksu. Kao znak zahvalnosti za njegov doprinos razvoju Japana, već 1951. godine uvedena je Demingova nagrada za unapređenje kvaliteta.

Definišući kvalitet kao "zadovoljstvo korisnika/kupca", Deming je naglasio potrebu za uspostavljanjem novog pristupa u istraživanju tržišta. Veoma je bitno predvideti potrebe, a ne samo spoznati zahteve kupca, a to objašnjava i Demingova filozofija kvaliteta "sve počinje i završava se sa kupcem, koji je i najvažniji činilac na proizvodnoj liniji". Sve aktivnosti su usmerene ka jednom cilju, a to je da se u proizvod/uslugu ugradi ono što kupac smatra vrednošću.

Mogućnost unapređivanja kvaliteta ogleda se u sposobnosti da menadžeri upravljaju sistemima i procesima. Po Deming-u, mnoge metode su pouzdano sredstvo za unapređivanje procesa i smanjivanje neizbežnih varijacija (odstupanja) koje su uzrokovane opštim i posebnim uticajima. Opšti uticaji zajednički su za više mašina ili proizvoda. To su, na primer, neadekvatna tehnologija, loše izabran materijal ili loše projektovan proizvod. Posebni uticaji, kao što su nedostatak znanja, spadaju pod odgovornost izvršilaca. Deming je verovao da menadžeri koji nisu u potpunosti razumeli pojam varijacije, u mnogome mogu pogoršati stanje nastalo kao rezultat pojave odstupanja. Deming je došao do iznenađujućih podataka proučavajući niz konkretnih situacija, naime Deming je ustanovio da su menadžeri i njihovi propusti gotovo isključivi uzročnici problema vezanih za kvalitet $(84 \div 95\%)$.

Dr Deming je zastupao stav da najvažniju ulogu, a time i najveću odgovornost, u organizacijama ima menadžerska struktura. Na jednom govoru, koji je Deming održao osamdesetih, isticao je da je neodgovornost menadžera u planiranju i predviđanju dinamike promena glavni uzročnik prekomerne potrošnje resursa i neadekvatnog angažovanja radne

snage i mašina, što se odražava na povećanje troškova proizvodnje, a samim tim i na cenu koju potrošač treba da plati. Deming je jednom prilikom rekao: "**Potrošač nije uvek spreman da finansira poslovne promašaje, a posledica toga je gubitak tržišta**".

Deming je izložio osnove TQM-a u 14 tačaka. U većini tačaka on zahteva od menadžera da prekinu dotadašnju praksu i da počnu da rade na novi način. Često je svojih 14 tačaka označavao kao 14 obaveza menadžmenta. Cilj Demingovih 14 tačaka je da menadžment i radnici promene odnos prema radu, kako bi troškovi kompanije bili niži, nivo kvaliteta visok, a produktivnost rada veća. Ukratko će se izložiti suština Demingovih 14 tačaka.

1. Stvoriti konstantnost i svrhu unapređenja proizvoda i usluga.

U ovome smislu, svrha organizacija mora se nalaziti oko i biti fokusirana na požrtvovanost, privrženost i posvećenost inovacijama u svim oblastima poslovanja i aktivnosti organizacije. Organizacije danas moraju jasno demonstrirati spremnost za angažovanje na promeni dotadašnjeg koncepta postojanja i poslovanja, pa makar to uključivalo i redefinisanje osnovne ideje vodilje organizacije, njene vizije. Postavljanjem vizije, misije i ciljeva na nove, realne i tržišno usmerene osnove, dovešće organizacije do uspostavljanja trajnog i funkcionalnog sistema unapređivanja proizvoda ili usluga koje ona kao krajnje izlaze svojih procesa nudi. Uporna borba na polju osmišljavanja i aplikacije sistema kontinuiranih promena daje šire garancije organizaciji za postizanje željenih poslovnih rezultata, proširenje tela potrošača i uvećanje raspoloživog kapitala. Samo u slučaju ovakvog beskompromisnog zalaganja pojaviće se i rezultati koji će ovakve sveobuhvatne napore i opravdati.

2. Usvojiti novu filozofiju.

Dakle, menadžment mora razviti odbojnost prema lošem i nestručnom radu i poslovanju, defektnim proizvodima i nezadovoljavajućim uslugama. Svaki signal koji ukazuje na potencijalno pojavljivanje ovakvih neadekvatnosti treba detaljno istražiti, otkriti njegove uzroke i eliminisati sve negativne tendencije.

U ovom segmentu naglašena je velika uloga menaxmenta. Ova rukovodeća struktura na svim svojim nivoima i u svim pravcima i vidovima svoga delovanja mora u organizaciju u celosti konstantno ugrađivati težnju ka izvrsnošću. Kada se jednom stvori ovakav sistem, pozitivni rezultati biće mnogo izvesniji i verovatniji. U organizaciji pri tome treba jasno naglasiti značaj željenih i ostvarenih rezultata i motivisati zaposlene ponosom koji proizilazi iz rada sistema koji stvara najbolje proizvode ili usluge u svojoj klasi ili grani.

Organizacija nikada ne može mirovati. Ona je permanentno uključena na poboljšanje načina na koji obavlja svoje poslovanje. Ona teži da uvek bude bolja, da postiže sve bolje i bolje rezultate i da zadovljstvo korisnika neprekidno raste uz prevazilaženje njegovih potreba i postizanje "očaranja korisnika".

Organizacija neophodnu pažnju mora obratiti i na njen deo društvene odgovornosti. Organizacija mora nastojati da opstane i prosperira u oblasti svoga poslovanja, da stvori bolje proizvode ili oživotvori bolje usluge, da obezbedi mogućnosti za rad u vidu radnih mesta i, konačno, stvori solidnu osnovu za stvaranje osećaja identifikacije zaposlenih i

njihovih težnji sa ciljevima preduzeća. Organizacija mora stvoriti osnovu na kojoj će njeni zaposleni moći imati i graditi ljudsko dostojanstvo.

Organizacija po drugom Demingovom uputstvu ljudske resurse mora tretirati sa punim shvatanjem njihovog značaja, kao vitalne i esencijalne osnove za njen opstanak, poslovanje i napredak.

3. Prekinuti zavisnost od masovne kontrole.

Kontrola koja se primenjuje jedino posle završenog procesa mora postati prošlost, a mesto treba stvoriti za nove pristupe poboljšanja kvaliteta izlaza i, sledstveno, smanjivanja troškova kvaliteta, to jest nekvaliteta. Rudimentaran i površan proces kontrole posle završenog procesa mora se nadopuniti preventivnim delovanjem, kao i raširenom metodologijom kontrole koja se odigrava u toku proizvodnog procesa.

Na ovaj način, organizacija će doživeti neminovnu revoluciju svojih shvatanja i svojih performansi. Jer, ovakvim delovanjem potrebna ulaganja drastično će opasti dok će sveukupnost performansi biti znatno poboljšana. Zadovoljstvo svih korisnika će se približiti svome optimumu, a odnosi sa snabdevačima, to jest podugovaračima izgradiće se na trajnijoj i stabilnijoj osnovi. Kontrola posle procesa je samo kontrola koja se vrši posle dostizanja određenog činjeničnog stanja kroz proizvodnju. Ovakva vrsta kontrole je neefektivna i skupa. Zbog toga je jasno da fokus aktivnosti preduzeća koje kroz razvijene sisteme kontrole proističu mora biti na poboljšanju procesa koji proizvode defekte. Suzbijanje ovakvih pojava i, ukoliko je moguće, njihova eliminacija moraju biti glavni cilj i vodilja u stvaranju i razvijanju kontrolnih sistema organizacije. Pri tome orijentacija organizacije mora biti jasno definisana kao trajno usmerenje ka kvalitetu, optimumu performansi i zadovoljenju nagoveštenih ili izraženih potreba korisnika. Razvijenim sistemom kontrole organizacija će doživeti i sopstveni razvoj, u pravcu boljeg načina obavljanja svoje proizvodne ili uslužne delatnosti, kao odraz njenog pravilnijeg shvatanja suštine tržišnog ambijenta.

4. Prekidanje ustaljene prakse procenjivanja određenog poslovanja ili njegovih produkata samo na osnovu cene.

Ovakav Demingov stav sasvim je razložan i opravdan kada se uzme u obzir činjenica da je ponuda preduzeća kompleksan fenomen sačinjen u više dimenzija koje konačni izlaz organizacije sadrži. Sveukupnost ponude je skup karakteristika koji odlučujuće utiče na konačni izbor kupca, a koji čak i u današnjici mnoge organizacije ne shvataju u potpunosti. Rezultat forsiranja cene kao jedine kategorije i merila stvaranja kompetitivne prednosti i uspeha organizacije je vrlo često propadanje i nestanak preduzeća sa tržišne scene.

Ponuda se nikada ne može posmatrati ovako usko, budući da ona predstavlja strateški miks i konačnu prezentaciju kompanije na tržištu. Ponuda je celina sačinjena od cene, ali i kvaliteta i ukupnosti njegovih dimenzija, poput pogodnosti za korisnika, pouzdanosti , i tako dalje.

Cena, dakle, nema smisla i značaja bez osećaja i mere kvaliteta. Na osnovu cene, nadalje, dobija se samo površan i netačan pogled na troškove kvaaliteta i količinu ulaganja koju u tom pravcu treba izvršiti. Samo sagledavanjem celokupne ponude može se uvideti koliko

su dosadašnja ulaganja rezultirala povećanjem nivoa kvaliteta, koliki je uspeh ostvaren na polju smanjivanja i eliminacije troškova nekvaliteta i koliko se organizacija mora angažovati u budućnosti na ulaganju u kvalitet i dostizanju željenih performansi.

U tom smislu, za postizanje ovih karakteristika potrebno je izgraditi dugoročne i pozitivne odnose sa svim korisnicima i zainteresovanim stranama.

Takođe, potrebno je odnose sa kategorijama snabdevača učiniti što trajnijim i saradnju sa njima uspostaviti kao dugoročnu orijentaciju. U ovom kontekstu se snabdevači ne shvataju kao tržišni suparnici već kao najbliži partneri koji se sa organizacijom povezuju u cilju zajedničkog uspeha.

Kroz smanjivanje broja snabdevača i odabir najadekvatnijih preduzeća u nesigurnoj poslovnoj praksi nalazi dobar oslonac za svoje poslovne poduhvate.

Pored ovoga, kao deo shvatanja sveukupnosti ponude, potrebno je podesiti sve specifikacije proizvodnih ili uslužnih procesa i njihovih izlaza zahtevima korisnika.

Na ovaj način potrošač se shvata kao ono što on zapravo i jeste - izvor života za organizaciju. Ukoliko se kao ključni faktor procene poslovanja, procesa, proizvoda ili usluga ne postavi potrošač i orijentacija ka njegovim stalno rastućim zahtevima, ovakvo optimalno razumevanje je nemoguće.

5. Konstantno unapređivanje sistema proizvodnje roba i usluga.

Organizacija se mora konstantno menjati, prilagođavati i kroz svoje izlaze činiti prihvatljivom za korisnike. Njeni proizvodni ili uslužni procesi moraju imati stalnu tendenciju unapređenja i stvaranja sve veće i veće vrednosti za korisnike. Procesi u organizaciji moraju doseći novi nivo kvaliteta, kako bi kao njihov rezultat nastali izlazi u vidu proizvoda ili usluga koje će potrošači spoznati kao najbolje u klasi ili u grani.

Prema tome, svi procesi organizacije moraju se postaviti tako da se defektni proizvodi i ostali vidovi otpada redukuju ili po mogućnosti potpuno eliminišu. Na ovaj način organizacija će povećati nivo svoje produktivnosti i ostvariti bolje korišćenje resursa koje poseduje. Na osnovu ovoga doći će, konačno, i do smanjenja troškova kvaliteta i efektnije i efikasnije realizacije permanentnog procesa ulaganja u kvalitet. Povećanje i unapređenje nivoa kvaliteta ne može se posmatrati izolovano ili vezano za određenu funkciju, već se kvalitet mora unaprediti u svim aktivnostima, oblastima ili funkcijama organizacije.

Unapređenje kvaliteta je pozitivan rezultat koji proizilazi i originira iz proučavanja i unapređenja procesa i sistema u celini.

Da bi se ovakvi rezultati mogli ostvariti, peto Demingovo uputstvo još jednom naglašava i odražava njegov stav po kome najveća odgovornost za ovo leži na menadžmentu. Menadžment mora biti u stanju da ostvari sve navedene aktivnosti i dovede organizaciju do optimuma njenog poslovanja.

6. Ustanoviti moderne metode obuke na poslu.

Deming je ovim uputstvom naznačio neophodnost i realitet činjenice po kojoj u organizaciji mora postojati stalan i dobro organizovan i postavljen proces obuke i treninga zaposlenih.

Na ovaj način zaposleni se obučavaju i pripremaju za bolje shvatanje organizacije i procesa u kojima učestvuju, što na dugi rok dovodi do ostvarivanja adekvatnih poslovnih rezultata organizacije.

Ukoliko zaposleni u svojoj celokupnosti shvataju značaj obavljanja svog posla i njegov uticaj na ukupni ishod poslovanja preduzeća, i ukoliko se ovakva korporativna radna kultura ustanovi i integriše na nivou svakog pojedinca, organizacija ima velike šanse da odgovori na sve izazove okruženja i posluje na željeni način, ostvarujući svoju viziju, misiju i ciljeve.

Vidovi obuke su razni. Zaposlenima se mogu predavati razni vidovi znanja, poput obuke u korišćenju statističkih metoda.

Suština procesa obuke i treninga zaposlenih jeste da se koncept prihvatljivog rada jasno definiše i objasni zaposlenima kroz stalni proces komunikacije i dobro razvijenu mrežu povratne sprege i interakcije sa zaposlenima. Na ovaj način zaposleni bivaju motivisani za bolji rad i povećanje, kako individualne, tako i ukupne produktivnosti rada u organizaciji.

7. Ustanoviti moderne metode nadzora.

Ovo Demingovo uputstvo takođe, poput prethodnog, odražava fokusiranost na zaposlene i rešavanje njihovih problema, u svetlu shvatanja ljudskih resursa u organizaciji kao najvažnijeg resursa koji preduzeće poseduje.

Zbog toga rukovodeća, to jest menadžerska struktura u organizaciji mora stalno nastojati da ukloni i sruši svaku vrstu barijera koje sprečavaju zaposlene u obavljanju njihovog posla. Svaka vrsta ovakvih barijera, prepreka i ograničenja mora biti u što kraćem vremenskom periodu identifikovana i eliminisana u cilju kontinuiranosti procesa u organizaciji i neprekidnog i adekvatnog načina obavljanja njenog poslovanja.

Ove aktivnosti se takođe poboljšavaju i čine svrsishodnijim ukoliko se uspešno uspostavi put informisanja vrhunskog menadžmenta o problemima koji postoje. Na ovaj način se najvišem nivou menadžmenta omogućava da brzo i efikasno reaguje u otkrivanju i ukidanju svih ograničenja koja se pred zaposlene ili proces rada eventualno postavljaju.

Da bi ovakve rezultate preduzeće zaista i postiglo, najviši nivo menadžmenta mora biti posvećen stalnom unapređenju procesa i izlaza, kao i sveukupnosti organizacije, na osnovu čega će konačno i doći do postizanja ovakvih željenih učinaka.

8. Odagnati strah.

Organizacija mora biti otvorena prema svim svojim zaposlenima, na svim nivoima, svim funkcijama i u svim vrstama njihovog delovanja i spremna da uvek sasluša njihove probleme. Zaposlene organizacija mora konstantno ohrabrivati i motivisati da na bolji način obavljaju svoj posao.

Zaposlenima se mora staviti do znanja da su ciljevi organizacije put i najbolji način za ostvarivanje njihovih ciljeva i da je organizacija u celini domen sračunat na pomoć svim zaposlenima, rešavanju njihovih problema i koordinaciju njihovog rada.

Sve radnike organizacija mora stalno podsticati da prijave svaki vid problema koji se eventualno pojavi, da postavljaju pitanja, koja mogu igrati značajnu ulogu u poboljšanju načina

obavljanja aktivnosti u organizaciji i da bez straha izražavaju svoje mišljenje i ideje. Ovo je naročito bitno zbog činjenice da u organizaciji određeni posao niko ne poznaje tako dobro kao njegovi izvršioci.

U organizaciji informacije moraju biti ključne za donošenje odluka, a ne subjektivna mišljenja i politike. Eliminacijom straha kod zaposlenih u organizaciji i uspostavljanjem njihove dobre komunikacije sa rukovodećim strukturama organizacija može doživeti znatno povećanje produktivnosti u obavljanju svoga poslovanja.

9. Srušiti barijere između delova organizacije.

U svakoj organizaciji procesi koji se obavljaju zavise od stepena komunikacije i saradnje koji postoji između njenih različitih funkcija ili odelenja. Ukoliko u poslovnom procesu postoje ograničenja i prepreke između njegovih činidbenih delova, takav poslovni proces najverovatnije će završiti ishodom negativnim po organizaciju. Svaka oblast kompanije mora naučiti da se upravi u smeru optimizacije cele organizacije, a ne samo pojedinačnih odelenja. Ukoliko u organizaciji kao celini postoji više delova, a što je najčešće slučaj, ti delovi moraju funkcionisati skladno i koordinisano. Dovoljno je da jedan od delova organizacije, poput funkcije, sektora ili odelenja pokaže odstupanja pa da na osnovu njih aktivnosti organizacije završe neželjenim ishodom.

Organizacija mora biti otvoren sistem, sa članovima koji su u svakom trenutku slobodni da o toj organizaciji i na nju utiču u cilju poboljšanja sveukupnosti njenih procesa. Organizacija i njena unutrašnjost moraju biti zasnovani na otvorenosti, slobodi izražavanja i realno postojećem institutu, to jest mogućnosti zaposlenih da svojim mišljenjima utiču na menjanje organizacije u skladu sa njenim ciljevima i njihovim ličnim ciljevima.

Da bi se organizacija optimizovala, često je potrebno izvršiti suboptimizaciju pođedinica, što zapravo znači da se u procesu optimizovanja organizacije kreće od njenih gradivnih delova, da bi se na kraju procesom optimizacije zahvatila celina organizacije.

Da bi se ovakav proces uspešno izveo, potrebno je primeniti proces multidisciplinarnog planiranja, što Demingova deveta tačka jasno naglašava.

10. Eliminisati radne ciljeve za zaposlene.

Iako na prvi pogled ova tačka propisuje kontradiktorne aktivnosti u odnosu na prošle, radi se o Demingovom shvatanju koje je ipak dobro promišljeno i realno zasnovano.

U ovom smislu svi slogani, izjave i mete trebali bi biti eliminisani, budući da radnici poseduju malu i ograničenu kontrolu nad procesima. Radi se o činjenici da nerealno postavljeni radni ciljevi dovode do demotivisanosti zaposlenih i njihove odbojnosti prema organizaciji i onome za šta se ona zalaže. Organizacija pred zaposlene mora postavljati izazove, zadatke koji su teško ostvarivi i naizgled nemogući, ali u isto vreme koji su ostvarivi uz maksimalni radni učinak svakog pojedinačnog člana organizacije.

Prema Demingu, u organizaciji mora postojati samo jedan cilj, a to je njena neprekidna usmerenost ka stalnom poboljšanju, unapređenju koje se nikada ne završava i kontinuirano rastućem kvalitetu izlaza organizacije, bez obzira o tipu organizacije.

Zbog toga je Deming ovo uputstvo naglašavao kao jedno od ključnih u procesu realizacije težnji organizacije, a zbog toga što se ono uveliko zasniva na najvažnijem elementu koji je u organizaciji prisutan - ljudskim resursima. Zato je jasno da u obavljanju svih procesa u organizaciji mora postojati optimalna saradnja svih njenih delova, koji su upoznati i koji sa istim entuzijazmom streme ka realizaciji njene vizije, misije i ciljeva.

11. Eliminisati radne standarde i numeričke kvote.

Ova tačka zapravo pokazuje koliko je Deming potpuno razumeo činjenicu da radni standardi i numeričke kvote dovode do stagniranja ili opadanja nivoa kvaliteta u organizaciji.

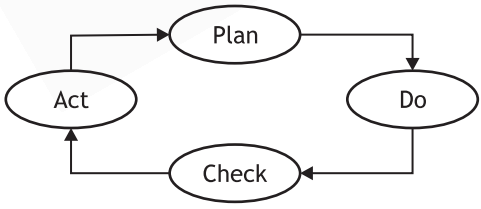
Prema Demingu, u organizaciji mora postojati samo jedan standard, i to standard fokusiran na povećanje kvaliteta i kontinuirano unapređivanje. Ovakav Demingov stav zapravo podrazumeva činjenicu da su kvote ili razni vidovi brojčanih standarda grubo i jedino orijentisani na kvantitet, dok je kvalitet kategorija od sporednog značaja.

Radni standardi garantuju samo nizak kvalitet i visoke troškove svih procesa, što dovodi do zaostajanja organizacije u stalnoj konkurentskoj borbi na tržištu, usmerenoj na stvaranje distinkcije i kompetitivne prednosti.

Deming takođe zastupa stav da je kažnjavanje radnika zbog defektnih proizvoda nepoštena i neželjena pojava u organizaciji koja pokazuje da su rukovodeće strukture organizacije osmislile loše proizvodne ili uslužne procese, a da zato snose odgovornost zaposleni, iako oni imaju malu kontrolu nad celokupnim sistemom i procesima koji su njegov rezultat, a koji su u krajnosti odgovorni za stvaranje tih i takvih defektnih proizvoda.

Demingov standard, standard permanentnog unapređivanja kvaliteta, omogućava postavljanje sistema kvaliteta u kome celokupnost zaposlenih ima mogućnost da jasno utiče na procese čiji je sudionih, i da ih upravlja u pozitivnom smeru realizacije željenog nivoa kvaliteta proizvodne ili uslužne organizacije.

Kao pomoć za unapređenje, poboljšanje procesa može poslužiti Shewhart-ov ciklus (*Shewhart Cycle*) PDCA (*Plan-Do-Check-Act*). Dijagram toka za učenje i za unapređivanje nekog proizvoda ili nekog procesa, PDCA ciklus, može se pokazati slikom 9.5.



Slika 9.5. *PDCA ciklus*

PDCA predstavlja koncept planiranja kao ciklus koji se bazira na kontinuiranom poboljšavanju. **Prvi korak** predstavlja plan. Neko ima plan - zamisao za unapređenje proizvoda ili procesa. Ovaj korak vodi ka stvaranju plana za testiranje, poređenje, eksperiment. Plan izmene ili ispitivanja je ciljan za unapređenje kvaliteta (proizvoda ili procesa). **Drugi korak** predstavlja rad na sprovođenju testa/ispitivanja, poređenja ili eksperimenta, po

mogućnosti u maloj razmeri, u skladu s onim što je odlučeno u prvom koraku. **Treći korak** redstavlja studiju rezultata. Potrebno je proučiti rezultate. Šta smo naučili? Šta nije išlo kako treba? Možda smo omanuli i u nečemu prevarili sami sebe, pa je potrebno startovati iznova. **Četvrti korak** predstavlja akciju. Promenu usvajamo, ili je napuštamo ili ponovo prolazimo čitav krug, možda pod drugačijim uslovima sredine, sa drugim materijalima, drugim ljudima ili drugačijim pravilima. Za usvajanje promene, ili za njeno napuštanje, potrebno je predviđanje.

12. Ukloniti barijere koje sputavaju zaposlene.

U organizaciji mora se stvoriti jasan stav o nivou kvaliteta obavljenog posla koji je minimalan i neophodan, kao što se mora postaviti i organizaciona struktura koja deluje motivišuće na zaposlene u smislu njihovog podsticanja da dosegnu najviše vrhunce u ostvarenom kvalitetu svog rada.

Rad koji proizvodi kvantitet u organizaciji, a rezultira lošim ili neadekvatnim nivoom kvaliteta mora biti suzbijan ili eliminisan kroz primenu nekog od osnovnih instrumenata kojima se rukovodeća struktura može služiti. Iz ove široke palete alata, rukovodstvo mora odabrati one koji su najprimereniji i primeniti ih u cilju postizanja optimalnog obavljanja prcesa u organizaciji.

Svakom zaposlenom mora biti stavljeno do znanja da organizacija shvata značaj posla koji on obavlja i na osnovu toga potrebno je stvoriti kod svakog pojedinca institut ličnog ponosa koji proističe iz dobrog obavljanja radnih procesa. Ovo je esencijalno za organizaciju ciljanu na uspeh, budući da su zaposleni direktni nosioci i realizatori aktivnosti i procesa potrebnih za ostvarivanje tog uspeha.

"Dobar posao" mora u svakoj organizaciji biti jasno definisan i cenjen. Na osnovu ovoga stvoriće se motivisan stratum zaposlenih, koji će svoje radne aktivnosti težiti da obavljaju na najbolji način. Kada se jednom uspostavi ovakav sistem, dolazi do opadanja troškova kvaliteta i postizanja optimalnog nivoa ulaganja u kvalitet i do ostvarenja dugoročnih i kratkoročnih težnji organizacije.

13. Konstituisati ambiciozni program obrazovanja i treninga.

Obrazovanje i trening zaposlenih mora se sagledati kao dugoročan proces koji je usmeren na stvaranje budućeg i boljeg potencijala organizacije, u smislu njenih ljudskih resursa. Zbog toga je u organizaciji potrebno vršiti i adekvatna ulaganja u proces obrazovanja i treninga, sa jasno definisanom vizijom vrednosti koju će novostvorena radna snaga imati za organizaciju i realizaciju njenih ciljeva.

Svi vidovi treninga moraju podrazumevati obrazovanje i spoznavanje sistema od strane zaposlenih i njihovu obuku u određenim vidovima statističkih tehnika. Na ovaj način zaposleni stiču primenljivo znanje, koje u sklopu svojih radnih zadataka mogu primenjivati za rešavanje svakodnevnih problema i bolje funkcionisanje sistema u celini.

Učenje mora biti kontinualno, budući da se sistem stalno menja, baš kao što se menjaju i zahtevi tržišta, kod koga je konstantna promena jedino ono što je izvesno.

Na ovakav vid izazova organizacija mora biti spremna da odgovori kvalifikovanom i kompetetnom radnom snagom. Ovakav vid resursa može se postići samo kroz shvatanje obrazovanja i treninga kao dugoročnog procesa, u koji rukovodstvo organizacije mora verovati, koji rukovodstvo mora kontrolisati i koordinisati, i u pravcu kojeg se moraju činiti zahtevne žrtve i ulaganja.

Posvećenost organizacije obrazovanju je posvećenost ostvarivanju uspeha i željenog ishoda njenih kompleksnih aktivnosti na tržištu.

14. Postići transformaciju.

Poslednje Demingovo uputstvo upozorava na neophodnost aplikacije onoga što je dosad navedeno. Znanje o potrebi izvođenja određenih aktivnosti ne znači da će te aktivnosti zaista biti realizovane. Ovo je jasno zbog toga što sva navedena pravila zahtevaju veliku požrtvovanost, posvećenost i stvaranje osećaja obaveze kod svakog pojedinca u organizaciji, kao i velika ulaganja koja se po tom osnovu moraju činiti.

Da bi se ovaj vid transformacije postigao potrebno je pokrenuti procese i sisteme koji su neophodni da bi se ostvarile tačke od 1 do 13.

Transformacija u organizaciji mora biti shvaćena kao stalan, kontinuiran i neprekidan proces unapređivanja svih njenih aktivnosti i prilagođavanja organizacije događajima na tržišnom prostoru. Pored ovoga organizacija mora nastojati da, koliko je to moguće, utiče svojim delovanjem na stvaranje i izazivanje događaja koji njoj odgovaraju u njenom neposrednom ili širem okruženju.

Transformacija mora biti centralna tačka za sve organizacione aktivnosti. Svi procesi i poslovi koji se u organizaciji odigravaju moraju biti vođeni u cilju i uporedo sa procesom stvaranja organizacije koja je sposobna da u svakom trenu ispolji svoju fleksibilnost i transformiše se u oblik koji je u određenom trenutku najpoželjniji.

Na ovaj način stvoriće se organizaciona struktura koja sebe i svoju okolinu posmatra proaktivno, i koja nije samo pasivni posmatrač zbivanja od značaja za njen opstanak i napredak, već je istinski lider u svojoj oblasti, klasi ili grani koji postavlja standarde kvaliteta uz istovremeno postizanje optimalnog nivoa troškova kvaliteta.

Umesto zaključka

Demingovih 14 tačaka menadžmenta, ukazuju na potrebu krupnih zaokreta u menadžmentu. Menadžment mora da prolazi kroz nova učenja i sticanje znanja. Vladajući stil menadžmenta potrebno je da doživi transformaciju. Transformacija proističe iz shvatanja "sistema dubokog znanja", kako ga je nazvao Deming. Sklop dubokog znanja sastoji se iz četiri dela, koja su u međusobnoj vezi i odnosu, a to su: **uvažavanje sistema**, **znanje u vezi sa varijacijama**, **teorija znanja** i **psihologija**.

Različiti segmenti sistema dubokog znanja su međusobno isprepletani. Tako je znanje psihologije nepotpuno bez znanja o varijacijama. Psiholozi znaju dobro da su ljudi različiti. Nema optimizacije bez uvažavanja organizacije kao sistema. Potrebno je istaći Demingovu konstataciju da duboko znanje potiče spolja, stiže izvan sistema. U svakom

slučaju, suština Demingove filozofije je da, poboljšanje kvaliteta ne dolazi eliminacijom lošeg proizvoda. Poboljšanje dolazi od pravilne izrade proizvoda.

9.3.2. Juranov koncept

Dr Joseph Juran je svojim konsultantskim radom pomogao razvoj misli o kvalitetu u Japanu pedesetih godina 20. veka. Menadžeri koji su učili od Jurana često su ga nazivali *father of quality* - ocem kvaliteta, guruom kvaliteta, i kao čoveka koji je Japance naučio da razmišljaju u pravcu kvaliteta. Možda je njegov najveći doprinos čovečanstvu bio taj što je dao određene smernice za definisanje onoga što se zove Total Quality Management.

Kao prilog navedenom prikazujemo samo neke od brojnih komentara ljudi koji su napravili velike rezultate, a koji se tiču kvaliteta. Tako Steve Jobs, osnivač Apple Computer and NeXT Company, kaže da je Juran imao jako, jako veliki doprinos u razvijanju kvaliteta. Jungi Noguchi, generalni direktor Japanske unije naučnika i inžinjera (*Japanese Union of Scientists and Engineers*), je rekao da je Joseph Juran najveći mozak u čitavom svetu kada je u pitanju kontrola kvaliteta. Peter Drucker, pisac i teoretičar menadžmenta, kaže da sav napredak koji je Amerika ostvarila u poslednjih trideset godina, da su praktično to postigli primenom Juranovih koncepata kvaliteta.

Dakle, kao što je već rečeno, Juran je ostvario veliki uticaj na razvoj japanske privrede, teoriju i praksu menadžmenta kvaliteta. Juranovi koncepti, "Unutrašnji korisnik" (*Internal Customer*), "Troškovi kvaliteta" (*Cost of Quality*), "Spirala kvaliteta" (*Quality Spiral*), "Trilogija kvaliteta" (*Quality Trilogy*) i "Skokoviti napredak" (*Breakthrough Improvement*), značajan su doprinos misli o kvalitetu. Juran je kao Shewhart-ov saradnik bio upućen u koncept statističke kontrole procesa (*Statistical Process Control - SPC*). Razlika između Jurana i Deminga javlja se u oceni mere u kojoj menadžment mora da se menja da bi se došlo do TQM.

Juran je tvrdio da je kvalitet sam po sebi povezan sa zadovoljstvom i nezadovoljstvom određenim proizvodom. Zadovoljstvo se odnosi na superiorne karakteristike, dok nezadovoljstvo predstavlja odgovor na defekte i nesavršenosti. Spoljna dimenzija proizvoda odnosi se na zadovoljenje zahteva korisnika, dok se unutrašnja odnosi na ispravnu izradu proizvoda ili pružanje usluge. Juran kaže da kvalitet počinje sa korisnikom.

Juranov koncept "Unutrašnji korisnik"

Svaka osoba unutar proizvodnog lanca je unutrašnji korisnik, a i isporučilac za narednog izvršioca. Zbog toga Juran kaže da se u svakoj fazi proizvodnje može primeniti "model u tri uloge": isporučilac, proces i korisnik. Ovako rastavljen lanac predstavlja priliku da primenimo unapređenje kvaliteta na svakom pojedinačno.

Juranov koncept "Troškovi kvaliteta"

Po Juranu troškovi kvaliteta se mogu svrstati u tri grupe:

- Troškovi neusaglašenosti (*Non-conformance Costs*) - Ove troškove predstavljaju škart, dorada, korektivne mere, garancije, žalbe korisnika i gubitak korisnika.

- Troškovi procene (*Appraisal Costs*) - To su uglavnom kontrola, provere pridržavanja i traženje uzroka.
- Troškovi prevencije (*Prevention Costs*) - Obuhvataju obuku, preventivne provere i unapređivanje procesa.

Kao i Deming, Juran zagovara neprekidnu spiralu aktivnosti koja uključuje istraživanje tržišta, razvoj proizvoda, projektovanje, planiranje proizvodnje, nabavku, procesnu kontrolu, završnu kontrolu i ispitivanje, prodaju i povratnu informaciju (*Feedback*) od korisnika. Međuzavisnost ovih funkcija ukazuje na potrebu za kompetentnim menadžmentom kvaliteta u celoj organizaciji. Top menadžment mora da pokaže zaposlenima da žarko želi da implementira menadžment kvalitetom.

Juranov koncept "Trilogija kvaliteta"

U ovaj koncept spadaju:

- planiranje kvaliteta,
- kontrola kvaliteta,
- unapređenje kvaliteta.

Juran "trilogiju kvaliteta" upoređuje i izvodi zaključak da se ne razlikuje bitno od planiranja finansija, kontrole finansija i ostvarenja većeg profita. Planiranje predstavlja ključni deo kvaliteta proizvoda i procesa i kontinuiranog poboljšanja performansi. Juran zapaža tri negativna rezultata usled manjka pažnje posvećenog planiranju kvaliteta:

- "Gubitak dela prodaje zahvaljujući konkurentnosti u kvalitetu". U SAD ovo je uspelo da pogodi skoro svaki proizvod (od TV aparata do automobila).
- "Troškovi niskog kvaliteta, uključujući pritužbe kupaca i sudskih parnica vezanih za pouzdanost proizvoda, popravke grešaka, loma itd.". Kao i Juran, Crosby procenjuje da $20 \div 40\%$ ukupnih troškova nastaje od popravljanja grešaka.
- "Pretnje društvu". Ovo se odnosi na pretnje, uznemiravanja, kao što su: otrovni gasovi, nuklearne katastrofe - eksplozije nuklearnih reaktora, zagađenja i sl.

Menadžeri mogu minimizirati nastanak negativnih rezultata, korišćenjem planiranja zasnovanog na kvalitetu i utvrđivanjem ciljeva kvaliteta. Primarni rezultat planiranja kvaliteta treba da bude zadovoljstvo i uživanje potrošača (*Customer Satisfaction and Delight*). Prema Juranu planiranje kvaliteta uključuje sledeće glavne tačke:

- Identifikacija potrošača (internih i eksternih)
- Određivanje potreba potrošača
- Razvoj karakteristika kod proizvoda koje će zadovoljiti potrošačke potrebe
- Utvrđivanje ciljeva kvaliteta koji izlaze u susret potrebama

- potrošača i dobavljača ostvarujući minimalne troškove
- Razvijanje procesa koji će proizvesti potrebne karakteristike
- Dokazivanje da proces može podići ciljeve kvaliteta u operativnim uslovima u kojima se radi (dokazivanje sposobnosti procesa)

Planiranje kvaliteta ima u fokusu satisfakciju potrošača i počinje identifikacijom potrošača. Da bi se zadovoljstvo kupca ostvarilo, procesi se moraju kontinuirano poboljšavati.

Prema Juranu, planiranje kontinuiranog unapređenja u proizvodnom procesu, zahteva sledeće korake:

- Dokazivanje potrebe za poboljšanjem
- Identifikovanje specifičnih projekata za poboljšanje
- Organizacija vođenja projekata
- Analiza za pronalaženje uzroka
- Obezbeđivanje "lekova"
- Određivanje da su "lekovi" efektivni u datim uslovima
- Obezbeđivanje kontrole, da bi se održalo postojeće stanje

Postoje razna mišljenja da su očekivanja potrošača pokretna meta koja, kao takva govore o značaju planiranja kontininuiranog unapređenja. Planiranje bazirano na kvalitetu, predstavlja planski kontinuirani ciklus. Poboljšanja su obično konzistentna i inkrementalna. Juran ističe da je planiranje neodvojivo od kvaliteta, smanjivanja troškova poslovanja i anticipacije i zadovoljavanja potrebe potrošača.

9.4. Tehnike inženjerskog kvaliteta

Već je viđeno da da postoji veliki broj tehnika koji može da se primeni kako bi se pomoglo u postizanju visokog kvaliteta proizvoda. Ovaj deo je posvećen nekim od poznatijih metoda.

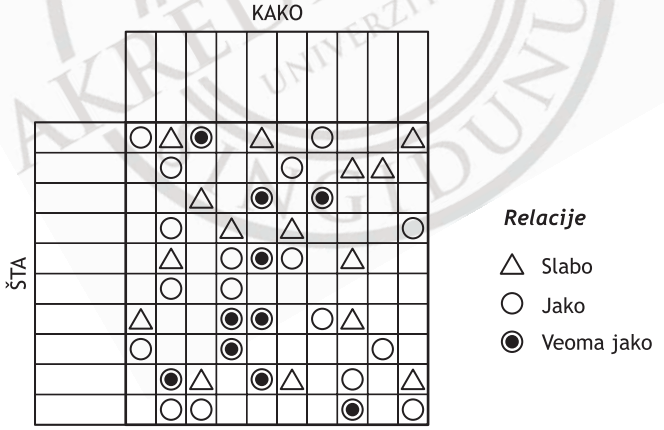
9.4.1. Razvijanje funkcije kvaliteta

Tehnika poznata kao **razvijanje funkcije kvaliteta** (`Quality Function Deployment - QFD`) je razvijena u Japanu tokom sedamdesetih godina dvadesetog veka, kao sistemska tehnika za identifikaciju šta su karakteristike proizvoda doprinele visokom kvalitetu proizvoda i gde bi trebalo inženjerski napor upotrebiti i utrošiti. Termin "razvijanje funkcije kvaliteta" je prilično nejasan termin koji dolazi iz bukvalnog prevoda originalnog japanskog naziva, ali može biti korisno da misli o tome kao o raspoređivanju funkcija važnih za kvalitet kroz seriju grafikona ili matrica koji pokrivaju aspekte procesa razvoja proizvoda od projektovanja do generisanja uputstva za proizvodnju. Tvrdi se da QFD značajan faktor za poboljšanje kvaliteta proizvoda i skraćenje proizvodnog vreme, kao i za smanjenje

izmena u dizajnu - na primer, rezultat može biti virtuelna eliminacija elemenata korozije iz garancije u japanskoj automobilskoj industriji.

Osnova za metodu je ideja da zahtevi kupaca mogu da budu uslovi za pristupe koji bi mogli biti preduzeti da se ispune (ovo se uglavnom izražava kao "šta je potrebno" – ŠTA, i "kako to može da se postigne" – KAKO). Na primer, ako je KAKO za mašine za pranje veša visoka izdršljivost, ŠTA može da uključi bubanj od nerđajućeg čelika i visoko kvalitetne boje. ŠTA i KAKO mogu jednostavno biti navedeni sa prikazanim odnosima, ali to nije u potpunosti zadovoljavajuće, jer bilo koje KAKO bi moglo da se doprinese sa više ŠTA (na primer, visokokvalitetna boja doprinosi trajnosti i "dobrom izgledu"), i dato ŠTA može da se zadovolji sa više KAKO. Rešenje je da se koristi matrični metod u kome se ŠTA nalazi na levoj strani (kao ulaz u matricu) i KAKO duš vrha (kao izlaz iz matrice). Veza između ulaza i izlaza može da se generiše unošenjem znaka u odgovarajuće ćelije matrice.

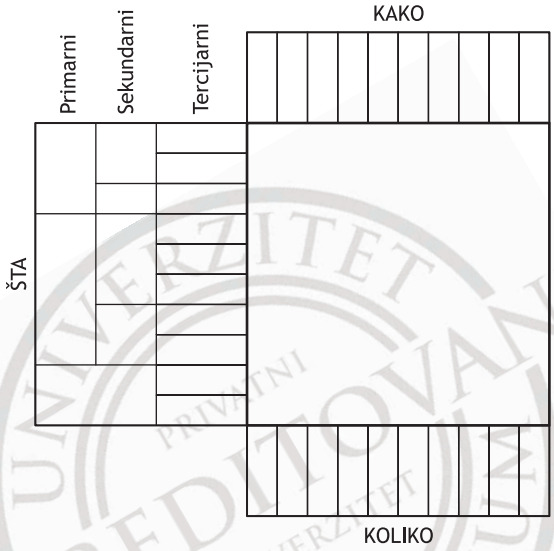
Suština QFD-a je identifikacija veza između ŠTA i KAKO koristeći mrežu matrice. Generalno, stepen odnosa je, takođe, prikazan korišćenjem različitih simbola u ćelijama. Slika 9.6 prikazuje primere simbola koji se najčešće koriste – za slabe, jake i veoma jake veze - zajedno sa ukupnim izgledom matrice. Obično, numeričke vrednosti se, takođe, koriste za različite stepene odnosa kako bi pomogli u proceni vrednosti funkcije proizvoda. Tipične vrednosti su 1, 3 i 9, odnosno, iako neke kompanije koriste i druge vrednosti – uključujući i negativne brojeve u nekim slučajevima. U principu, doslednost je važnija od izabrane specifične vrednosti.



Slika 9.6. *Elementi QFD karte*

Jednostavna izjava o zahtevima korisnika nije često od velike pomoći, i stoga u praksi je uobičajeno da se na levoj strani matrice pojavljuju detaljni izveštaji i nazivaju se **sekundarnim** i **tercijarnim** zahtevima. Na primer, za pomenutu mašinu za pranje veša može "bezbedan rad" da bude primarni zahtev. Jedan od sekundarnih zahteva može biti "siguran rad", koji bi mogao da bude proširen tercijarnim zahtevima u cilju "sigursnoti detea" i "jednostavne kontrole", između ostalih. "Zahtevi" se ipak izražavaju kao poželjne osobine. Svi odgovori KAKO moraju biti primenljivi - moraju biti sposobni da budu prevedeni na in-

ženjersku akciju (ovo uključuje i usluge ili druge organizacione radnje kao što su "godišnji pregledi", kao i osobine proizvoda kao što je bubanj od nerđajućeg čelika. Pitanje KAKO je često kvalifikovano prema oblasti primene, i dalje se normalno kvalifikuje kao izjava KOLIKO (na primer, debljina boje, koja je dubina obrade – poznata i kao **krajnja odredišna vrednost**) i smeštena je u redu u donjem delu karte. Proširenje osnovne matrice sa ovim detaljnije je prikazano na slici 9.7.



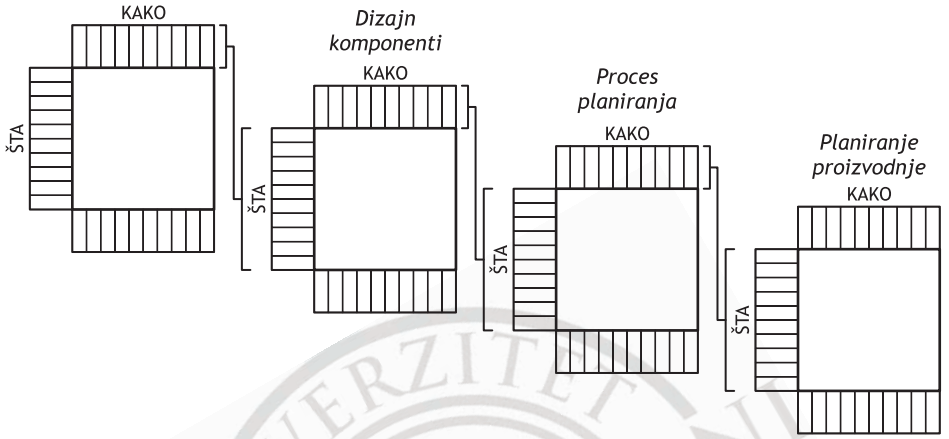
Slika 9.7. *Osnovna QFD karta sa odredišnim vrednostima i zahtevima za prekid*

Slika 9.7 je osnovni oblik jednog grafikona. Korišćenjem ovog, serije zahteva potrošača mogu biti uparene sa karakteristikama proizvoda i specifikacije se mogu dobiti za karakteristične vrednosti. Funkcije proizvoda ne pokazuju, međutim, kako su dobijene u smislu karakteristika komponenti. Realna QFD vrednost bi mogla da "uzme" izlaznu vrednost iz prvog grafikona i da se koristi kao "ulazna" za dalje grafikone, kako bi se identifikovale karakteristike potrebne komponente. Izlaz iz ovog drugog nivoa grafikoni tada može biti korišćen kao ulaz za treći nivo kako bi se identifikovale karakteristike potrebne za procese koji kreiraju komponente itd. Konvencionalno, postoje četiri nivoa:

1. **karaktersitike proizvoda i funkcije** koje su identifikovane tokom tekuće faze dizajna proizvoda;
2. **karaktersitike komponente** koje odgovaraju aktivnosti detaljnog dizajna;
3. **karakteristike procesa** koje su identifikovane u fazi procesu planiranja;
4. **proizvodne operacije** - generisanje uputstva za operatera i *on-line* dokumentacija kontrole kvaliteta u fazi planiranja proizvodnje.

Mogu se zamisliti kako se javljaju u obliku kaskada, kao što je prikazano na slici 9.8, mada u praksi razni grafikoni mogu se razvijati istovremeno, posebno ako je aktivan konkurentni

inženjerski pristup (za koji je QFD idealn) nastavljen. U praksi pojedine organizacije koriste više ili manje nivoa od onih prikazanih.



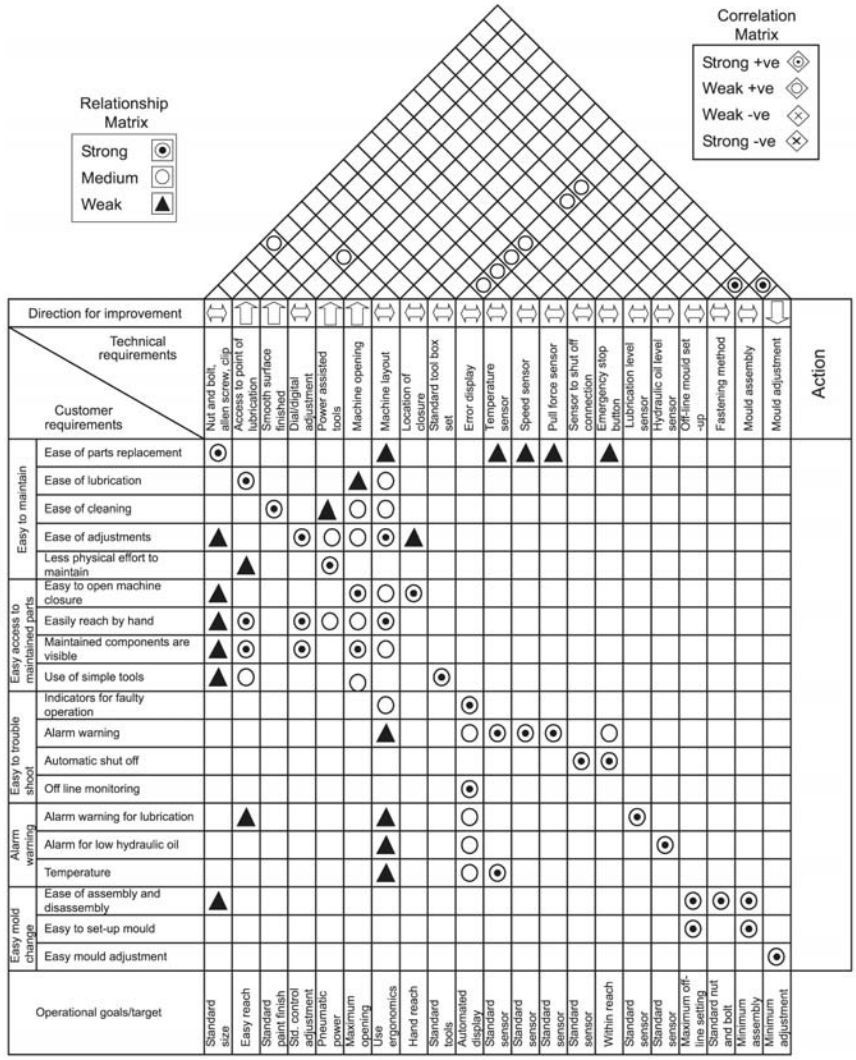
Slika 9.8. *Kaskade QFD karata*

Lako je oceniti da kako su razvijaju QFD grafikoni tako se akumulira veliki deo informacija o proizvodu. Oni tako predstavljaju vrednost kao skladište znanja i obuke, u slučaju potrebne pomoći.



Slika 9.9. *Svi detalji QFD karte*

Iskustva pokazuju da su QFD grafikoni najvredniji kada su razvijani tokom mnogo meseci ili godina. Oni svakako nisu "brza rešenja".



Slika 9.10. *Primer karte*

QFD karte se mogu povećati na različite načine dodavanjem detalja oko karte ili grafikona. Slika 9.9 prikazuje grafikon sa takvim poboljšanjima, koja uključuju:

- **Matricu korelacije** – trougaone regije iznad glavne mreže – koje pokazuje podršku ili konfliktne relacije između stavki KAKO. Na primer, atributi "velika snaga za otvaranje" i "veliki napor za otvaranje" vrata na mašini za pranje veša se međusobno podržavaju, ali su u suprotnosti sa "lakim otvaranjem". Korelaciona matrica veoma dobro pokazuje koji ustupci moraju biti napravljeni.

- **Ponderisani zahteve** – neki zahtevi su očigledno važniji od drugih. Procena relativne težine će obično biti, i primenjuje se na međusobno povezane vrednosti.
- **Konkurentne procene** rivalskih proizvoda, kako u smislu subjektivne ocene ŠTA faktora i kvantitativne ocene KAKO faktora. Procene ŠTA faktora se obično crtaju za svaki proizvod konkurenta snimanjem subjektivne procene – na primer, kao ocena od 1 do 5 – za svaki kriterijum na desnoj strani dijagrama. Faktori KAKO mogu, takođe, biti zabeleženi kao ocena vrednosti na skali od 1 do 5, ili kao apsolutne vrednosti u istim jedinicama kao ciljne (odredišne) vrednosti. Ovi faktori se crtaju preko podnošja grafikona. U svakom slučaju različiti simboli se koriste za svakog konkurenta. Upoređivanjem dobrih performansi u pogledu zahteva korisnika za karakteristikama proizvoda, može se videti da li je inženjerska procena faktora dobra kako bi se proizvele dobre performanse ili karakteristike.

Proizvođači mogu dodati detalje na grafikone, tako da grafikoni dobijaju zastrašujući izgled! Slika 9.10 prikazuje takav primer. Iako grafikon ima kompleksan izgled, zastupljeni su osnovni principi navedeni u ovom poglavlju.

9.4.2. FMEA

FMEA (*Failure Mode and Effect Analysis*) je sistematska metoda utvrđivanja i sprečavanje proizvoda i problema procesa pre nego što su i nastali. FMEA su usmereni na sprečavanje grešaka, jačanje bezbednosti, te povećanje zadovoljstva kupaca. U idealnom slučaju, FMEA se sprovode u dizajnu proizvoda ili fazama procesa razvoja, iako se primena jedne FMEA na postojeće proizvode i procese može doneti značajnu korist.

Sprečavanje problema procesa i proizvoda pre nego se pojave je svrha FMEA analize. Koristi se u oba, i u dizajnu i proizvodnim procesima, što je znatno smanjenje troškova poboljšanja identifikovanja proizvoda i procesa u ranim razvojnim procesima, kada promene mogu relativno jednostavno i jeftino da se izvrši. Rezultat je više robustan proces, jer je potreba za korektivnim akcijama na kraju proizvodnje smanjena ili, čak i, eliminisana.

Iako je jedna osoba obično je odgovorna za koordinaciju FMEA procesa, svi FMEA projekti su zasnovani na timu i timskom radu. Svrha za FMEA timom je da donese raznolike perspektive i iskustva na tom projektu. Svaka FMEA je jedinstvena gde se bave različitim aspektima proizvoda ili procesa, tako da se FMEA timovi formiraju po potrebi. U stvari, bilo bi neprikladno da se uspostavi stalni FMEA tim, jer sastav ekipe je specifičan po diktatu zadatka ili cilja. U slučajevima kada je potrebno nekoliko FMEA analiza za pokriće jednog procesa ili proizvoda, dobra je praksa da se izvrši preklapanje između članova ekipe, ali isto tako bi trebao biti neki od članova koji su samo za jedan ili dva od timova kako bi obezbedili čistu perspektivu mogućih problema i rešenja.

Sve FMAE analize proizvoda/dizajna slede ove korake:

1. Pregled procesa ili proizvoda.
2. Potencijalni modovi neuspeha.
3. Lista potencijalnih efekata svakog neupešnog moda.

4. Pristupiti krajnje ozbiljno rangiranju svakog efekat.
5. Dodeliti jedan događaj rangiranja za svaki neuspešni môd.
6. Dodeliti detekciju rangiranja za svaki neuspešni môd i/ili efekat.
7. Izračunati nivo prioriteta rizika za svaki efekat.
8. Odrediti prioritet neuspešnih modova za akciju.
9. Preduzeti mere kako bi se uklonili ili smanjili visokorizični modovi neuspeha.
10. Izračunati novonastale RPN (*Risk Priority Number*) kako se neuspešni modovi smanjuju ili eliminišu.

FMEA Team Start-Up Worksheet

FMEA Number: _____ Date Started: _____

Team Members: _____ Date Completed: _____

_____

_____

Leader: _____

Who will take minutes and maintain records? _____

1. What is the scope of the FMEA? Include a clear definition of the process (PFMEA) or product (DFMEA) to be studied. (Attach the Scope Worksheet.)

2. Are all affected areas represented? (circle one)

YES NO Action: _____

3. Are different levels and types of knowledge represented on the team? (circle one)

YES NO Action: _____

4. Are customers or suppliers involved? (circle one)

YES NO Action: _____

Boundaries of Freedom

5. What aspect of the FMEA is the team responsible for? (circle one)

FMEA Analysis | Recommendations for Improvement | Implementation of Improvements

6. What is the budget for the FMEA? _____
7. Does the project have a deadline? _____
8. Do team members have specific time constraints? _____
9. What is the procedure if the team needs to expand beyond these boundaries? _____
10. How should the FMEA be communicated to others? _____

Slika 9.11. *Početni radni nalog FMAE analize*

The FMEA proces treba da bude dokumentovan pomoću FMEA radnih listova (slika 9.12). Ovaj oblik beleži sve važne informacije o FMEA i služi kao odličan alat za komunikaciju.

Failure Mode and Effects Analysis Worksheet

Process or Product: _____ FMEA Number: _____
FMEA Team: _____ FMEA Date: (Original) _____
Team Leader: _____ (Revised) _____
Page: 1 of 1

	FMEA Process											Action Results				
Line	Component and Function	Potential Failure Mode	Potential Effect(s) of Failure	Severity	Potential Cause(s) of Failure	Occurrence	Current Controls, Prevention	Current Controls, Detection	Detection	RPN	Recommended Action	Responsibility and Target Completion Date	Action Taken	Severity	Occurrence	Detection	RPN
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	

Slika 9.12. *Radni list FMAE analize*

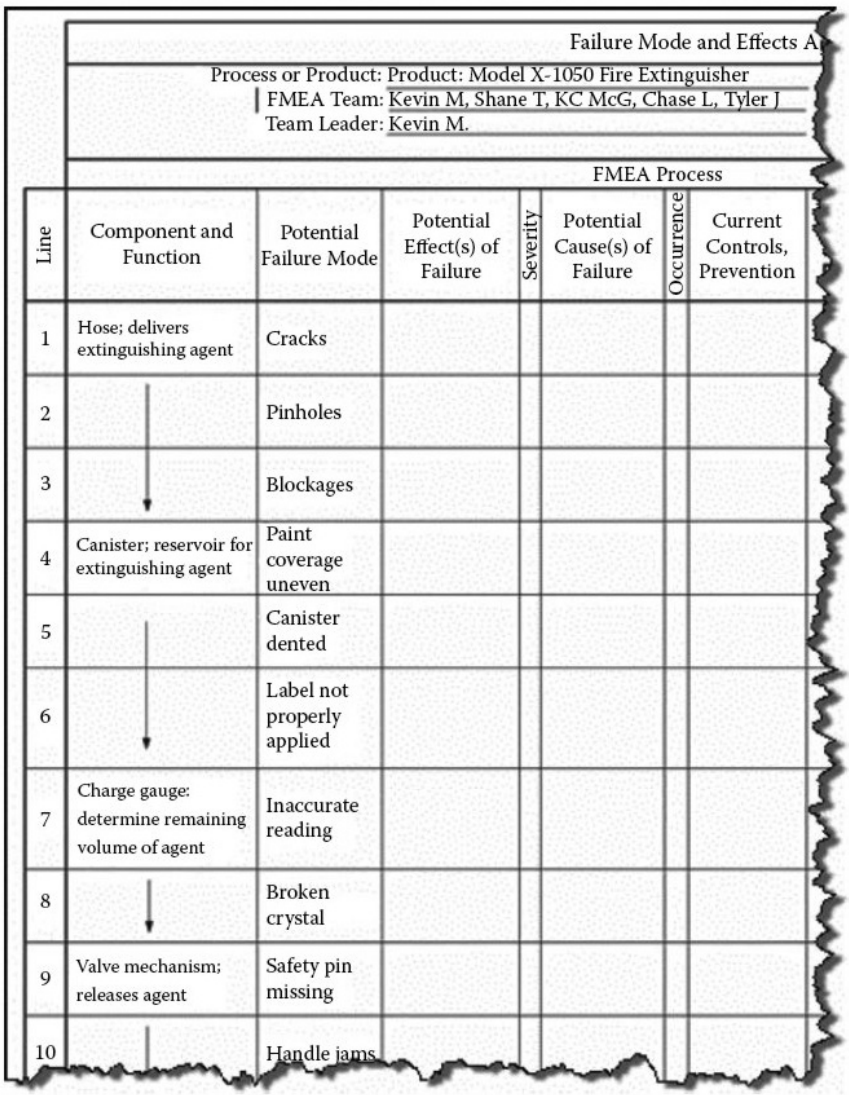
Korak 1 - Pregled procesa ili proizvoda.

Ako tim treba da pregleda jedan projekat (ili inženjerski crtež) o proizvodu, onda treba i da pogledaju FMEA za taj proizvod ili detaljan dijagram toka proizvodnog procesa, ako se obavlja proces FMEA. To će osigurati da svi članovi FMEA tima imaju isto razumevanje proizvoda ili procesa na kome se radi. Ako štampani primerak projekta ili šemtski dijagram toka nisu dostupni, tim će morati da ih napravi pre pokretanja FMEA procesa. Uz šematski dijagram toka u ruci, tim bi trebalo da se upozna sa proizvodom ili procesom. Za FMEA nekog proizvoda, oni bi trebali da vide fizički proizvod ili prototip. Za FMEA procesa, tim bi trebalo fizički da se prošeta kroz proces tačno onako kako taj proces teče. Tu je korisno imati "stručnjaka" za proizvodnju ili proces koji je dostupan za odgovor na bilo kakva pitanja koje tim može da ima.

Korak 2 - Potencijalni modovi neuspeha.

Nakon što su se svi u timu upoznali sa procesom (ili proizvodom), članovi tima mogu da počnu da razmišljaju o potencijalnim načinima neuspeha koji bi mogli da utiču na proces proizvodnje ili kvalitet proizvoda. "Bombardovanje idejama" (eng. *brainstorming*) stavlja

sve ideje na sto. Članovi tima treba da dođu na sastanak "bombardovanja idejama" sa listom svojih ideja. Osim toga donete ideje na sastanak generišu druge kao rezultat sinergije u grupnom procesu.



Failure Mode and Effects A

Process or Product: Product: Model X-1050 Fire Extinguisher
FMEA Team: Kevin M, Shane T, KC McG, Chase L, Tyler J
Team Leader: Kevin M.

FMEA Process

Line	Component and Function	Potential Failure Mode	Potential Effect(s) of Failure	Severity	Potential Cause(s) of Failure	Occurrence	Current Controls, Prevention
1	Hose; delivers extinguishing agent	Cracks					
2	↓	Pinholes					
3	↓	Blockages					
4	Canister; reservoir for extinguishing agent	Paint coverage uneven					
5	↓	Canister dented					
6	↓	Label not properly applied					
7	Charge gauge: determine remaining volume of agent	Inaccurate reading					
8	↓	Broken crystal					
9	Valve mechanism; releases agent	Safety pin missing					
10	↓	Handle jams					

Slika 9.13. *Delimično popunjen FMEA radni list*

Zbog složenosti većine proizvoda i proizvodnih procesa, najbolje je sprovesti niz sastanaka "bombardovanja idejama", svaki usmeren na drugi element (ljudi, metode, oprema, materijali i životna sredina) proizvoda ili procesa. Fokusirajući se na elemente, jedan po jedan, rezultiraće potpunijom listom potencijalnih modova neuspeha. To nije neobično za generisanje mnoštva ideja iz procesa "bombardovanja idejama". U stvari, to je cilj!

Korak 3 - Lista potencijalnih efekata svakog neupešnog moda.

Sa neuspešnim modovima koji su navedeni u FMEA radnom listu, FMEA tim proverava svaki neuspešni môd i identifikuje potencijalne efekte neuspeha koji bi se trebao pojaviti. Za neke od načina neuspeha, može da postoji samo jedan efekat, a za ostale modove može da postoji nekoliko efekata.

Ovaj korak mora biti temeljit, jer je ova informacija će biti vrlo bitna u raspoređivanju lestvice rizika za svaki od kvarova. Tu je korisno misliti na ovaj korak kao na *if-then* proces: **Ako se desi kvar, šta su posledice?**

Korak 4 - Pristupiti krajnje ozbiljno rangiranju svakog efekat.

Ozbiljnost pri rangiranju je procena ozbiljnosti efekata, tj. kakve kvarove će efekti izazvati. U nekim slučajevima je jasno, jer je na osnovu prošlih iskustava, lako odrediti koliko će ozbiljan problem da bude. U drugim slučajevima, potrebno je proceniti ozbiljnost problema koja se zasniva na znanju i stručnosti članova tima. Važno je napomenuti da svaki kvar može imati i izazvati različite efekte, a svaki efekat može da ima različit stepen ozbiljnosti. To je efekat, nije kvar, što je ocenjeno. Dakle, svaki efekat treba da dâ sopstvenu ozbiljnost rangu, čak i ako postoji nekoliko efekata za jedan kvar ili neuspešni môd.

Korak 5 - Dodeliti jedan događaj rangiranja za svaki neuspešni môd.

Najbolja metoda za utvrđivanje rangiranja je koristiti stvarne podatke iz procesa. Kada podaci nisu dostupni za aktuelni kvar, tim mora proceniti koliko često taj kvar može da se pojavi. Tim može napraviti bolju procenu koliko je verovato da će kvar da se dogodi i sa kojom frekvencijom, znajući potencijalni uzrok kvara. Nakon što su potencijalni uzroci identifikovani za sve potencijalne kvarove, rangiranja može biti obavljeno, čak i ako podaci ne postoje.

Korak 6 - Dodeliti detekciju rangiranja za svaki neuspešni môd i/ili efekat.

Otkrivanje rangiranje definiše kako se, verovatno, otkrivaju kvarovi ili efekti tih kvarova. Ovaj korak je definisan radi identifikovanja tekuće kontrole koja može da detektuje kvar ili efekte kvara. Ako nema tekuće kontrole, verovatnoća otkrivanja biće niska, a proizvod će dobiti visoko rangiranje, kao što je 9 ili 10. Kao prvo, trenutna kontrola treba da bude za sve navedene neuspešne modove, odnosno efekte kvarova, a zatim se dodeljuje odgovarajuće rangiranje.

Korak 7 - Izračunati nivo prioriteta rizika za svaki efekat.

Nivo prioriteta rizika (RPN - *Risk Priority Number*) se jednostavno izračunava množenjem koeficijenta ozbiljnosti rangiranja, koeficijenta pojavljivanja i koeficijenta otkrivanja rangiranja za svaku stavku:

$$\mathrm{RPN} = \mathrm{Ozbiljnost} \times \mathrm{Pojavljivanje} \times \mathrm{Otkrivanje}$$

Ukupan nivo prioriteta rizika treba izračunati dodavanjem svih pojedinačnih nivoa prioriteta rizika. Taj broj ima smisla, jer svaki FMEA ima različit broj neuspešnih modova i efekata. Međutim, on može poslužiti kao mera za upoređenje sa izmenjenim ukupnim RPN brojem, kada se pokrenu preporučeni postupci.

Korak 8 - Odrediti prioritet neuspešnih modova za akciju.

Neuspešni modovi mogu sada biti prioritet pri rangiranju, od najvišeg RPN broja do najnižeg. Velike su šanse da će se naći primenjeno pravilo 80/20 sa RPN brojevima, baš kao i sa drugim mogućnostima poboljšanja kvaliteta. U slučaju RPN broja to znači da je 80% od ukupnog RPN broja za FMEA dolazi od samo 20% potencijalnih kvarova i efekata. Tim sada mora da odluči na kojim stavkama želi da radi.

Failure Mode and Effects Analysis Worksheet

Process or Product: Product: Model X-1050 Fire Extinguisher — FMEA Number: F019
FMEA Team: Kevin M, Shane T, KC McG, Chase L, Tyler J — FMEA Date: (Original) 3/5
Team Leader: Kevin M. — (Revised) 5/1
Page: 1 of 1

	FMEA Process											Action Results				
Line	Component and Function	Potential Failure Mode	Potential Effect(s) of Failure	Severity	Potential Cause(s) of Failure	Occurrence	Current Controls, Prevention	Current Controls, Detection	Detection	RPN	Recommended Action	Responsibility and Target Completion Date	Action Taken	Severity	Occurrence	Detection	RPN
1	Hose; delivers extinguishing agent	Cracks	Misfire	10	Exposure to excessive heat or cold in shipping	5	Insulated pkg mat'ls; temp controlled shipping containers	None	6	300	Use hose that is not temperature sensitive	Kevin: 4/1	Changed hose material	10	2	6	120
2		Pinholes	Low discharge pressure	8	Damage to hose during mfg	8	No sharp objects used in operations	None	4	256	Add Protective Kevlar coating to hose	K.C.: 4/15	Added puncture resistant cover for hose	8	5	4	160
3		Blockages	No discharge	10	Foreign object in hose	6	None	Incoming inspect; hose air passage test	3	180	None						
4	Canister; reservoir for extinguishing agent	Paint coverage unsee n	Bare spots rust weakening metal; possible explosion	10	Paint line low on paint	6	Automated inventory mgt system	Automated inventory mgt system	2	120	None						
5				10	Spray nozzle partially plugged	9	Regular n ozzle cleaning procedure	None	4	360	Keep nozzle in water bath when not in use	Tyler: 3/15	New procedure instituted	10	3	4	120
					Canister dropped		Floor is padded										
7		Label not properly applied	Label separates from canister, slips out of hand in use	8	Wrong glue or obsolete glue used	3	Glue standards in place	None	2	48	None						
8			Operating instructions not readable	7	Excessive humidity	5	Climate control in manufacturing facility	Visual	2	70	None						
9	Charge gauge, determine remaining volume of agent	Inaccurate reading	Overfill if gauge reads low; underfill if gauge reads high	10	Gauge not correctly calibrated	7	None	Random calibration inspection	5	350	100% incoming insp.; overflow valve; improve supplier quality	Shane: 4/1	Changed to more reliable supplier	8	4	2	64
10		Broken crystal	Injury to user from cut glass	8	Untempered glass	3	None	Incoming glass breakage test	4	96	None						
11			Injury to user from cut glass	8	Sharp blow to crystal	8	None	Visual	9	432	Use plastic, break-resistant crystal	Shane: 4/1	Switched to plastic crystal	3	3	5	45
12	Valve mechanism; releases agent	Safety pin missing	Extinguisher engages on its own; slow leakage	10	Pin fills cut; too small	2	None	Incoming inspection on pin diameter	5	100	None						
13				10	Pin not inserted during manufacturing	9	None	Visual	9	810	Issue pin supply in quantities equal to extinguishers	Tyler: 3/15	Changed mfg. system to issue materials in kits	10	3	3	90
14		Handle jams	User unable to discharge extinguisher	10	Handle becomes rusted	5	Rust inhibitor used	None	7	350	Switch to rust inhibitor preventing metal	Kevin: 4/1	Switched to zinc-plated metal	10	1	3	30
15				10	Spring in handle too tight	2	None	Incoming inspection on springs	4	80	None						

Slika 9.14. *Završni FMEA radni list*

Obično pomaže da se odredi kritični RPN, gde se bilo koji kvar sa RPN brojem iznad toga odmah popravlja. Oni kvarovi čija j RPN vrednost ispod kritične za početak se ne dira

(svesno se ignoriše). Na primer, organizacija može da odluči da bilo koja RPN vrednost iznad 200 stvara neprihvatljiv rizik. Ova odluka postavlja prekid pri RPN vrednosti od 200.

Korak 9 - Preduzeti mere kako bi se uklonili ili smanjili visokorizični modovi neuspeha.

Koristi se za organizovanje procesa za rešavanja problema, prepoznavanje i sprovođenje aktivnosti kako bi se uklonili ili smanjili visokorizični modovi neuspeha. U idealnom slučaju, modovi neuspeh treba da budu potpuno eliminisani. Na primer, naftna kompanija, proizvođač automobila i benzinska pumpa rade zajedno tokom proizvodne faze kako bi se eliminisao potencijalni kvar automobila ako bi se u njega sipao običan benzin umesto bezolovnog. Kod automobila koje pokreće gas to je prevaziđeno time što je otvor za gas na automobilu mali i "pištolj" od benzina ne može da uđe u otvor za gas. Kada je mogući kvar potpuno eliminisan, novi RPN broj je jednak nuli, jer pojava rangiranja "dobija" broj jedan.

Korak 10 - Izračunati novonastale RPN brojeve kako se neuspešni modovi smanjuju ili eliminišu.

Nakon akcije koja je preduzeta u cilju poboljšanja proizvoda ili procesa, treba odrediti nove parametre i treba izračunati novi RPN broj. Za modove neuspeha, gde je preduzeta odgovarajuća akcija, mora da dođe do značajnog smanjenja RPN broja. Ako nije, to znači da akcija nije imala odgovarajućeg uticaja. Pored toga, može da se vrši upoređenje ukupnog RPN broja pre i posle proizvodnje ili pokretanja procesa. Može se očekivati barem 50% ili veće smanjenje ukupnog RPN broja nakon FMEA.

9.4.3. Gde koristiti FMEA?

The FMEA proces je široko primenjiv u različitim podešavanjima do dizajna proizvoda do proizvodnih procesa. FMEA daje strukturu i zajednički jezik koji se može koristiti po timovima u proizvodnim i uslužnim delatnostima, u profitnim i neprofitnim organizacijama, u privatnom i javnom sektoru, kao i u nevladinim organizacijama. FMEA nije samo sredstvo za proizvodnju i inženjersko odeljenje. Može se koristiti za poboljšanje podrške procesima, a ne samo proizvodnih procesa ili dizajna proizvoda. A raspravu o podršci nekim procesima, u kojima bi moglo biti korisno korišćenje FMEA, sledi.

Bezbednost

FMEA je prvo razvijen kao alat za prepoznavanje i korigovanje opasnosti po bezbednost. FMEA procesa je razvijen da predvidi i eliminiše bezbednosne probleme pre nego što se i dogode. Shodno tome, FMEA može se koristiti za poboljšanje bezbednosti u procesu proizvodnje, kao i za poboljšanje bezbednosti izrade samog proizvoda.

FMEA za bzbednost proizvodnje treba da bude sprovedena od strane tima ljudi koji rade sa opremom, zajedno sa drugima koji nisu uključeni u rad opreme. Ova kombinacija

korisničkih znanja i zapažanja autsajdera pruža sveobuhvatnu analizu opasnosti.

FMEA sprovedena na proizvodima kako bi se utvrdila njihova bezbednosti su kritično sporne u današnjem društvu. Preduzeća imaju obavezu da obezbede njihovo da njihovi proizvodi budu sigurni i prikladni za korišćenje. U mnogim slučajevima, nije dovoljno da uputstva za korišćenje proizvoda sriču sigurnosnim operativnim postupcima; bezbednosne odredbe moraju biti ugrađene u proizvode. Tu je korisno uključiti potrošače ili eventualne korisnika proizvoda kao u FMEA. Oni bi trebali biti upitani za upotrebu proizvoda, a ostali članovi tima FMEA treba da posmatraju kako se koristi. Nije neobično za neki proizvod da se neispravno koristi ili će se koristiti za svrhu za koju nije namenjen. Ako te mogućnosti mogu biti otkrivene tokom FMEA, garancije mogu biti izgrađen tokom dizajniranja proizvoda.

Računovodstvo i finansije

Sa nekim izmenama u rang lestvici za ozbiljnost, pojavu i otkrivanje, FMEA mogu biti korisne u određivanju finansijske strategije i procene kreditnih rizika ili investicija.

Dizajniranje (projektovanje) softvera

Efekti softvera su svuda oko nas. Praktično sve što mi radimo je uređeno softverima. Kvalitet softvera je kritičan u mnogim od tih slučajeva. Mogu da se pomenu neke aplikacije, kao na primer, računarski sistemi i softver koji se koriste u vazdušnom prevozu, medicini i bankarstvu. Problemi kreirani od strane softverskih bagova ili netačnih programa mogu da izazovu sitne i nebitne greške, a mogu i da dovedu do potencijalno fatalne katastrofe. Kao i kod FMEA proizvoda ili dizajna, FMEA kvaliteta softvera mogu identifikovati probleme pre nego se pojave, tako da oni mogu biti eliminisani ili smanjeni.

Informacioni sistemi i tehnologija

Čak i ako je softver bez problema, kvar na računaru može se desiti zbog hardvera ili sistemskih pitanja. Od najjednostavnijih lokalnih mreža (LAN) do preskupih telekomunikacijskih sistema, korišćenje FMEAs može pomoći, kako bi i dizajn i instalacija informacionih sistema bili u redu.

Marketing

Milijarde dolara se troše na marketing i reklamiranje. Neke promotivne kampanje su mahnito uspešne, dok su druge finansijska propast. FMEA sprovedena pre oglašavanja i marketinga može pomoći pokretanje biznisa bez skupih i ponekad sramnih grešaka. FMEA se može koristiti za predviđanje reakcija i odgovor na potencijalno štetne proizvode ili nesreće.

Ljudski resursi

Uz strukturalnu reorganizaciju (smanjivanje i kalibracija), teren ljudskih resursa je suočen sa razvojem i realizacijom planova za nove organizacione strukture koje se značajno raz-

likuju od klasičnih piramida strukture. Promene koje se pojavljuju na papiru i koje deluju delotvorno mogu pretvoriti sve u katastrofu. FMEA može koristiti kao most između plana i stvarnog restrukturiranja. FMEA analizira snagu strukturiranog problema i grešaka koje bi se mogle dogoditi. Planovi mogu biti dizajnirani za rešavanje potencijalnih problema i kriza se može izbeći, uštedeti vreme i novac, a poboljšava i moral.

Nabavka

Pre kupovine velikog "komada" opreme, FMEA može biti sprovedena da se predvide problemi sa različitim opcijama kupovine. Ove informacije se mogu koristiti za poboljšanje kupovne odluke, kao i za razvijanje planova instalacija i opreme kada je kupljena.

UNIVERZITET PRIVATNI AKREDITOVANI UNIVERZITET SINGIDUNUM

Glava 10

Rad i programiranje numerički upravljanih mašina

Kada se "prođe" sadržaj ove glave korisnici će biti u stanju da:

- razumeju principe tehnologije numeričke kontrole (NC) i definišu dijapazon mašina na koje se primenjuje;
- definišu konture različitih ruta za deo programa u NC;
- razumeju različite elemente mašina za kontrolu programa i podataka pomoću kojih mogu da interpretiraju jednostavne programe;
- opišu prirodu i strukturu APT programskog jezika i da razumeju ulogu CLDATA i postprocesiranja u delovima programiranih zadataka;
- razumeju primenu CAD/CAM sistema u stvaranju dela programa, posebno za složene površine modela;
- definišu prirodu i obim brzih tehnika za kreiranje prototipova;
- razumeju elemente robotike, i da definišu njihovu primenu u montaži i u proizvodnim jedinicama.

Predmet ovog poglavlja je interfejs između CAD sistema i proizvodnih procesa koji se zaista koriste za pravljenje delova. Ovo poglavlje se bavi kompjuterski kontrolisanim mašinama koje se koriste u proizvodnji, i ekstrakcijom podataka iz CAD modela za svrhu kontrole ovih mašina.

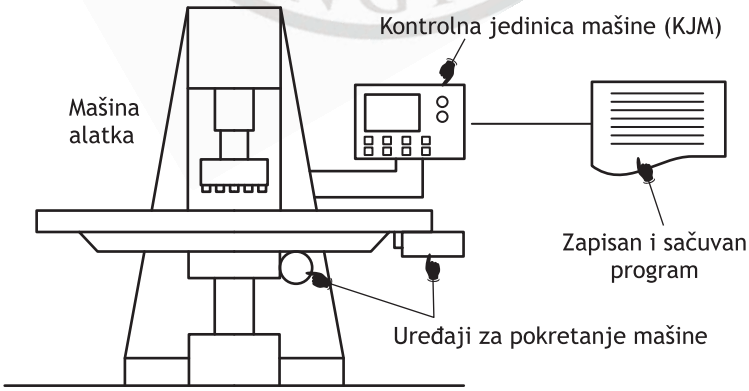
Dobijanja geometrijskih informacija iz CAD modela je od posebnog značaja za proizvodnju delova direktnom obradom (odnosno, uklanjanjem materijala), kao i za izradu alata za oblikovanje i modelovanje procesa, ponovo direktnom obradom. Korišćenje numeričkih informacija za kontrolu tih procesa obrade je pretežno kroz numeričku kontrolu (NC) mašina. Prvi deo ovog poglavlja će se koncentrisati na NC mašine alatke, a zatim će se opisati različiti pristupi odredbama CNC programiranja NC mašina. Na kraju će se pomenuti tehnike za direktnu proizvodnju proizvoljnih 3D oblika iz CAD modela u **brzom izradom prototipova**.

10.1. Osnove numeričke kontrole

U kasnim četrdesetim godina dvadesetog veeka amerikanac Džon Parsons je osmislio metod za proizvodnju glatkih oblika (kao što su šabloni za delove krila aviona) snimanjem na bušene kartice lokacija centara velikog broja rupa aproksimirajući na taj način oblik, i pohranjivanjem ovih kartica u mašine alatke kako bi se definisalo kretanje sečiva. oblik koji proističe iz mnogih rupa može biti izgrađen kao željeni profil. Američke vazduhoplovne snage (*US Air Force*) bile su dovoljno impresionirane ovom idejom, tako da je usledilo potpisivanje ugovora sa MIT-om u cilju razvoja koncepta obradnog sistema. U pomenuto vreme je počeo rad na sličnim poslovima u Velikoj Britaniji, a napredak je išao brzo na obe strane Atlantika, tako da su numerički kontrolisana sredstva koja se koriste u proizvodnji postala prilično rutinska u periodu od sredine do kraja pedesetih godina dvadesetog veka.

U godinama koje su sledile bilo je veoma velikog razvoja, a danas numerički upravljani uređaji se koriste u svim granama industrije. Glodalice se koriste za proizvodnje kalupa – od kalupa za proizvode od polimera do komponenti velikih aviona, kao što su ramenjače i oplata krila. Mašine za rezanje plamenom ili lukom od plazme mogu iseći oblike za železničke lokomotive i brodove od velikih čeličnih ploča. Laserima mogu da se isecaju male rupe na hladnjacima gasnih turbina. Elektronske komponente se ubacuju u štampane elektronske ploče pomo cu NC mašine za umetanje delova. Teško je ne reći da aspekt proizvodnje diskretnih delova nije snažno uticao na proizvodnju, čak može da se smatra da je reč o revolucionarnom doprinosu, i to su donele NC mašine. To doprinosi tvrdnji da su mnogi industrijski roboti u suštini numerički upravljani uređaji, i da je reč o proizvodnom mašinama čije kretanje određuje uskladišteni program.

Osnovne osobine numerički kontrolisane mašine su razvijane dugi niz godina. One obuhvataju **kontroler**, poznat kao **upravljačka jedinica mašine** – **UJM** ili **kontrolna jedinica mašine** – **KJM** (*Machine Control Unit – MCU*), koji je sposoban za čitanje i tumačenje **uskladištenog programa** i korišćenje uputstva u cilju kontrolisanja mašine preko **pokretačkih uređaja**. Ovaj "aranžman" je prikazan na slici 10.1.



Slika 10.1. *Uređenje alata numerički kontrolisane mašine*

Sačuvan (uskladišten) program prvobitno je (obično) zabeležen na papirne trake koje je u stanju da čita MKJ, ali danas se program normalno nalazi unutar kontrolera, i često ko-

municira sa kontrolerom sa udaljenog računara pomoću komunikacionih linija. Pokretački uređaji su, uglavnom, neke vrste servo sistema. Kontroler daje uputstva ovom sistemu, i prati i položaj i brzinu sistema, koristeći ovu **povratne** podatke kako bi se izvršilo kompenzovanje grešaka između programske komande i odgovora sistema. Povratne informacije obično se obezbeđuju kroz senzore, kao što su pozicija ili osovina **enkodera**.

Uređenje sistema u kome se daju uputstva servo motoriima po meri odziva sistema naziva se **kontrolisanje pomoću zatvorene petlje**, a to je daleko najčešći tip NC. Jeftiniji i rano korišćeni sistemi su koristili konceptualno jednostavnije **otvorene petlje** u kojima kontroler prolazi definiše uputstva za pokretanje sistema, ali ne nadgleda odgovor.

Kod alatnih mašina noževi mogu obično da se kreću u različitim pravcima u odnosu na radni predmet, ili obrnuto, pa normalno kontroler mora da kontroliše više od jedne ose mašine. Primeri primene mašina i broj osa su sledeći:

- kretanje po **dve ose**, obično u dva ortogonalna pravca u ravni, koja se odnose na većinu strugova (slika 10.2), kao i na udarne prese, rezače plamenom i plazmom, mašine za sečenje, na mašine za ubacivanje elektronskih komponenti i na neke bušilice;



Slika 10.2. *CNC strug*

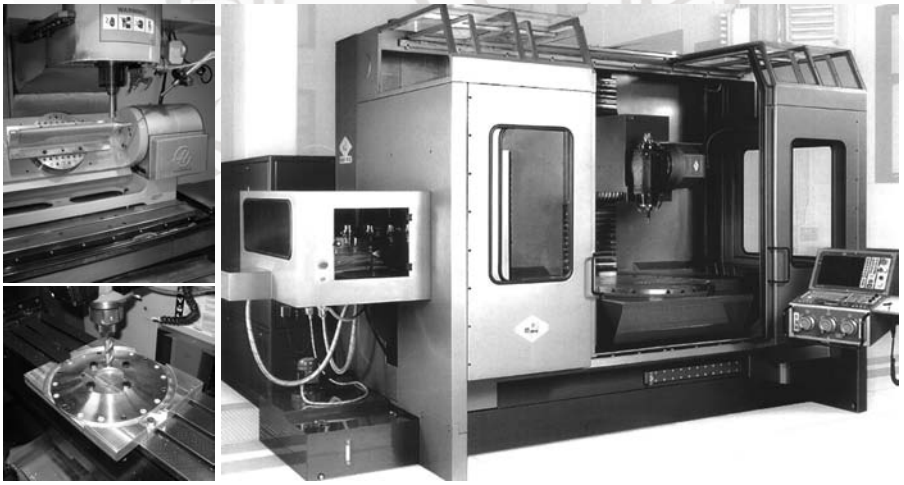
- kretanje po **tri ose**, obično duš tri glavna pravca (x, y i z) Dekartovog koordinatnog sistema, i odnosi se na glodalice (slika 10.3), bušenje, mašine za šablonsko bušenje i merenje koordinata, između ostalih;

- kretanje po **četiri ose**, koje obično podrazumeva tri linearne ose i jednu osu rotacije, odnosno možda dva $x - y$ kretanja, kao na primer za neke dopunski opremljene strugove glavom za glodanje;



Slika 10.3. *CNC glodalica*

- **petoosne** mašine, koje obično uključuju tri linearne (x, y i z) ose, sa rotacijom oko dve od ovih osa – obično su to normalne x i y – i tu je, uglavnom, reč o glodalicama (slika 10.4).



Slika 10.4. *CNC petoosna glodalica*

Kod većine pomenutih mašina zastupljen je desni koordinatni sistem, a pozitivan ugao rotacije se dobija primenom pravila desne ruke.

Vrste kretanja mašine

Najjednostavniji tip mašinskog kretanja je poznat kao kretanje **od tačke do tačke**, i obuhvata kretanje alata između određenih mesta na kojima se odvija neka operacija. Stvarni

put između ovih pozicije nije bitan. Bušilica je primer mašine gde je jedino bitna kontrola tipa od tačke do tačke.

Druga vrsta kretanja je poznata kao kretanje **ravnog reza**, i kod ovih mašina rezni alat je u stanju da se kreće paralelno sa jednom jedinom osom mašine u kontrolisanim koracima. Ova vrsta kretanja je veoma restriktivna, i mnogo manje se primenjuje u odnosu na **praćenje konture** pomoću NC mašine. Kretanje koje prati konturu je omogućeno primenom kretanja tačka po tačka i ravnog reza, kao i pokretima koji uključuju istovremenu preciznu kontrolu nad više od jedne ose mašine. Tipično kretanje koje prati konturu predstavlja pravolinijsko kretanje između proizvoljnih pozicija (poznato i kao **linearna interpolacija**), a lučno ili kružno kretanja, uglavnom u ravni, definisano je bilo kojim od dve ose mašine ose (poznato i kao **kružna interpolacija**). Naravno, primenom velikog broja kratkih linearnih poteza, svaka putanja može da se aproksimira. Ovaj metod se koristi za složenije krive (na primer, konusni delovi mašina ili oblici definisani splajn krivama).

Kretanje alata duž putanje kontroliše se programiranom kolivjnom materijala koja se skida (odseca) i, obično se izražava jediničnom dužinom skinutog materijala po obrtaju vretena mašine (na primer, mm po obrtaju ili količina materijala po jedinici vremena). Prva opcija se obično koristi za strugove, a druga je tipična za glodalice.

Osim kretanja sečiva (noža) u odnosu na radni predmet, kontroler će komandovati i radom pogonskog vretena, a i funkcijama kao što su snabdevanje tečnošću za hlađenje, promenom alat (sekača ili noža), podešavanjem stega itd. Sofisticiraniji moderniji kontrolori predstavljaju vezu sa ostalom proizvodnom opremom, kao što su trake, automatski vođena vozila ili robota zaduženog za menjanje delova.

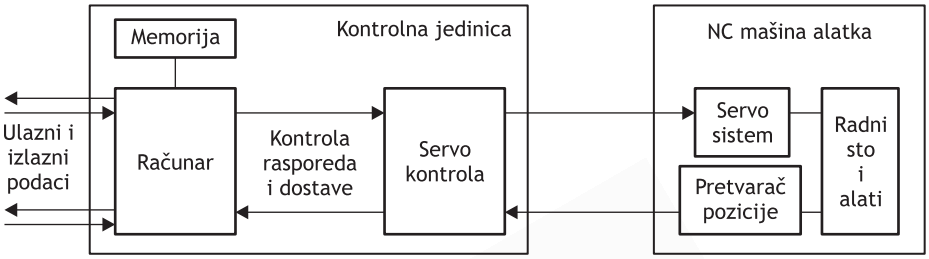
10.1.1. Kompjuterska numerička kontrola

Rani kontroleri su konstruisani korišćenjem termoelektronskih ventila i elektro-mehaničkih releja. Tokom vremena zamenjeni su diskretnim poluprovodnicima, ali do 1970. godine kontroleri su bili veoma ograničenih mogućnosti. Nisu imali mogućnosti da se skladište programi unutar upravljačke jedinice. Kontrolor je mogao da procesuira samo jednu komandu odjednom, dok je broj i obim dostupnih komandi bio veoma ograničen. Razvoj modernih kontrolera omogućila je posle 1970. godine primena računara u okviru same kontrole, tzv. **kompjutersja numerička kontrola** (CNC) i kontroleri su neminovno, u današnje vreme, ovog tipa. Oni omogućavaju lokalno skladištenje programa i uređivanje i uključivanje mnogo više sofisticiranih operacija – u smislu kontrolnih funkcija, komandi programskog jezik koji koristi kontrolor, kao i mogućnosti unosa i definisanja izlaznih objekata, i usaglašeni su sa konvencionalnim računarima. Blok dijagram za CNC sistema je prikazan na slici 10.5. Ranije CNC mašine su imale, najmanje, alfanumeričke tastature i ekrane, a sofisticiranije novije mašine imaju ekrane sa grafičkom verifikacijom putanje alata, kao što je prikazano na slici 10.6.

Direktna i distribuirana numerička kontrola

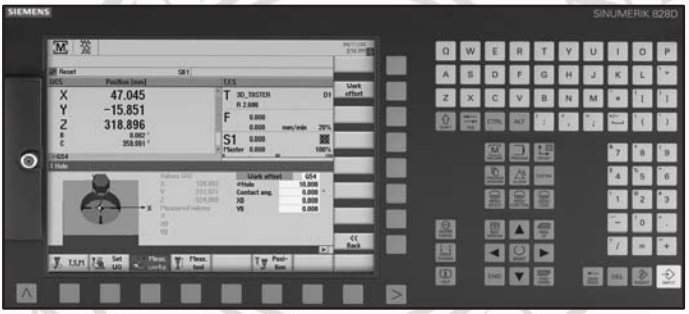
Kao što je pomenuto, tradicionalni način za čuvanje programa i njegovo prenošenje da mašine alatke je putem papirne trake. Ovo je pouzdana metoda, u prisustvu od strugotina,

maziva i buke električnih mašina buku u radionici, ali papirne trake su veoma glomazne i relativno lako se oštećuju (iako metalizirane trake prevazilaze to u određenoj meri).



Slika 10.5. *Blok dijagram CNC sistema*

U nekim slučajevima magnetni mediji - posebno priložene kertridž trake i više modernih hard diskova - korišćeni su kao medijumi za skladištenje, ali željeni način je da sada program direktno komunicira sa mašinom alatkom sa drugog računara.



Slika 10.6. *Grafički interfejs CNC mašine*

Postoje dva glavna načina na koji deo programa može da komunicira sa mašinom sa udaljenog računara. **Direktna numerička kontrola**, deo programa se kroz **blokove instrukcija** saopštava mašini alatki kao što se zahteva od strane udaljenog računara. Ova tehnika se oslanja na to da je računar uvek na raspolaganju po pitanju servisiranja mašine alatke, a kod modernih CNC mašina ovakav pristup je zamenjen **distribuiranom numeričkom kontrolom**, u kojima centralni računara preuzima potpune programe za CNC mašine po potrebi. Ove mašine mogu da sačuvaju jedan ili više programe u svojim lokalnim skladištima, tako da su oni nezavisni od centralnog računara, ali distribuirani aranžman omogućava fleksibilnost u određivanju mašina za obavljanje određenog posla. U oba sistema, distribuirana i direktna numerička kontrola, akronim DNC se koristi, mada termini DNC/CNC mogu da se koriste za distribuirani NC zbog zavisnosti od CNC kontrolera. Pored mogućnosti za skladištenje i distribuciju dela programa, DNC sistemi često pružaju sve vrste podataka i na taj način poboljšavaju komunikaciju mašine sa centralnim računarom u cilju pružanja informacija o upravljanju radionicom, kao i za integrisanje mašine alatke i ostale proizvodne opreme u integrisani veći sistem – na primer, za koordinaciju CNC mašina i robota zaduženog za utovar i istovar unutar proizvodnog pogona itd. Ova integracija se "sreće" i pod nazivom **integrisana numerička kontrola – INC**.

Za programe koji su zahtevni po pitanju kapaciteta memorije kontrolera DNC pristup je u redu, ali za veoma velike programe (na primer, za glodanje složenih površina) može biti potrebno da program "prođe" do mašine u "blokovima", i da obezbedi da mašina ne pravi pauze tokom rada, zbog prenosa podataka. DNC/CNC način rada ima prednosti u tome što CNC može, ako je neophodno, nezavisno da radi od DNC sistema.

10.1.2. Obradni centri

Pored dešavanja u po pitanju ekspanzije kontrolera mašine alatke i njihove računarske snage i obezbeđivanje spoljašnjih interfejsa, alatne mašine su nastavile da se razvijaju. Ovo je bitno u cilju proširivanja sposobnosti pojedinačnih mašina da preduzmu širok spektar operacija obrade uz minimalno vreme podešavanja i minimalne promene, ili da se omogući da što više operacija obrade može da se sprovede na istoj mašini. Dostupne mogućnosti u savremenim mašinama alatkama za ove namene su:

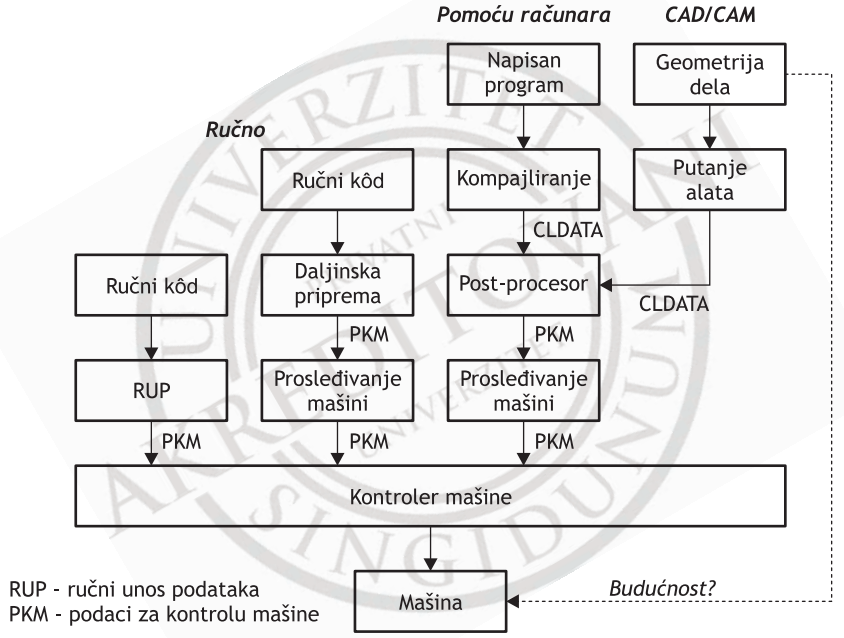
- Magacini alata i sistemi držača alata koji omogućavaju veliki broj alata – možda desetak na strugu ili više od 50 na glodalici – da se čuvaju i "učitavaju" na zahtev.
- Paleta sistema za učitavanje u koju se deo i prateći elementi ucitavaju i kompletan sklop paleta/deo se učitava u mašinu alatku za obradu. Dok se jedan deo mašinski obrađuje, drugi deo može da se priprema za obradu na postolju (paleti), a radni deo može da se promeni samo u slučaju da to zahteva promena palete. Veći integrisani sistemi imaju palete u kojima može biti smešteno više radnih delova, a te palete mogu da se iskoriste za transport radnih delova po proizvodnom sistemu.
- Višestruka vretena za obrade. Na primer, strug može biti obezbeđen vretenom za glodanje, tako da se operacije i struganjem i glodanjem mogu sprovesti na istoj mašini. Ovim se izbegava promena mašina za mnoge delove koji suštinski mogu da se odrade jednostavnim struganjem ili glodanjem. Druge mašine kombinuju vretena za glodanje i brušenje da bi ove dve operacije bile uključene u mašinsku obradu bez promena odgovarajućih delova i elemenata.

10.2. Priprema podataka za numeričku kontrolu

Drugo ime za sačuvani NC program je **program dela**, i proces pisanja ovakvih programa je poznat kao **programiranje dela**. Zadatak programiranja dela je da prevede predstavljenu geometriju komponente – verovatno crtež – prvo u specifikacije za rad koji se sprovodi na mašini alatki, a zatim u programske instrukcije za kontroler. Tradicionalno, to će biti urađeno tako što će programer da gleda inženjerski crtež komponenti, da na osnovu toga skicira putanje alata i da izvršava aritmetičke i trigonometrijske proračune za program. Onda sledi kodiranje u odgovarajućoj formi pre nego što se prenese na papirne trake. Ceo proces je dugotrajan, podložan greškama i prilično dosadan.

Mnoge NC mašine se još uvek ručno programiraju, posebno gde su delovi relativno jednostavni. Programiranje kompleksnih oblika je uvek bilo teško, međutim, i od ranih dana NC bili su prisutni alternativni pristupi programiranju delova pomoću računara. Ovakav

pristup je od izuzetne pomoću za određivanje pomeraja (*offset*) putanje noža za različite delove, i ima dodatnu zasluga za smanjivanja programskih grešaka. Prva od ovih metoda uključuje programske jezike za definisanje geometrije dela i kretanja noža, kako bi se usaglasila putanja noža u odnosu na radni predmet. Drugi pristup uključuje direktno "vađenje" podataka obrade (ponovo u formi putanje noža) iz CAD modela. Ove alternativne rute su prikazane, zajedno sa ručnim programiranjem dela, na slici 10.7. U svakoj računarski potpomognutoj ruti ili putanji, očigledno je da su putanje noža proizvedene u generičkom (mašinski nezavisnom) formatu, a onda se konvertuju programom pod imenom **post-procesor** u oblik pogodan za mašine alatke (ti podaci su poznati kao **podaci za kontrolu mašine** – **PKM**).



Slika 10.7. *Alternativne putanje za programiranje dela*

Program dela uglavnom sledi prilično dobro definisanu sintaksu (mada uz neke varijacije zbog razlike između mašina i kontrolera). Nažalost, ova sintaksa je prilično stara. Suštinski gledano, mašina prima instrukcije kao niz blokova koji sadrže skup komandi za operacije i parametre mašine, kao i podatke o dimenzijama i brzini. Svaka komanda je u vezi identifikacionim slovom, pa se ona, generalnom gledano, identifikuje brojem. Oni su klasifikovani kao što sledi:

- **Redni broj** (identifikator N) je jednostavni identifikacioni broj za blok, u rastućem numeričkom redosledu (ali ne nužno u kontinuiranom nizu).

- **Pripremna funkcija** (identifikator G), priprema upravljačku jedinicu mašine za datu operaciju, i obično uključuje kretanje noža.

- **Dimenzioni podaci** (identifikatori X, Y, Z, A ili B) sadrže podatke o lokacijama i rotacijama prilikom kretanja noža.
- **"Dotok" materijala** (identifikator F) se koristi da bi se odredila količina materijala koju "skida" nož prilikom kretanja.
- **Funkcija brzine** (identifikator U) se koristi da bi se odredila brzina vretena, ili da bi se podesili parametri za rad stalnom površinskom brzinom.
- **Funkcije alata** (identifikator T) se koriste da bi odredio nož koji će se koristiti, gde postoji više izbora, a takođe da navede određene pomeraje (*offsets*) noža.
- **Ostale funkcije** (identifikator P) se koriste da označe određene režime rada, obično da uključi određenu funkciju mašine (kao što je snabdevanje tešnošću za hlađenje) ili da isključi.

Kraj bloka je označen sa eob (*end of block – eob*). Ove funkcije se mogu dalje podeliti na **modalne** komande, što postavljaju parametre (na primer, brzine vretena) sve dok ne budu promenjeni drugom komandom istog tipa, i **jednokratne** komande, koje rade samo u vreme kada je to određeno.

Postoji više načina predstavljanja komandi. Po konvenciji, podataci u okviru bloka se definišu u nizu:

N G XYZAB F S T M eob

i ovaj redosled je korišćen u formatima poznatim kao **fiksni sekvencijalni** i **pomereni sekvencijalni** koji se koriste da bi identifikovali određene stavke podataka. Daleko najčešći format podataka je **slovno adresiranje**, koji koristi slovni identifikator za svaku komandu u cilju identifikovanja tipova podataka koji slede. Nema potrebe da unose podaci dok to nije neophodno, a samim tim format je kompaktan.

Postoji više varijacija po pitanju formata podataka u okviru bloka, a posebno za numeričke podatke. To je zato što različite mašine obično imaju različit broj karaktera pre decimalne tačke u dimenzionalnim podacima (anglosaksonski podaci će obično imati četiri znaka posle decimalne tačke, dok metrički podaci će imati tri). Neke mašine će, takođe, omogućiti prikazivanje nula i pre i posle decimalne tačke, kao i mogućnost da decimalna tačka nestane.

Tako, na primer, iste komande mogu biti zastupljene na sasvim različite načine na različitim mašinama. Sledeće sekvence daju identična uputstva:

```
N001 G01 X45. Y75.125 Z150. F.75 S3000 eob
```

ili

```
N001 G01 X045000 Y075125 Z150000 F075 S3000 eob
```

Pripremne i druge funkcije mogu biti različite u zavisnosti od operacije do operacije koje treba programirati. Slede liste tipičnih operacija u svakoj kategoriji i njima pridruženi brojevi. Čitalac treba da ima na umu da liste nisu kompletne i da mnogi kontroleri nisu u skladu sa ovim vrednostima.

Ovo su uopštene liste i zadovoljavaju najveći mogući broj kontrolera, bar po pitanju osnovnih funkcija. Sledi lista pripremnih komandi (**G kôd**):

- G00 – pozicioniranje po sistemu tačka po tačka;
- G01 – linearna interpolacija;
- G02 – kružna interpolacija u smeru kretanja koji se poklapa sa kretanjem kazaljke na satu;
- G03 – kružna interpolacija u suprotnom smeru kretanja od kretanja kazaljke na satu;
- G04 – vreme zastanka (kontakta);
- G05 – držati ili zadržavati;
- G33 – rezanje, stalno vođenje;
- G40 – otkazivanje kompenzacije za nosni poluprečnik alata;
- G41 – leva kompenzacija nosnog radijusa (poluprečnika) alata;
- G42 – desna kompenzacija nosnog radijusa (poluprečnika) alata;
- G43 – kompenzacija dužine noža (rezača);
- G44 – odustajanje od kompenzacije dužine noža (rezača);
- G70 – dimenzije u inčima;
- G71 – metričke dimenzije;
- G90 – apsolutne dimenzije;
- G91 – porast dimenzija;
- G92 – vrednost pomeraja (*offset*).

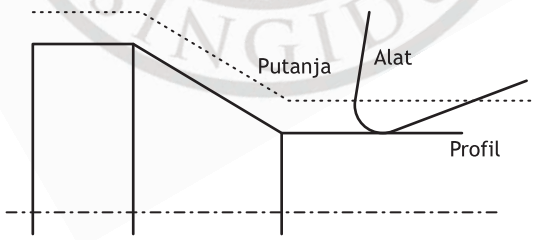
Sledi lista raznih ostalih komandi (**M kôd**):

- M00 – zaustavljanje programa;
- M01 – opciono zaustavljanje;
- M02 – kraj programa;
- M03 – vreteno počinje da se vrti u smeru kretanja kazaljke na satu;
- M04 – vreteno počinje da se vrti u smeru koji je suprotan smeru kretanja kazaljke na satu;
- M05 – zaustavljanje vretena;

- M06 – promena alata;
- M07 – aktivna rashladna tečnost u obliku magle (pare);
- M08 – aktivna rashladna tečnost u izvornom obliku;
- M09 – isključivanje rashladne tečnosti;
- M10 – uspostavljanje spoja (spona);
- M11 – "raskidanje" spoja (spone);
- M13 – vreteno se vrti u smeru kretanja kazaljke na satu, tečnost za hlađenje je uključena;
- M14 – vreteno se vrti u smeru suprotnom od kretanja kazaljke na satu, tečnost za hlađenje uključena;
- M30 – kraj trake, premotavanje.

Naići će se na objašnjenja za mnoge od termina koji se koriste u dogledno vreme, ali treba imati na umu da posebno:

- **Apsolutno** programiranje podrazumeva da su koordinate lokacije date kao apsolutne vrednosti unutar koordinatnog prostora mašine, dok **inkrementalno** programiranje implicira da svaki navedeni pomeraj predstavlja inkrementalni pomeraj iz prethodne pozicije. Uopšteno, mašine će raditi i u apsolutnom ili u inkrementalnom režimu, prema tipu povratnog pretvarača sa kojima su opremljene. Treba napomenuti i da je u apsolutnom režimu dozvoljena promena koordinatnog početka. Na primer, kod struganja, koordinatni početak može da bude na kraju obratka.



Slika 10.8. *Putanja noža i kompenzacija nosnog poluprečnika alata*

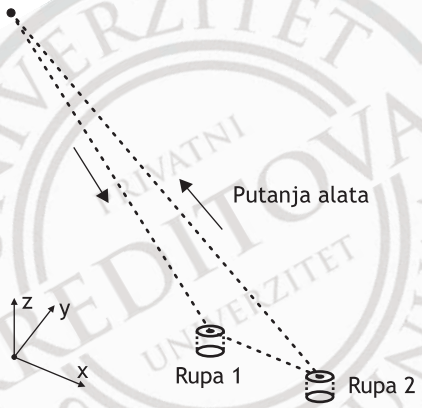
- **Kompenzacija noža** se koristi zato što većina alata - čak i za struganje - ne reže u jednoj tački, nego ima zakrivljenu oštricu. Bez kompenzacija potrebno je da programer stalno vodi računa o kretanju noža i njegovoj orijentaciji unutar radnog prostora mašine. Na primer, za struganje profila prikazanog na slici 10.8, put centra noža treba da prati isprekidanu liniju – put noža je definisan definisanjem pomeraja u funkciji od poluprečnika noža, a promena pravca zavisi od konture profila. Iako je izračunavanje ovih pomeraja relativno jednostavno, to je zamorno i predstavlja izvor grešaka. Ovo omogućava programeru da programu prosledi željeni profil, i da

pokaže sa koje strane se nalazi nož. Odgovarajuća kontrola onda čini odgovarajuće proračune da bi se definisala putanja sečiva. Treba dodati da ovakav pristup ima i svoju prednost, jer poluprečnik nosa alata može da se menja bez promene programa.

- **Konstantna brzina** obrade obuhvata podešavanje brzine vretena u cilju održavanja konstantne brzine noža u odnosu na radni predmet. Postoji, generalno, optimalna brzina rezanja za uklanjanje metala u bilo kojoj mašinskoj operaciji (u zavisnosti od tipa noža i materijala koji treba da se obrađuje). Varijacija poluprečnika nosa noža pretvara određivanje optimalne brzine u teško ostvariv posao.

Primer programa

Za kraj sledi jednostavan program za bušenje dve rupe na ploči, kao što je prikazano na slici 10.9.



Slika 10.9. *Putanja alata za bušenje dve rupe na ploči*

Sledi sintaksa programa, s tim što je svaki red programa označen redni broj i ispod sintakse sledi objašnjenje svakog reda, pod tim istim rednim brojevima.

```
 1. N010  G90
 2. N020  G71
 3. N030  G00   X0    Y0    Z300   T01   M06
 4. N040  G00   X100  Y100  Z25
 5. N050  G01   Z17   F400  S3000  M03
 6. N060  G00   Z25   M05
 7. N070  G00   X150
 8. N080  G01   Z17   F400  S3000  M03
 9. N090  G00   Z25   M05
10. N100  G00   X0    Y0    Z300   T02   M06
11. N110  G00   X100  Y100  Z25    M08
12. N120  G01   Z3    F350  S2000  M03
13. N130  G00   Z25   M05
14. N140  G00   X150
```

```
15. N150  G01   Z3    F350  S2000  M03
16. N160  G00   Z25   M05   M09
17. N170  M00
18. N180  M30
```

Sledi objašnjenje sintakse, red po red:

1. Biraju se apsolutne jedinice i dimenzije.
2. Biraju se metričke jedinice.
3. Učitavanje tačke centra bušenja.
4. Dovođenje alata iznad prve rupe.
5. Bušenje prve rupe za vođenje alata.
6. Izvlačenje male burgije.
7. Dovođenje alata iznad druge rupe.
8. Bušenje druge rupe za vođenje alata.
9. Izvlačenje male burgije.
10. Nameštanje burgije prečnika $10\,\mathrm{mm}$ za bušenje.
11. Dovođenje alata iznad prve rupe.
12. Bušenje.
13. Izvlačenje burgije.
14. Dovođenje alata iznad druge rupe.
15. Bušenje.
16. Izvlačenje burgije.
17. Zaustavljanje programa.
18. Vraćanje na početak.

10.2.1. Ručno programiranje

Ručno programiranje dela podrazumeva da jedna osoba (koja radi na mašini) radi programiranje – programer dela – radi bez pomagala i određuje program direktno. Ovo je, prvobitno, često bio zamoran proces, a posebno za one delove gde je veliki broj zahteva za uklanjanje materijala, jer proračun putanja alata zahteva mnogo detaljnija trigonometrijska izračunavanja. Ovaj način je i potencijalno podložan greškama, zbog rizika da naprave greške prilikom unosa podataka.

Neki problemi ručnog programiranja dela nastaju kao posledica onoga što odgovarajući proizvođač zove "pomagala za produktivnost programiranja". Ove karakteristike su uzete iz "viših" jezika i obuhvataju:

- Specijalne pripremne komande za zajedničke operacije obrade koje podrazumevaju ponavljanje poteza. Ove komande su ekvivalentne bibliotekama standardnih podprogramima ili procedurama u konvencionalnim programskim jezicima, i primenjuju se za operacije kao što su gruba rezanja tipičnih oblika, bušenja, rezanja navoja itd.
- Sekvence komandi koje je korisnik kreirao, poznatije kao **podprogrami** ili **makroi** mogu biti pozvane u više navrata u delu programa, eventualno sa promenljivim parametrima da obezbedi promenljivost numeričkih podataka u programu.

Ova druga osobina je ponekad dovoljno moćna da promenljivi parametri mogu da se koriste za definisanje dimenzija za obradu kompletne porodice jednostavnih delova.

10.2.2. Računarom podržano programiranje za izradu dela

Prvi alternativni put ručnog programiranja dela je da se koristi računarski jezik u kome se definiše geometrija dela i putanja alata, i da se pusti računarski sistem da sâm izvršava proračune pomeraja (*offset*). Iako računar oslobađa programera delova od mnogih opterećujućih zadataka programiranja, ipak je neophodno da on definiše redosled operacija, "dotok" materijala i brzine, alate za korišćenje i opšta kretanja tokom rezanja. Faze programiranja potpomognute od strane računara mogu da se rezimiraju kao što sledi:

1. Identifikovanje geometrije dela, opšta kretanja noža, parametre "vezane" za materijal, brzine i alat.
2. Kodiranje geometrija, putanja alata i opštih instrukcija za mašinu kroz dostupni programski jezik. Ovaj kôd je poznat kao **izvorni kôd**. U širokoj upotrebi za ovakve zadatke je jezik za automatsko programiranje alata – APT (*Automatically Programmed Tools – APT*) i njegovi derivati, kao što je COMPACT II.
3. Kompajliranje ili **procesuiranje** izvornog koda za proizvodnju mašinski nezavisne liste kretanja alata i informacija za pomoćna kretanja mašina, poznat kao **fajl sa podacima o lokacijama alata – CLDATA** (*Cutter Location Data File – CLDATA*).
4. **Postprocesiranje** (tako se zove jer se održava nakon faza 3) CLDATA omogućava proizvodnju datoteke za kontrolu mašine (*Machine Control Data – MCD*) za određene ciljne mašine. Format datoteke CLDATA za APT programski jezik je definisan u ISO standardima.
5. Prenošenje MCD na mašinu i testiranje.

APT jezik

Jezik za **automatsko programiranje alata** (APT) je u početku razvijen na MIT-u i na Institutu za tehnologiju u Ilinoisu krajem pedesetih i početkom šezdesetih godina prošlog veka. Jezik predstavlja trodimenzionalni sistem koji može da kontroliše mašine do pet osa kretanja. Takođe je izazvao razvoj mnogo derivata i, iako ima oko 30 godina, i danas je u upotrebi.

APT jezik uključuje naredbe koje su smeštene u sledeće četiri klase:

- **geometrijske komande**, koje obuhvataju definicije onih aspekata geometrije dela relevantnih za mašinske operacije;
- **komande kretanja** koje definišu kretanje reznog alata u odnosu na geometriju dela;
- **post-procesorske komande** koje sadrše uputstva za mašinu koja su ostala nepromenjena u CLDATA fajlu i koje može da tertira post-procesor;
- **pomoćne komande** koje pružaju dodatne informacije APT procesoru dodeljujući delu naziv, tolerancije koje treba da se primene itd.

Redosled kojim se pojavljuju ove komande je važan. Sekvence normalnog programa su:

- **pomoćne komande**: da odrede naziv dela i post-procesor;
- **komande koje se "bave" geometrijom**;
- **pomoćne i post-procesorske komande**: da definišu rezni alat i tolerancije, kao i uslove obrade;
- **komande kretanja**;
- **pomoćne i post-procesorske komande**: da isključe vreteno i hlađenje, kao i da zaustave program.

Opšti oblik "geometrijske komande" je:

```
symbol = geometry_word/descriptive data
```

gde je `symbol` naziv za geometrijsk element (korišćenje do 6 znakova, počevši od slova) i ima istu ulogu kao ime promenljive unutar "višeg" programskog jezika, a `geometry_word` je **glavni naziv** geometrijskog tipa. Ovi elementi obuhvataju, između ostalog, tačke, linije, ravni, kružnice, kupe, lopte, obrtne površine i razvučene valjke. Simbol pod nazivom `descriptive data` sadrži numeričke podatke potrebne za definisanje entiteta, referenci ka imenima drugih entiteta korišćenih u svojoj definiciji, kvalifikacija **manje bitnih reči** koje ukazuju na vrstu geometrijske definiciju koja se koristi (na primer, INTOF ukazuje na to da presek entiteta treba da se koristi). Sledi primer gde sledeća sintaksa

```
CIR = CIRCLE/CENTER, PT, TANTO, LN
```

definiše kružnicu, CIR, koju tangira linija LN i sa centrom u tački PT.

Kada se jednom definiše geometrija dela, onda APT programer može odrediti kako će rezni alat da se kreće, ili u apsolutnom ili u inkrementalnom smislu, pomoću komande GOTO/(apsolutna pozicija) ili GODLTA/(inkrementalni pomeraj) respektivno, ili odnosu na deo. Poslednje se postiže definisanjem putanje alata u odnosu na geometrijske entitete duž putanje ograničene drugim entitetima, koristeći reči za kretanje kao što su GOFWD (napred), GOBACK (nazad), GORGT (idi desno) itd.

Post-procesorske komande kontrolišu rad vretena, napajanje i druge karakteristike mašine alatke. Neke uobičajene post-procesorske komande su (gde / ukazuje na to da je potrebno dodati opisne podatke):

- COOLNT/ za kontrolisanje hlađenja – na primer, ON ili OFF;
- RAPID da izabere brzo kretanje reznog alata;
- SPINDL/ da uključi ili isključi vreteno (ON/OFF), brzinu i smer rotacije;
- FEDRAT/ da odabere brzinu dotura;
- TURRET/ da odabere broj reznog alata.

Pomoćne komande se koriste za pružanje informacija koje zahteva APT procesor u obradi izvora. Ovo uključuje na primer, ime dela koji se obrađuje i detalje potrebne za izračunavanja pomeraja, uključujući veličinu alata i tačnost aproksimacije kada se iscrtava kriva linija odgovarajućim brojem pravolinijskih segmeneta.

APT, takođe. uključuje mogućnosti za aritmetičke manipulacije (koristeći istu notaciju kao programski jezik FORTRAN kao) i za petlje, i mogućnosti primene podprograma poznatih pod nazivom **makro**. Ovo omogućava programeru da operacije koje se ponavljaju kreira kao jednu grupu komandi i može ovu grupu komandi da poziva više puta u okviru programa. On, takođe, omogućava da simbolični parametri (promenljive) mogu da se koriste umesto stvarnih vrednosti. U trenutku kada makro pozove ove simbole njima se dodeljuju stvarne vrednosti koje će se dalje koristiti. Na primer, treba pretpostaviti da je potrebno izbušiti niz rupa. Pretpostavlja se i da su dubina bušenja (DPTH), brzina vretena (SPED), brzina "odvođenja" materijala (DRFR) i klirens bušilice iznad dela (CLRNC) promenljive. Makro pod nazivom DRILL može da se definiše na sledeći način:

```
DRILL = MACRO/DFTH, SPED, DRFR, CLRNC
        DX1 = CLRNC*0.9
        DX2 = DPTH + CLRNC - DX1
        RAPID
        GODLTA/0, 0, -DX1
        SPINDL/SPED, CLW
        FEDRAT/DRFR, MMPM
        GODLTA/0, 0, -DX2
        GODLTA/0, 0, DX2
        RAPID
        GODLTA/0, 0, DX1
        SPINDL/OFF
        TERMAC
```

Svaki put kada je potrebna operacija bušenja, programer umeće u program:

```
CALL/DRILL, DPTH = depth, SPED = spindle speed, DRFR = feedrate,
            CLRNC = clearance
```

zamenjujući na taj način nekoliko komandi koje će biti potrebne. Primer za tipične vrednosti može biti:

```
CALL/DRILL, DPTH = 100, SPED = 2000, DRFR = 150, CLRNC = 20
```

Iako je ovde iskorišćen primer makora za bušenje, u mnogim APT sistemima je moguće koristiti ovu karakteristiku kako bi se obezbedila **ciklična** primena. Ova funkcija se koristi za standardne operacije. Komande cilusa ili ciklične komande su post-procesorske komande, koje prolaze direktno do post-procesora u cilju konverzije u odgovarajuće komande mašine. Na primer, ciklus bušenja može biti:

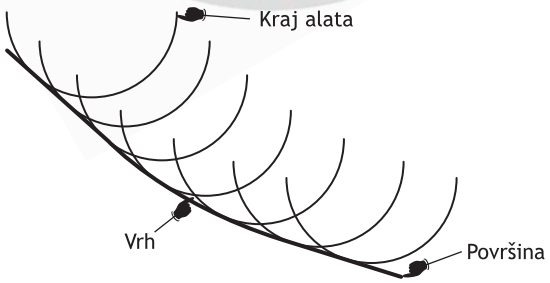
```
CYCLE/DRILL, R, point, F, depth, IPM, feedrate
```

gde manje važna reč DRILL određuje tip ciklus, i ostale manje bitne reči R, F i IPM ukazuju na tačku prekida brzog pristupa, brzine radnog dela i odvođenja materijala, respektivno.

10.3. Izrada iz 3D modela

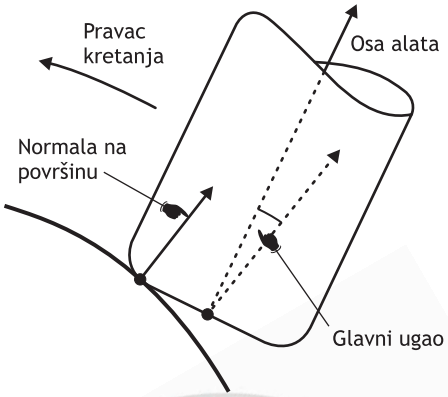
Sledi razmatranje detalja po pitanju generisanja informacija za obradu koje proističu iz površinskih i čvrstih modela. Suštinski problem pri obradi površina mogu biti dvostruko zakrivljene površine, uz velika odstupanja u zakrivljenosti. Softver mora da sadrži različite strategije za različite vrste površina, i mora da obezbedi da u procesu obrade rezni alat ne dolazi u interferenciju sa delovima koji se obrađuju, osim one koje ima za cilj da smanji.

Tokom glodanja površine dve glavne kategorije: mašine sa tri i pet osa. U radu sa starijim mašinama rezni alat je uvek bio sa fiksnim uglom u odnosu na obradak – normalno usklađen sa z osom – i rezni alati sa zaobljenom glavom se uglavnom koriste za konkavne površine. Ovo omogućava korišćenje relativno jeftinih mašina, softvera i kontrola, ali ima manu u obliku vrhova koji ostaju između prolaza alata, kao što je prikazano na slici 10.10. Očigledno je da postoji veza između veličine vrha i broj upotrebljenih putanja za rezni alat (programi su često u stanju da odrede broj putanja za datu visinu vrha ili obrnuto). U aktuelnoj praksi, današnje mašine imaju memorije velikog kapaciteta i dozvoljavaju primenu izuzetno malih koraka između susednih putanja (staza), a samim tim i ostaje materijal sa malim vrhom, ali bez obzira na sve još uvek je potrebno ručno doradivanje.



Slika 10.10. *Vrhovi koji se pojavljuju između prolaza reznog alata*

U radu sa petoosnom mašinom osa reznog alata varira tako da odgovara orijentaciji površine. U principu rezni alat bi mogao biti usklađen sa normalom na površinu, ali u praksi je čest slučaj da se rezni deo ne nalazi na dnu alata, nego sa strane kao što je prikazano na slici 10.11.

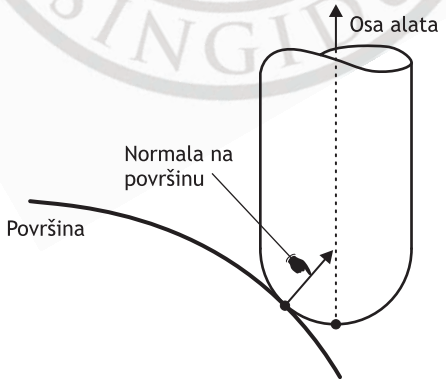


Slika 10.11. *Nagib glave reznog alata kod petoosne mašine*

Na ovaj način se obezbeđuje veća efikasnost reznog alata kada radi sa najvećim mogućim poluprečnikom glave. Takođe je normalno da petoosne mašine upotrebljavaju rezne alata sa pravougaonim (četvrtastim) glavama, koje praktično eliminišu proizvodnju vrha, ali ovi rezni alatu su primenljivi jedino na konveksnim površinama.

Određivanje lokacija sečenja

U radu sa troosnim ili petoosnim glodalicama, jedan od problema je i definisanje lokacije alata, jer treba odrediti gde alat dodiruje povšinu i treba voditi računa o tome da centar alata prati putanju. Ovo je najlakše definisati za rezni alat sa zaobljenom glavom, gde je centar glave udaljen udaljen za vrednost poluprečnika u pravcu normale na površinu od tačke dodira (slika 10.12).



Slika 10.12. *Lokacija dodirne tačke reznog alata sa zaobljenom glavom*

Ova normala površine može se izračunati kao vektorski proizvod parcijalnih razlika u dva parametarska pravca:

$$\vec{n} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{p}}{\partial v} \tag{10.1}$$

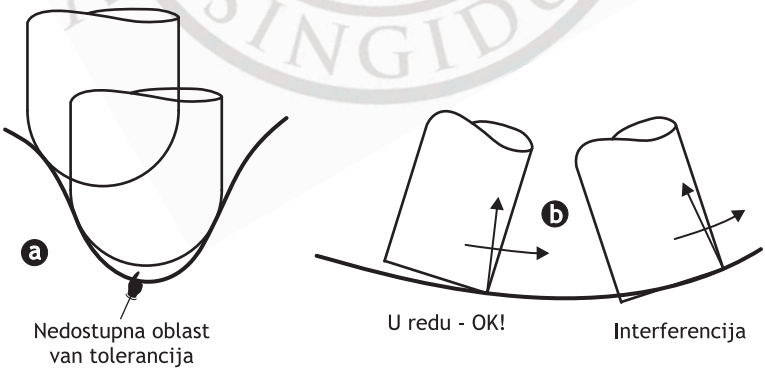
Redosled koraka za generisanje putanje na troosnoj glodalici sa reznim alatom koji ima zaobljenu glavu bi mogao da bude:

- Za svaku vrednost parametra v (uvećan jednakim koracima koji su izabrani da daju potrebnu visinu vrha), treba obezbediti priraštaj u parametra u jednakim koracima (izabranim da daju potrebne tolerancije), i za svaki priraštaj trebalo bi:
  - izračunavati poziciju, $\vec{p}$, na površini sa datim vrednostima u i v;
  - izračunavati normalu površine normalne $\vec{n}$ u $\vec{p}$;
  - izračunavati pomeraj centra nosa reznog alata za vrednost poluprečnika r, duž $\vec{n}$ od $\vec{p}$.

Isti osnovni principi, iako sa dosta više algebarske i računarske složenosti, mogu se primeniti na petoosnoj glodalici, mada se u tom slučaju osa reznog alata (sečiva) usklađuje sa normalom na površinu, ili je malo nagnuta, kao što je prikazano na slici 10.11.

Detekcija glodala

Kada se obrađuje konkavna površina, poluprečnik završnog dela reznog alata bi, u idealnim slučajevima, bi treba da bude manji ili jedank najmanjem poluprečniku (radijusu) na delu, tako da je moguće obraditi sve površine. Međutim, to nije uvek moguće i u takvim slučajevima postoji rizik da rezni alat ne može da dopre do određenih mesta ili da dođe do interferencije sa površinom. To, takođe, može da se javi i kod petoosnim glodalica kada rezni alat ne može da dopre do svih površina zahvaljujući svojoj orijentaciji. Kod petoosnih glodalica izbor glodala je komplikovaniji, jer mora da se uzme u obzir cela geometrija reznog alata, posebno ako se mašinki obrađuju konkavne površine. Primeri potencijalnih uslova za glodala prikazani su na slici 10.13.



Slika 10.13. *Primeri potencijalnih uslova za glodala*

10.3.1. Generisanje putanje alata iz solida (krutog modela)

Dugi niz godina, glavna aktivnost CAM-a je obrada površina i profila omeđenih krivama. Softverski CAM sistemi zahtevaju i značajnu stručnost korisnik u obradi dela - sistem će

generisati putanje alata potrebne za izradu mašinskog dela, ali ukupan redosled operacija i uslovi rezanja, brzine i odvođenje strugotina su odgovornost korisnika programa. Evolucija mogućnosti CAM-a se značajno menja u oba pravca, posebno kroz sledeći razvoj:

- Automatsko određivanje z **slojeva** prilikom obrade čvrstog modela, u kojoj se putanja alata za obradu generiše po slojevima na određenim visinima (dubinama), a onda se upotrebom određenih algoritama definiše zazor materijala na svakoj dubini.

- Generisanje putanje alata u kontekstu **okruženja obradnog centra**. Generisanje putanje alata ne vodi samo računa o "sudarima" između alata i obratka, i neusaglašenosti radnog dela i alata, nego vodi računa i o interakciji između alata i radnog dela, o međuproizvodima, o sponama i stezaljkama, kao i o rasporedu samih mašina alatki.

- **Osenčen prikaz** i okruženja mašine alatke i mašinskih operacija. Provera putanja alata je veoma olakšano generisanjem osenčenih prikaza svih elemenata, kao i dinamičnog prikazivanja stanja dela u svakoj fazi procesa obrade, kako bi se pokazao efekat uklanjanja materijala.

- **Obrade zasnovana na alatu**, u kojima opis radnog dela, pomoću kolekcije alata, može da se koristi za pozivanje sekvenci za izradu prototipa uz primenu pojedinih alata, uz izbor parametara obrade direktno iz podataka o alatima ili alatu.

- Inkorporiranje **mašinskih pravila** kako bi softver mogao da napravi inteligentne odluke o dubini rezanja, brzini i otklanjanju materijala u skladu sa geometrijom, materijalom alata i obratka.

- **Biblioteke alata i pribora**, koje mogu biti kombinovane sa alatom i ostalim komponentama, na osnovu pravila obrade.

- **Pridružene obrade**, u kojima mašinske operacije moraju biti povezane sa geometrijom obratka i drugim parametrima koji utiču na promene atrubuta dela, kako bi mogao da se uradi automatski proračun putanje alata. Na primer, promena materijala obratka može da izazove promenu dubine glodanja, ili promena u geometriji bi mogla da izazove brzu reviziju putanje alata.

10.4. Brza izrada prototipova

Treća faza pri izradi modela se pominje kao **otelotvorenje dizajna**, u kojoj je konceptualno rešenje razvijeno u nekim detaljima, problemi su rešeni i slabi aspekti dizajna su eliminisani. Često je u ovoj fazi projektovanja neophodno obezbediti da otelotvorenje dizajna bude, u stvari, za šta je namenjeno. Ovo se postiđe putem **prototipa**. Kreiranje prototipova je korisno iz više različitih perspektiva. Prvo, dostupnost prototip omogućava razgovor sa ostalim kolegama, uključujući, na primer, osoblje iz odeljenja za marketing i prodaju, inženjerima u proizvodnji, kao i sa klijentima i kupcima. Drugo, prototipovi su korisni da pomognu dizajneru da se sagledaju kompleksne strukture i površine i zaista

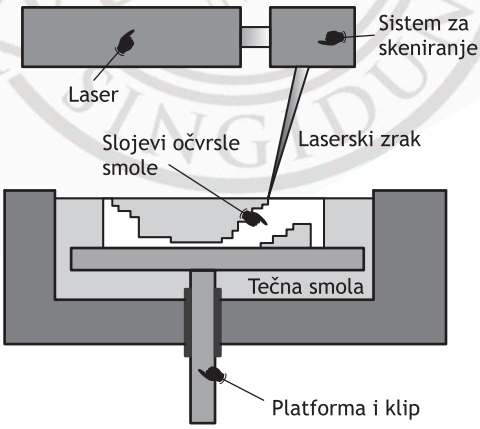
može da se koristi za proveru raznih inženjerskih karakteristika, na primer, korišćenje dizajniranog modela automobila u aerotunelu (u određenoj razmeri ili u pravoj veličini) radi provere aerodinamičkih performansi.

Do sada korišćen termin model se odnosi na apstraktnu ili matematičku prezentaciju. Jasno je da se ovde govori o fizičkim modelima, često od gline i voska. Kreiranje fizičkog modela je, međutim, **dugotrajan zadatak** koji zahteva usluge kvalifikovanih stručnjaka.

Za mnoge proizvodne kompanije, međutim, vreme je postalo konkurentno oružje - vreme je mereno kao vreme potrebno da novi proizvodi dođu na tržište i kao vreme da se ispuni nalog klijenata.

Vreme do tržišta odnosi se na vreme koje je utrošeno od razvoja početnih konceptualnih proizvoda do proizvoda koji su na raspolaganju korisniku. Kompanije traže da se smanji vreme do tržišta primenom konkurentnog (ili istovremenog) inženjeringa i pomoću tehnologija za brzu izradu prototipova.

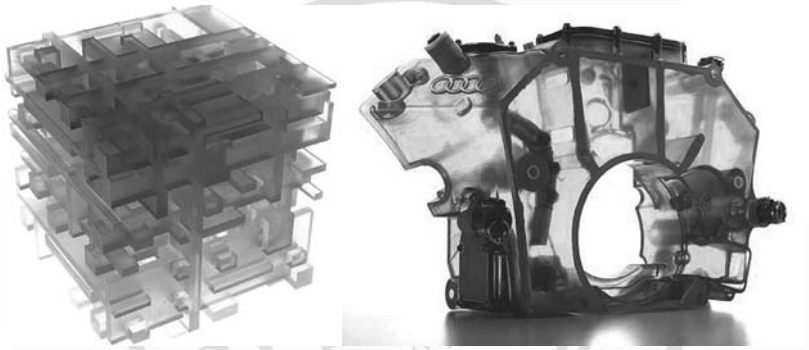
Tehnički gledano, brza izrada prototipova je termin koji se koristi za opisivanje određenog broja tehnika koje brzo proizvode krute fizičke modele komponenti i proizvoda korišćenjem 3D računarskih podatka za grupu relativno novih proizvodnih tehnologija. U principu ove tehnologije proizvodnje kreiraju proizvode dodavanjem slojeva materijala (ili polaganjem materijala), radije nego od procesom uklanjanja metala odgovarajućom obradom. U suštini brza izrada prototipova pretvara 3D CAD podatke u fizički model, bez potrebe za alatima posebne namene. Među više poznate procese brze izrade prototipova spadaju stereolitografija, selektivno lasersko sinterovanje i slojevito (ili laminirno) modelovanja objekta.



Slika 10.14. *Stereolitografija*

Stereolitografija je najviše zastupljena tehnologija za brzu izradu prototipova. Stereolitografijom se dobijaju plastični delovi i objekti iz slojeva putem puštanja laserskog zraka na površinu kade u kojoj je tečan foto polimer. Ova klasa matarijala brzo očvršćava tamo gde laserski zrak dodirne površinu tečnosti. Kada se jedan sloj oformi, spušta se za malu visinu unutar kade i sledeći se nanosi na površinu prvog. Adhezivna svojstva materijala

uzrokuju da slojevi budu čvrsto povezani među sobom i brzo formiraju kompletan trodimenzionalni objekat nakon formiranja svih slojeva posebno. Neki objekti moraju imati noseću strukturu. Oni se izrađuju ili ručno ili automatski i izrađuju se zajedno sa objektom. Nakon završetka procesa izrade, objekat se podiže iz kade i sklanja se noseća struktura. Smatra se da stereolitografija omogućava najveću tačnost i najbolji kvalitet površina od svih ostalih tehnologija za brzu izradu prototipova. Tokom godina razvijen je širok spektar materijala sa termoplastičnim svojstvima. Ograničen izbor promene boje materijala u biomedicinske i druge primene je moguć. U novije vreme razvijeni su i materijali na bazi keramike. Ova tehnologija se primenjuje za izradu delova velikih dimenzija. Kao nedostatak, rad sa tečnim materijalima može biti komplikovan i delovi često zahtevaju postprocesiranje u odvojenim aparaturama u obliku kade za poboljšanje stabilnosti, čvstoće i drugih karakteristika.



Slika 10.15. *Stereolitografija – izrađeni modeli*

Selektivno lasersko sinterovanje (SLS) je sličan proces stereolitografiji. Termoplastični prah se nanosi valjkom na površinu cilindra za fabrikaciju. Klip cilindra se pomera nadole za po jedan sloj objekta da omogući nanošenje novog sloja praha. Sistem za snabdevanje prahom je sličan kao i fabrikacioni cilindar. Klip se kreće nagore inkrementalno i snabdeva se odmerenom količinom praha za svaki sloj. Laserski zrak se zatim pušta preko površine sloja ovog slabo kompaktnog praha i selektivno ga očvršćava da oformi sloj. Fabrikaciona komora je podešena na temperaturu tek nešto nižu od tačke topljenja praha tako da toplota lasera treba da samo malo poveća temperaturu da bi omogućila sinterovanje. Ovo uveliko ubrzava proces. Proces se ponavlja dok se ceo objekat ne formira. Nakon formiranja celog objekta klip se podiže nagore i podiže deo. Višak praha se jednostavno skida i može se naknadno završno obraditi. Nikakve noseće strukture nisu potrebne sa ovom metodom. SLS nudi ključne prednosti pri izradi funkcionalnih modela delova posebno kod finalnih materijala. Međutim, ceo sistem je mehanički kompleksniji od mnogih drugih tehnologija. Širok spektar termoplastičnih materijala, kao Žto su: najlon, staklom punjeni najlon i polistiren su raspoloživi za korišćenje. Kvalitet površina i tačnost nisu dobre kao kod nekih tehnologija, ali karakteristike materijala su približne. Ovaj metod se koristi kod direktne izrade metalnih i keramičkih objekata i alata. Posledica sinterovanja materijala je poroznost. Može biti neophodno da se u deo (naročito ako je metalni) infiltira neki drugi materijal da bi poboljšao mehaničke karakteristike.

Glava 11

Roboti

Industrijski robot je programibilna mašina opšte namene sa antropomorfnim karakteristikama. Najznačajnija antropromorfna karakteristika industrijskog robota je njegova mehanička ruka, koja se koristi za obavljanje raznih industrijskih zadatke. Po pitanju drugih ljudskih karakteristika robot je u mogućnosti da odgovori na senzorne ulaze, da komunicira sa drugim mašinama i da donosi odluke. Ove mogućnosti dozvoljavaju robotima da obavljaju različite korisne zadatke. Razvoj tehnologije robotike prati razvoj numeričke kontrole i te dve tehnologije su prilično slične. Obe tehnologije uključuju koordinisane kontrole više osa (ose se zovu `zglobovi` u robotici), i obe koriste namenski digitalne računare kao kontrolere. Dok su NC mašine dizajnirane da obavljaju određene procese (na primer, mašinske obrade, probijanje rupa u metalnim limovima i toplotno sečenje), roboti su dizajnirani za više različitih zadataka. Tipična primena industrijskih robota u proizvodnji uključuje tačkasto zavarivanje, prenos materijala, utovar, farbanje i sklapanje.

Neke od osobina koje čine industrijske robote komercijalno i tehnološki važne su navedene ovde:

- Robot može zameniti ljude na opasnim ili neugodnim radnim okruženjima.
- Robot obavlja poslovne cikluse sa doslednošću i ponovljivošću koje ne mogu da postignu ljudi.
- Robot može biti reprogramiran. Kada se završi pokrenuta proizvodnja tekućeg zadatka, robot se može reprogramirati i opremiti potrebnim alatom za obavljanje sasvim drugačijeg zadatka.
- Roboti su pod kontrolom računara i stoga može da se poveže sa drugim računarskim sistemom u cilju postizanja `kompjuterski integrisane proizvodnje - CIM`.

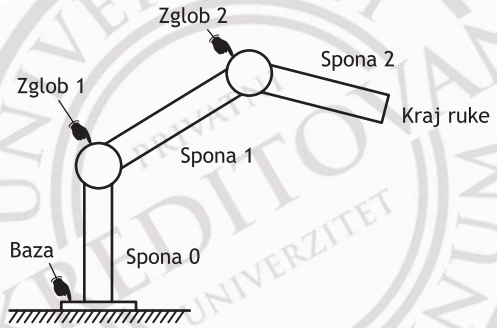
11.1. Anatomija robota i srodne osobine

`Manipulator` za industrijske robote sastoji se od niza zglobova (spojeva) i spona (veza). Anatomija robota zavisi od vrsta i veličina ovih zglobova i veza i drugih aspekata fizičke izgradnje manipulatora.

11.1.1. Zglobovi (spojevi) i spone (veze)

Zglob industrijskih robota je sličan zglobu u ljudskom telu – omogućava relativne pokrete između dva dela tela. Svaki zglob, ili osa kao što se ponekad naziva, pruža robotu tzv. stepene slobode (*Degree-of-Freedom – DOF*) kretanja. U skoro svim slučajevima, samo jedan stepen slobode povezan je sa svakim zglobom. Roboti su često klasifikovani u skladu sa ukupnim brojem stepeni slobode koji poseduju. Sa svakim zglobom postoje veze, ulazna i izlazna veza. Zglobovi su krute komponente manipulatora robota. Cilj zgloba je da obezbedi kontrolisano relativno kretanje između ulazne i izlazne veze.

Većina roboti se montira na stacionarnu bazu na podu. Neka ova baza bude referentna osnova i njena povezanost sa prvim zglobom se označava kao Spona 0. To je ulazna spona za Zglob 1, prvi u seriji zglobova koji se koriste u konstrukciji robota. Izlazna spona zgloba 1 je Spona 1. Spona 1 je ulazna veza za Zglob 2, čija je izlazna veza Spona 2, i tako dalje. Ova numerisana šema relacija zglobova i spona ilustrovana je na slici 10.1.



Slika 11.1. *Konstrukcija robota predstavlja kombinaciju zglobova i spona*

Skoro svi industrijski roboti imaju mehaničke zglobove koji se mogu svrstati u jednu od pet kategorija: dve kategorije koje pružaju translatorno kretanje i tri kategorije koje pružaju rotaciono kretanje. Ove zajedničke kategorije su ilustrovane na slici 10.2. Pet zajedničkih kategorija su:

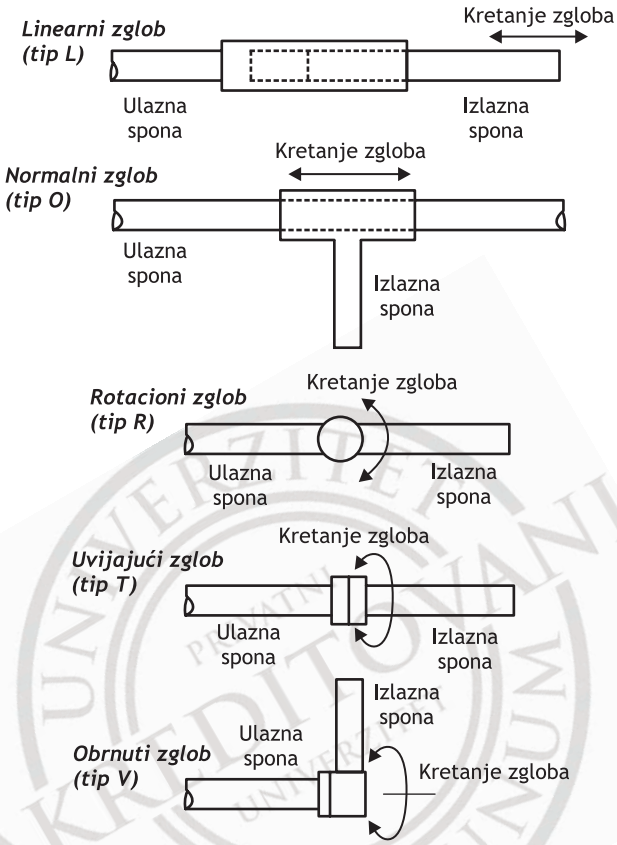
1. Linearni zglob (tip L). Relativna kretanja između ulaznih i izlaznih spona je translatorno klizno kretanje, s tim što su ose spona paralelne.

2. Normalni zglob (tip O). Ovo je, takođe, translatorno klizno kretanje, ali ulazne i izlazne spone su normalne jedna na drugu tokom pomeranja ili kretanja.

3. Rotacioni zglob (tip R). Ova kategorija omogućava relativno rotaciono kretanje, sa osom rotacije koja je normalna na ose ulazne i izlazne spone

4. Uvijajući zglob (tip T). Ova kategorija, takođe, uključuje rotacione kretanje, ali ose rotacija su paralelne sa osama dve spone.

5. Obrnuti zglob (tip V). Oznaka V je "izvučena" iz engleske reči revolving koja označava obrtanje ili rotaciju. Kod ove kategorije osa ulazne spone je paralelna osi rotacije zgloba, a osa izlazne spone je normalna na osu rotacije.



Slika 11.2. *Pet tipova zglobova koji se često koriste u konstrukciji industrijskih robota*

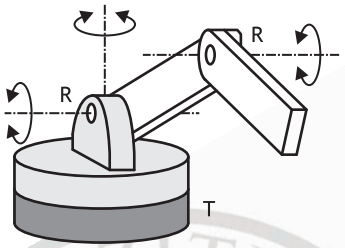
Svaka od ovih zajedničkih kategorija ima opseg u kojima mogu da se kreću. Opseg za translatorni zglob je obično manji od jednog metra, ali za velike pokretne roboti, opseg može biti više metara. Tri kategorije obrtnih zglobova mogu da imaju mali opseg od nekoliko stepeni ili veliki koji je veličine nekoliko punih okretaja.

11.1.2. Uobičajene konfiguracije robota

U literaturi se mogu pronaći razni načini sistematizacije industrijskih manipulacionih robota. Veoma često su kriterijumi koji se koriste bazirani na njihovim tehničkim karakteristikama i važe u potpunosti samo u određenom vremenskom periodu. Ovde je usvojena podela koja se bazira na tipu mehaničke strukture minimalne konfiguracije robota obzirom da to predstavlja jednu od veoma važnih karakteristika, a koja je relativno nepromenljiva tokom vremena. U daljem tekstu biće prikazane osnovne konfiguracije industrijskih robota.

Robot antropomorfne konfiguracije. Kod većine robotskih konfiguracija, pa i kod ove, prvi stepen slobode (računato od podloge, tj. od baze) je rotacioni i osa prvog zgloba

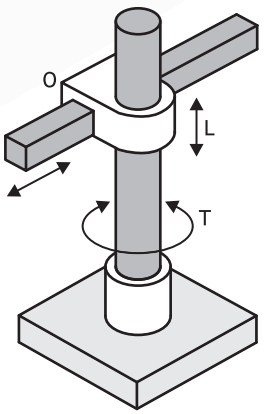
je vertikalna. Ovaj zglob obezbeđuje rotaciju kompletnog robota oko vertikalne ose. Ose drugog i trećeg zgloba su međusobno paralelne, horizontalne i upravne na osu prvog zgloba. Kretanjem drugog i trećeg zgloba se obezbeđuje da se vrh minimalne konfiguracije pozicionira u proizvoljnu tačku u vertikalnoj ravni koja sadrži osu prvog zgloba. Skica kinematske strukture robota antropomorfne konfiguracije je prikazana na slici 11.3.



Slika 11.3. *Robot antropomorfne konfiguracije*

Mehanička struktura robota antropomorfne konfiguracije podseća na strukturu ruke čoveka, pa se stoga za drugi segment minimalne konfiguracije često koristi naziv nadlaktica, a za treći podlaktica. Osnovna karakteristika robota antropomorfne konfiguracije je da može da pređe iznad prepreke koja mu se nađe na putu. Ako se pogleda kinematska šema ove konfiguracije jasno je da se pokretanjem trećeg zgloba utiče na intenzitet momenta oko ose drugog zgloba čak i u slučaju da se ovaj zglob ne pomera. Ovaj uticaj se naziva `sprezanje`. To je razlog što se kaže da, ukoliko kretanje jednog zgloba utiče značajno na pogonske momente drugih zglobova, posmatrana konfiguracija ima značajno sprezanje među zglobovima. Roboti antropomorfne konfiguracije su karakteristični po tome što imaju veliko sprezanje medu zglobovima.

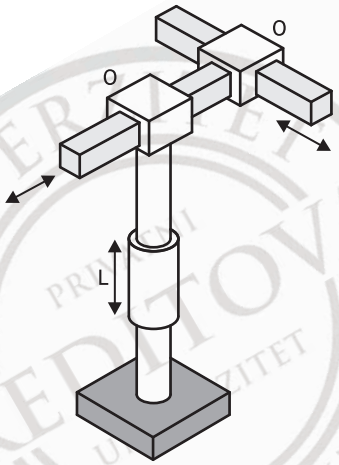
Robot cilindrične konfiguracije. Minimalna konfiguracija robota cilindrične konfiguracije ima jedan rotacioni i dva translatorna zgloba. I kod ove konfiguracije prvi segment predstavlja obrtni stub oko vertikalne ose pa je prvi zglob rotacioni i postavljen na isti način kao i u prethodnoj konfiguraciji (slika 11.4).



Slika 11.4. *Robot cilindrične konfiguracije*

Drugi i treći zglob su translatorni (linearni). Osa drugog zgloba je vertikalna što znači da se njegovim kretanjem vrši podizanje, odnosno, spuštanje kompletne strukture koja se nalazi dalje od zgloba, prema vrhu robota. Osa trećeg zgloba je horizontalna tako da se njegovim pokretanjem vrši primicanje, odnosno, odmicanje hvataljke u odnosu na vertikalni stub robota. Ova konfiguracija se naziva cilindričnom prema obliku radnog prostora koji predstavlja deo cilindra. Roboti ove konfiguracije imaju veoma malo sprezanje među zglobovima.

Robot Dekartove (pravougle) konfiguracije. Minimalnu konfiguraciju kod ovih robota, kao što se vidi sa slike 11.5, čine tri translatorna zgloba cije su ose paralelne osama Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema.

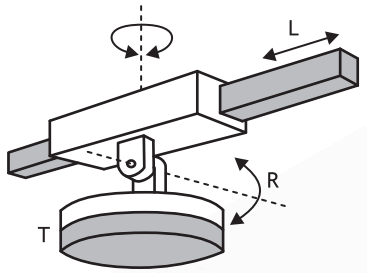


Slika 11.5. *Robot pravougle konfiguracije*

Obzirom na vrstu i raspored zglobova kod robota ove konfiguracije jasan je doprinos kretanja u svakom od zglobova kretanju hvataljke, čime je programiranje, pa cak i ručno vođenje znatno olakšano. Radni prostor predstavlja romboid čije dimenzije zavise od opsega kretanja svakog zgloba. Roboti ove konfiguracije imaju veoma malo sprezanje među zglobovima. Radi smanjenja zauzetog prostora u pogonu roboti ovakve konfiguracije se veoma često postavljaju na postolje kojim se izdižu iznad radne mašine. Naravno, u ovakvim slučajevima pristup radnom prostoru radne mašine mora biti slobodan odozgo. Dimenzije postolja mogu biti takve da robot može da opslužuje i po nekoliko mašina.

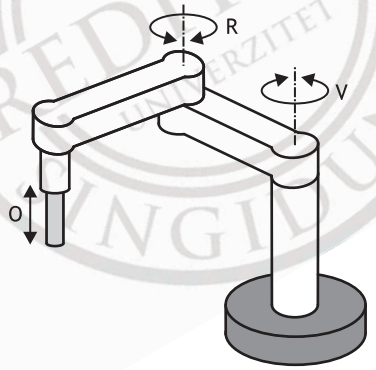
Robot sferne (polarne) konfiguracije. I kod sferne konfiguracije osa prvog zgloba je usmerena vertikalno naviše dok je osa drugog horizontalna i upravna na osu prvog zgloba. Treći zglob je translatorni. Prema tome, kod sferne konfiguracije vrsta i raspored prva dva zgloba su istovetni kao kod antropomorfne. Kinematska šema sferne konfiguracije je prikazana na slici 11.6. Kao i ranije, drugi i treći zglob omogućavaju pozicioniranje vrha minimalne konfiguracije u bilo kojoj tački vertikalne ravni, dok se rotacijom vertikalne ravni oko ose prvog zgloba vrh robota može pozicionirati bilo gde u okviru radnog prostora. Ova konfiguracija je nazvana sfernom po obliku radnog prostora koji predstavlja deo sfere, a polarnom obzirom da ugao rotacije drugog zgloba i izduženje trećeg zgloba

odgovaraju polarnim koordinatama. Treba primetiti da, pošto je treći zglob translatoran, prilaz radnom mestu treba da bude bez prepreka obzirom da ih robot ove konfiguracije ne može zaobići.



Slika 11.6. *Robot polarne konfiguracije*

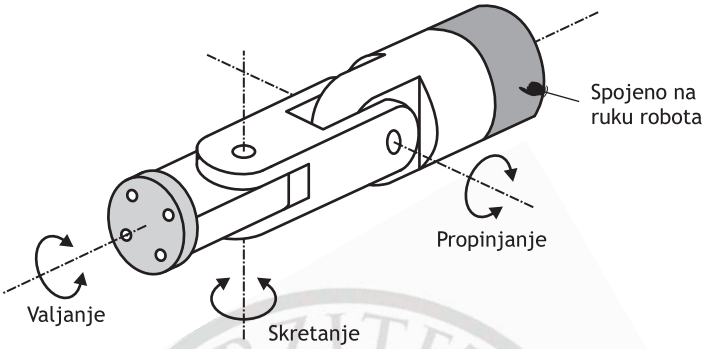
Robot SCARA konfiguracije. Roboti SCARA konfiguracije (engleski naziv je *Selective Compliance Assembly Robot Arm*), imaju dva rotaciona i jedan translatorni zglob. Dva međusobno paralelna rotaciona zgloba sa vertikalnim osama obrtanja su postavljeni na stubnu osnovu tako da se oba segmenta kreću u horizontalnoj ravni. Na kraju drugog segmenta se nalazi translatorni zglob čija osa je, takođe, vertikalna, kao što se vidi i na slici 11.7.



Slika 11.7. *Robot SCARA konfiguracije*

Zglob hvataljke ima najčešće samo jedan stepen slobode i to obrtanje oko vertikalne ose. Prema tome, roboti SCARA konfiguracije uobičajeno imaju samo četiri stepena slobode. Kretanjem rotacionih zglobova se vrši pozicioniranje translatornog zgloba u željenu tačku horizontalne ravni, a zatim se spuštanjem translatornog zgloba dovodi hvataljka do željenog položaja u okviru radnog prostora. SCARA konfiguracija ima veoma malo sprezanje među zglobovima obzirom da gravitaciono opterećenje u potpunosti prima sama mehanička struktura rotacionih zglobova. Odlikuju se velikom tačnošću pozicioniranja i brzinom rada, kao i relativno velikom nosivošću. Najveći nedostatak SCARA robota potiče od njegove konstrukcije – postavljen je visoko i zauzima veliki deo prostora iznad prostora u kome se obavljaju radni zadaci, tako da taj prostor mora da bude slobodan.

Zglobna konfiguracija. Zglob robota se koristi za uspostavljanje orijentacije završnog (krajnjeg) efektor. Ova konfiguracija se obično sastoji od dva ili tri stepena slobode. Slika 11.8 pokazuje jednu od mogućih konfiguracija sa tri stepena slobode.



Slika 11.8. *Tipična konfiguracija sa tri stepena slobode*

Tri zgloba su definisana kako sledi: (1) `valjanje`, koristeći T sponu ostvaruje rotaciju oko ose ruke robota, (2) `propinjanje`, koji uključuje rotaciju gore-dole, obično koristeći R zglob i (3) `skretanje`, koji uključuje rotaciju levo-desno, i to postiže putem R zgloba. Zglobna konfiguracija sa dva stepena slobode uključuje samo valjanje i propinjanje (primenom T i R zglobova).

Zajedničko obeležavanje i radni prostor

Slovni simboli koji se koriste za tipove zglobova (L, O, R, T i V) se mogu iskoristiti za definisanje zajedničkog sistema obeležavanja za manipulator robota. U ovom sistemu obeležavanja manipulator je opisan tipovima zglobova koji kreiraju sklop koji se sastoji od ruke i tela, i iza tog opisa sledi opis zglobova koji učestvuju u kreiranju kretanja završnog efektora. Na primer, opis TLR : TR predstavlja manipulator sa pet stepeni slobode čije se telo i ruka sastoji od uvijajućeg zgloba (Zglob 1 = T), linearnog zgloba (Zglob 2 = L) i rotacionog zgloba (Zglob 3 = R). Zglobna konfiguracija koja definiše kretanje završnog efektora se sastoji od dva zgloba, uvijajućeg zgloba (Zglob 4 = T) i rotacionog zgloba (Zglob 5 = R). Dvotačka odvaja opis sklopa tela i ruke od opisa zglobne konfiguracije.

Radna zapremina (radni prostor) manipulatora je kao trodimenzionalni prostor u kojem robot može da manipuliše završnim efektorom. Radni prostor je određen na osnovu broja i vrsta zglobova u manipulatoru (telo-i-ruka i zglobna konfiguracija), opsega raznih zglobova i fizičke veličine spona ili veza. Oblik radnog prostora u velikoj meri zavisi od konfiguracije robota. Polarna konfiguraciju robota teži da ima delimičnu sferu kao radni prostor ili radnu zapreminu, cilindrični robot ima cilindrični radni prostor koverat i robot Dekartove konfiguracije ima radni prostor pravougaonog oblika.

11.1.3. Zajednički sistemi za pokretanje

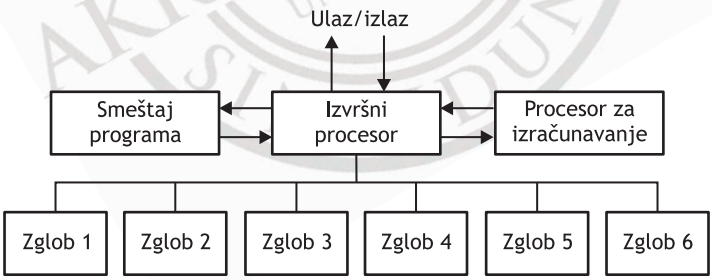
Zglobovi robota se neposredno kreću koristeći jednu od tri vrste pogonskih sistema: (1) električni, (2) hidraulični ili (3) pneumatski. Električne sisteme koriste elektromotori koji

su zglobni aktuatori (na primer, servo motori ili koračni motori, iste vrste motora koji se koriste u sistemima za pozicioniranje NC). Hidraulični i pneumatski sistemi koriste uređaje kao što su linearni klipovi i obrtni krilni aktuatori, kako bi se ostvarilo kretanje zgloba.

Pneumatski pogon je obično ograničen na manje robote koji se koriste u jednostavnim aplikacijama za prenos materijala. Električni pogon i hidraulični pogon se više koriste na sofisticiranim industrijskim robotima. Elektricni pogon je postao željeni pogonski sistem u komercijalno dostupnim robotima, a trebalo bi napomenuti da je tehnologija elektromotora dosta napredovala u poslednjih nekoliko godina. Elektromotor je lakše prilagodljiv za računarsku kontrolu, koja je dominantna tehnologija i koja se koristi danas za kontrolere robota. Električni pogoni robota su relativno tačni u poređenju sa hidraulički pogonjenim robotima. Nasuprot tome, prednosti hidrauličnih pogona obuhvataju veću brzinu i snagu.

11.2. Upravljački sistemi robota

Aktiviranje pojedinih zglobova mora da bude pod kontrolom na koordiniran način za manipulator kako bi se izvršio željeni ciklus kretanja. Mikroprocesorski zasnovani kontroleri se obično danas koriste u robotici kao hardverski sistem kontrole. Kontroler je organizovan u hijerarhijsku strukturu kao što je prikazano na slici 11.9, tako da svaki zglob ima svoj povratni sistem kontrole, a nadzorni kontrolor koordinira kretanja zglobova prema redosledu programa robota. Različite vrste kontrole potrebne za različite aplikacije. Kontroleri robota mogu se svrstati u četiri kategorije: (1) ograničena sekvencijalna kontrola (2) reprodukcija sa kontrolom tipa tačka-tačka kontrole, (3) reprodukcija sa kontinuiranom kontrolom putanje i (4) inteligentno upravljanje.



Slika 11.9. *Hijerarhijska kontrolna struktura kontrolera robota*

Ograničena sekvencijalna kontrola. Ovo je najelementarniji tip kontrole. Od koristi je samo za cikluse jednostavnog kretanja, kao što je operacija podigni-i-premesti (podizanje objekat sa jednog mesta i njegovo postavljanje na drugom mestu). Obično se implementira postavljanjem ograničenja ili mehaničkih prepreka za svaki zglob i podešavanjem redosleda aktiviranja u zglobovima da se ostvari ciklus. Povratne petlje se ponekad koriste kako bi ukazale na to da je određeno kretanje zgloba odrađeno i da se može pokrenuti sledeći korak u nizu. Međutim, ne postoji servo-kontrola da izvrši precizno pozicioniranje zgloba. Mnogi pneumatski pogonjeni roboti su ograniceni sekvencijalni roboti.

Reprodukcija sa kontrolom tipa tačka-tačka kontrole. Ovaj tip kontrole predstavlja

više sofisticirani oblik kontrole od ograničene sekvencijalne kontrole. Kontrola reprodukcije znači da kontroler ima memoriju za snimanje redosleda kretanja u datom radnom ciklusu, kao i lokacije i drugih parametara (kao što je brzina) u vezi sa svakim kretanjem, a zatim se kasnije reprodukuje radni ciklus u toku izvršenja programa. Kod kontrole tipa tačka-tačka individualne pozicije robotske ruke su snimljene u memoriju. Ove pozicije nisu mehanički ograničene od strane svakog zgloba, kao kod sekvencijalne kontrole. Umesto toga, svaka pozicija u programu robota sastoji se od skupa vrednosti koje predstavljaju lokacije u opsegu svakog zgloba u manipulatoru. Dakle, svaka "tačka" se sastoji od pet ili šest vrednosti koje odgovaraju pozicijama svakog od pet ili šest zglobova manipulatora. Za svaku poziciju definisanu u programu, zglobovi se, dakle, usmeravaju na uključenje na tačno određenim lokacijama. Povratne kontrole se koriste u toku ciklusa da bi se potvrdilo da je svaki pojedinačni zglob dostigao određena mesta u programu.

Reprodukcija sa kontinuiranom kontrolom putanje. Roboti sa kontinuiranom putanjom imaju istu reprodukciju kao i prethodni tip. Razlika između kontinuirane putanje kretanja od tačke do tačke je ista u robotici, kao što je to u NC. Robot za reprodukciju sa kontinuiranom kontrolom putanje je u stanju da obezbedi:

1. **Veći kapacitet**. Kontroler ima daleko veći kapacitet tako da je broj lokacija koje se može snimati u memoriju daleko veći nego kada je u pitanju kontrola kretanja po sistemu tačka-po-tačka. Moguće je tačke ciklusa kretanje smestiti međusobno vrlo blizu kako bi se omogućilo robotu da ostvari glatko kontinuirano kretanje. Kada je kontrola kretanja tačka-po-tačka u pitanju, samo konačni položaji elemenata pojedinačnog kretanja su pod kontrolom, tako da se putanja preduzete od strane ruke robota do finalne lokacije ne kontroliše. Kada je u pitanju kontinuirano kontrolisano kretanje, kretanje ruku i zglobova se kontroliše stalno.

2. **Interpolaciju proračuna**. Kontroler izracunava putanju između početne i krajnje tačke za svaki pokret koristići rutine interpolacija, slične onima koji se koriste u NC. Ove rutine su uglavnom linearna i kružna interpolacija.

Razlika između kontrole kretanja tipa tačka-po-tačka i kontrole kontinuirane putanje se mogu svrstati u sledeće matematičko objašnjenje. Treba zamisliti manipulator sa tri ose Dekartovog koordinatnog sistema čiji se završni efektor kreće u xyz prostoru. U sistemu tačka-po-tačka ose x, y i z se kontrolišu da se postigne određeni položaj tačke u radnom prostoru robota. U sistemu sa kontinualnom putanjom, ne samo da su ose x, y i z pod kontrolom, nego se i brzine dx/dt, dy/dt i dz/dt istovremeno kontrolišu kako bi se postigle određene pravolinijske ili krivolinijske putanje. Servo-kontrola se koristi da kontinuirano reguliše položaj i brzinu manipulatora.

Inteligentna kontrola ili upravljanje. Industrijski roboti postaju sve inteligentniji. Neke od karakteristika koje čine robota inteligentnijim uključuju mogućnosti da komuniciraju sa svojim okruženjem i da donose odluke kada stvari krenu loše tokom radnog ciklusa, da komuniciraju sa ljudima, da proračunaju vreme ciklusa kretanja i odgovori na napredne ulazne senzore.

Pored toga, roboti sa inteligentnom kontrolom imaju mogućnost reprodukcije i za sistem tačka-po-tačka i za sistem sa kontinuiranom putanjom. Ove karakteristike zahtevaju (1)

relativno visok nivo informatičke kontrole i (2) napredni programski jezik koji omogućava unos logike odlučivanja i "inteligencije" u memoriju.

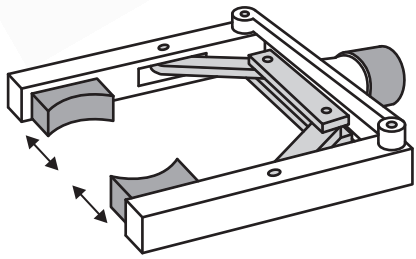
11.3. Završni efektori

U prethodnom delu o konfiguracijama robota, pomenuto je da je završni (krajnji) efektor obično vezan za ručni zglob robota. Završni efektor omogućava robotu da ostvari određeni zadatak. Pošto postoji širok spektar zadataka koje obavljaju industrijski roboti, završni efektor su obično projektovani, prilagođeni i proizvedeni za svaku različitu primenu. Postoje dve vrste završnih efektora – hvataljke i alati.

11.3.1. Hvataljke

Hvataljke su završni (krajnji) efektori koji se koriste da iskorišćenje i manipulaciju predmetima u radnim ciklusima. Objekti su uglavnom radni delovi koji se premeštaju sa jedne lokacije na drugu unutar radne celine ili pogona. Mašine za utovar i istovar spadaju u ovu kategoriju. Zbog raznoraznih oblika delova, veličina i težina, većina hvataljki mora biti namenski projektovana (dizajnirana). Vrste hvataljki koje se koriste kod industrijskih robota uključuju sledeće:

- `Mehaničke hvataljke`, koje se sastoje od dva ili više prstiju koje može da pokreće kontroler robota u cilju otvaranja i zatvaranja "šake" kako bi se uhvatio radni deo. Slika 11.10 hvataljku sa dva prsta.
- `Vakuumske hvataljke`, koje koriste usisne šoljice kako bi se uhvatio i držao ravan radni deo.
- `Magnetizirane hvataljke`, koje se za držanje obojenih delova.
- `"Lepljive" hvataljke`, koje koriste lepljive supstance za držanje fleksibilnih materijala, kao što je tkanina.
- `Jednostavna mehaničke hvataljke`, kao što su kuke i lopatice.



Slika 11.10. *Mehanička hvataljka na ruci robota*

Mehaničke hvataljke su najčešće korišćene hvataljke. Neke od inovacija i naprednih elemenata u tehnologiju mehaničke hvataljke uključuju:

- Dvostruke hvataljke, koje se sastoje od dva uređaja hvataljki u jednom završnom efektoru mašine za utovar i istovar. Robot sa jednom hvataljkom mora da "dolazi" do proizvodne mašine dva puta, jednom da pokupi završen deo sa mašine i da ga odnese na eksternu lokaciju van nje, a drugi put da pokupi sledeći radni deo i da ga smesti u mašinu. Sa dvostrukom hvataljkom, robot uzima sledeći radni deo dok mašina još uvek obrađuje prethodni deo. Kada se radni ciklus mašine završio, robot dostigne do mašine samo jednom – da ukloni završen deo i da smesti naredni deo. Ovo smanjuje vreme ciklusa po delu.

- Izmenjivi prsti koji se mogu koristiti na jednom mehanizmu hvataljke. Da bi se prilagodili različitim delovima, različiti prsti se ugrađuju na hvataljku.

- Čulne povratne informacije u prstima koje pružaju određene mogućnosti hvataljkama, kao što su (1) detekcija prisustva radnog dela ili (2) primena određene ograničene sile na radni deo tokom hvatanja (za krhke radne delove).

- Više prstiju hvataljke koji poseduju opštu anatomiju ljudske ruke.

- Standardne proizvedene hvataljke koje su komercijalno dostupne, tako smanjujući potrebu za prilagođenim dizajnom hvataljke za svaku odvojenu aplikaciju robota.

11.3.2. Alati

Robot koristi alatke za obavljanje operacije obrade na radnom delu. Robot manipuliše alatom u odnosu na stacionarne ili polako pokretne objekte (na primer, radno deo ili podsklop). Primeri alata koji se koriste kao krajnji efektori robota za obavljanje odgovarajućih aplikacija obrade uključuju pištolj za tačkasto zavarivanje, alat za zavarivanje, pištolj za farbanje; rotirajuće burgije za bušenje, glodanje, brušenje i slične operacije); alatku za sklapanje (na primer, automatski odvijač); alat za grejanje; kutlača (za livenje metala) i rezni alat mlazom vode. U svakom slučaju, robot ne mora samo da kontroliše relativni položaj alata u odnosu na radni deo kao funkcije vremena, nego mora da kontroliše i rad alata. Za ovaj slučaj robot mora biti u stanju da prenosi kontrolne signale do alata za pokretanje, zaustavljanje i za regulisanje drugačijih postupaka.

U nekim primenama, robot može koristiti više alata u toku radnog ciklusa. Na primer, nekoliko bušenja mora biti primenjeno na radni deo. Tako, robot mora da ima sredstva za brze promene alata. U ovom slučaju završni efektor mora da bude u stanju da vrši brze promene držača alata kako bi se alati, koji se koriste u radnom ciklusu, menjali tempom kojim je predviđeno.

11.4. Senzori u robotici

Ovde će se obratiti pažnja na senzore kako se oni primenjuju u robotici. Senzori koji se koriste u industrijskoj robotici mogu se svrstati u dve kategorije: (1) unutrašnji i (2) eksterni. Interni senzori su komponente robota i koriste se za kontrolu pozicije i brzine

raznih zglobova robota. Ovi senzori kreiraju povratne kontrolne petlje sa kontrolerima robota. Tipični senzori koriste za kontrolu položaja robotske ruke su potenciometri i optički enkoderi. Tahometri različitih vrsta se koriste za kontrolu brzina robotske ruke.

Spoljni senzori su izvan robota i koriste se za koordinaciju robotskih operacija sa drugom opremom u pogonu. U mnogim slučajevima, ovi eksterni senzori su relativno jednostavni uređaji, kao što je ograničavajući prekidač koji utvrđuje da li je deo pozicioniran ispravno ili da li jedan deo spreman da se podigne na transporter. Druge situacije zahtevaju senzore naprednijih tehnologija, uključujući i sledeće:

- Dodirni senzori. Ovi se koriste da bi se utvrdilo da li je uspostavljen kontakt između senzora i još jednog objekta. Dodirni senzori se mogu podeliti u dve vrste: (1) senzori dodira i (2) senzori snage. Senzori dodira pokazuju da li je postignut jednostavan kontakt sa predmetom. Senzori sile pokazuju veličinu sila sa predmetom. To može biti korisno u primeni sa hvataljkom u cilju merenja i kontrole sila koja se primenjuje na delikatan objekat.

- Senzori blizine. Ovi pokazuje kada je objekat blizu senzora. Kada se ovaj tip senzora koristi da ukaže na stvarne udaljenosti objekta, onda se naziva senzor opsega.

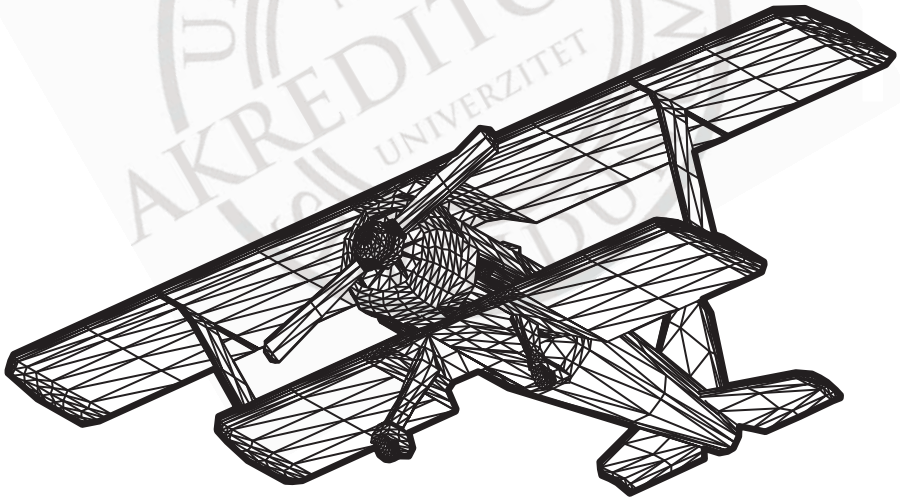
- Optički senzori. Foto ćelije i fotometrijski uređaji mogu se koristiti za otkrivanje prisustva ili odsustva predmeta i često se koriste za detekciju blizine.

- Mašinski vid. Mašinski vid se koristi u robotici za inspekciju, za identifikaciju delova, uputstva i druge stvari. Poboljšanja u programiranju vizije vođenih robotskih sistema su napravila implementacije ove tehnologije lakšim i bržim.

- Drugi senzori. Razne kategorije obuhvataju ostale vrste senzora koji bi se koristili u robotici, kao što su uređaji za merenje temperature, pritiska tečnosti, protoka tečnosti, električnog napona, struje i raznih drugih fizičkih karakteristika.

III deo

Planiranje proizvodnje i kontrola



Ovaj deo se bavi planiranjem i kontrolom tokom rada kroz fabriku ili pogon. Vodi se računa o planiranju proizvodnje i kontroli na svim nivoima u pogonu ili fabrici, kao i o dobavljačima i distributerima.



Glava 12

Planiranje proizvodnje i sistemi kontrole

Planiranje proizvodnje i kontrola (PPK) se bavi problemima na koje je naišla logistika u proizvodnji, to jest, upravljanje detaljima o tome šta, koliko i kada se proizvodi, kao i dobijanja sirovina, delova i sredstva za proizvodnju. PPK rešava ove probleme logistike upravljanjem informacijama. Računari su od suštinske važnosti za obradu ogromne količine podataka uključenih u definisanje proizvoda i proizvodne resurse, kao i za "pomirenje" tih tehničkih detalja sa željenim rasporedom proizvodnje. U veoma stvarnom smislu, PPK je integrator u kompjuterski integrisanoj proizvodnji.

Planiranje i kontrola u PPK moraju da budu međusobno integrisane funkcije. To je nedovoljno za planiranje proizvodnje, ako ne postoji kontrola u fabrici sredstava za postizanje plana. I neefikasna je za kontrolu proizvodnje ako ne postoji plan kojim će se uporediti napredak fabrike. Oba, planiranje i kontrola, moraju biti ostvareni i oni moraju biti međusobno koordinirani, kao i sa drugim funkcijama u proizvodnji, kao što je proces planiranja, konkurentni inženjering i napredno planiranje proizvodnje.

Planiranje proizvodnje se sastoji od (1) odluke koje proizvode bi trebalo proizvoditi, u kojim količinama, i kada bi trebalo da bude završena, (2) rasporeda isporuke i/ili proizvodnja delova i proizvoda i (3) planiranje radne snage i resursa opreme koja je potrebna da se ostvari plan proizvodnje. Aktivnosti u okviru planiranja proizvodnje uključuju:

- `Ukupno planiranje proizvodnje`. Ovo podrazumeva planiranje proizvodnje na izlaznim nivoima za glavne linije proizvoda proizvedenih od strane firme. Ovi planovi moraju da budu koordinisani između različitih funkcija u firmi, uključujući dizajn proizvoda, proizvodnju, marketing i prodaju.

- `Glavno planiranje proizvodnje`. Plan ukupne proizvodnje treba da bude pretvoren u `glavni raspored proizvodnje (GRP)`, koji je specifičan plan da se proizvede količina pojedinačnih modela u okviru svake proizvodne linije.

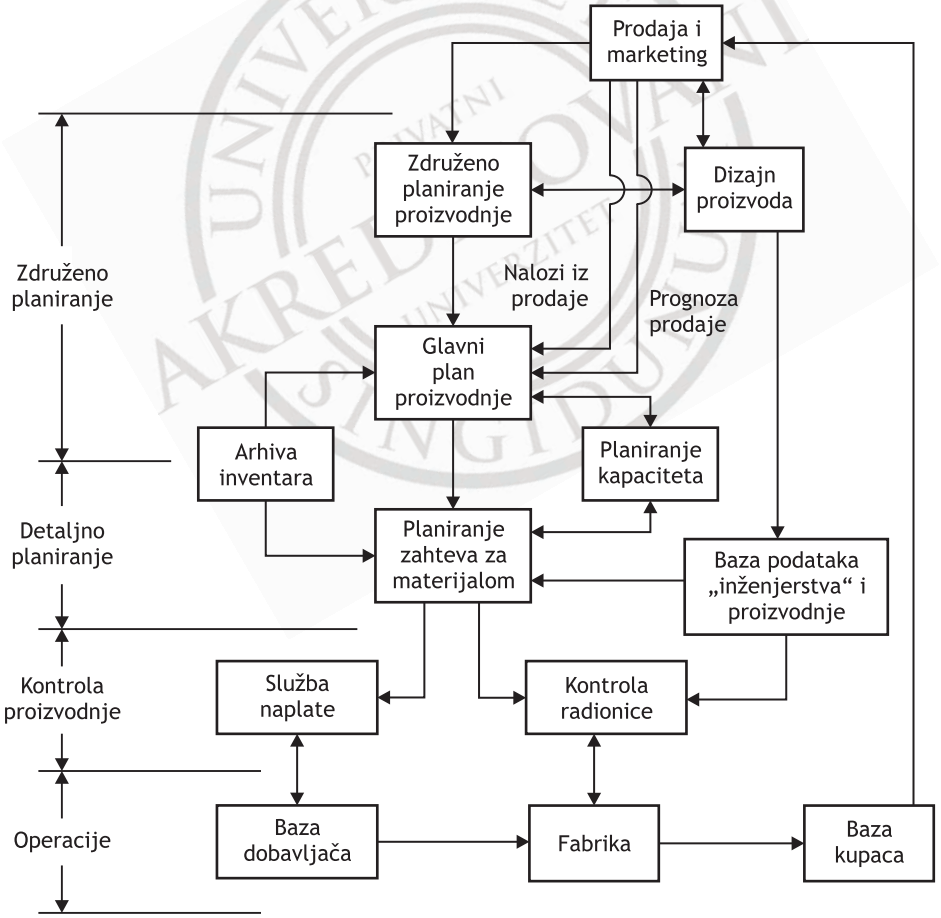
- `Planiranje materijalnih zahteva (PMZ)`. PMZ je tehnika planiranja i obično je sprovodi računar, koji prevodi GRP krajnjeg proizvoda u detaljni plan za sirovine i delove koji se koriste u tim krajnjim proizvodima.

- `Planiranje kapaciteta`. Ovaj deo se bavi određivanjem potrebne radne snage i opreme kako bi se ispunio glavni raspored.

Aktivnosti planiranja proizvodnje dele se na dve faze: (1) `ukupno planiranja`, koje daje rezultate u GRP i (2) `detaljno planiranje`, koje uključuje i PMZ planiranje kapaciteta. Ukupno planiranje obuhvata planiranje unapred šest meseci ili više, dok detaljno planiranje se bavi kraćim terminima (jedna nedelja do nekoliko meseci).

Kontrola proizvodnje se sastoji od utvrđivanja da li su obezbeđeni neophodni resursi za sprovođenje plana za proizvodnju, a ako ne, pokušava da aktivira korektivne akcije za rešavanje nedostataka. Kao što samo ime sugeriše, kontrola proizvodnje obuhvata različite sisteme i tehnike za kontrolu proizvodnje i inventar u fabrici.

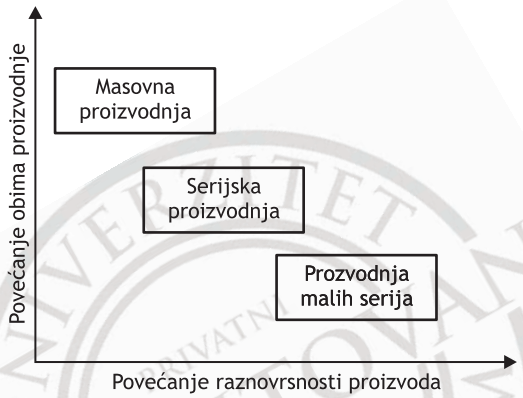
Aktivnosti u savremenim PPK sistemima i međusobni odnosi su prikazani na slici 12.1. Kao što se vidi na slici, PPK na kraju se proteže do baze dobavljača kompanije i baze klijenata. Ovaj prošireni obim PPK kontrole je poznat kao upravljanje lancom snabdevanja.



Slika 12.1. *Aktivnosti u PPK sistemu*

12.1. Proizvodnja pojedinačnih delova

Postoje dve osnovne kategorije industrijskih pogona: stalan industrijski proces i proizvodnja pojedinačnih delova. Kontinuirani industrijski proces podrazumeva kontinuiranu izradu proizvoda, često koristeći hemijska, kao i fizička ili mehanička sredstva (na primer, proizvodnja đubriva ili šećera). Proizvodnja pojedinačnih delova podrazumeva proizvodnju pojedinačnih stavki i dalje se deli na masovnu proizvodnju, serijsku proizvodnju i proizvodnju malih serija, kao što je ilustrovano na slici 12.2.



Slika 12.2. *Klasifikacija pojedinačne proizvodnje*

Proizvodnja malih serija

Osnovna karakteristika proizvodnje malih serija je veoma nizak obim proizvodnje mnogo različitih proizvoda. Ovi proizvodi imaju veoma nizak nivo standardizacije. Za proizvodnju različitih proizvoda, proizvodno preduzeće zahteva izuzetne fleksibilne proizvodne mogućnosti. To podrazumeva fleksibilnu opremu sposobnu za obavljanje različitih zadataka, kao i visoko stručnu radnu snagu. Proizvodnja malih serija radi normalno po sistemu narudžbina. Tipičan primer proizvodnje male serije je podugovor mašinske radionice.

Serijska proizvodnja

Osnovna karakteristika serijske proizvodnje je srednji obim proizvodnje određenog opsega proizvoda. Serijska proizvodnja se definiše kao izrada proizvoda u malim paketima ili kao serija sa puno operacija, gde svaka operacija se obično sprovodi na celu seriju, pre bilo kakve započete naknadne operacije.

Proizvodni sistem mora biti fleksibilan i mora razumno da koristi opštenamensku opremu u cilju da se prilagodi različitim zahtevima i fluktuacijama u potražnji. Serijska proizvodnja se može posmatrati kao situacija koja se nalazi između ekstrema proizvodnje malih serija i masovne proizvodnje, i gde potrebna količina je nedovoljna da opravda masovnu proizvodnju. S obzirom na veliku raznovrsnost radnih mesta koja su uključena, serijska proizvodnja je mnogo složenija u odnosu na proizvodnju malih serija. Tipičan primer serijske proizvodnje je proizvodnja i montaža mašina alatki.

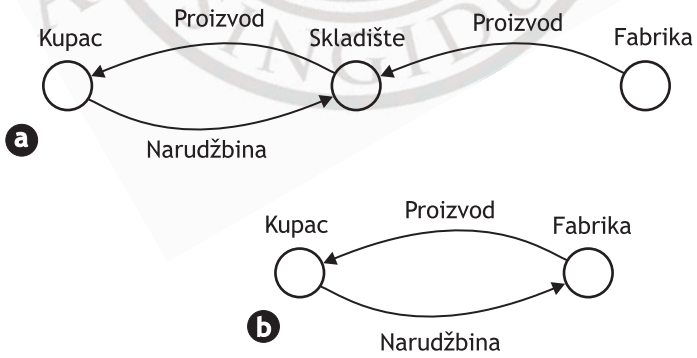
Masovna proizvodnja

Osnovna karakteristika masovne proizvodnje je veliki obim proizvodnje relativno malog broja proizvoda. Svi proizvodi su visoko standardizovani. Tipično, potražnja je stabilna za proizvodima i promene dizajna proizvoda je vrlo mala. Proizvodni objekti se sastoje od visoko specijalizovanih mašina sa pridruženim alatom. Iako su ove mašine izuzetno skupe, cena je opravdana planiranjem vrlo duge proizvodnje. Masovna proizvodnja se uklapa u kategoriju kreiranja zaliha.

12.2. Tipovi proizvodnih sistema

Danas na tržištu pritiscima se primoravaju preduzeća, prethodno uključena u serijsku proizvodnju, da razviju fleksibilnije sistemski orijentisane serijske proizvodnje. Ovo posebno važi za automobilskoj industriji, kao i za proizvođače robe široke potrošnje. Što više kupci traže, pojavljuje se veći izbor proizvoda i u tom slučaju nije prihvatljiva masovna proizvodnja. Prilagodavanje potrebama potrošača je trenda u nastajanju.

Tržište se dramatično promenilo u poslednjih dvadesetak godina. Kupci nisu više zadovoljni standardnim proizvodima i kreće se u pravcu da svaki potrošač zahteva prilagođeni proizvod. U prošlosti, proizvodi su bili visoko standardizovani i svaki kupac bi kupio, u osnovi, isti proizvod. Proizvođači u ovom sistemu proizvode standardne proizvode i čuvaju ih u magacinu, koji su delovali kao privremena skladišta (zalihe) gotove robe. Kupac zatim povlači proizvode iz zaliha i zato su minimalni kontakti sa proizvođačima. Fabrika je nastavljala da održi raspored proizvodnje kako bi se zalihe gotovih proizvoda zadržale na određenom nivou. Na slika 12.3a je prikazan na najjednostavniji šematski način ovakav pristup proizvodnji.



Slika 12.3. *Evolucija proizvodnje*

Nedavno, novi pristup je evoluirao gde međuveza klijent sa fabrikom na drugoj osnovi. Ne postoji težnja da bude gotovih proizvoda na zalihama na osnovu kojih se pojavljuju narudžbine kupaca. Zahtevi kupaca se sada prosleđuju direktno proizvođačima. U nekim slučajevima kupac naručuje delimično prilagođene proizvode, a taj koncept je predložen slici 12.3b.

12.2.1. Tipovi proizvodnih okruženja

Četiri klasične vrste proizvodnih okruženja su identifikovani:

- proizvodnja za lager;
- sklapanje po porudžini;
- proizvodnja po porudžini;
- inženjering po porudžini.

Proizvodnja za lager (PZL) podrazumeva proizvodnju proizvoda na bazi poznatog i predvidivog obrazca zahteva. U takvom okruženju veza sa korisnikom je prilično udaljena, obim proizvodnje svake jedinice koja se prodaje teži da bude visok i vreme isporuke kupcu, obično kratko, određuje se dostupnošću gotove robe. Inventar gotovih proizvoda deluje kao privremeno skladište protiv neizvesne tražnje i izlaznih zaliha. Slika 12.3a prikazuje tipican sistem PZL-a. PZL sistem ima prednost da je kratko vreme isporuke, ali troškovi zaliha u fabrikama su veliki i kupci nisu u mogućnosti da izraze eventualne primedbe na dizajn proizvoda. Proizvodno okruženje PZL, takođe, podrazumeva prilično dug i predvidiv životni ciklus proizvoda.

Sklapanje po porudžbini (SPP) je sistem koji koristi iste osnovne sklopove za proizvode i ima sposobnost da menja druge komponente pri završnoj montaži. Proizvodno okruženje za rad na ovoj strategiji ima prvenstveno kontakt sa korisnikom samo na nivou prodaje. Vreme isporuke je u opsegu od srednje do malo i vreme isporuke kupcu se zasniva na dostupnosti većih podsklopova. Neizvesnost oko potražnje se prevazilazi dodatnim planiranjem komponenti i podsklopova. Usmeravanje proizvoda u fabrici je obično fiksno. Ne postoji na zalihama konačan proizvod, a kupac ima ograničen ulaz koji je posledica dizajna proizvoda.

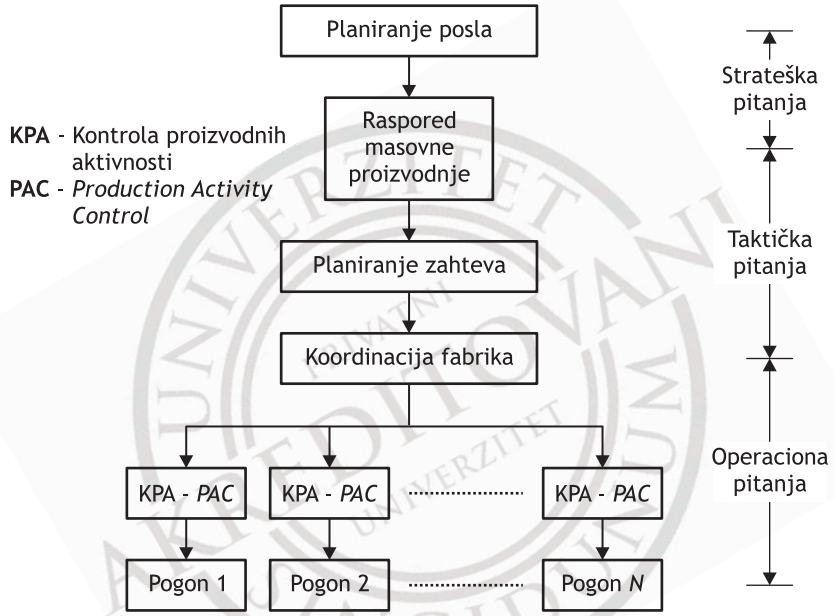
Proizvodnja po porudžbini (PPP) opisuje fabriku koja ima mnogo baznih komponenti na raspolaganju zajedno sa inženjerskim dizajnom, ali je proizvod nije zapravo u potpunosti definisan. Proizvodnja počinje po prijemu narudžbine kupca, a verovatno je da će se konfiguracije proizvoda promeniti u odnosu na početnu specifikaciju u toku izrade. Interakcija sa klijentom je velika, obično uključuje prodaju i inženjering, a vreme isporuke se kreće u rasponu od srednje do dugo. Obećanje za završetak porudžbine je na osnovu raspoloživih kapaciteta u proizvodnji i inženjeringu.

Konačno, **inženjering po porudžbini (IPP)** je produžetak PPP sistema sa projektovanjem proizvoda na osnovu zahteva kupca i specifikacije. Iste karakteristike se mogu primeniti kao i u slučaju PPP, ali jasna interakcija kupca sa dobavljačem je čak i veća. Tačno jedna vrsta proizvoda se projektuje od početka.

12.3. Sistem za upravljanje proizvodnjom

Uspeh proizvodnje veoma zavisi od provođenja vizija budućnosti poslovanja kroz sve slojeve u organizaciji. Nažalost, u mnogim proizvodnim preduzećima, postoji manjak protoka informacija koje teku između nižeg ili operativnog nivoa i nivoa top menadžmenta.

Kako bi se prevazišlo ovo, neophodno je da su aktivnosti oko planiranja proizvodnje i kontrole opisane logično i dosledno. Na ovaj način se definiše arhitektura sistema za upravljanje proizvodnjom (*Production Management Systems – PMS*) čiji je zadatak da se postigne ovaj cilj. Sledi pregled arhitekture i strukture ovih proizvodnih sistema za upravljanja kroz tri glavna pristupa, odnosno strateška, taktička i operativna pitanja. Osnovni elementi u arhitekturi, kao što je ilustrovano na slici 12.4, su poslovno planiranje (planiranje posla), raspored masovne proizvodnje, planiranje zahteva, koordinacija fabrika i kontrola proizvodnih aktivnosti.



Slika 12.4. *Pojednostavljena arhitektura sistema za planiranje proizvodnje i kontrole*

Tri nivoa predstavljaju različita planiranja. Dužina ovih planiranja može da varira u zavisnosti od toga koje proizvodno okruženje je operativno (proizvodnja malih serija, serijska ili masovna proizvodnja). Strateško planiranje može da "pokrije" od jedne do pet godina; taktičko planiranje od jednog meseca do tri godine; i operativno planiranje u realnom vremenu do jedne nedelje.

Ova PMS arhitektura odražava situaciju u kojoj je fabrika bila podeljena (u u najvećoj mogućoj meri) u niz grupa zasnovanih na tehnologiji pogona, gde je svaki pogon odgovoran za porodice proizvoda, sklopova ili komponenti i njime se upravlja od strane kontrolnog sistema. Fabrički modul za koordinaciju osigurava da pojedinačni pogoni komuniciraju u cilju ispunjenja opšteg plana proizvodnje.

12.3.1. Poslovno planiranje

Biznis planiranje (poslovno planiranje) obezbeđuje planove koji su neophodni da se odvijaju prodaja, proizvodnja i finansijske aktivnosti organizacije. Ovi planovi definišu koja

tržišta treba rešiti, koje proizvode treba izraditi, koje su potrebne količine i resursi, kao i finansijski uticaj skupa opštih ciljeve koje je postavio sistem strateškog planiranja u okviru organizacije. Sa stanovišta proizvodnje, poslovno planiranje utiče na strateško planiranje i planiranje proizvodnje "na duge staze".

12.3.2. Glavni plan proizvodnje

Glavni plan proizvodnje (GPP) je izjava o očekivanom rasporedu proizvodnje za izabrane stavke po količini na planskom periodu. To je spisak krajnjih stavki koje bi trebalo da budu proizvedene, količina svake stavke koja treba da se proizvede i kada treba da budu spremni za isporuku. Krajnje stavke mogu biti proizvodene (u PZL-u okruženju), glavni sklopovi ili grupe komponenti (u SPP okruženju), ili čak pojedinačni delovi koji se koristi na najvišem nivou u strukturi proizvoda. GPP daje osnovu za izradu prognoze isporuke, koristeći kapacitete postrojenja za efikasno ostvarivanja strateških ciljeva poslovanja kao što je održavanje plana proizvodnje "na duge staze", kao i rešavanje kompromisa između marketinga i proizvodnje. Za razliku od prognoza tražnje, glavni plan proizvodnje (GPP) predstavlja *obavezu upravljanja* koja odobrava nabavku sirovina i proizvodnju svake specifične komponente definisanih stavki.

12.3.3. Planiranje zahteva

Planiranje zahteva boravi u taktičkom nivou PMS arhitekture. Glavna funkcija zahteva planiranja je da se izgradi plan glavnog rasporeda i raščlanjavanje stavke u PMS-u u njihove sastavne delove. Ovo se može postići korišćenjem računa o materijalima (*Bill of Materials – BOM*). BOM opisuje strukturu proizvoda u odnosu na sklopove, podsklopove i delove koji idu da se proizvode i odnos između njih. Planiranje zahteva rezultira nizom planiranih naloga za svaki sklop, podsklop i komponente BOM-a. Međutim, da se proizvede niz zahteva planiranih naloga potrebno je mnogo više od raščlanjavanja delova koristeći BOM. I druge karakteristike, kao što su dimenzionisanje i fiksiranje, takođe, su obavezne.

12.3.4. Koordinacija fabrika

Funkcija sistema za koordinaciju fabrike je da upravlja sprovođenjem GPP-a u celoj fabrici. Tranzicija planiranih zahteva do koordinacije fabrike i proizvodnih aktivnosti kontroliše markere (pokazatelje) tranzicije iz taktičkog planiranja do kratkoročnog ili operativnog planiranja i kontrole. Problem je da se obezbedi da GPP bude realizovan u različitim radnim pogonima na operativnom nivou fabrike. Koordinacija fabrike je skup procedura koje se bave planiranjem i kontrolom toka proizvoda na nivou fabrike. Ove procedure trebalo bi da neutrališu veze sa sistemima čiji je zadatak projektovanje proizvodnje. Ovim zadatkom se definiše dizajn proizvodnog okruženja u smislu identifikacije i održavanja familija proizvoda i povezanih proizvoda na osnovu rasporeda. Složenost zadatka koordinacije fabrike je značajno umanjena ako je proizvodno okruženju efikasno projektovano. Zahtevi sistema planiranja razvija skup planiranih naredbi, koje se pretvaraju u stvarne naloge po sistemu koordinacije same fabrike.

12.3.5. Kontrolisanje proizvodnih aktivnosti

Kontrolisanje proizvodnih aktivnosti (*Production Activity Control – PAC*) postoji na najnižem nivou u PMS arhitekturi. PAC opisuje principe i tehnike koje se koriste od strane rukovodstva da planiraju u kratkom roku, za kontrolu i ocenu aktivnosti proizvodnje proizvodne organizacije. Kao što postoji na operativnom nivou hijerarhije PMS-a, PAC posluje u veoma kratkom vremenskom periodu, obično između jedne nedelje i kvazi realnog vremena. Poželjno je, za veće kontrole, da PAC aktivnosti budu što bliže moguće realnom vremenu, i u skladu sa stvarnim zahtevima industrije.

12.3.6. Strateško planiranje - projektovanje kapaciteta

Glavne odluke na ovom nivou hijerarhije odražavaju formulisanje politike, kapitalnih investicija, dizajniranje fizičkih objekata i dugoročni rast i diversifikacija strategije. Ove odluke su veoma važne, jer, u velikoj meri su odgovorne za održavanje konkurentske sposobnosti preduzeća, utvrđivanje njene stope rasta i konačno, definisanje njenog uspeha ili neuspeha. Bitno obeležje ove strateške odluke da je ona dugotrajnog karaktera, tako da zahteva dugo planiranje i analizu. To, ipak, zahteva razmatranje neizvesnosti i rizika u procesu donošenja odluka. Konkretno, odluke na ovom nivou se odnose na:

- određivanje proizvoda koji će biti dizajnirani, razvijeni i proizvedeni;
- određivanje proizvoda za određene sektore tržišta kako bi se ispunila očekivanja klijenata;
- ukupni dizajn i razvoj samog fizičkog sistema za proizvodnju.

12.3.7. Kontrola upravljanja (taktičko planiranje) - planiranje ukupnog kapaciteta

Kontrola upravljanja se definiše kao "proces kojim menadžeri obezbeđuju resurse i koriste ih efektivno i efikasno u ostvarivanju ciljeva organizacije". Odluka doneta na ovom nivou ponovo se planira relativno često, možda svaki mesec ili na svaka tri meseca. Oni mogu da se bave sa više fabrika, mnogim distributivnim centrima i mnogim regionalnim i lokalnim skladištima, sa proizvodima koji zahtevaju više faza proizvodnje i procesa montaže, koji služe širokom području tržišta. Oni obično uključuju razmatranje srednje vremenskog opsega, podeljenog na nekoliko perioda, i zahtevaju značajna agregacije odgovarajućih menadžerskih informacija. Tipični problemi u ovoj fazi su:

- efikasno korišćenje resursa i raspoređivanje tokom dizajniranja proizvoda, razvoja i proizvodnje;
- efikasno budžetiranje procesa, često pokriva vremenski period od jedne do tri godine;
- upravljanje potražnjom, glavnim rasporedom proizvodnje i planiranjem ukupnog kapaciteta.

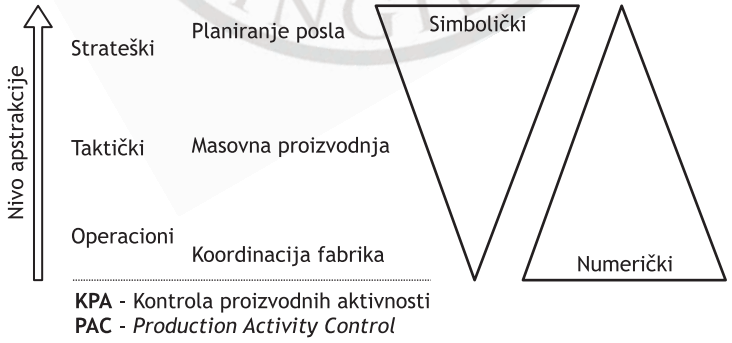
12.3.8. Operativna kontrola - detaljni raspored proizvodnje

Nakon što se definiše raspodela resursa firme, potrebno je obaviti svakodnevne odluke po pitanju rasporeda i operacija. Ova faza procesa donošenja odluka je nazvana **operativna kontrola**. Odluke operativne kontrole zahtevaju potpuno raščlanjavanje informacija generisanih na višim nivoima u detalje u skladu sa menadžerskim procedura koje prate dnevne aktivnosti. Neke tipične odluka donete na ovom nivou su:

- dodeljivanje narudžbina kupaca pojedinačnim mašinama;
- redosled ovih naloga u radionici;
- inventar računovodstva i aktivnosti kontrole inventara;
- ubrzavanje obrade naloga;
- zakazivanje transporta.

12.3.9. Integracija između nivoa sistema za upravljanje proizvodnjom

U planiranje proizvodnje i kontroli sistema, entiteti komuniciraju na različite načine. Strateške odluke su prevedene na taktičke izjave, koje na kraju se izražavaju u proizvodne aktivnosti na operativnom nivou. Iako je ovaj protok informacija kompleksan, dve generičke klase mogu da se razlikuju. Prva klasa se tiče `kvalitativnih` (ili simboličkih) informacija. Ova klasa podržava visoko apstraktne izjave i zbog toga je dominantna u strateškim donošenjima odluka. Druga klasa se sastoji od `numeričkih` informacija. Iako njena upotreba nije ograničena na operativne slojeve, ova klasa predstavlja manje ili više `kvantitativni prevod` ciljeva i strategija, koji su razrađeni pomoću simbola. Slika 12.5 pokazuje predstavljanje svakog tipa informacija na različitim nivoima.



Slika 12.5. *Numeričke i simboličke informacije*

Značaj simboličke informacije se smanjuje dok se obavlja kretanje od nivoa strateškog upravljanja do operativnog nivoa. Alternativno, značaj numeričkih informacija raste kao se ide sa višeg na niži nivo. U GPP modelu, koji je ovde predstavljen, svaki sloj hijerarhije prevodi "neke" simboličke informacija u "neke" numeričke informacije.

12.4. Ukupno planiranje proizvodnje i glavni (*master*) plan proizvodnje

Ukupno planiranje je aktivnost na visokom nivou korporativnog planiranja. Ukupan plan proizvodnje ukazuje na izlazne nivoe za glavne linije proizvoda kompanije. Ukupan plan treba da bude usklađen sa planovima za prodaju i odeljenjem za marketing. Budući da ukupna proizvodnja plan obuhvata proizvode koji su trenutno u proizvodnji, takođe moraju se uzeti u obzir i sadašnji i budući nivoi zaliha tih proizvoda i njihovih sastavnih delova. Budući da novi proizvodi, koji su trenutno u razvoju, će takođe biti uključeni u ukupnom planu, marketinški planovi i promocija aktuelnih i novih proizvoda moraju biti usaglašeni sa ukupnim kapacitetom resursa dostupnih unutar kompanije.

Količine proizvoda izrađnih na glavnim proizvodnim linijama navedenih u ukupnom planu moraju da budu pretvorene u vrlo specifičan raspored pojedinačnih proizvoda, poznat kao **glavni plan proizvodnje – GPP** (*Master Production Schedule – MPS*). To je spisak proizvoda koji će se proizvesti, kada treba da budu završeni i dostavljeni, i u kojoj količini. Na slici 12.6b prikazan je hipotetički GPP za neki proizvod koji je izveden iz odgovarajućeg ukupnog plana na slici 12.6a. Glavni plan mora biti zasnovan na preciznijoj proceni tražnje i realne procene proizvodnih kapaciteta preduzeća.

a	Nedelja									
Proizvodna linija	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Linija M modela	200	200	200	150	150	120	120	100	100	100
Linija N modela	80	60	50	40	30	20	10			
Linija P modela							70	130	25	100

b	Nedelja									
Proizvodna linija modela	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Model M3	120	120	120	100	100	80	80	70	70	70
Model M4	80	80	80	50	50	40	40	30	30	30
Model N8	80	60	50	40	30	20	10			
Model P1								50		100
Model P2							70	80	25	

Slika 12.6. *(a) Ukupni proizvodni plan i (b) odgovarajući GPP za zamišljenu proizvodnu liniju*

Proizvodi uključeni u GPP mogu se podeliti u tri kategorije: (1) narudžbina kupaca, (2) predviđanja potražnje i (3) rezervni delovi. Proporcije variraju u svakoj kategoriji za različita preduzeća, a u nekim slučajevima jedna ili više kategorije su izostavljeni. Kompanije koje se bave proizvodnjom i sklapanjem delova uglavnom će morati da obrade sve tri vrste. U slučaju narudžbina kupaca određenih proizvoda, kompanija je obično u obavezi da isporuči predmet od određenog datuma koji je definisan u odeljenju prodaje. U drugoj kategoriji, izlazne količine iz proizvodnje su bazirane na statističkim tehnikama

predviđanja koje su primenjene na osnovu prethodnih obrazaca zahteva, procene od strane osoblja prodaje, kao i drugih izvora. Za mnoge kompanija, predviđanja potražnje predstavlja najveći deo glavnog (*master*) plan. Treća kategorija se sastoji od rezervnih delova koji će biti smešteni u specifičnim odeljenjima preduzeća ili će biti poslati direktno kupcu. Neke kompanije isključuju ovu treću kategoriju iz glavnog programa, jer ne predstavlja krajnji proizvod.

GPP se generalno smatra da bi trebalo da bude srednje "labav" plan, jer moraju da se uzmu u obzir rokovi za naručivanje sirovina i komponenti, proizvodnju delova u fabrikama, a zatim sklapanje krajnjeg proizvod. U zavisnosti od proizvoda, rokovi mogu da variraju od nekoliko nedelja do nekoliko meseci, u nekim slučajevima, više od godinu dana. GPP obično pokušava da reši probleme u bliskoj budućnosti. To znači da promene nisu dozvoljene u roku od šest nedelja, zbog teškoća u prilagođavanju rasporeda proizvodnje u tako kratkom periodu. Međutim, prilagođavanja rasporeda su dozvoljena u roku od šest nedelja ako treba promeniti neke šablone ili ako treba uvesti nove proizvoda.

12.5. Planiranje materijalnih potreba

Planiranje materijalnih potreba – PMP (*Material Requirements Planning – MRP*) je računarska tehnika koja konvertuje glavni plan krajnjeg proizvoda u detaljni plan za sirovine i komponente koje koristi krajnji proizvod. Detaljni plan identifikuje količine za svaku sirovinu i komponentu stavki. Ovo, takođe, ukazuje na to da mora svaka stavka biti naručena i isporučena kako bi se ispunio glavni plan za finalne proizvode. PMP se često posmatra kao metod kontrole inventara. To je i efikasno sredstvo za smanjenje nepotrebne investicije u inventar i koristan metod u planiranju proizvodnje i kupovine materijala.

Razlika između nezavisnih i zavisnih zahteva potražnje je važna u PMP. `Nezavisni zahtev` znači da je potražnja za proizvodom povezana sa potražnjom za druge stvari. Finalni proizvodi i rezervni delovi su primeri stavki čiji zahtev je nezavisan. Obrasci nezavisne potražnje moraju biti obično prognozirani. `Zavisan zahtev` znači da potražnja za artiklom direktno vezana za zahtev za nekim drugim artiklom, obično finalnim proizvodom. Zavisnost obično proizilazi iz činjenice da su stavke sastavni deo drugih proizvoda. Komponente, sirovine i podsklopovi su primeri stavki koje zavise od potražnje.

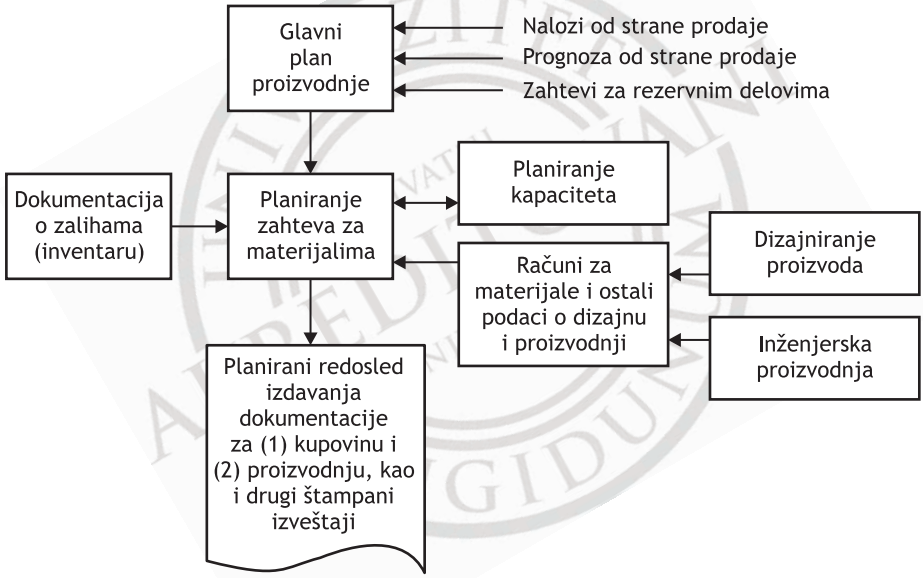
PMP koncept je relativno jednostavan. Njegova primena je komplikovana, obično, zbog obima podataka koji se obrađuju. Glavni plan predviđa ukupan proizvodni plan gotovih proizvoda u pogledu isporuka mesec po mesec dana. Svaki proizvod može da sadrži na stotine pojedinačnih komponenti. Ove komponente su proizvedene od sirovina, od kojih su neke uobičajene među komponentama. Na primer, nekoliko komponenti mogu biti sastavljene od istog čeličnog lima. Komponente su sklapaju u jednostavne podsklopove i podsklopovi se sastavljuju u složenije podsklopove, i tako dalje, sve do sklopljenog finalnog proizvoda. Za svaki korak u proizvodnji i montaži potrebno je vreme. Svi ovi faktori moraju biti uključeni u PMP proračune. Iako je svaki proračun jednostavan, obim podataka je tako veliki da je primena PMP-a praktično nemoguća, osim kompjuterskom obradom.

Sledi ispitavanje ulaza u PMP sistem. Nakon toga, sledi opis kako PMP radi, kako se

generišu izlazni izveštaji od strane PMP izračunavanja, i na kraju koje su dobre i loše stvari verifikovane kroz primenu PMP sistema u industriji.

12.5.1. Ulaz u sistem planiranja materijalnih potreba

Da bi funkcionisao, PMP program treba da ima dostupne podatke koji su sadržani u nekoliko datoteka. Ove datoteke služe kao ulaz u PMP procesor. Oni su (1) raspored glavne proizvodnje, (2) datoteka sa podacima o materijalima i druge datoteke sa inženjerskim i proizvodnim podacima i (3) datoteka sa podacima o inventaru. Slika 12.7 ilustruje protok podataka u PMP procesoru i pretvaranje u korisne izlazne izveštaje. U pravilno implementiran PMP sistema, planiranje kapaciteta, takođe, obezbeđuje ulaz kako bi se osiguralo da PMP raspored ne prelazi kapacitet proizvodnje firme.

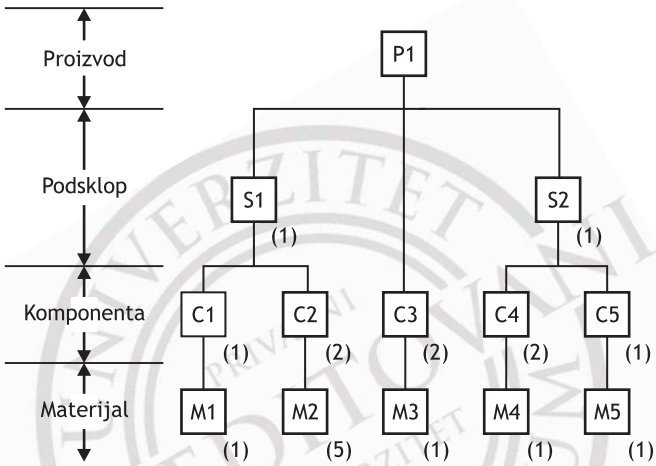


Slika 12.7. *Struktura PMP sistema*

PMP navodi koji su krajnji proizvodi potrebni i koliko svakog od njih treba da se proizvode i kada treba da budu spremni za isporuku, kao što je prikazano na slici 12.6b. Proizvodnja firme uglavnom rade isporuke po mesečnom rasporedu, ali je glavni raspored na pomenutoj slici koristi nedelje kao vremenske periode. Bez obzira na trajanje, ovi vremenski periodi se nazivaju `vremenske zone` u PMP. Umesto da se vreme tretira kao kontinualna promenljiva (koje, naravno, to i jeste), PMP odrađuje svoje proračune materijala i delova u terminima vremenskih zona.

Fajl sa **predlogom potrebnog materijala** (*Bill of Materials – BOM*) pruža informacije o strukturi proizvoda, spisku sastavnih delova i podsklopova koji čine svaki proizvod. Koristi se za izračunavanje sirovina i komponenti za potrebe krajnjih proizvoda navedenih u glavnom rasporedu. Struktura sklopljenog proizvod može se ilustrovati kao na slici

12.8. Ovo je mnogo jednostavnije od većine komercijalnih proizvoda, ali po svojoj jednostavnosti će poslužiti svrsi. Proizvod P1 se sastoji od dva podsklopa, S1 i S2, svaki od njih je sastavljen od komponenti C1, C2 i C4, C5, respektivno. Komponenta C3 direktno se ugrađuje u završni proizvod. Konačno, na najnižem nivou su sirovine koji "idu" u svaku komponentu. Svaka stavka višeg nivoa se zove `roditelj` stavke koja se nalazi na nižem nivou. Na primer, S1 je roditelj C1 i C2. Ova proizvodna struktura mora navesti broj svakog podsklopa, komponente i sirovine koji idu kod svog odgovarajućeg roditelja. Ovi brojevi se prikazuju u zagradama kao što je prikazano na slici 12.8.



Slika 12.8. *Proizvodna struktura za deo P1*

Datoteka za zapisanim potrebnim zalihama (inventarom) naziva se `jedinična glavna datoteka` u kompjuterski vođenom sistemu zaliha ili inventara. Vrste podataka sadržanih u zapisu o zalihama zapis su podeljeni u tri segmenta:

1. `Jedinični glavni podaci`. Ovo omogućava identifikaciju predmeta (broj dela) i druge podatke o delu, kao što su porudžbine i rokovi.

2. `Stanje inventara`. Ovo daje, u određenom vremenskom periodu, zapise o statusu inventara. U PMP je važno da se zna ne samo trenutni nivo zaliha, već i sve buduće promene koje će se pojaviti u odnosu na popis. Dakle, segment posvećen statusu inventara izlistava bruto uslove za svaku stavku, zakazane rasporede, trenutne statuse i planirane isporuke, kao što je prikazano na slici 12.9.

3. `Pomoćni podaci`. Treći segment datoteke obezbeđuje pomoćne podatke kao što su nalozi za kupovinu, da li deo može da se popravi ili se odbacuje, kao i inženjerske promene.

12.5.2. Kako sistem za planiranje materijalnih potreba radi

PMP procesor radi sa podacima sadržanim u PMP-u, u BOM datoteci, kao i sa podacima o statusu zaliha (inventara). Glavni plan određuje listu po periodima potrebnim

za izradu finalnih proizvoda, BOM definiše koji su materijali i komponente potrebni za svaki proizvod i podaci o zalihama daju trenutne i buduće statuse inventara za svaki proizvod, komponentu i materijal.

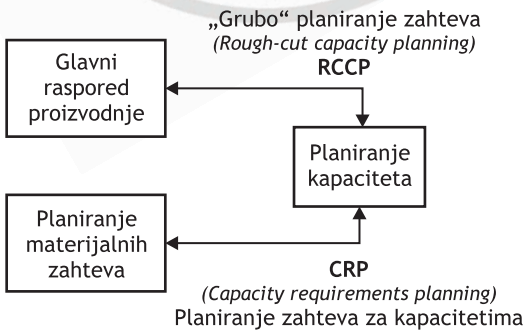
Period		1	2	3	4	5	6	7
Deo: **Sirovina M4**								
Glavni zahtevi								
Planirani prihodi				**40**				
"Pri ruci"	**50**	**50**	**50**	**90**				
Neto zahtevi								
Planirana narudžbina								

Slika 12.9. *Proizvodna struktura za deo P1*

PMP procesor računa koliko je svake komponente i sirovina potrebno od svakog perioda kada je najveća potražnja (kada je najintezivnija proizvodnja) do perioda na kraju kada su zahtevi, na sukcesivno nižim nivoima u proizvodnoj strukturi, manji.

12.6. Planiranje kapaciteta

Originalni PMP sistem u stanju je da napravi rasporede koji su ne nužno u skladu sa proizvodnim kapacitetima i ograničenjima fabrika gde se obavlja proizvodnja. U mnogim slučajevima, PMP sistem je razvijao detaljan raspored na osnovu glavnog plana proizvodnje što je bilo nerealno. Uspešan raspored proizvodnje mora uzeti u obzir proizvodne kapacitete. U slučajevima gde je trenutni kapacitet neadekvatan, firma mora da pravi planove za promene kapaciteta kako bi zadovoljila promenljivu proizvodnoju čiji su zahtevi definisani u rasporedu.



Slika 12.10. *Dve faze planiranja kapaciteta*

Planiranje kapaciteta se obično ostvaruje u dve faze, kako je prikazano na slici 12.10: prva, kada je PMP uspostavljen i druga, kada se radi PMP izračunavanja. U PMP fazi, "grubo" planiranje zahteva (*Rough-Cut Capacity Planning – RCCP*) se pravi da proceni izvodljivosti

glavnog plana. Takav obračun pokazuje da li postoji značajno kršenje proizvodnih kapaciteta u PMP. S druge strane, ako obračun pokazuje da nema prekroačenja kapaciteta, onda nema ni garancija da se proizvodni raspored može ispuniti. To zavisi od raspodele radnih naloga za određene radne pogone u fabrici. Shodno tome, drugi obračun kapaciteta se vrši u isto vreme kada se vrši priprema PMP rasporeda. Ovaj detaljan obračun, nazvan planiranje zahteva za kapacitetima (*Capacity Requirements Planning – CRP*) određuje da li ima dovoljno proizvodnih kapaciteta u pojedinim odeljenjima i radnim pogonima kako bi se završili određeni delovi i sklopovi koji su zakazani od strane PMP-a. Ako raspored nije kompatibilan sa kapacitetom, tada kapacitet fabrike ili glavni plan treba da se podese.

Prilagođavanja kapaciteta se mogu podeliti na kratkoročne korekcije i dugoročna prilagođavanja. Sposobnost prilagođavanja za kratkoročne korekcije uključuju sledeće:

- `Nivoi zapošljavanja`. Zapošljavanja u fabrici mogu se povećavati ili smanjivati kao odgovor na promene u zahtevima kapaciteta.
- `Broj privremenih radnika`. Povećanja nivoa zaposlenosti se mogu postići pomoću radnika iz privremenih agencija. Kada je "opterećeno" vreme prošlo i kada nema više potrebe za angažovanjem privremenih radnika, ti radnici mogu da pređu na pozicije u drugim firmama u kojima su potrebne njihove usluge.
- `Broj smena u određenom periodu`. Broj radnih smena u proizvodnom periodu može da se povećava ili smanjuje.
- `Broj radnih sati`. Broj sati rada u jednoj smeni može biti povećan ili smanjen, kroz korišćenje prekovremenog rada ili smanjenja sati.
- `Nagomilavanje zaliha (inventara)`. Ova taktika može da se koristi da se održi stabilan nivo zaposlenosti u vremenskom periodu kada mala potražnja.
- `Naručivanje za zalihe`. Isporuke proizvoda kupcima može da kasne tokom perioda kada je proizvodnja nedovoljna, kako bi išli ukorak sa potražnjom.
- `Opterećenje preko podugovora`. Ovo uključuje najam radne snage tokom "prometnog" perioda, uzimajući u obzir opterećenje tokom "labavog" perioda (kada nije maksimalno opterećenje).

Planiranje kapaciteta za dugoročna podešavanja obuhvata promene u proizvodnim kapacitetima koji uglavnom zahtevaju dugo vreme proizvodnje. Ove korekcije uključuju sledeće aktivnosti:

- `Ulaganje u novu opremu`. Ovo uključuje investiranje u više mašina ili više produktivnih mašina kako bi se zadovoljile buduće potrebe povećane proizvodnje ili investiranja u nove tipove mašina za buduće promene u dizajniranju proizvoda.
- `Izgradnja novih postrojenja`. Izgradnja nove fabrike predstavlja jednu od glavnih investicija za kompanije. Međutim, ona takođe predstavlja značajno povećanje proizvodnih kapaciteta za firmu.
- `Kupovina postojećeg postrojenja od drugih kompanija`.

- `Kupovina postojećih kompanija`. Ovo se može uraditi da se povećaju proizvodni kapaciteti. Međutim, postoje obično važniji razlozi za preuzimanje postojećih preduzeća, kao što je postizanje ekonomskog obima koji rezultira povećanjem udela na tržištu i smanjenjem osoblja.
- `Zatvaranje fabrika`. Ovo uključuje zatvaranje fabrike (postrojenja) koja neće biti potrebna u budućnosti.

12.7. Saradnja sa dobavljačima i kupcima

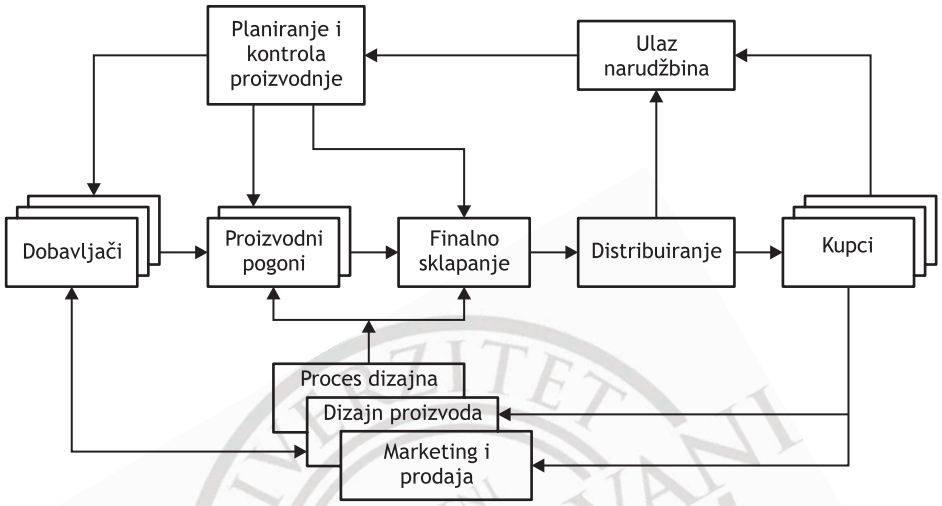
Proizvođači treba da razvijaju bliske odnose sa svojim klijentima u cilju razumevanja njihove potrebe za specifičnim proizvodima i trebalo bi da budu u poziciji da na njih odgovore brzo. Proizvođači, takođe, shvataju da njihova sposobnost da zadovolje potrebe potrošača zavisi opet od sposobnosti dobavljača da isporuči sirovine, komponente, podsklopove, usluge, i to odgovarajućeg kvaliteta po pravoj ceni i na vreme.

Ovo priznanje ključne uloge dobavljača i značaja da treba "biti blizak kupcu", zajedno sa pojavom modernih elemenata, dovelo je do pojave proširenih preduzeća. Proširena preduzeća nastaju delimično iz pokušaja proizvođača da steknu konkurentsku prednost iz veze sa svojim dobavljačkim i distributivnim lancem. Štaviše, dostupnost sofisticiranih kompjutera i mreža na bazi telekomunikacija i pojave standarda razmene podataka, olakšava stvaranje konkurentske prednosti stvaranjem trajne i obostrano korisne veze sa dobavljačima, distributerima itd.

Koncept proširenog preduzeća je takođe u skladu sa konceptom **osnovnih nadležnosti** i **fokusirane fabrike**. Fokusirana fabrika je bazirana na ideji da fabrika koja se koncentriše na uski spektar proizvoda za određeno tržište će, verovatno, "nadigrati" više tradicionalnu fabriku sa širim spektrom aktivnosti, proizvoda i tržišta. Fokusirajući se na pojedine proizvode, tržišta, veštine, aktivnosti i tehnologije, verovatnije je da će ciljevi firme biti ostvareni bez kompromisa koji se često traže, u odnosu na manje fokusirana okruženja. Glavne nadležnosti su one nadležnosti koje su centralne za postizanje poslovnih ciljeva firme i koji pružaju niske cene i/ili diferencijacije proizvoda.

U svetu sve veće specijalizacije, razvoj fokusa i osnovne kompetencije je neophodno kako bi se postigle performanse svetske klase. Ali svetske klase proizvoda, isporuka i usluga često zahtevaju mešavinu više sposobnosti. Proširena preduzeća omogućavaju firmama da iskoriste spoljne nadležnosti i resurse bez njihovog posedovanja. Prošireno preduzeće na taj način označava pomak u tradicionalnom razmišljanja o strukturi i vlasništvu dodatnih vrednosnih aktivnosti u **toku vrednosti**. Navika je da se razmišlja o jednom preduzeću sa mnogo funkcionalnih odeljenja, koje obavlja funkcije kao što su prodaja, marketing, projektovanje, inženjering, proizvodnja, montaža, distribucija itd. Međutim, u današnjem globalnom tržištu, subjekti iz različitih preduzeća, ili čak i lica koja su po sebi nominalno nezavisna preduzeća. mogu se "zbližiti" sa proizvodnjom određenog proizvoda ili usluge. Slika 12.6 predstavlja jednostavan model proizvodnje poslovanja u okviru "lanca vrednost" od dobavljača, preko proizvođača i montaže, do distributera i kupca. Do sada je bio naglasak na planiranju proizvodnje i kontroli unutar "četiri zida proizvodnog pogona". Međutim, kao što će se videti malo kasnije, dostupnost elektronskih razmena podataka i

sofisticirane računarske mreže znači da se sada traži plan i kontrola pomoću elektronskih sredstava u celom lancu vrednosti.



Slika 12.11. *Integracije u proizvodnji*

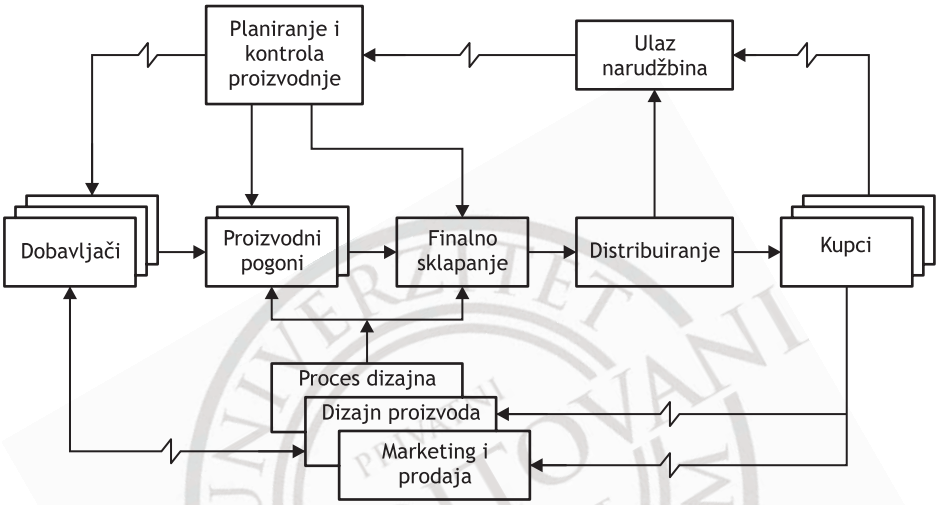
J-I-T (*Just in Time*) način proizvodnje je bio verovatno prvi pristup snažnom zagovaranju bliskog učešća korisnika i dobavljača u proizvodnji kompanije. Između ostalog, J-I-T korisnik je istakao učešće u finalnom raspoređivanju proizvodnih sistema i blisku saradnju sa dobavljačima kako bi se obezbedile visoko kvalitetne komponente i pravovremene isporuke.

12.7.1. EDI – Elektronska razmena podataka

Elektronska razmena podataka (*Electronic Data Interchange – EDI*) je nastala kao normalna posledica razvoja tehnologije tokom osamdesetih godina prošlog veka. EDI (takođe, poznata kao trgovina bez papira) može biti definisana kao elektronsko prebacivanje sa računara na računar (ili iz aplikacije u apliakciju) komercijalnih ili administrativnih transakcija korišćenjem dogovorenog standarda za strukturu transakcije ili poruke podataka. Pravilno instaliran EDI nudi prednosti u smislu smanjenja greški u podacima kroz izbegavanje dvostrukog unosa podataka, smanjenje troškova kroz poboljšanje poslovnih procesa; smanjenja vodećeg vremena, bolje usluge i podrške kupcima kroz brže i bolje poslovne procese. EDI se može koristiti preko lanca vrednosti za poboljšanje administrativnih sistema i veza između dobavljača i proizvodnih postrojenja i one između proizvodnih pogona i distributera i kupaca. U početku EDI je korišćena za podršku poslovanja (fakturisanje, nalozi za kupovinu, otpremnice, izveštaji itd.) između dobavljača i njihovih klijenata. Međutim, kako slika 12.12 sugeriše, EDI i sofisticirane računarske mreže mogu da olakšaju primenu J-I-T naručivanja i podršku Kanban tehnici unutar lanca vrednosti preko elektronskih sredstava.

EDI sada počinje da se koriste za razmenu podataka tehnoloških proizvoda (slika 12.12). U stvari, neki analitičari koriste globalni termin EDE (*Electronic Data Exchange*) kako bi

se uključili EDI i CDI (*CADCAM Data Interchange*). CDI je izuzetno važna u doba zajedničkih proizvoda i razvoja komponenti između dobavljača i, konačno, u montaži i jasno promoviše ostvarivanje konkurentnog inženjerstvo. CDI je olakšana razvojem razmene proizvodnih podataka i sistema za modelovanje proizvoda, kao i primenom odgovarajućih standarda.



Slika 12.12. *EDI unutar proširenog preduzeća*

Očigledno je da je EDI više automatizacije prenosa podataka između poslovnih partnera. EDI utiče na način na koji su kompanije i preduzeća u međusobnoj interakciji i na način na koji oni rade posao. Drugim rečima, EDI nije samo automatizacija postojećih metoda, nego čini moguću primenu novijih i boljih metoda. Vremenom EDI dovodi trgovinske partnere bliže jedne drugima i podržava stvaranje proširenih preduzeća. U stvari, mnoge od najboljih današnjih naprednih proizvodnih kompanija koriste EDI kako bi razmenile informacije o proizvodnji i kupovini, i da pruži podršku zajedničkim (sa dobavljačima i/ili klijentima) inženjerskim timovima za razvoj. Za EDI se može reći da je tehnologija koja ima za cilj da stekne konkurentsku prednost za svoje korisnike, tako što će kreirati efikasne i isplative veze.

Glava 13

Proizvodnja bez zaliha i *Lean* koncept

Poznat je podatak da je J-I-T (*Just-In-Time*) filozofiju popularizovala japanska kompanija Toyota. Njihova težnja je bila da uspostave **idealne tokove** materijala kroz celu mrežu snabdevanja u skladu sa zahtevima potrošača. Pojam idealni podrazumeva maksimalno redukovanje svih ulaganja, napora i troškova, a povećanje performansi i efekata u funkciji perfektnih ciljeva poslovanja. Put ka tim ciljevima započeo je sa *lean* proizvodnjom. Polazna, osnovna težnja ovakve proizvodnje je smanjivanje zaliha. Komparativno gledano u odnosu na masovnu proizvodnju, *lean* proizvodnja smanjuje napore radne snage, smanjuje proizvodni prostor, smanjuje troškove opreme, skraćuje vreme potrebno za razvoj proizvoda. To direktno vodi smanjivanju troškova i povećanju ekonomičnosti.

Lean koncept, poznat kao *lean* mišljenje, je proširen i na druge funkcionalne jedinice kompanije i to na dizajn, razvoj i logistiku. Primenom ovog pristupa mreža logistike svoje performanse podiže na jedan viši nivo i sve izmene u poslovnim procesima usklađuje sa zahtevima potrošača. U osnovi principi *lean* mišljenja podrazumevaju da se roba proizvodi i isporučuje kupcima tačno na vreme i u skladu sa ugovorenom prodajom.

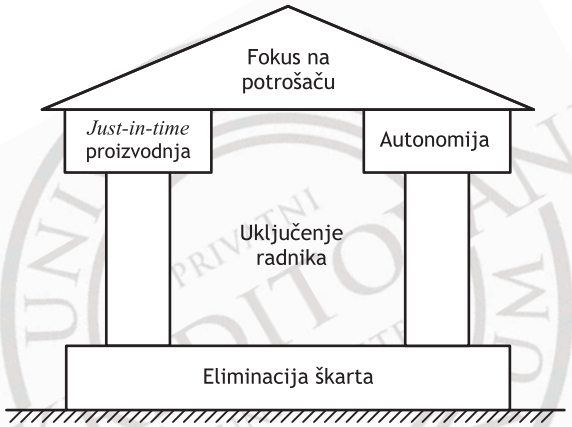
J-I-T sistem proizvodnje predstavlja netradicionalni pristup proizvodnji i kontroli zaliha koji je prvi put korišćen u Tojotinoj fabrici pedesetih godina dvadesetog veka. J-I-T znači isporuku materijala ili delova do sledeće stanice za preradu u proizvodnji, neposredno pre što ti delovi zatrebaju na radnoj stanici. To rezultira minimalnim radom u procesu popisa i promoviše visok kvalitet materijala i delova koji se isporučuju. J-I-T je jedan od osnovnih pristupa koji se koriste u Tojotinom proizvodnom sistemu.

13.1. *Lean* proizvodnja i gubici u izradi

Lean proizvodnja znači da se radi više sa manje resursa. To je adaptacija masovne proizvodnje u kojoj se rad ostvaruje za kraće vreme, u manjem prostoru, sa manje radnika, sa manje opreme, a ipak se postiže bolji nivo kvaliteta finalnog proizvoda. *Lean* proizvodnja označava da se klijentima daje ono što oni žele i da se zadovoljavaju ili nadmašuju njihova očekivanja.

Tojotin proizvodni sistem je evoluirao počevši od 1950-ih godina i imao je zadatak da se

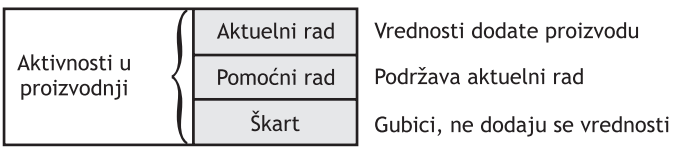
nosi sa realnošću posleratne privrede Japana. Ove ekonomske stvarnosti su (1) mnogo manje automobila na tržištu nego u SAD i Evropi, (2) nedostatak japanskog kapitala da investira u nove fabrike i opremu i (3) spoljni svet koji je uključivao više afirmisane automobilske kompanije odlučne da brane svoja tržišta protiv japanskog uvoza. Da bi se nosila sa ovim izazovima, Tojota je razvila proizvodni sistem koji može da proizvede različite modele automobila sa manje problema po pitanju kvaliteta, sa manjim zalihama, sa manjom proizvodnjom delova koji se koriste u automobilima i smanjenim rokovima za proizvodnju automobila. Razvoj Tojotinog proizvodnog sistema je predvodio *Taiichi Ohno*, potpredsednik Tojote, čiji napori su u velikoj meri motivisani željom da se eliminiše škart (otpad) u svim svojim različitim oblicima u proizvodnim operacijama. Sastavni delovi *lean* proizvodnog sistema prikazani su na slici 13.1.



Slika 13.1. *Struktura Lean proizvodnog sistema*

Osnova Tojotinog proizvodnog sistema je eliminacija otpada. U realnoj proizvodnji, otpad (škart) je prisutan i ima ga dosta. Aktivnosti u proizvodnji mogu se podeliti u tri kategorije, kao na slici 13.2:

- *Aktuelni rad* koji se sastoji od aktivnosti koje dodaju vrednost proizvodu. Primeri uključuju obradne korake da proizvode deo i operacije montaže za izgradnju proizvoda.
- *Pomoćni rad* koji podržava stvaranje vrednosti dodavanjem aktivnosti. Primeri uključuju utovar i istovar proizvodnih mašina koje vrše obradne korake.
- *Gubici*, aktivnosti koje ne dodaju vrednost proizvodu, niti podržavaju dodatnu vrednost rada. Ako ove aktivnosti nisu izvršene, nema negativnog uticaja na proizvod.



Slika 13.2. *Struktura Lean proizvodnog sistema*

Taiichi Ohno je identifikovao sedam formi o gubicima u proizvodnji koje treba eliminisati pomoću različitih postupaka. Tih sedam oblika su:

- proizvodnja neispravnih delova;
- proizvodnja više delova nego što je potrebno (prekomerna proizvodnja);
- prekomerne zalihe;
- nepotrebni koraci obrade;
- nepotrebno kretanje ljudstva;
- nepotrebno rukovanje materijalima;
- čekanje radnika.

Eliminisanje proizvodnje defektnih delova zahteva sistem za kontrolu kvaliteta koji postiže savršen kvalitet iz prvog puta. U oblasti kontrole kvaliteta, Tojotin sistem proizvodnje je u oštrom kontrastu sa tradicionalnim sistemima kontrole koji se koriste u masovnoj proizvodnji. U masovnoj proizvodnji, kontrola kvaliteta se obično definiše u smislu prihvatljivog nivoa kvaliteta, što znači da se određeni minimalni nivo defekata toleriše. U *lean* proizvodnji, naprotiv, savršen kvalitet je potreban. J-I-T isporuke, koje se koriste u proizvodnji, moraju da budu bez defekata, jer ako se neispravan deo dostavi narednoj radnoj stanici, proizvodnja mora da se zaustavi. U ovoj vrsti proizvodnje ne postoje zalihe ili su toliko male da ne mogu da se iskoriste kako bi se premostili tekući problemi. U masovnim proizvodnja, zalihe se koriste privremena skladišta samo u slučaju da se javljaju problemi oko postignutog kvaliteta. Neispravna radna jedinica se jednostavno skida sa linije i menja sa prihvatljivom jedinicom. Međutim, takva politika teži da produži uzrok lošeg kvaliteta. Dakle, defektni delovi će se i dalje proizvoditi. U *lean* proizvodnji, jedan defekt skreće pažnju na problem kvaliteta, što je primoralo kompaniju da preduzme korektivne mere i pronađe trajno rešenje. Radnici ispituju sopstvenu proizvodnju i smanjuju isporuke kvarova radnim stanicama koje su smeštene niz proizvodnu liniju.

Hiperprodukcija i preterane zalihe su u korelaciji. Proizvodnja više delova nego što je potrebno znači postoji ostatak delova koji se mora sačuvati. Od svih gore pomenutih formi gubitaka, *Ohno* je verovao da je "najveći otpad (škart) od svih višak inventara". Hiperprodukcija i višak zaliha uzrok je povećanih troškova u u sledećim oblastima:

- skladištenje (zgrade, osvetljenje i grejanje, održavanje),
- skladištenje opreme (palete, sistem stalaka ili polica, viljuškari);
- dodatni radnici za održavanje i upravljanje dodatnim inventarom;
- dodatna radnici koji proizvode višak delova;
- ostali troškovi proizvodnje (sirovine, mašine, energija, održavanje) kako bi se proizveo višak delova;
- otplata kamata za finansiranje svega gore navedenog.

Kanban sistem za J-I-T proizvodnju obezbeđuje mehanizam kontrole svake radne stanice za proizvodnju u cilju dostavljanja samo minimalne količine delova potrebne sledeći proces u nizu. Na taj način se ograničava količina zaliha koja je dozvoljena da se akumulira između operacija.

Nepotrebni obradni koraci znače da je utrošena dodatna energija od strane radnika i/ili mašina za posao koji ne dodaje vrednost proizvodu. Primer za to je proizvod koji je dizajniran sa funkcijama koje nisu korisne za kupca, a utrošeno je i vremena i kreirano još troškova kako bi se stvorile ove funkcije. Drugi razlog za nepotrebne obradne korake je taj da obradni metod za zadatak nije dobro dizajniran. Zbog toga, te pogrešne metode koje se koriste za zadatak obuhvataju "izgubljeno" kretanje ruku i tela, nepotrebne radne elemente, neprikladan ručni alat, neefikasnu proizvodnu opremu, lošu ergonomiju i opasnost po pitanju sigurnosti.

Kretanja ljudi i materijala je neophodna aktivnost u proizvodnji. Kretanja su neophodna i to su prirodni elementi radnih ciklusa za većinu radnika, i materijal mora da se transportuje iz radne operacije u radnu operaciju u toku njihove obrade. Kada se vrši kretanje radnika i materijala nepotrebno i bez dodavanja vrednosti na proizvod, tada se javlja škart. Razloge zbog kojih se ljudi i materijali ponekad nepotrebno pomeraju (kreću) su sledeći:

- `Neefikasan raspored radnih mesta`. Alati i delovi su nasumično organizovani u radnom prostoru, tako da radnici moraju tražiti ono što im je potrebno i koriste neefikasna kretanja da bi dovršili svoje zadatke.
- `Neefikasan izgled fabrike`. Radne stanice nisu raspoređene duž linije toka sekvencijalne obrade.
- `Nepravilno rukovanje materijalom`. Na primer, ručno rukovanje se koristi umesto mehanizovanog rukovanja i automatske opreme.
- `Proizvodne mašina su raspoređene suviše daleko`. Veće udaljenosti znači više tranzitnog puta između mašina.
- `Veća oprema nego što je potrebno za zadatak`. Većim mašinama potreban je veći pristupni prostor i veće su udaljenosti između mašina.
- `Konvencionalna serijska proizvodnja`. Tokom serijske proizvodnje, neophodne su izmene posle završenih serija i to ima za posledicu pauze tokom kojih se ne proizvodi ništa.

Sedmi oblik formi o gubicima čekanje na radnike. Kada su radnici prisiljeni da čekaju, to znači da ne rade. Postoji niz razloga zašto su radnici ponekad prinuđeni da čekaju. Primeri uključuju sledeće:

- čekanje za materijale koji treba dostaviti na radnu stanicu;
- čekanje jer je pokretna proizvodna traka zaustavljena;
- čekanje na popravku slomljenog dela mašine ili same mašine;

- čekanje na ponovno podešavanje mašina;
- čekanje na mašinu da obavi svoj automatsku obradni ciklus radnog dela.

13.2. J-I-T proizvodni sistemi

Ovaj princip podrazumeva proizvodnju gotovih proizvoda tačno na vreme kako bi se udovoljilo narudžbi kupaca. Princip J-I-T je krajnji cilj nove proizvodne filozofije. Prvi put je primenjen u Toyota sistemu. Princip J-I-T je uveden da bi se ostvario ideal proizvodnje bez zaliha. Prema tome J-I-T proizvodnja podrazumeva proizvodnju gotovih proizvoda tačno na vreme kako bi se udovoljilo zahtevu kupca, zatim proizvodnju sastavnih delova onako kako ide potreba za njima, tačno na vreme kada ih treba montirati u gotove proizvode, kao i nabavku materijala onako kako potrebe za njima pristižu kako bi se mogli blagovremeno proizvoditi delovi. J-I-T proizvodnja znači proizvesti samo ono što se traži u najmanje mogućim serijama sa nula grešaka i u najkraćem mogućem vremenskom intervalu. U savremenim uslovima industrijske proizvodnje J-I-T proizvodnja ima sledeće karakteristike: proizvodnja po narudžbi, u malim serijama, sa nula grešaka, sa najkraćim ciklusom izrade, bez skladišta.

Zalihe postoje jer su delovi kupljeni pre nego što su zaista potrebni. Takođe, zalihe postoje i zbog nesigurnosti isporuka i raznih pogodnosti pri kupovini. J-I-T koncept, jednostavno rečeno, traži da su delovi dostupni samo kada ih trebaju, a da ih uopšte nema ako nisu potrebni. Što se bolje kontroliše lanac nabavke i proizvodnja, manje je zaliha potrebno.

J-I-T zapravo nije tehnika, već logičan rezultat skupa tehnika. To je zapravo cilj stroge kontrole nabavke, efektivnog planiranja procesa proizvodnje i dizajna fabrike, motivacije radnika, smanjenja troškova, logistike i planiranja potrebe materijala (MRP). Kombinovanje ovih tehnika vodi ka implementaciji J-I-T pristupa. Osnove ovakvog pristupa su: nabavi kad je potrebno, nabavi po potrebnom kvalitetu, smanji pripremno vreme, organizuj efektivnost. Kada se sve sublimira, potrebno je zapravo povećati kvalitet u svim menadžerskim poslovima – kvalitetu zapisa, kvalitetu procedura, kvalitetu nabavke, isporuke, predviđanja i određivanja ciljeva, i naravno kao rezultat svih aktivnosti kvalitetu proizvoda i njegovih delova.

Preduzeća su prilično skeptična po pitanju nabavke u čestim, malim količinama, ali ako se dobro isplaniraju količine različitih delova, neće se desiti da kamioni transportuju delove sa viškom slobodnog prostora. *Lean* fabrike su poznate po dnevnom proizvodnom miksu, i minimiziranju broja različitih delova u završnom proizvodu.

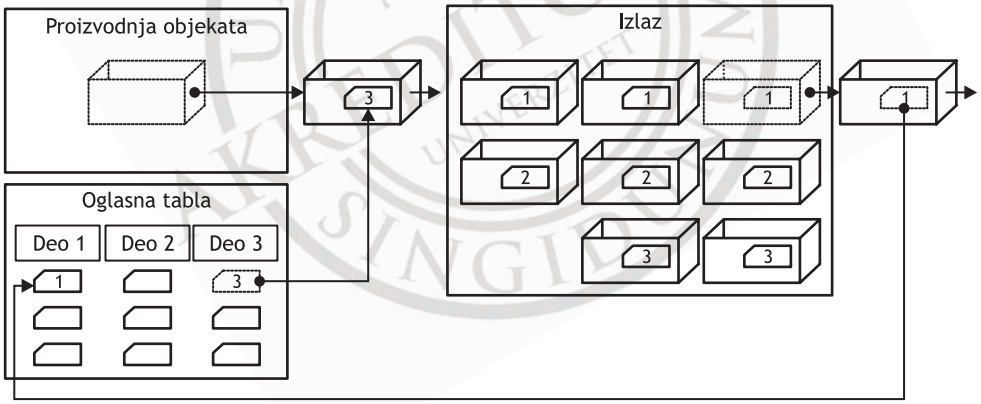
13.2.1. *Kanban* planiranje

Kanban je japanska reč koja se prevodi kao kartica. Kartice su prikačene na kontejnere koji sadrže određene delove potrebne proizvodnji. Tek kada delovi iz kontejnera budu počeli da se koriste u proizvodnom procesu, sa kontejnera se skida kartica i postavlja na tablu. Kada je kartica postavljena na signalizacionu tablu, to je signal da je nova količina (u zavisnosti od veličine kontejnera) delova potrebna proizvodnji.

Kao što je već rečeno, *kanban* sistem predstavlja način da svi proizvodni procesi u fabrici rade kontinuirano, i da ne ostanu bez predmeta rada (ili da ne proizvedu previše), putem vizuelne signalizacije u fabrici. Vizuelna signalizacija umnogome olakšava upravljanje sistema, jer menadžeri i supervizori mogu trenutno da vide stanje zaliha u radnim jedinicama.

Potreban impuls da bi predmet rada bio distribuiran radnom mestu je potreba kupca. To znači da *kanban* sistem dopušta da se proizvede samo ono što ima kupca, a ne oslanja se na tehnike predviđanja prodaje. *Kanban* treba shvatiti više kao izvršnu metodu, nego kao metodu za planiranje, koja uzima informacije od planiranja materijala i pretvara u *kanban*. Ono što *kanban* zamenjuje je potreba za planerima proizvodnje i supervizorima koji konstantno nadgledaju proizvodni plan i određuju koji proizvod treba proizvesti, a kada treba da izmene proizvodi.

Najlakše objašnjenje osnovnog modela *kanban* metode je preko šeme (slika 13.3.). Proizvedeni delovi se, u zavisnosti od njihove veličine, stavljaju u kutije ili postavljaju na ramove. U kutijama se nalaze isti delovi koji su klasifikovani šifrom koja je ispisana na kartici. Na kutije se postavlja kartica (*kanban*). Tako obeležena kutija se transportuje do radne jedinice kojoj su potrebni ti delovi. Kartica se skida i vraća na tablu. Na taj način se signalizira radnoj jedinici da ponovo počne proizvodnju nove količine delova za koje postoji potreba, a kartica se nalazi na signalnoj tabli sve dok se kutija ne napuni. Tada se kartica skida, postavlja na kutiju i ciklus se ponavlja.



Slika 13.3. *Operacije Kanban sistema između radnih stanica*

Kada se proizvode proizvodi koji sadrže u sebi nekoliko hiljada delova, projektovanje *kanban* sistema postaje mnogo kompleksnije. Danas se koristi kompjuterski informacioni sistem, koji zamenjuje stari oblik kartica, ali kartice i dalje postoje, samo drugačijeg izgleda. Iako je digitalizacija donela mnogo efikasniji način upravljanja *kanban*-om, osnovni princip je ostao nepromenjen.

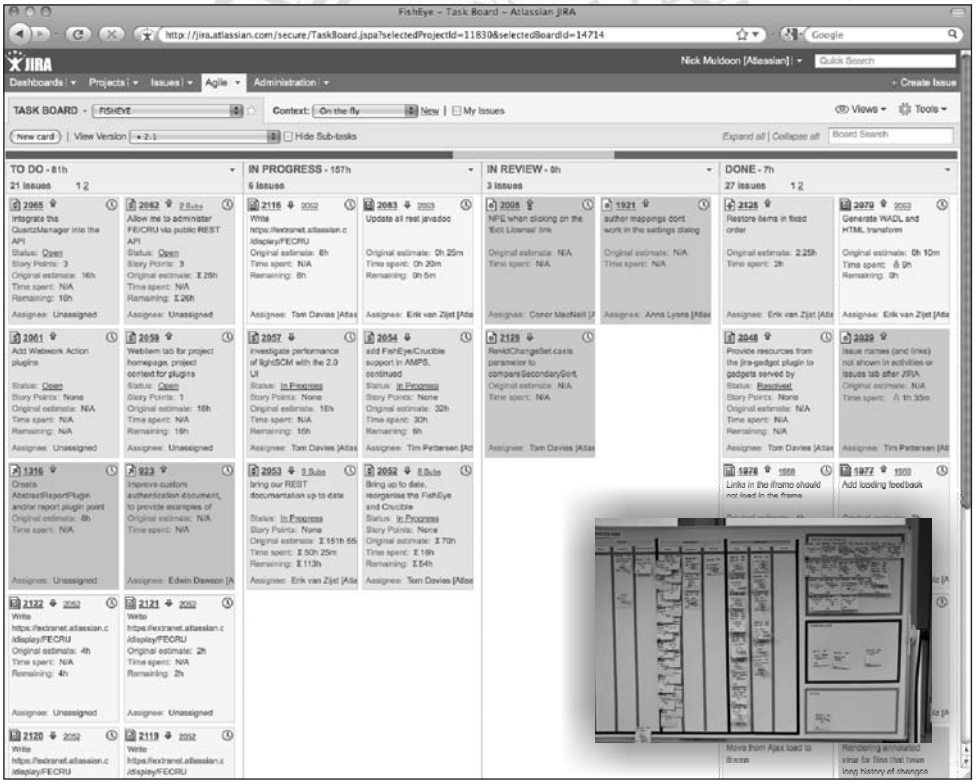
Objašnjenje i slika daju samo osnovnu ideju kako se *kanban* koristi. Najčešće je u praksi *kanban* sistem sa dve transportne kutije identičnih delova. Kada delovi iz prve kutije počnu da se koriste, kartica se skida sa kutije i postavlja na tablu za signaliziranje. To je signal da se počne sa proizvodnjom nove količine delova, dok druga kutija služi kao privremeno skladište kako ne bi došlo do nestanka potrebnog dela.

Evolucijom informacionih tehnologija evoluira i *kanban* kartica (slika 13.4) i table za signalizaciju (slika 13.5). Danas kartice, umesto da se ponovo stavljaju na signalnu tablu, posle donošenja do radne jedinice, bivaju poništene nakon što im se očita bar kôd.



Slika 13.4. *Nova Kanban kartica*

Kada se to uradi kartice se bacaju, a poništavanje kartice je signal informacionom sistemu da treba da odštampa novi *kanban* za taj deo. Kada počne štampanje *kanban*-a počinje i proizvodnja delova.



Slika 13.5. *Nova Kanban tabla za signaliziranje (oglasna tabla); u donjem desnom uglu prikazana je stara oglasna tabla*

Sistem *kanban* treba da omogući kotinualni tok proizvodnje. Da bi kontinualni tok bio omogućen, potrebno je savršeno uskladiti veličinu transportnih partija. Izuzetno je bitno pravilno isplanirati i odrediti optimalan broj delova koji će biti stavljen u *kanban* kutije. Broj delova varira, u zavisnosti od potrebe za njima, tako da je neophodno isplanirati veličinu *kanban* kutije za svaki proizvod. Kada se isplanira veličina potrebno je prema taktu odrediti proizvodnju.

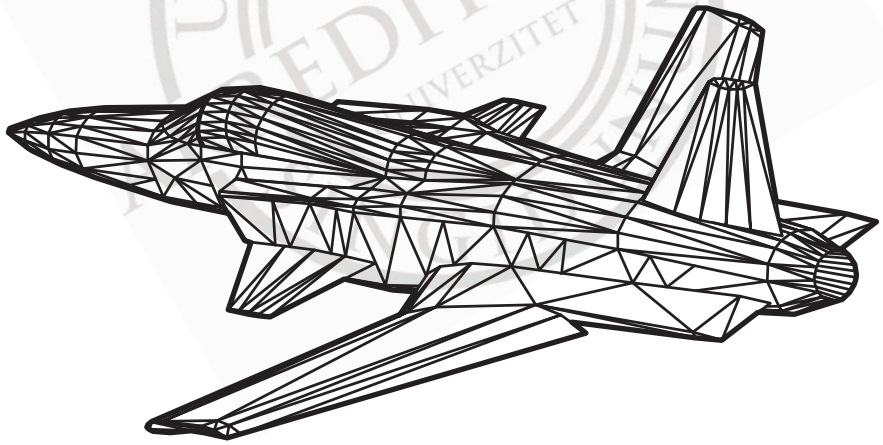
Ključ uspeha svakog *kanban* sistema je stvaranje signala. Stvaranje uspešnog signala svakog dela u *kanban* sistemu zavisi od dva mesta u proizvodnom procesu. Mesta u proizvodnom procesu gde se određeni deo proizvodi (**tačka dopune**) i mesta u proizvodnom sistemu gde se taj deo montira (**tačka korišćenja**). Tačna veza između ova dva mesta mora biti utvrđena, i često se naziva **staza vučenja** (*pull path*). Svaki deo u *kanban* sistemu mora imati određene tačke punjenja i korišćenja, i određenu putanju kako kontejneri stižu od jedne tačke do druge. Sve tačke, delovi i putevi moraju imati deklarisana imena.

Tačka dopune bi trebala da bude što bliže mogućoj tački korišćenja. Sa obzirom da su tačke korišćenja obično na pokretnoj traci neformalno se nazivaju i **tačkama na liniji**. Ovo je prilično logično jer se proizvedeni delovi ugrađuju na traci u finalni proizvod. Kada su utvrđene obe tačke i fizička putanja između njih, potrebno je da rukovaoc materijalom obavi prenos punog *kanban* kontejnera od tačke punjenja do tačke korišćenja.

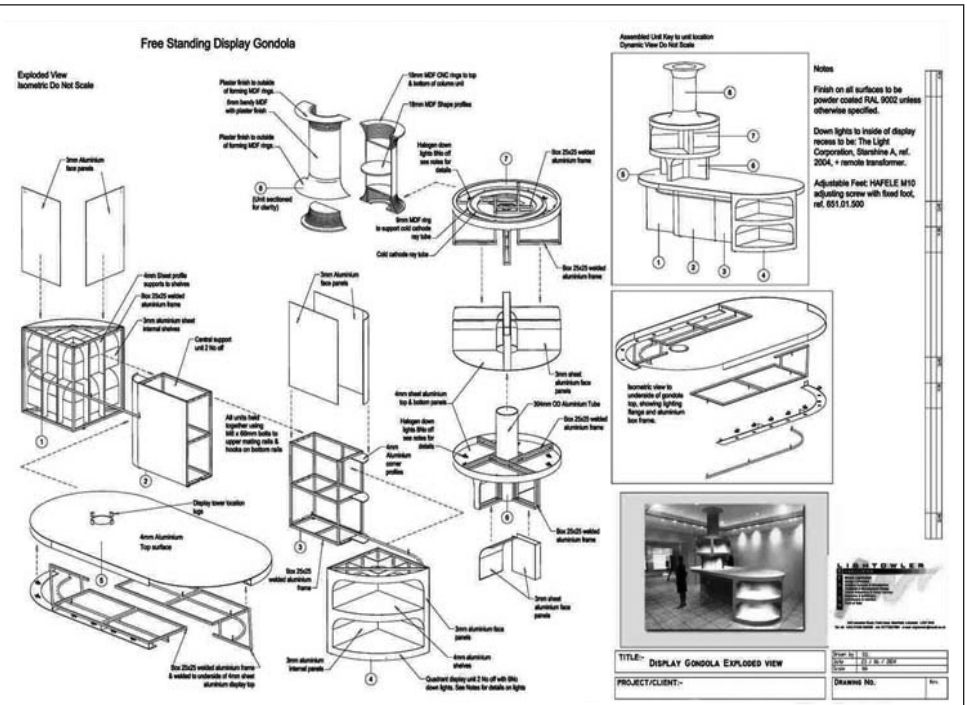
Ako su podizvođači sertifikovani i ako je već uhodan J-I-T sistem, skladište neće ni postojati pošto će delovi stizati direktno na ugradnju. Tako će tačke punjenja biti zapravo puni *kanban* kontejneri skinuti direktno sa kamiona, koji će se transportovati do tačke korišćenja, a prazni kontejneri će se vraćati podizvođaču po ustanovljenom taktu proizvodnje.

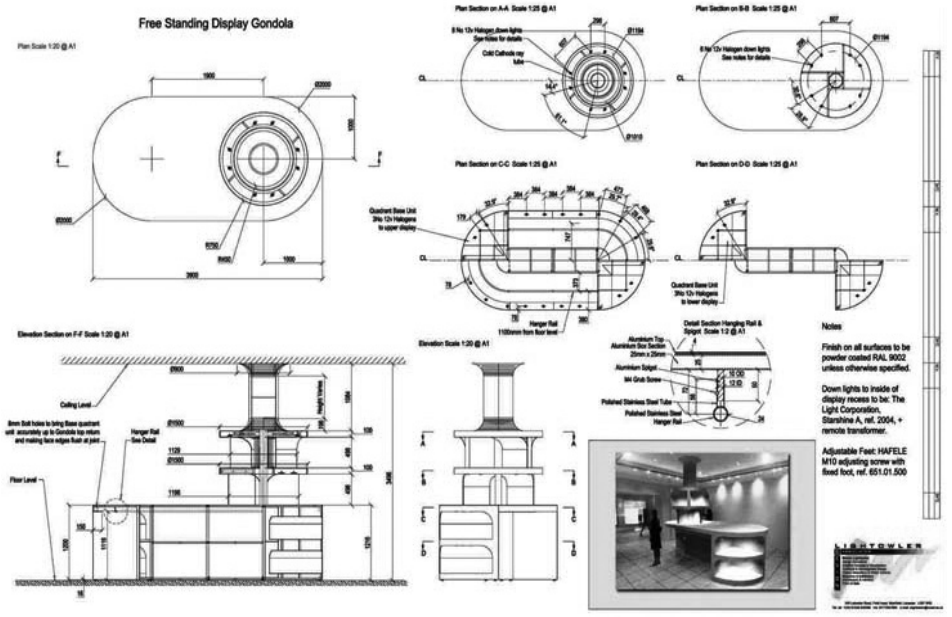
IV deo

Pravci razvoja za CAD/CAM



U ovom delu biće reči o načinu kako će se razvijati CAD/CAM u smislu odgovora na pritiske globalne proizvodnje i smanjenje uticaja na životnu sredinu.


Free Standing Display Gondola
Exploded View
Isometric Do Not Scale
Assembled Unit Key to unit location
Dynamic View Do Not Scale
Notes
Finish on all surfaces to be powder coated RAL 9002 unless otherwise specified.
Down lights to inside of display recess to be: The Light Corporation, Starshine A, ref. 2004, + remote transformer.
Adjustable Feet: HAFELE M10 adjusting screw with fixed foot, ref. 651.01.500
Isometric view to underside of gondola top, showing lighting flange and aluminium box frame.
TITLE:- DISPLAY GONDOLA EXPLODED VIEW
PROJECT/CLIENT:-
DRAWING No.


Free Standing Display Gondola
Plan Scale 1:20 @ A1
Plan Section on A-A Scale 1:25 @ A1
Plan Section on B-B Scale 1:25 @ A1
Plan Section on C-C Scale 1:25 @ A1
Plan Section on D-D Scale 1:25 @ A1
Elevation Section on F-F Scale 1:20 @ A1
Elevation Scale 1:20 @ A1
Detail Section Hanging Rail & Spigot Scale 1:2 @ A1
Notes
Finish on all surfaces to be powder coated RAL 9002 unless otherwise specified.
Down lights to inside of display recess to be: The Light Corporation, Starshine A, ref. 2004, + remote transformer.
Adjustable Feet: HAFELE M10 adjusting screw with fixed foot, ref. 651.01.500
TITLE:- DISPLAY GONDOLA SECTIONS
PROJECT/CLIENT:-
DRAWING No.

Glava 14

Pravci razvoja za CAD/CAM

Za mnoge je revolucija koju je "doneo" računar isto tako dramatična kao što je bila Industrijska revolucija. Kompjuterska revolucija se nastavlja u ovom trenutku i zaista se može tvrditi da ljudski rod tek počinje da shvata kako da primenom računara dođe do najvećeg efeka. Za inženjere, mogućnosti informacionih tehnologija dolaze u vreme velikih pritisaka međunarodne konkurencije i globalizacije lanaca ponude, kao i u doba sve veće brige o uticaju industrije i njenih proizvoda na prirodnu sredinu. U ovom poglavlju će se razmotriti aktuelna kretanja u CAD/CAM pristupu, kao i u dizajnu i proizvodnji koji će biti sve značajniji u budućnosti.

14.1. Podaci i upravljanje proizvodnjom

U modernim proizvodnim firmama, postoji čitav niz računarskih sistema i pratećih sistema podataka. Svako odeljenje i funkcije koje se bave proizvodnjom, uključujući inženjersko projektovanje, proizvodni inženjering, nabavku, kvalitet, marketing, menadžmenta informacionih sistema i računovodstvo, koriste podatke koji opisuju proizvode sa njihove tačke gledišta. Idealno bi bilo da podaci za upravljanje proizvodnjom (*Product Data Management*) ili PDM sistem treba da bude mesto za upravljanje svih ovih proizvoda vezanih za podatke **sa različitim funkcijama** i **kroz vek trajanja proizvoda**, bez obzira na to gde se podaci nalaze u kompaniji.

Tako, na primer, inženjeri mogu da promene redosled u odeljenja za dizajn, što možda potiče od zahteva iz odeljenja za kvalitet, što je, opet možda, motivisano žalbom klijenta, koju su primili ljudi u prodaji ili marketingu. Ovo može imati posledice za proizvodne inženjere u slučaju da moraju da unesu promene parametara u proces proizvodnje ili za odeljenje kupovine u slučaju da moraju da unesu izmene specifikacija za komponente koje se kupuju. PDM sistem pokušava da upravlja podacima proizvoda kako bi se osiguralo da se implementacija podataka obavlja korektno i da su podaci ostali dosledni i precizni do dana današnjeg preko raznih računarskih aplikacija. Tako PDM sistemi omogućavaju pristup i kontrolisanu bezbednost, održavanje odnosa unutar različitih oblasti proizvodnih podataka, sprovode pravila koja opisuju protok podataka i procesa, obaveštavaju i prenose funkcionalne poruke na odgovarajuće osoblje i funkcije (pozicije) unutar organizacije.

PDM obuhvata druge pristupe za upravljanje informacijama koji se bave specifičnim podskupovima informacija o proizvodu, uključujući i inženjerski sistem za upravljanje podacima (*Engineering Data Management Systems – EDMSs*), upravljanje sistemima dokumenata, tehničkim informacionim sistemima itd. PDM je sam po sebi podskup elektronskog upravljanja podatacima (*Electronic Data Management – EDM*), koji je opšti naziv za kompjuterizovano upravljanje podacima svih vrsta. Normalno PDM sistemi rade u heterogenim računarskim (i zaista delimično papirnim) okruženjima sa pojedinačnim aplikacijama (na primer, CAD, računarom podržan proces planiranja, računarom podržan kvalitet, računarom podržano upravljanje proizvodnjom itd.) i radi na različitim "velikim" računarima, radnim stanicama, PC-ima itd.

PDM sistem treba da ima dve glavne grupe funkcija, nazvane **korisničke funkcije** i **pomoćne funkcije**. Korisničke funkcije uključuju:

1. **Skladištenje podataka i upravljanje dokumentima**. Upravljanje skladištenjem, sigurnost, pristup, kontrola verzija itd., svih podataka u vezi sa proizvodom.

2. **Upravljanje procesima i tokovima**. Upravljanje i kontrola poslovnih procesa i tokova posla u vezi sa definicijom, revizijom rasporedom dokumenata.

3. **Upravljanje proizvodnim strukturama**. Pružanje kompletnog opisa potrebnog materijala, kao i opisa podataka o obradama uključujući i planiranje.

4. **Klasifikacija podataka i pretrage**. Omogućavanje specifičnom softveru pretraživanje i preuzimanje podataka.

5. **Upravljanje projektima**. Pružanje mogućnosti za definisanje radne nedelje, planiranje itd.

Pomoćne funkcije uključuju:

- Funkcije sa **podacima za komuniciranje i obaveštavanje** služe za obradu svih komunikacionih podataka između različitih aplikacija podsistema i sa eksternim sistemima.

- **Transport podataka** omogućava "kretanje" podataka između različitih aplikacija, korisnika i sistema. Ovo je naročito važno, jer u većini slučajeva PDM sistemi su implementirani u distribuirane heterogene hardvere i softverska okruženja. Prenos podataka i komunikacija između njih, elektronsku poštu i prenos datoteka.

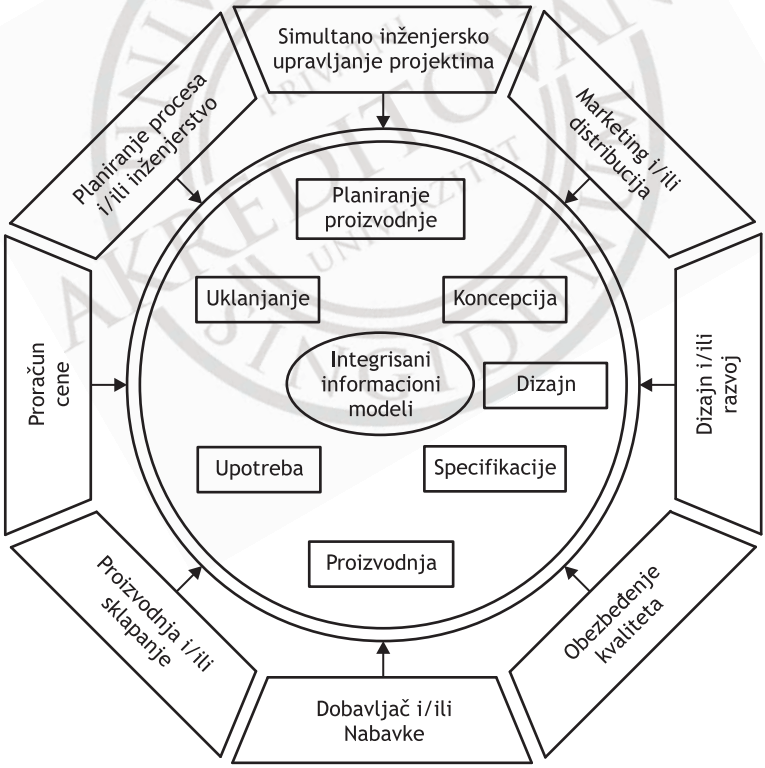
- **Prevođenje podataka** dozvoljava prevođenje podataka između aplikacija. Na primer, CAD/CAM podaci, mogu da se prevedu u odgovarajući format za aplikaciju CNC programiranja koja koristi IGES.

- **Usluge pomoću slika**, koje pružaju mogućnost da se pregledaju grafičke slike i fotografije (na primer, primena relativno jeftinih PC računara kako bi se videle CAD slike).

- Funkcije za **administriranje sistema** pružaju podršku sistemu administriranja kako bi podesili i startovali PDM sistemi, uključujući i kontrolu pristupa, ovlašćenja, pravljenje rezervnih kopija i arhiviranje. Rezervne kopije su posebno važne, jer u situacijama kada su sistemi najosetljiviji na greške podaci se mogu kopirati u realnom vremenu na alternativne sisteme diskova.

14.2. Modelovanje proizvoda

PDM je porastao od integracije geometrijskog modelovanja, procesa planiranja i kontrole, inženjerskih analiza podataka i sistema za upravljanje inženjeringom, što dozvoljava integraciju različitih struktura podataka u zajednički okvir. Eventualni cilj velikog CAD/CAM razvoja je integracija podataka generisanih tokom životnog ciklusa proizvoda od specifikacije do proizvodnje, u zajednički logički okvir. Ovo se može nazvati **modelovanjem proizvoda**, koje ima za cilj razvijanje integrisanog modela za podršku svim ciljevima životnog ciklusa proizvoda. Slika 14.1 pokazuje spektar životnog ciklusa proizvoda definisan kroz sistem modelovanja proizvoda.



Slika 14.1. *Životni ciklus proizvoda definisan kroz modelovanje*

Proces razvoja proizvoda je takođe važan u modelovanju proizvoda. Stručnjaci sugerišu da "modelovanje proizvoda treba da bude u mogućnosti da podrži razvojne procese

proizvoda tokom životnog ciklusa proizvoda i da pohrani sve potrebne informacije, kao podatke modela proizvoda". Oni ukazuju na to da se proces ili tok poslovnih informacija koristi ne samo da vodi procese za razvoj proizvoda, nego i da snima istoriju razvoja proizvoda, kao i da obezbedi sredstva za rekonstrukciju na osnovu obrazloženja odluke dizajnera (projektanta). Dugoročno skladištenje podataka modela je neophodno iz razloga odgovornosti proizvođača, kako bi se omogućila proizvodnja rezervnih delova, kao i prenos podataka koji će biti iskorišćeni za razvoj novih proizvoda.

Postoji veliki broj ograničenja u tradicionalnom CAD/CAM pristupu modelovanju proizvoda. Prvo, teško je da se integriše specijalni proizvodni proces ili analiza modela sa geometrijskim modelima. Drugo, različite prezentacije korišćene u dizajnu, u procesu planiranja, kontroli proizvodnje itd., su razvijene nezavisno i nemaju zajednički okvir. Treće, jedan broj pitanja životnog ciklusa proizvoda je veoma malo podržani prilikom formalnog predstavljanja. Da bi se ovo prevazišlo, predstavljanje dizajna (projekta) treba poboljšati korišćenjem odgovarajućih funkcija, koje omogućavaju da model bude izgrađen korišćenjem elemenata koji imaju neki specifični značaj za proizvodnju. Konačno, značajan akcenat se "baca" na to da različiti inženjeri imaju različite poglede na osnovne podatke modela.

14.3. Sklopovi i tolerancije

Opis glavne strukture proizvoda unutar EDMSs i PDM sistema obavlja popis potrebnog materijala (*Bill of Materials – BOM*). BOM opisuje strukturu u smislu hijerarhijske podele sklopova/podsklopova/delova. Proizvod se opisuje u smislu delova koji čine sklop, daje se apsolutni ili relativni prostorni položaj delova, ali ne i **kako** delovi idu zajedno i kako se fizički odnose jedni prema drugima. U konvencionalnim sistema, ako se kombinuju BOM struktura sa geometrijskim modelima pojedinih delova, onda može da se istraži vizuelni izgled i masene karakteristike sklopova, kao i interferencije između delova, ali ako treba da se istraži kako sklop treba sastaviti, kako pojedini delovi odgovaraju i kako se kreću u odnosu na svaki drugi deo kinematički i dinamički, i kako promene u jednom delu utiču na drugi, onda u bazu podataka treba smestiti bogatiji model odnosa između delova u sklopovima. Ovi odnosi su dati u sistemu za **modelovanje sistema**.

14.3.1. Modelovanje sklopova

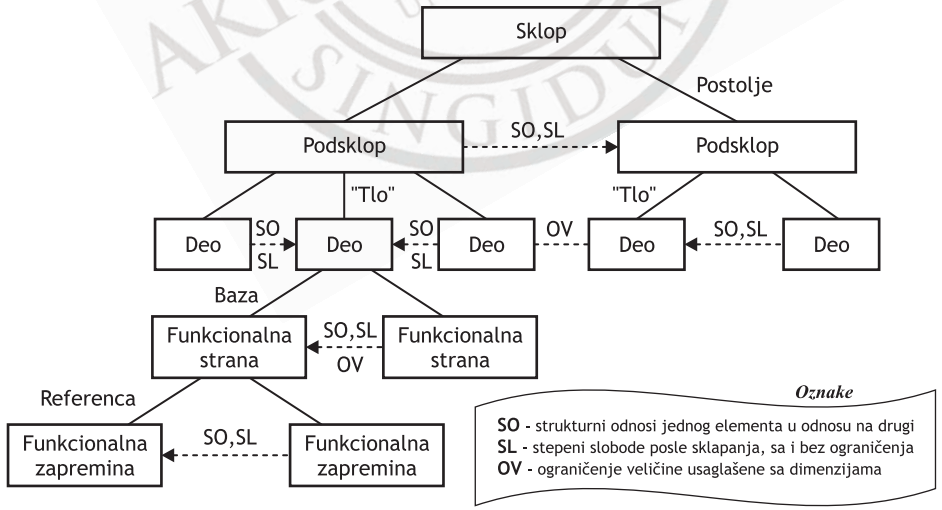
Suštinska osnova sistema za modelovanje sklopova je pridruživanje prezentacija odnosa između elemenata sklopa sa opisom sklopa. Elementi mogu biti na bilo kojem nivou u hijerarhiji – odnosi mogu biti između podsklopova, delova, pa čak i elementarnih delova kao što su ivice ili strane. Odnosi opisuju ograničenja između delova, kreiranje međusobnih odnosa i drugi faktori koji određuju kakva je inetarkcija delova, i sreću se pod nazivima **ograničenja sklopa**, **međusobni odnosi unutar sklopa** ili **odnosi uparivanja**. Kao primer mogu da se uzmu dva dela koji se stranama naslanjaju jedan na drugog i njihov međusobni odnos. To se može primeniti na nivou delova, na nivou funkcionalnih delova koji su u kontaktu ili na nivou dodirnih strana. Rani eksperimentalni modeli sklopova su dozvoljavali definisanje ravanskih strana i uparivanje cilindričnih objekata i odgovarajućih

rupa koji imaju zajedničku osu, ali napredak u tehnici je omogućio povećanje dozvoljenog broja odnosa i ograničenja, uključujući stepen fitovanja, (usko, zbijeno i razvučeno), kontakte, mehanički prenos (uparivanje zupčanika) i ograničenja zatvaranja (glava vijka). Sve ovo omogućava kinematičku simulaciju sklopa kao mašina ili mehanizma, kao i proučavanje karakteristika kao sklopa.

Postoji podela međusobnih odnosa između podsklopova i delova u pet grupa:

- **Odnos delova**, koji zapisuje koji deo ili podsklop pripada većem sklopu.
- **Strukturni odnosi**, koji nominalno lociraju dva elementa u vezi jednog sa drugima.
- **Stepeni slobode**, koji su omogućavaju translatorno i/ili rotaciono kretanje posle sklapanja (montaže), sa ili bez ograničenja.
- **Ograničenja kretanja**, koja su unilateralna ili bilateralna ograničenja zbog stepeni slobode, definišući prepreke ili interferencije.
- **Uklapanje**, koje predstavlja ograničenja u veličini koja se primenjuju na dimenzije, u cilju održavanja date klase prilagođavanja.

Odnos delova se konvencionalno modeluje kroz hijerarhiju sklop/podsklop/deo u popisu materijala BOM, gde postoje podaci o relativnoj poziciji delova ili podsklopova. Preostali odnosi mogu biti po uzoru "vezivanja" za čvorove (tačke) u hijerarhiji sklop/deo, koji predstavljaju veze između povezanih elemenata. U daljem raščlanjavanju, delovi se dele na funkcionalne forme, funkcionalne zapremine i strane i ose tih zapreminskih modela. Odnosi se mogu izraziti između elemenata na bilo kom nivou (slika 14.2).



Slika 14.2. *Međusobni odnosi u hijerarhijskom modelovanju sklopova*

U ovom pristupu, jedan od podsklopova se smatra fiksnim u koordinatnom sistemu i određen je kao `postolje`. Ostali podsklopovi su locirani u odnosu na njega. Na nivou

dela, jedan deo u svakom podsklopu predstavlja temelj ili je fiksiran u odnosu na koordinatni sistem podsklopa, a jedna funkcija je bazna funkcija svakog dela. Ograničenja mogu, stoga, biti sprovedena korišćenjem ovih referentnih okvira kao osnove.

14.3.2. Tolerancije

Tesno povezano sa modelovanjem sklopova je modelovanje tolerancija delova. Specificiranje tolerancija dozvoljava varijacije u dimenzijama, položaju ili obliku delova, i to su funkcije procesa proizvodnje koje se koriste za pravljenje delova (koje određuju koliko velike tolerancije treba da budu) i za kreiranje funkcionalnih zahteva delova (koji određuju koliko mali bi trebalo da budu). Tolerancije spadaju u dve klase: **dimenzionalne tolerancije**, koje specificiraju dozvoljeno odstupanja od stvarne dimenzije i **geometrijske tolerancije** položaja i stava forme, koje su podeljene u određen broj tipova tolerancija i koje određuju koliko su daleko od nominalne pozicije i koliko oblik dela može da odstupa. Dimenzionalne tolerancije su tradicionalno dominantan način definisanja tolerancija, ali nejasnoće u njihovim primenama i tumačenjima čine korišćenje geometrijskih tolerancija rasprostranjenijim u industrijskoj praksi. Tolerancije su tradicionalno zastupljene na inženjerskim crtežima korišćenjem metoda prezentacija koje su definisane određenim brojem standarda iz organizacija kao što su BSI, ANSI ili ISO.

Tolerancije su teško primenljive u CAD-u jer one predstavljaju odnose između entiteta. Tolerancija linearne dimenzije predstavlja moguću varijaciju u dimenziji između dve strane; tolerancija koncentričnosti može predstavljati odnos između cilindrične (kružne) strane i ose. U CAD modelu strana može, u stvari, da predstavlja više od jedne odvojene strane, a osa ne mora da postoji kao geometrijski entitet. Treba napomenuti da tehnika napreduje i vrlo brzo će neki oblici tolerancija postati nezamenljivi unutar CAD modela.

Trebalo bi napomenuti i da postoje četiri važna aspekata tolerancija podržanih od strane računara:

- **Prezentacija tolerancija** koja se odnosi na teorijske osnove za tolerancije i razmatranja kako će tolerancija biti povezana sa CAD modelom.
- **Specifikacija tolerancija** koja se odnosi na definiciju tolerancije korišćenjem tipova, opisanih u standardu, kao što je ISO 1101.
- **Analiza tolerancija** koja podrazumeva izračunavanje odnosa i rezultata izvedenih iz skupa tolerancija dela ili sklopa, na primer, da istražuju statističke razlike u toleranciji karike na osnovu analiza verovatnoće tolerancije lanca.
- **Sinteza tolerancija** koja se bavi optimizacijom tolerancija ili popunjavanjem delimične šeme tolerancija.

14.4. WWW – World Wide Web

Pre svega, pojam internet znači mreža unutar mreže, ili interkonekcija između više računara. Internet je globalna mreža. Strukturno postoje male mreže koje se međusobno

vezuju, i time čine ovu strukturu. Internet se sve više naziva globalnom mrežom informacija (velika internacionalna-globalna baza podataka). Broj računara na Internetu se trenutno procenjuje na oko $150\,000\,000$. Količina informacija koju ti serveri poseduju je ogromna, i teško je proceniti i prikazati realno kolika je ona zaista.

Internet je odavno od mreže za razmenu akademskih, naučnih i vojnih informacija prerastao u osnovnu za razmenu podataka svih vrsta. Do promena je došlo zbog omasovljenja PC-a u poslovnim i kućnim primenama i ulaska poslovanja na Internet kao jednog od najjednostavnijih načina za pronalaženje poslovnih partnera i korisnika. Internet je danas u isto vreme i sistem za emitovanje i mehanizam za širenje informacija, i medijum za saradnju između ljudi i njihovih računara bez obzira na geografsku lokaciju. Počev od ranih istraživanja komutacije paketa, razvijene države, industrija i univerziteti bili su partneri u razvoju ove tehnologije.

Za razvoj Interneta ključna su tri aspekta. Prvi je tehnološka evolucija koja je počela sa ranim istraživanjem komutacije paketa i ARPANET-om što je dovelo do razvoja i primene novih tehnologija. Današnja istraživanja na razvoju Interneta nastavljaju da unapređuju infrastrukturu: u pravcu veličine, brzine i funkcionalnosti. Drugi je društveni aspekt, čiji je rezultat ogromna zajednica korisnika koji rade zajedno na kreiranju i unapređenju tehnologije. Treći aspekt je, naravno, komercijalni koji za rezultat ima ekstremno efikasnu razmenu rezultata istraživanja u široko primenjivanu i dostupnu informacionu infrastrukturu.

Internet kakav danas postoji u sebi nosi ključnu tehnološku ideju – ideju mreže otvorene arhitekture. U ovom konceptu, izbor neke mrežne tehnologije nije diktiran određenom arhitekturom, već je ostavljeno korisniku da slobodno odabere tehnologiju i poveže se sa ostatkom mreže.

WWW je telo softvera i skup protokola i konvencija, koji funkcionišu korišćenjem umreženog hiperteksta i multimedijalne ideje. Ključni elementi su:

- Model klijent-server se koristi kao mehanizam za razmenu informacija. Dokumenti se prikazuju na ekranu korisnika od strane procesa **klijenta** i dokumenti se dobijaju iz riznice kojom upravljaju Web **serveri**, čiji procesi imaju zadatak da dostave dokumenta drugim procesima kad god se to zahteva da urade. Klijentski procesi su Web **pretraživači** ili **brauzeri** (na primer, Internet Explorer, Mosaic, Opera i drugi softverski sistemi). Bruzer odgovora na interakcije korisnika slanjem zahteva za dokumenta serverima, a zatim konfiguriše vraćena dokumenta na lokalnom računarskom okruženju i prikazuju ih na monitoru (ekranu).

- Hipertekst dokumenta se prenose između servera i klijenta koristeći protokol pod nazivom **HyperText Transfer Protocol – HTTP**. Klijenti mogu da razmene podataka i pomoću drugih protokola, uključujući FTP (*File Transfer Protocol – FTP*) protokol, kao i neke druge protokole.

- Dokumenta i ostale informacije nalaze se korišćenjem **Uniform Resource Locators – URL** adrese. To su adrese za podatke koji podsećaju na kombinaciju računarskog fajla i broja telefona. Na primer,

`http://www.singidunum.ac.rs/index.html`

kaže da se dokument pod nazivom `index.html` može preuzimati sa računara koristeći se HTTP nazivom `http://www.singidunum.ac.rs`. Element adrese `rs` ukazuje na to da je računar u Srbiji, dok element `.ac` pokazuje da je povezan sa akademskom mrežom. Dodatni elementi u URL adresi može da ukaže na direktorijum računara gde se nalazi datoteka, pa čak i na odstupanja u okviru datoteke, upite u bazama podataka i druge informacije.

- Dokumenti su opisani pomoću **HyperText Markup Language – HTML**. HTML dokumenti su ASCII datoteke sa ugrađenim kodovima (koji se nazivaju **oznake** ili **tagovi**) kako bi se predstavili odgovarajući formati dokumenta (tekst i stilovi paragrafa, naslovi dokumenata i druge ugrađene informacije) i hiperveze. HTML je relativno jednostavna implementacija (*Standard Generalized Markup Language – ISO 8879:1986 – SGML)*), kao i akcija nekih od njegovih funkcija - tu se više vodi računa o logičkoj strukturi dokumenta, nego o izgledu, pa stoga takav dokument može da se formatira za prezentacije unutar mnogo različitih računarskih softvera i različitog hardverskog okruženja.

14.4.1. Kretanja u WWW

WWW je vrlo dinamičan i novim razvojem se to i dalje razvija. Tri veoma značajna dostignuća iz tačke gledišta CAD-a su razvoj dodataka za pretraživače (*Plug-Ins*), Java programski jezik i jezik za modelovanje virtuelne realnosti ili VRML. Svaki od ovih pomaže u donošenju različitih dizajna i podataka na Web.

Plug-Ins

Rani Web pretraživači ili brauzeri su bili u stanju da prikazuju samo statični tekst i grafiku. Ako je je trebalo pristupiti zvučnim ili video datotekama, onda je morao da se "skine" softver za reprodukciju datoteke izvan pretraživa ca. *Plug-In* je deo softvera koji omogućava video, zvučni ili neki drugi format datoteke da se tretiraju unutar pretraživača. To je softverski modul koji može direktno da kontroliše pretraživač, ali neće da se izvršava kao samostalan softver.

Programski jezik Java

Java je objektno orijentisani programski jezik koji može da se izvršava u Web pretraživaču i koji je razvila kompanija Sun Microsystems početkom devedesetih godina. Mnogi koncepti Jave su bazirani na jeziku Oberon (autora Niklausa Virta, tvorca Paskala, Module i drugih jezika, i Hanspetera Musenbaha). Izbacili su koncept modula i uveli pakete kakve danas znamo, koji se oslanjaju na fajl sistem i uveli formalno koncept klasa iz objektno-orijentisane paradigme. Osim toga jezik ima sintaksu iz C i C++-a, ali je mnogo stroži pri prevođenju, dizajniran tako da bude nezavisan od platforme, i sa pojednostavljenim upravljanjem memorijom. Pretpostavlja se da je ovo urađeno zbog popularnosti jezika C,

ali i zbog jednostavnosti nekih struktura. Prva verzija je zvanično objavljena sredinom 1995. godine.

VRML – Virtual Reality Modelling Language

VRML (engleski *Virtual Reality Modeling Language*) je jezik za opisivanje virtualnih svetova predstavljenih na Web-u. Namera kreatora je da VRML bude standardni jezik za opisivanje interaktivnih simulacija Web-a. Prva verzije VRML-a dozvoljava kreiranje virtualnog sveta i ograničenu interakciju sa korisnikom. Može opisati sve pojedinosti sveta kao i pravljenje hiperlinkova do nekih drugih objekata. Ovi hiperlinkovi mogu voditi ka drugim VRML svetovima, HTML stranama i ostalim validnim MIME tipovima. Kasnije verzije, VRML97 (ili VRML 2.0) i X3D (odnosno VRML 3.0), dozvoljavaju i mnogo kompleksnije interakcije, kako između korisnika i opisanog sveta, tako i između delova opisanog sveta .

14.5. Kooperativan rad uz podršku računara

WWW i Internet su glavni primeri tehnologija koje pomažu grupi ljudi da rade zajedno i dele informacije i podatke. Pojam za kombinaciju računarskih mreža i pripadajućeg hardvera, softvera, usluga i tehnike sa razumevanjem načina na koji ljudi rade u grupama je **kooperativan rad uz podršku računara** (*Computer Supported Cooperative Work – CSCW*). Postoje četiri kategorije CSCW omogućavanja tehnologija i primeri istraživačkih tema u svakoj od njih su:

- **Komunikacioni sistemi**, uključujući i napredne elektronske poštanske sisteme, podrška faksa i grafike, glasovne i video konferencije, odgovarajući direktorijumi elektronske pošte. direktorijume.
- **Deljeni radni prostor sistema**, uključujući i daljinska deljenja ekrana ili monitora (tj. deo ekrana pojedinca reprodukovati na drugim ekranima) i elektronska pomagala za inteligentne table.
- **Zajednički informacioni sistemi**, uključujući i multimediju, višekorisničke sisteme sa hipertekstom, veliki skladišni prostor omogućava izradu velikog broja dokumenata koja su na raspolaganju radne grupe, i multikorisničke baze podataka različitih tipova.
- **Grupne aktivnosti sistema za podršku**, uključujući sisteme sa protokom podataka koji omogućavaju slanje elektronskih dokumenata unapred definisanim putanjama, autorizaciju alata za zajedničko pisanje dokumenata, alatke za podršku odlučivanju koje pomažu grupno donošenje odluka, kao i generisanje ideja i alatke za određivanje prioriteta koje pomažu grupnoj kreativnosti.

Neke od ovih tema istraživanja već su dovele do značajne praktične primene. Sistemi za poštu, direktorijumi za poštu i sistemi sa protokom podataka se redovno koriste i naravno, WWW nudi vrlo efikasan zajednički informacioni sistem. Mnoge kompanije danas

uspostavljaju interne verzije Interneta unutar preduzeća poznate kao **intranet**. Video konferencije su sada rutina u mnogim kompanijama, a jeftini hardver je sposoban da prenosi visoko komprimovane video slike pomoću telefonske veze između PC računara koji su na raspolaganju. Eksperimentalni rad sa brzim digitalnim komunikacijama u integrisanim širokopojasnim komunikacionim mrežama je pokazao scenario po kojem dva dizajnera na različitim lokacijama mogu da rade istovremeno na istom CAD modelu, a istovremeno mogu da imaju video i audio komunikacije koristeći istu radnu stanicu (video slika se prikazuje u prozoru na ekranu na kome je prikazan CAD model), kao i korišćenje zajedničke table za crtanje skica i postavljanje slika.

14.6. Bezopasna proizvodnja po pitanju ekologije

U poslednjih nekoliko godina, društvo u celini pokazuje veće interesovanje za pitanja životne sredine i uticaj savremenih proizvoda i industrijskih procesa na životnu sredinu. Koncepti ekološki benigne proizvodnje i održivog razvoja industrijske proizvodnje su stekli novi značaj za proizvodne kompanije.

Održivost podrazumeva da su namenjeni "proizvodi za ceo svoj životni ciklus, odnosno proizvodnju, distribuciju, korišćenje i raspolaganje sa umanjenim (prihvatljivim) uticajem na životnu sredinu, zdravlje i korišćena sredstava". Posledice za proizvođača po pitanju održivosti je jasna – odgovornost proizvođača proizvoda se proteže tokom celog životnog ciklusa proizvoda, uključujući i mere kada dođe "kraj života" proizvoda.

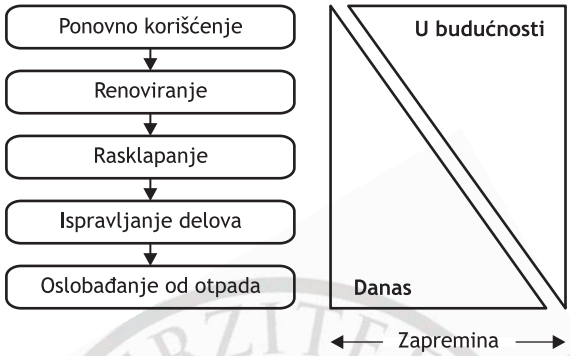
Jedan multinacionalni dobavljač telekomunikacione opreme i usluga na Evropskom tržištu je razvio program za "upravljanje životnim ciklusom proizvoda" koji trenutno obuhvata pet glavnih aktivnosti, i to:

1. dizajn i tehnologiju;
2. nabavku zaliha i materijala;
3. proizvodne procese;
4. upravljanje energijom i otpadnim materijalom;
5. pakovanja i upravljanje materijalima za reciklažu.

Ova kompanija sada uključuje pitanje životne sredine kao deo razmatranja procesa kvalifikovanja neke firme kao dobavljača. "Upravljanje materijalima za recikliranje" predstavlja dugoročni izazov, ali je zasnovan na sledećim idejama: u bliskoj budućnosti, proizvođači će obnavljati, opravljati i reciklirati svoje proizvode, koliko god je to moguće; kompanije će kreirati nova tržišta za reciklirane materijale i sigurno će baciti preostali materijal kada je to potrebno.

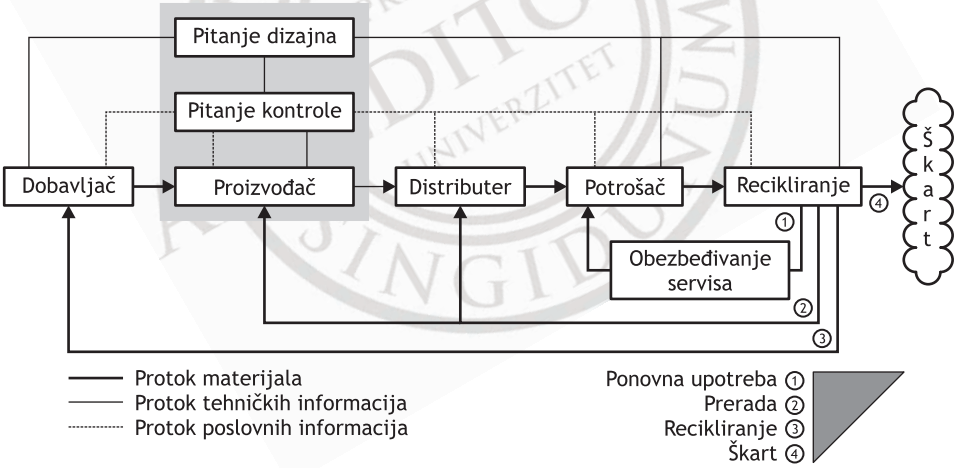
Slika 14.3 ilustruje trenutno stanje između ponovnog korišćenja/renoviranja i oslobađanje od raspoloživog otpada, kao i poželjniji bilans za budućnost. Danas je fokus na kontroli štetnih nusproizvoda iz proizvodnih procesa i završnih proizvoda. Primeri uključuju izbegavanje upotrebe rashladnih proizvoda na bazi fluorokarbona i postepene zamene

toksičnih rastvarača za spajanje i čišćenje koji se koristi u sklapanju štampanih kola. U budućnosti, kako i slika 14.3 pokazuje, akcenat će biti na "bačen" na ukupan životni ciklus, od proizvodnje do održavanja.



Slika 14.3. *Renoviranje i reciklaža – današnja realnost i budući potencijali*

Proizvođač će morati da povećava odgovornost za proizvode koje je proizveo. Okvir svojih aktivnosti će morati značajno da uveća kako sugeriše slika 14.4.

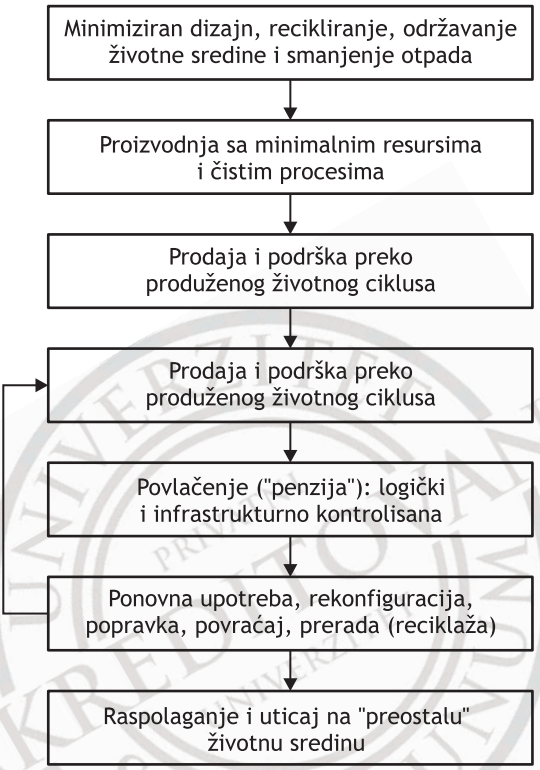


Slika 14.4. *Ukupan životni ciklus proizvoda u proizvodnji*

Tokom 1995. godine razvijen je model održivog ciklusa resursa koji se reprodukuje u dopunjen oblik koji je prikazan na slici 14.5. Ovaj model se uklapa u viziju predloženog oporavka resursa na slici 14.3 i predloženog životnog ciklusa proizvoda u perspektivi, kao na slici 14.4.

Da se ukaže na značaj pitanja održavanja resursa treba kratko pogeldati na računarsku industriju. Godine 1965. PC računari nisu postojali. Danas se procenjuje da postoji oko 140 miliona personalnih računara u upotrebi u svetu (1 na svakih 35 do 40 ljudi). Do 2011. godine, broj računara može da nadmaši broj ljudi. U roku od 5 do 7 godina gotovo

svi današnji PC računari će biti odbačeni. Procenjuje se da plastika čini oko 40% od težine računara.



Slika 14.5. *Model održivog ciklusa resursa i reciklaže*

Razvoj i široka dostupnost prenosnih računara povećava volumen opasnih materija koje se koriste u računarima, na primer, punjive baterije. Proizvođači računara su prepoznali trendove i pokrenuli su ekološke programe. Počeli su da nude "zelene računare". Proizvođači PC-a su počeli da shvataju da kombinacija povratne proizvodnje, modularnog dizajna i reciklaže može da ponudi ekološki i ekonomski produktivan put do novog razvoja proizvoda.

Literatura

1. Chris McMahon, Chris McMahon: **CADCAM – Principles, Practice and Manufacturing Management**, *2nd Edition*, Prentice Hall, 1999.
2. Ibrahim Zeid: **CAD/CAM Theory and Practice**, *1st edition*, McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 1991.
3. Kunwoo Lee: **Principles of CAD/CAM/CAE**, Prentice Hall, SAD, 1999.
4. Mikell P. Groover: **Automation, Production Systems, and Computer-Integrated Manufacturing**, Prentice Hall, 2008.
5. Robert Norton: **Cam Design and Manufacturing Handbook**, *2nd edition*, Industrial Press, Inc., 2009.
6. Louis Gary Lamit: **Moving from 2D to 3D CAD for Engineering Design: Challenges and Opportunities**, BookSurge Publishing, 2007.
7. Reza N. Jazar: **Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics, and Control**, *1st edition*, Springer, 2007.
8. Peter Smid: **CNC Programming Handbook**, *Third Edition*, Industrial Press, 2007.
9. J. Austin Cottrell, Thomas J.R. Hughes, Yuri Bazilevs: **Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA**, *1st edition*, Wiley, 2009.
10. Bernhard E. Burdek: **History, Theory and Practice of Product Design**, Birkhauser Ű Publishers for Architecture, 2005.
11. Andrew Samuel: **Make and Test Projects in Engineering Design – Creativity, Engagement and Learning**, Springer-Verlag London Limited, 2006.
12. Colin H. Simmons, Denis E. Maguire: **Manual of Engineering Drawing**, *Second edition*, Elsevier Newnes, 2004.
13. Peter R. N. Childs: **Mechanical Design**, *Second edition*, Elsevier Newnes, 2004.
14. Grupa autora: **Systems Engineering Handbook**, National Aeronautics and Space Administration, 2007.

15. Brian Griffiths: **Engineering Drawing for Manufacture**, Elsevier Science & Technology Books, 2003.

16. Dragan Cvetković: **Računarska grafika**, CET i Računarski fakultet, Beograd, 2006.

17. Dragan Cvetković, Dragan Marković, Nenad Dulanović: **OpenGL praktikum**, CET i Računarski fakultet, Beograd, 2006.

18. Grupa autora: **An Introduction to Engineering Design With SolidWorks**, Engineering Design and Technology Series, SolidWorks Corporation, 2007.

19. Grupa autora: **Mechanical Engineering Design**, McGraw-Hill Primis, 2006.

20. Anupam Saxena, Birendra Sahay: **Computer Aided Engineering Design**, Anamaya Publishers, New Delhi, India, 2005.

21. James Armstrong: **Design Matters – The Organisation and Principles of Engineering Design**, Springer-Verlag London Limited, 2008.

22. G. Pahl, W. Beitz, J. Feldhusen, K. H. Grote: **Engineering Design – A Systematic Approach**, *Third Edition*, Springer-Verlag London Limited, 2007.

23. L. A. Bryan, E. A. Bryan: **Programmable controllers: theory and implementation**, *Second Edition*, Industrial Text Company, 1997.

24. Robin E. McDermott, Raymond J. Mikulak, Michael R. Beauregard: **The Basics of FMEA**, *2nd Edition*, Productivity Press, 2009.

25. Charles M. Bergren: **Anatomy of a Robot**, McGraw-Hill, 2003.

26. Jean-Paul Laumond: **Robot Motion Planning and Control**, Laboratoire d'Analye et d'Architecture des Systemes, 1999.

27. Ben-Zion Sandier: **ROBOTICS – Designing the Mechanisms for Automated Machinery**, Academic Press, 1999.

28. Thomas R. Kurfess: **Robotics and automation handbook**, CRC Press LLC, 2005.

29. Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavicco, Luigi Villani, Giuseppe Oriolo: **Robotics – Modelling, Planning and Control**, Springer-Verlag London Limited, 2009.

30. Duncan Marsh: **Applied geometry for computer graphics and CAD**, *2nd edition*, Springer undergraduate mathematics series, Springer-Verlag London Limited, 2005.

31. John Vince: **Geometric Algebra for Computer Graphics**, Springer-Verlag London Limited, 2008.

32. Philip J. Schneider, David H. Eberly: **Geometric Tools for Computer Graphics**, Elsevier Science (USA), 2003.

33. Larry Webber, Michael Wallace: **Quality Control For Dummies**, Wiley Publishing, Inc., 2007.

34. Lynn Allen, Scott Onstott: **AutoCAD – Professional Tips and Techniques**, Wiley Publishing, Inc., Indianapolis, Indiana, 2007.

35. Alan Jeffrey, Hui-Hui Dai: **Handbook of Mathematical Formulas and Integrals**, *Fourth edition*, Elsevier Inc., 2008.

36. D.Hearn, M.Pauline Baker: **Computer Graphics with OpenGL**, *Third Edition*, Pearson Prentice Hall, SAD, 2004.

37. J.D.Foley, A.van Dam, S.K.Feiner, J.F.Hughes: **Computer Graphics - Principles and Practice**, *Second Edition in C*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Boston, SAD, 1997.

38. R.S.Wright, Jr., B.Lipchak: **OpenGL - SUPERBIBLE**, *Third Edition*, Sams Publishing, Indianopolis, SAD, 2005.

39. J.X.Chen: **Guide to Graphics Software Tools**, Springer-Verlag, New York, SAD, 2003.

40. J.Vince: **Geometry for Computer Graphics - Formulae, Examples & Proofs**, Springer-Verlag, New York, SAD, 2005.

41. Georg Glaeser, Hans-Peter Schröcker: **Handbook of Geometric Programming Using Open Geometry GL**, Springer-Verlag, New York, SAD, 2002.

42. J.Vince (Ed.): **Handbook of Computer Animation**, Springer-Verlag, New York, SAD, 2003.

43. R.Parent: **Computer Animation - Algorithms and Techniques**, Academic Press, San Diego, SAD, 2002.

44. David Salomon: **Computer Graphics and Geometric Modeling**, Springer, *1. edition*, 1999.

45. John Dimarco: **Computer Graphics and Multimedia: Applications, Problems and Solutions**, Idea Group Publishing, 2004.

46. Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods: **Digital Image Processing**, *Second Edition*, Prentice Hall, SAD, 2002.

47. Mark de Berg, Marc van Kreveld, Mark Overmars, Otfried Schwarzkopf: **Computational Geometry: Algorithms and Applications**, *Second, Revised Edition*, Springer-Verlag, Berlin, 2000.

48. David J.C. MacKay: **Information Theory, Inference, and Learning Algorithms**, Cambridge University Press, 2003.

49. Ching-Kuang Shene: **Raytracing as a Tool for Learning Computer Graphics**, 32nd ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference, Boston, 2002.

50. T. J. Jankun-Kelly: **Visualizing Visualization - A Model and Framework for Visualization Exploration**, University of California, Davis, SAD, 2003.

51. Peter Shirley: **Fundamentals of Computer Graphics**, *1st edition*, AK Peters, Ltd., 2002.

52. Garth Gardner: **Computer Graphics and Animation: History, Careers, Expert Advice**, Garth Gardner Company, 2002.

Sajtovi sa Interneta u vezi sa materijom

- http://www.citdindia.org/html/cad-cam-courses.htm
- http://www.cadcamguru.com/
- http://www.cad2cam.net/
- http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Engineering-Systems-Division/index.htm
- http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Civil-and-Environmental-Engineering/
- http://videolectures.net/mit_ocw/
- http://haydenpub.com/cadcamonlinetraining.html
- http://www.mastercam.com/
- http://www.tipsforcadcam.com/
- http://www.k2cnc.com/CAD_ArtCam_Rhino_VIZION.asp
- http://en.wikipedia.org/wiki/Computer-aided_design
- http://www.cadcamdesigns.com/
- http://www.onecnc.net/
- http://www.1st-in-cadcam.com/
- http://www.boxford.co.uk/boxford/docs/products/cadcamach.htm
- http://www.homecnc.info/cnc-main.html
- http://www.msmedimumbai.gov.in/html/cadcam.html
- http://machinedesign.com/channel/cad-cam-cae-fea
- http://www.cad-cam-cae.com/
- http://www.caddigest.com/

Odlukom Senata Univerziteta "Singidunum", Beograd, broj 636/08 od 12.06.2008, ovaj udžbenik je odobren kao osnovno nastavno sredstvo na studijskim programima koji se realizuju na integrisanim studijama Univerziteta "Singidunum".

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

004.896(075.8)
005.51:004(075.8)

ЦВЕТКОВИЋ, Драган, 1963-
CAD/CAM : teorija, praksa i upravljanje proizvodnjom / Dragan Cvetković. - Beograd : #Univerzitet #Singidunum, Departman za menadžment, 2010 (Loznica : Mladost grup). - X, 396 str. : ilustr. ; 24 cm

Tiraž 150. - Bibliografija: str. 393-396.

ISBN 978-86-7912-273-5

a) CAD/CAM системи b) Управљање пројектима - Примена рачунара
COBISS.SR-ID 176777740

© 2010.
Sva prava zadržana. Ni jedan deo ove publikacije ne može biti reprodukovan u bilo kom vidu i putem bilo kog medija, u delovima ili celini bez prethodne pismene saglasnosti izdavača.