

МОДЕЛИРАНЕ И АНАЛИЗ ЕЛЕКТРИЧЕСКОТО ПОЛЕ НА ЕЛЕКТРОДИ "СФЕРА-СФЕРА"

MODELING AND ANALYSIS OF THE ELECTRIC FIELD OF SPHERICAL ELECTRODES

Петър Милков Узунов
Технически университет - Габрово

Красимир Иванов Маринов
Технически университет – Габрово

Петър Веселинов Христов
Технически университет - Габрово

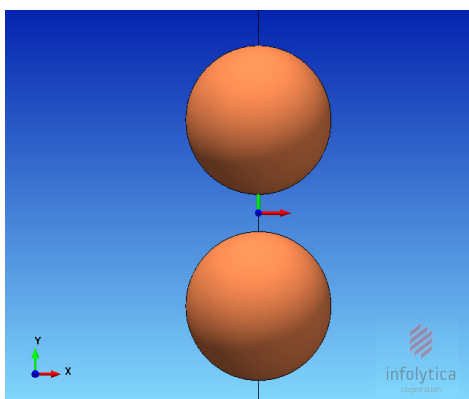
Abstract

In this article the Finite Element Method(FEM) is used to solve the task of analyzing the electric field of spherical electrodes with laboratory equipment for investigating the breakthrough voltage of air gaps. The task is solved numerically by means of two programs for electric field analysis through FEM: FEMM and ELECNET. In result of the analysis, the main electric field parameters have been calculated: potential, intensity, energy, and capacity of the system of two electrodes. The experimental research performed confirms the correctness of the approach with numerical modeling and analysis of the electrostatic field in this specific task.

Keywords: High voltage electrostatic field, Finite element method .

ВЪВЕДЕНИЕ

В статията е направено моделиране и анализ на електростатичното поле между двата сферични електрода на лабораторна установка за високо напрежение[2], с която се изследва пробивното напрежение на въздуха(фиг. 1). Сферите са от проводящ материал-месинг и всяка има радиус $r = 50$ mm, разположени на разстояние 25 mm във въздух.



Фиг.1

Горната сфера има потенциал 60 kV, а долната е заземена и следователно нейния

потенциал е 0 V. Електродите са разположени на височина 50 cm от повърхността на земята поради което нейното влияние може да се пренебрегне, тъй като при разстояния около десет пъти по-големи от размера на телата електрическото поле затихва. Координатната система се разполага така, че хоризонталната геометрична ос на симетрия между двете сфери да съвпадне с оста ОХ и линията с нулев потенциал, а оста ОУ да бъде ориентирана по вертикалната права, свързваща центровете на двете сфери, както е показано на фиг.1.

Задачата се решава като двумерна при използване на периодични гранични условия и Келвинова трансформация за моделиране на безкрайната граница.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Електрическото поле, създадено от двете сфери е статично. Електростатичното поле може да бъде моделирано на базата на основните му уравнения

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0; \quad (1)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}; \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0. \quad (3)$$

Електростатичното поле е потенциално, което следва от уравнение (1). Връзката между интензитета на електрическото поле и изменението на потенциала в пространството се дава от следното уравнение

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V; \quad (4)$$

Ако се замести със съставките на вектора $\vec{E}$ в диференциалния запис на теоремата на Гаус

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (5)$$

с техните изрази посредством потенциала

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}, \quad (6)$$

се получава се уравнението на Поасон

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}. \quad (7)$$

Разпределението на електрическия потенциал V може да бъде получено, чрез решаване на уравнение (7) с помощта на метода на крайните елементи (МКЕ) в съответната област при подходящи гранични условия.

Анализа на електрическото поле се прави с помощта на програмата FEMM[3].

Програмата FEMM решава уравнението на Поасон в декартова координатна система в двумерния случай(8)

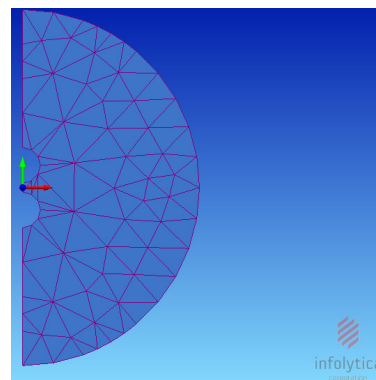
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \frac{\partial V}{\partial y} \right) = -\rho, \quad (8)$$

където $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ са диелектрическите проницаемости на средата по направления x и y .

С цел проверка на получените резултати се прави анализ на проблема и с професионалната програма за анализ на електрически полета Elecnet[5], която е софтуерен продукт на фирмата "Infolytica corp." и решава уравнението на Поасон(7) в тримерния случай.

ИЗГРАЖДАНЕ НА ЧИСЛЕНИЯ МОДЕЛ ЗА АНАЛИЗ НА ПОЛЕТО

Геометрията на модела за програмата ELECNET е показана на фиг. 2.



Фиг.2

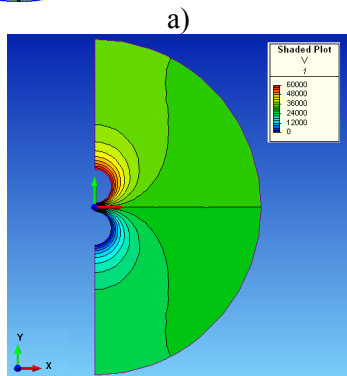
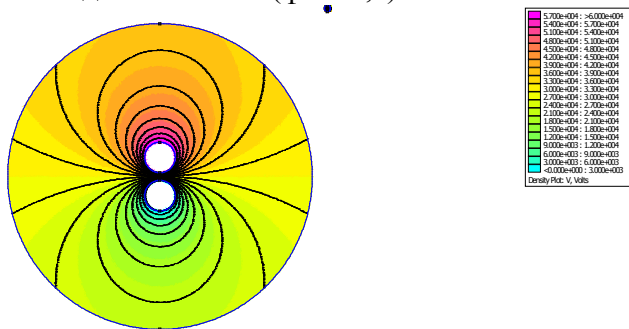
Основната особеност при изграждането му е свързана с факта, че вътре в проводящите сфери отсъства електрическо поле. Поради това не е необходимо да се задава техният материал и да се дискретизира тази част от областта на крайни елементи т.е. проводящите сфери не са част от модела.

Освен това в електростатичното поле повърхността на проводниците е екипотенциална т.е. всички точки имат един и същ потенциал. Поради това за симулиране на двете сфери по окръжностите им в равнината на чертежа, за всички точки се задават еднакви потенциали – за сферата, включена към високото напрежение 60000 V, а за заземената сфера 0 V.

Един от най-важните въпроси, от които зависи верността и единствеността на решението при МКЕ, е правилния избор на граничните условия. Тъй като за разглеждатата задача електростатичното поле се развива в неограниченото пространство около сферите, при програмата FEMM е удачно да се използва Келвинова трансформация[3] за моделиране на „отворена граница“. При двумерни плоско-паралелни задачи, външната област може да бъде моделирана просто чрез дефиниране областта на задачата като съвкупност от две кръгови области: кръгова област, съдържаща изследваните обекти и допълнителна кръгова област, за да се представи далечната област на полето. След това трябва да бъдат зададени периодични гранични условия на съответстващите граници на кръговете, за да се осигури непрекъснатост на потенциала V върху границите на двете области. Переодичните гранични условия се използват за задаване равенство на потенциалите по определени части от границите. Намираме приложение

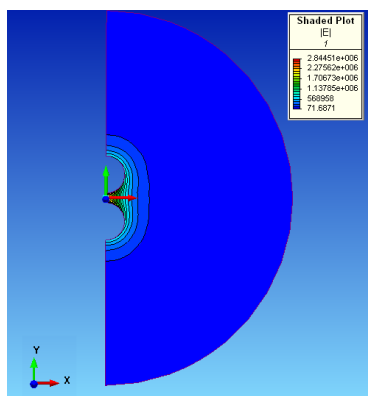
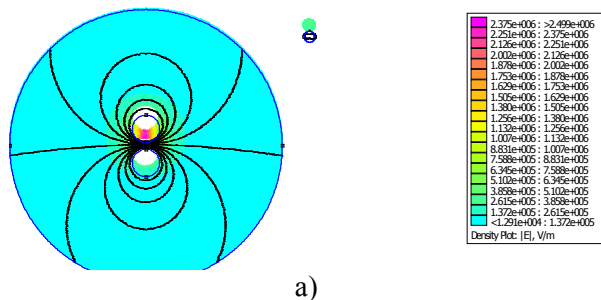
при устройства с периодична структура, като позволяват да се анализира само една част от устройството.

В резултат от анализа се получава разпределението на електрическото поле в разглежданата област (фиг. 3,а)



Фиг. 3. Еквипотенциални линии

На фиг. 4, а и б, е показана картината на интензитета на електрическото поле.

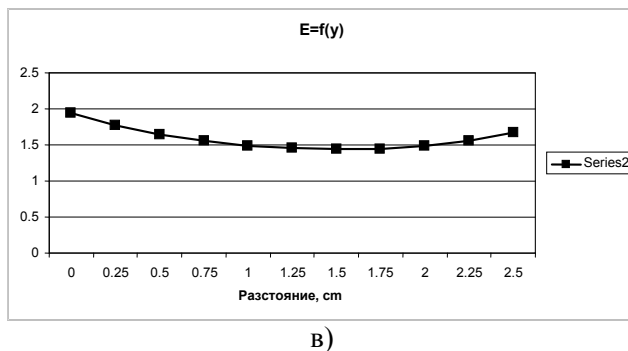
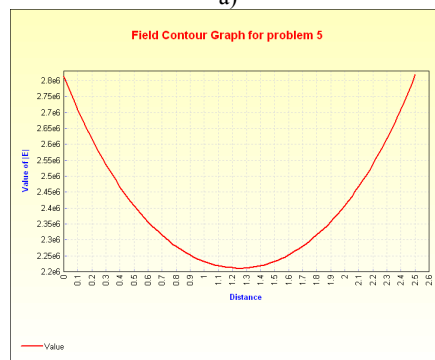
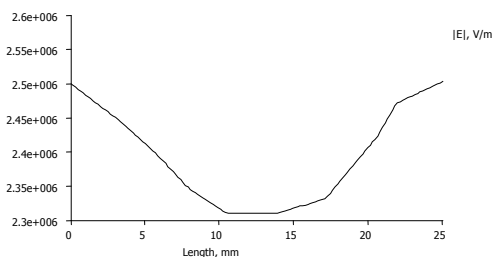


Фиг. 4. Картина на разпределението на интензитета на електрическото поле.

Получените разпределения на електрическия потенциал и интензитета на електрическото поле с програмния пакет ELECNET са показани на фиг. 3,б и фиг. 4,б. Картините на полето са еднакви, което говори за правилността на решението.

От голямо значение за пробива на въздуха е разпределението на интензитета на полето в пространството между двете сфери. За целта трябва да се разполага с графиката на това разпределение във функция от разстоянието между двете сфери, отчитано по оста ОУ.

С цел проверка на полученото решение с програмата FEMM на фиг. 5,б е построена графиката на зависимостта $E=f(y)$, получена от решението с Elecnet, а на фиг. 5,в е построена графиката на същата зависимост по резултатите от аналитичните изчисления с програма, написана на програмния език FORTRAN[1].



Фиг. 5. Графика на разпределението на интензитета на електрическото поле по оста ОУ между двете сфери.

От резултатите от анализа на полето на двата електрода може да се направи важния извод, че максималната стойност на интензитета на електрическото поле се получава в непосредствена близост до повърхността на сферите. Именно поради тази причина там първо се получава пробив и от там започва електрическата дъга на газовия разряд във въздуха между двата електрода, което се потвърждава и от направеното експериментално изследване в лабораторни условия. В таблица 1 са дадени за сравнение максималните стойности на интензитета на електрическото поле.

Таблица 1

	FEMM	Elecnec	Теория
Интензитет на електрическото поле $\cdot 10^6$, V/m	2,500212	2,812169	2,495
Относителна грешка, %	11,1	0	11,28

ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА КАПАЦИТЕТА НА СИСТЕМАТА ЕЛЕКТРОДИ "СФЕРА-СФЕРА"

От получената стойност на енергията се изчислява капацитетът на сферичния разрядник по следното уравнение

$$C = \frac{2 W_E}{U^2}, \quad (9)$$

където U е напрежението между сферите във волтове.

В таблица 2 са сравнени резултатите от изчисленията по данните от програмата FEMM с тези, получени от теорията. Вижда се тяхното добро съвпадение с резултатите от аналитичното изчисление на капацитета по метода на изображенията [1], получен по уравнението

$$C_{ш.р} = \frac{Q_{\Sigma}}{U} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} q_n}{U}, \quad (10)$$

където q_n са зарядите, до които се еквивалентира системата от двете сфери, а U е напрежението между тях.

Таблица 2

	FEMM	Теория
Съхранена енергия $\cdot 10^{-4}$, J	7,17	5,99
Капацитет $\cdot 10^{-12}$, F	39,83	33,27

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИЗСЛЕДВАНЕ

Експерименталното изследване на електрическото поле на системата електроди "сфера-сфера" става с установка за получаване на високи напрежения в лаборатория "Техника на високите напрежения" в катедра "Основи на електротехниката и електроенергетиката" при Техническия университет – Габрово [2]. В нея получаването на високи постоянни напрежения става с помощта на електростатичен генератор и на изправителна схема.

Практическият експеримент дава възможност за визуално наблюдение на възникването и протичането на газовия разряд.

Резултатите от измерването на пробивното напрежение и изчисляване на пробивния интензитет са дадени в таблица 3.

Таблица 3

Разстояние s , cm		
	$U_{пр}$	$E_{пр}$
	kV	V/m
2,5	60	$2,4 \cdot 10^6$

Доброто съвпадение на резултатите от таблици 1 и 3 говори за правилността на подхода за числено моделиране и анализ на електростатичното поле на двете сфери.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията МКЕ се използва за решаване на задачата за анализа на електрическото поле на електроди "сфера-сфера". МКЕ позволява това да стане при отчитане на действителната геометрия на изследваната област, в която се развива полето и електрическите характеристики на средата, в която се развива полето. Това значително повишава точността при решаването на задачата, тъй като аналитичните зависимости, използвани при изследването на електрическото поле се основават на редица допускания и от там се получава съответната грешка.

Резултатите от изчислението по МКЕ с двата програмни пакета са близки и се потвърждават и от аналитичното изчисление на полето с метода на последователните изображения.

БЛАГОДАРНОСТ

Авторите изказват своята благодарност на Европейският офис на фирмата “Infolytica corp.” в лицето на нейния директор д-р Крис Емсон и мениджерът по продажбите г-н Дейв Каневски за предоставянето на пълен достъп до програмата Elecnet за определен период в рамките на специалната фирмена програма за висшите учебни заведения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Аронов, М.А., П.В. Базуткин, П.В. Борисоглебский, Лабораторные работы по технике

высоких напряжений, Энергоатомиздат, 1982.

[2] К.М.Иванов, П.К.Петров: Техника на високите напрежения. Ръководство за лабораторни упражнения, Издателство Габрово-Принт, 1-во издание, 2000., 110 стр.

[3] Meeker, D., Finite Element Method Magnetics, Version 4.2, User's Manual, 2006.

[4] Meeker, D., FEMM 4.2 Electrostatics Tutorial, 2006.

[5] ElecNet v.7, Live Docs,
<http://www.infolytica.com>

[6] Popovic, Z., B. Popovic, Introductory Electromagnetics, Prentice Hall, 1999.