

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ С УЧЕТОМ ГИПЕРСЛУЧАЙНЫХ СВОЙСТВ ЕЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

DESIGNING OF THE RADIOELECTRONIC EQUIPMENT WITH THE ACCOUNT HYPER-RANDOM OF PROPERTIES OF ITS FUNCTIONAL CHARACTERISTICS

Б. М. Уваров, Ю. Ф. Зиньковский

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

Abstract

The problems of radio-electronic devices functional purpose parameters definition are considered at designing on the basis of hyper-random phenomena theory; are submitted hyper-random models of physical processes; the necessity of creation of hyper-random base of radioelements characteristics is shown.

Keywords: hyper-random phenomena theory, radioelectronic means, functional characteristics.\

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Современные исследования различных реальных явлений привели к выводу о том, что последние наиболее адекватно могут быть представлены гиперслучайными моделями: семейство случайных событий, величин, функций или полей зависит от параметра g – независимого аргумента, связанного с условиями наблюдения или формирования рассматриваемого объекта.

Для гиперслучайного события X частота появления $p_N(X)$ при увеличении числа опытов N не стабилизируется и при $N \rightarrow \infty$ не имеет предела [1].

Учитывая это обстоятельство, можно предположить, что и процессы, протекающие в радиоэлектронной аппаратуре (РЭА), имеют гиперслучайный характер, и все их целесообразно представлять гиперслучайными величинами и функциями.

Гиперслучайная функция при фиксации значений аргумента превращается в случайную величину, а при фиксации условий определения – в детерминированную функцию [2].

Актуальной задачей создания оптимальных конструкций РЭА является создание методов проектирования, учитывающих гиперслучайный характер процессов, протека-

ющих в радиоэлектронных средствах (РЭС), и определение методами расчета гиперслучайных показателей функциональных характеристик РЭС.

МЕТОДЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Системный подход к изучению сложных явлений, применявшийся в 70-х годах минувшего столетия для управления экономикой, в дальнейшем стал эффективным инструментом в технической области знаний для анализа, синтеза, создания методов проектирования оптимальных технических объектов [3].

Методами системного анализа методы проектирования можно объединить в такие три группы:

- структурно-аналитические: создают на начальном этапе структуру объекта в виде математической модели – системы дифференциальных уравнений, решая которые и получают конечное техническое решение;

- адаптивные: структуру и составляющие исходной математической модели изменяют в процессе проектирования – это эвристические методы, методы морфологического синтеза;

- структурно-оптимизационные: на начальном этапе проектирования создают

структуру объекта, не требующую ее изменения на последующих этапах проектирования, а оптимума ее достигают параметрической оптимизацией.

Каждый из этих методов предполагает, что на одном из начальных этапов создаются математическая и физическая модели РЭС, которые потом трансформируются в конструкцию, а параметры последней оптимизируются для достижения наивысших показателей качества.

К сожалению, существующие методы проектирования не учитывают гиперслучайной природы физических процессов, происходящих в РЭА, а также и характеристик устройства, полученных в результате проектирования.

При функционировании любого РЭС в нем протекают процессы, которые можно отобразить множеством характеристик и параметров y_i в виде операторов $Y = [y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n]^T$, а каждый оператор Y формируется как результат множества входных воздействий X , внутренних процессов P , внешних воздействий Q : $Y = Y(X, P, Q)$.

Выходные характеристики РЭС можно представить как функции $Z = Z(Y_1, \dots, Y_i)$, а комплексную характеристику всего РЭС как функционал $\mathcal{F} = \mathcal{F}(Z_1, \dots, Z_u)$.

Все указанные параметры и характеристики целесообразно рассматривать как гиперслучайные, а методы проектирования основывать на использовании математического аппарата теории гиперслучайных явлений, с тем, чтобы можно было прогнозировать границы рассеяния получаемых в результате проектирования функциональных характеристик реального РЭС.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИПЕРСЛУЧАЙНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Гиперслучайный характер характеристик, проявляющийся при функционировании РЭС, является следствием воздействия внешних факторов, которые могут меняться непредсказуемо, но эти гиперслучайные свойства необходимо прогнозировать при создании аппаратуры.

Противоречивость ситуации в том, что, с одной стороны, в процессе проектирования необходимо определять возможные границы

рассеяния параметров и характеристик будущего РЭС – только так и можно определить соответствие устройства его целевому назначению, а с другой – эти реальные границы гиперслучайных показателей могут быть найдены только тогда, когда устройство изготовлено, а его характеристики определены.

Выход из этой ситуации, повидимому, может быть таким же, как и в случае прогнозирования показателей надежности элементной базы РЭС – электрорадиоэлементов (ЭРЭ), функциональных узлов (ФУ), конструкционных материалов, для которых базы данных определения интенсивности отказов были созданы экспериментально: необходимо накапливать статистические данные по вероятностным гиперслучайным характеристикам элементов РЭС и устройств в целом для различных условий эксплуатации.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИПЕРСЛУЧАЙНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВЕЛИЧИН И ПРОЦЕССОВ

Гиперслучайный характер физической величины или процесса проявляется в нарушении ими статистической устойчивости на конечном интервале наблюдения: последовательность $X_1, X_2, \dots$ случайных объектов можно характеризовать коэффициентами статистической неустойчивости γ_{1n} и μ_{1n} [4,5]:

$$\gamma_{1N} = \frac{M \left[\sum_{n=1}^N (Y_n - \bar{m}_{Y_N})^2 \right]}{\sum_{n=1}^N D_{x_n}}, \quad \mu_{1N} = \sqrt{\frac{\gamma_{1N}}{1 + \gamma_{1N}}}, \quad (1)$$

где $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ – флуктуация выборочного

среднего, $\bar{m}_{Y_N} = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^N Y_n$ – среднее

флуктуации среднего, $\bar{m}_{m_{Y_N}} = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^N m_{Y_n}$ –

среднее флуктуаций математических ожиданий m_{Y_n} .

Если $\gamma_{1N} > 0$, $\mu_{1N} > 0$, последовательность величин или процесс могут быть гиперслучайными.

Исходя из гиперслучайной природы первичных величин, входящих в выраже-

ния операторов X , P , Q , придем к логическому выводу, что эти последние, а также и уравнения, объединяющие их в модели процессов Y , Z , $\mathcal{F}$ – также должны быть гиперслучайными M -мерными функциями.

Для расчета характеристик гиперслучайных функций могут быть использованы все методы их представления с помощью условных функций распределения, условных плотностей распределения, границ функций распределения и их моментов по соответствующим характеристикам исходных гиперслучайных величин [6].

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ В РЭС

Математические модели энергетических процессов в РЭС имеют своей основой уравнения Лагранжа, в большинстве случаев представляемые в дифференциальной форме (т.наз. уравнения Лагранжа 2-го рода) [7]. Исходя из предположения о гиперслучайном характере физических явлений, целесообразно эти уравнения записать в форме (2), где T – кинетическая энергия, U – потенциальная; Φ – функция рассеяния энергии (функция Релея); Q_j – внешняя обобщенная сила; q_j – обобщенные координаты; $\dot{q}_j = \partial q_j / \partial \tau$; τ – время; верхним индексом “ h ” здесь и далее подчеркнуты гиперслучайные свойства соответствующих величин и функций:

$$\left[\frac{d}{d\tau} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right]^h - \left[\frac{\partial T}{\partial q_i} \right]^h + \left[\frac{\partial U}{\partial q_i} \right]^h + \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} \right]^h - Q_i^h = 0, \quad i = 1, \dots, k. \quad (2)$$

Возникает вопрос о сущности математических преобразований, обозначаемых символами производных от гиперслучайных величин, т.е. $\left[\frac{\partial T(\dots)}{\partial q_i} \right]^h$, $\left[\frac{\partial \Phi(\dots)}{\partial \dot{q}_i} \right]^h$ и пр.

Представляется целесообразным считать их операторными изображениями математических предельных переходов (по сути аналогичных детерминированным) от первообразной гиперслучайной величины к изображению ее производной, не раскрывая на данном этапе математических преобразований этих переходов. Обратные переходы (интегрирование дифференциального гиперслучайного уравнения, опять таки без

детализации мате-матических операций), позволят получать решения исходных гиперслучайных уравнений в виде гиперслучайных функций.

Системный анализ структуры РЭА показывает, что основные составляющие конструктивной сложности любого РЭС – ячейки и микросборки, в общем объеме всей РЭА их не менее 67–85%. Уровень их конструктивной сложности практически одинаков: основой каждой из них является пластмассовая, металлическая или керамическая плата, на которой установлены ЭРЭ, ФУ, от которых нужно отводить тепло; микросборки и ячейки необходимо защищать от механических воздействий, а некоторые экранировать.

Для рассмотренных конструктивных модулей главные дестабилизирующие влияния, могущие привести к отказам от выполнения функционального назначения – механические и тепловые (внешние и внутренние). Внешние механические – вибрации, удары – приведут к появлению внутренних напряжений в элементах конструкции, ЭРЭ и ФУ; тепловые – к повышению их температур вследствие внутреннего тепловыделения и влияния температуры внешней среды.

Поэтому ниже рассмотрены гиперслучайные математические модели основных механических и тепловых процессов, осуществляющихся в РЭС, и связанных с ними показателей надежности.

Динамические деформации плат

Дифференциальное уравнение механических колебаний пластины (печатной платы) с размерами $l \times b \times h$ при кинематическом возбуждении смещением опор $z_o(\tau)$, учитывающее гиперслучайный характер первичных физических величин, получим из (2) в виде [7]:

$$m^h \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} \right)^h + D^h (1 + j\gamma^h) \times \left[\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right)^h + 2 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right)^h + \left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right)^h \right] = m^h z_o^h(\tau). \quad (3)$$

где w – динамические прогибы; m – приведенная масса платы; D – цилиндрическая жесткость платы; γ – коэффициент механических потерь материала; j – мнимая единица; τ – время.

Решая это уравнение, получают вертикальные прогибы платы в виде гиперслучайной функции:

$$w(x, y) = \sum_i \sum_k z_o^h K R_z^h w_i(\xi) w_k(\vartheta), \quad (4)$$

где K – коэффициент, учитывающий характер закрепления сторон; $w_i(\xi), w_k(\vartheta)$ – т. наз. базисные функции относительных координат $\xi = x/l, \vartheta = y/b$.

Коэффициент передачи R_z зависит от отношения гиперслучайных частот внешнего возбуждения ω_z и собственной ω_0 – коэффициента расстройки $\varpi = \omega_z/\omega_0$, и потому может рассматриваться как гиперслучайная функция:

$$R_z^h = \frac{\sqrt{1 + (\gamma^h \varpi^h)^2}}{\sqrt{[1 - (\varpi^h)^2]^2 + (\gamma^h \varpi^h)^2}}, \quad (5)$$

собственная частота $\omega_0^h = \frac{\varphi(\beta)}{l^2} \sqrt{\frac{D^h}{m^h}}$, где $\varphi(\beta)$

– функция, учитывающая отношение сторон платы $\beta = l/b$ и характер закрепления сторон.

Цилиндрическую жесткость платы D также следует считать гиперслучайной функцией:

$$D^h = \frac{E^h (h^h)^3}{12 [1 - (\nu^h)^2]}, \quad (6)$$

где E – модуль упругости; h – толщина платы; ν – коэффициент Пуассона материала.

Таким образом, динамические прогибы платы $w(x, y)$ – гиперслучайные функции гиперслучайных величин $m, E, \gamma, \nu, z_o, \omega_z, \omega_0$.

Температурное поле платы

Температуры платы РЭС и установленных на ней ЭРЭ и ФУ определяются их тепловыделениями, теплопроводностью материала платы, условиями охлаждения и температурой внешней среды.

Математическая модель нестационарного теплового поля, учитывающая распространение тепла в плате кондукцией и охлаждение ее конвекцией, может быть получена из (3) как дифференциальное уравнение параболического типа [8]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^h} \left[\frac{\partial T(x, y, \tau)}{\partial \tau} \right]^h &= \left[\frac{\partial^2 T(x, y, \tau)}{\partial x^2} \right]^h + \\ &+ \left[\frac{\partial^2 T(x, y, \tau)}{\partial y^2} \right]^h - \frac{\alpha^h}{\lambda^h h} [T(x, y, \tau)]^h + \\ &+ \sum_i \frac{q_i^h(x_i, y_i, \tau)}{\lambda^h}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $T(x, y, \tau)$ – температура; $q_i(x, y, \tau)$ – мощности тепловых источников, установленных на плате; a и λ – коэффициенты температуро и теплопроводности материала платы, α – коэффициент конвективной теплоотдачи от поверхностей платы к охлаждающей среде.

Решение уравнения (7), полученное методом конечных интегральных преобразований [8], имеет вид гиперслучайной функции (8), где K_n, K_m – ядра интегральных преобразований; I_n, I_m – функции распределения температур в продольном и поперечном направлениях; Bi, Bi_1, Bi_2 – критерии Био, характеризующие теплоотдачу с поверхностей платы; μ_n, μ_m – корни характеристических уравнений; $\Phi(\tau)$ – функция времени.

$$\begin{aligned} T^h(x, y, \tau) &= \\ &= 16 \sum_{i=1}^k \frac{Bi^h}{\alpha^h} \frac{lb}{h^2} \frac{q_i^h}{\Delta x_i \Delta y_i} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (K_n^h)^2 (K_m^h)^2 \times \\ &\times \frac{I_n^h(\xi) I_m^h(\vartheta)}{\left(\mu_n^h\right)^2 \frac{b}{l} + \left(\mu_m^h\right)^2 \frac{l}{b} + Bi^h \frac{lb}{h^2}} \times \\ &\times \left[\mu_n^h \cos(\mu_n^h \xi) + Bi_1^h \sin(\mu_n^h \xi) \right] \times \\ &\times \left[\mu_m^h \cos(\mu_m^h \vartheta) + Bi_2^h \sin(\mu_m^h \vartheta) \right] \Phi(\tau), \end{aligned} \quad (8)$$

Температура $T(x, y, \tau)$ – функция гиперслучайных величин q_i, a, α и λ , причем две последние формируют критерии Био, корни μ_n, μ_m , ядра K_n, K_m , функции I_n, I_m .

РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГИПЕРСЛУЧАЙНЫХ СКАЛЯРНЫХ ФУНКЦИЙ ГИПЕРСЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Одной из задач проектирования является определение вероятностных характеристик гиперслучайных функций – например, функций (4) – (6), (8) – по вероятностным характеристикам первичных гиперслучайных величин. Рассмотренные примеры показывают, что любая из этих функций – многомерная гиперслучайная. Математического аппарата для подобных преобразований гиперслучайных величин и функций общего вида в теории гиперслучайных явлений пока что не имеется. Соответствующие методы разработаны для одномерных гиперслучайных скалярных величин, преобразуемых функциями вида $y=f(x)$ и некоторых двумерных векторных гиперслучайных величин [6].

Подобные задачи при проектировании возможно решать с помощью метода Монте-Карло, когда с помощью генератора случайных чисел задают случайные сочетания значений исходных гиперслучайных величин в диапазоне рассеяния каждой из них, а затем вычисляют по детерминированной модели значение выходной характеристики. Процедура повторяется многократно до получения функции и плотности рассеяния этой характеристики, ее числовых показателей (моментов соответствующих порядков) [9]. Метод требует составления специализированных программных модулей для систем автоматизированного проектирования и мощного инструментального обеспечения (электронно-вычислительной техники).

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ГИПЕРСЛУЧАЙНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЭС

Сложности расчета вероятностных или числовых характеристик функциональных показателей РЭС – операторов Y , Z , функционала $\mathcal{F}$ – становятся ясными из приведенных выше примеров: все эти показатели представляют собой достаточно сложные математические выражения, для расчета значений которых может потребоваться специализированный математический аппарат.

Характеристики операторов $Y = \varphi(X, P, Q)$ как гиперслучайных функций векторов X, P, Q в простейшем случае достаточно легко можно определить, вводя некоторые предположения. Вероятностные характеристики каждого из векторов X, P, Q должны быть известны на основе имеющихся статистических данных или заданы, т.е. должны быть известны их условные плотности распределения $f_X = f(x_1, \dots, x_m)$, $f_P = f(p_1, \dots, p_r)$, $f_Q = f(q_1, \dots, q_s)$. Если предположить, что векторы X, P, Q при некоторых условиях независимы, то имеем для границ вектора Y [1]:

$$\begin{aligned} f_Y(y) &= f_s(x)f_s(p)f_s(q), \\ f_I(y) &= f_I(x)f_I(p)f_I(q) \end{aligned} \quad ;$$

математические ожидания

$$\begin{aligned} m_s(Y) &= M[\varphi(X, P, Q)] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(X, P, Q) f_s(y) dx dp dq, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_I(Y) &= M[\varphi(X, P, Q)] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(X, P, Q) f_I(y) dx dp dq; \end{aligned}$$

дисперсии

$$\begin{aligned} D_s(Y) &= D_s[\varphi(X, P, Q)] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\varphi(X, P, Q) - m_s(Y)]^2 f_s(y) dx dp dq, \\ D_I(Y) &= D_I[\varphi(X, P, Q)] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\varphi(X, P, Q) - m_I(Y)]^2 f_I(y) dx dp dq. \end{aligned}$$

Таким же образом можно оценить характеристики функций Z , которые будут получены в результате проектирования.

Проектирование РЭА как объекта с гиперслучайными характеристиками

Проектирование РЭС – это процесс создания математических и физических моделей будущего устройства, которое должно иметь заданные характеристики, представляемые операторами Z или функционалом $\mathcal{F}$.

Понятие наивысшего качества обычно понимают, как получение минимальной разницы между заданным значением оператора Z_P , и полученным в спроектированном устройстве Z :

$$\Delta Z = |Z - Z_P| \rightarrow \min.$$

Вследствие гиперслучайности всех составляющих функции Z , в действительности она всегда будет множеством Z_v со своим законом распределения, его границами, характеристики которых будут определяться структурой объекта, соответствующими гиперслучайными законами распределения его составляющих (аналогичное явление будет и в случае, когда комплексная функция устройства – функционал $\mathcal{F}$).

Таким образом, в процессе проектирования РЭС, вследствие существенной сложности последнего, необходимо прежде всего для всех параметров – внешних влияний q_r , входных x_j , внутренних p_k , выходных y_i – определить вероятностные характеристики и границы последних, а по ним рассчитать вероятностные характеристики операторов Y, Z , функционала $\mathcal{F}$.

Во многих случаях законы распределения первичных гиперслучайных величин неизвестны (они никогда не определялись), поэтому представляется целесообразным считать их соответствующими нормальному закону, а положения границ распределения оценивать по допускам на номинальные значения (эти допуски обычно считают известными или их задают).

В действительности задача определения числовых характеристик функциональных показателей проектируемого РЭС может оказаться более сложной по следующим причинам:

- функции $Y = \varphi(X, P, Q)$ могут быть достаточно сложными;
- операторы (функции) P, Q могут быть взаимно коррелированными.

При этом могут появиться трудности вычислительного характера при расчетах значений кратных интегралов в формулах, по которым определяются гиперслучайные характеристики границ. Такие расчеты обычно проводят с помощью математических пакетов (например, *MathCad*), однако для интегралов большой кратности или для сложных математических выражений операторов Y результат получить не всегда удается.

ВЫВОДЫ

1. Показано, что наиболее адекватно реальные физические процессы, осуществляющиеся в устройствах РЭА, целесообразно описывать с помощью теории гиперслучайных явлений.

2. Предложено методы проектирования РЭС создавать на основе математического аппарата теории гиперслучайных явлений. В процессе проектирования для каждого из функциональных показателей РЭС будет получено множество значений, которые определяются соответствующими законами распределения; границы, в которых находится это множество, также должны иметь свои законы распределения.

3. Показано, что на всех этапах проектирования РЭС из множества вариантов его характеристик, полученных в виде гиперслучайных векторов, возможно выбрать

оптимальные, ближе всего соответствующие задаваемым.

4. Показана необходимость создания базы данных для гиперслучайных показателей ЭРЭ, ФУ, конструктивных материалов РЭС, которые давали бы возможность прогнозировать вероятностные характеристики функциональных показателей всего РЭС, получаемые как результат проектирования.

5. Показано, что для комплексов программ систем автоматизированного проектирования могут потребоваться специальные программные модули определения числовых показателей гиперслучайных функциональных характеристик РЭС, и эти модули необходимо создавать.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Горбань И.И. Теория гиперслучайных явлений. – Киев: НАНУ/Институт проблем математических машин и систем – 2007. – 184 с.
- [2] Горбань И.И. Представление физических явлений гиперслучайными моделями // Математичні машини і системи. – № 1, 2007. – с. 34 – 41.
- [3] Rivett P., Principles of model building. The construction of models for decision analysis, [Chichester] – 1972.
- [4] Горбань И.И. Нарушение статистической устойчивости физических процессов // Математичні машини і системи. – №1, 2010. – с. 171 – 184.
- [5] Горбань И.И. Исследование нарушения статистической устойчивости курса валют// Тезисы докладов конференции ГА-2010.
- [6] Горбань И.И. Преобразование гиперслучайных величин и процессов // Известия вузов. Радиоэлектроника. – №2, 2010. – с. 3 – 15.
- [7] Уваров Б.М., Зінковський Ю.Ф. Проектування та оптимізація механостійких конструкцій радіо-електронних засобів з імовірнісними характеристиками – Луганськ, ЛНПУ, 2010. – 201 с.
- [8] Уваров Б.М., Зінковський Ю.Ф. Оптимізація стійкості до теплових впливів конструкцій радіо-електронних засобів з імовірнісними характеристиками – Луганськ, ЛНПУ, 2010. – 190 с.
- [9] Ермаков С. М. Методы Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1971г.