

**ЕКСТРЕМНА ТОВАРОНОСИМОСТ ПРИ ЕВОЛВЕНТНИ
ЦИЛИНДРИЧНИ ЗЪБНИ ПРЕДАВКИ С АСИМЕТРИЧЕН ПРОФИЛ НА
ЗЪБИТЕ****EXTREME LOAD FOR INVOLUTE CYLINDRICAL GEARS WITH
ASYMMETRIC TOOTH PROFILE****Светослав Кънчев Симеонов***ТУ - Габрово***Генади Цветанов Цветанов***ТУ - Габрово***Мирослава Дочева Ненчева***ТУ - Габрово***Abstract**

The report presents the long-lasting experience of the authors in determining the extreme load of involute cylindrical gears with asymmetric tooth profile.

Keywords: cylindrical gears; asymmetric profile.

ВЪВЕДЕНИЕ

Освен качествените показатели на зъбното зацепване, които се определят от областта на съществуване, друг важен показател оказващ влияние върху дълготрайността на една еволвентна цилиндрична зъбна предавка, е напрегнатото и деформационно състояние на еволвентния зъб. В литературата [Арнаулов 1980, БДС 17108–89] съществува якостно оразмеряване на зъбни предавки, основано на критериите за контактна и обемна якост на зъба. При изчисляване на зъбните предавки на якост от огъване, се използват седем хипотези на абстрахиране и се прави замяна на еволвентния профил с конзолно запъната греда. Тази призматична греда има постоянен ъгъл във върха и позволява определянето на напреженията без отчитане на реалните показатели на зацепването. Асиметричният зъбен профил е съставен и при него е напълно условно прилагането на зависимостите за симетричен профил на зъбите.

Целта на настоящият доклад е да се изследва напрегнатото и деформационно състояние на еволвентни цилиндрични зъбни козела с асиметричен профил на зъбите

ИЗЛОЖЕНИЕ

Освен качествените показатели на зъбното зацепване, които се определят от областта на съществуване, друг важен показател, оказващ влияние върху дълготрайността на една еволвентна цилиндрична зъбна предавка, е напрегнатото и деформационно състояние на еволвентния зъб. Съществуващите подходи за определяне на напрегнатото и деформационно състояние на зъбите са частично или напълно неприложими при асиметричен зъбен профил.

От авторите са възприети основно следните два метода за определяне на напрегнатото и деформационно състояние на асиметричния зъбен профил:

2.1. Метод на теорията на еластичността – той е приложим при определянето на еластичните премествания на зъба под действието на различните компоненти на натоварването. При еволвентни цилиндрични зъбни предавки, с външно зацепване и конструкция тип диск, сумарното еластично преместване по едната от линиите на зацепване е [Генкин М. Д. 1971]:

$$\omega_{\Sigma} = \sum_i^2 (\omega_{ог.кл_i} + \omega_{к_i} + \omega_{в_i}), \quad (1)$$

където:

$\omega_{ог. кл.}$ – преместването при огъване на заместващите клинове (фиг. 1.1);

ω_k – преместването между осите на заменящите цилиндри при наличието на контакт между тях;

ω_b – преместването на основата на зъба.

Преместванията при огъване на асиметричния зъб се определят чрез замяна на зъба с клинове, които се вписват в неговата геометрия (фиг. 1.1). Прави се предположение за равенство на тангенциалните премествания на точките от страните на заменящите клинове, принадлежащи към основата на зъба и намиращи се в началото на преходната крива.

При симетрично еластично полупространство [Симеонов и Цветанов, Варна 2002]:

$$\omega_{ог. кл.} = \frac{F_n}{E} \cdot (k_1 + k_1^* + k_2 + k_2^* + k_3 + k_3^*), \quad (2)$$

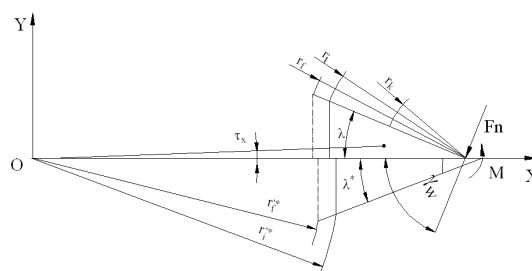
където $k_1, k_1^*, k_2, k_2^*, k_3$ и k_3^* са коефициентите, определени при съответните начални условия, които при изместване на инструмента имат вида:

$$\begin{cases} k_1 = \frac{\cos \alpha_{tw} \cdot \cos \lambda}{2\lambda - \sin 2\lambda} \cdot \left[\ln \frac{r_i}{r_k} - \frac{r_i - r_k}{r_f - r_k} \cdot \ln \frac{r_f}{r_i} \right] \\ k_1^* = \frac{\cos \alpha_{tw} \cdot \cos \lambda^*}{2\lambda^* - \sin 2\lambda^*} \cdot \left[\ln \frac{r_i^*}{r_k^*} - \frac{r_i^* - r_k^*}{r_f^* - r_k^*} \cdot \ln \frac{r_f^*}{r_i^*} \right] \\ k_2 = \frac{\sin \alpha_{tw} \cdot \sin \lambda}{2\lambda + \sin 2\lambda} \cdot \left[\ln \frac{r_i}{r_k} - \frac{r_i - r_k}{r_f - r_k} \cdot \ln \frac{r_f}{r_i} \right] \\ k_2^* = \frac{\sin \alpha_{tw} \cdot \sin \lambda^*}{2\lambda^* + \sin 2\lambda^*} \cdot \left[\ln \frac{r_i^*}{r_k^*} - \frac{r_i^* - r_k^*}{r_f^* - r_k^*} \cdot \ln \frac{r_f^*}{r_i^*} \right] \\ k_3 = -\frac{r_k \cdot \sin(\lambda + \gamma_w)}{\sin 2\lambda - 2 \cdot \cos 2\lambda} \cdot \left(1 - \frac{r_k}{r_i} \right) \cdot \left(1 - \frac{r_k}{r_f} \right) \\ k_3^* = -\frac{r_k^* \cdot \sin(\lambda^* + \gamma_w)}{\sin 2\lambda^* - 2 \cdot \cos 2\lambda^*} \cdot \left(1 - \frac{r_k^*}{r_i^*} \right) \cdot \left(1 - \frac{r_k^*}{r_f^*} \right) \end{cases}, \quad (3)$$

където:

λ и λ^* са ъглите във върховете на заменящите клинове;

γ_w е профилният ъгъл, който сключва направлението на силата с оста на клина.



Фиг. 1.1. Прилагане метода на безкрайния клин в еластичното полупространство при използване принципа на Поансо и преместване на натоварването във върха на клина

Изчисляването на преместванията на клина се затруднява от определяне на неговите радиуси, които са свързани с геометрията на предавката с асиметричен профил. За първи път връзка между геометричните параметри на клина и размерите на зъбното колело, за симетричен профил, е направена в [Симеонов 1983]. В настоящата работа се предлагат зависимости за определяне на геометричните параметри на клиновете, за асиметричен профил, които са:

- профилните ъгли във върховете на клиновете за лявата и дясната част на профила (λ и λ^*):

$$\begin{cases} \lambda^* = \arctg \frac{r_i^* \cdot \sin \tau_i^* - r_k^* \cdot \sin \tau_k^*}{r_k^* \cdot \cos \tau_k^* - r_i^* \cdot \cos \tau_i^*} \\ \lambda = \arctg \frac{r_i \cdot \sin \tau_i - r_k \cdot \sin \tau_k}{r_k \cdot \cos \tau_k - r_i \cdot \cos \tau_i} \end{cases}; \quad (4)$$

- радиусите от заместващите клинове (r_k и r_k^*), съответстващи на контактния на различно място по височина на профила:

$$r_k = \frac{r_i \cdot \sin \tau_k}{\sin \lambda}; \quad r_k^* = \frac{r_i^* \cdot \sin \tau_k^*}{\sin \lambda^*}; \quad (5)$$

- радиусите (r_i и r_i^*), съответстващи на граничните работни точки от двете еволенти, изграждащи профила:

$$r_i = \frac{r_k \cdot \sin \tau_i}{\sin \lambda}; \quad r_i^* = \frac{r_k^* \cdot \sin \tau_i^*}{\sin \lambda^*}; \quad (6)$$

- радиусите (r_f и r_f^*), съответстващи на петовия. Те се определят чрез координатите си в правоъгълна координатна система:

$$\begin{cases} x_f = r_f' \cdot \cos \tau_i - c_t^* \cdot m; x_f^* = r_f'^* \cdot \cos \tau_i^* - c_t^* \cdot m \\ y_f = y_i - k \cdot (x_i - x_f); y_f^* = k \cdot (x_i^* - x_f^*) - y_i^* \end{cases}; (7)$$

където τ е централният ъгъл, определящ дебелината на зъба на произволно място от неговата височина и се определя по следните зависимости, според възможността му на образуване:

- за възможност I на образуване и коелла 1 и 2 на предавката:

$$\begin{cases} \tau_{x_{1,2}} = \frac{\pi}{2 \cdot z_{1,2}} + \frac{2 \cdot x_{1,2} \cdot \operatorname{tg} \alpha}{z_{1,2}} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{tx} \\ \tau_{x_{1,2}}^* = \frac{\pi}{2 \cdot z_{1,2}} + \frac{2 \cdot x_{1,2} \cdot \operatorname{tg} \alpha^*}{z_{1,2}} + \operatorname{inv} \alpha_t^* - \operatorname{inv} \alpha_{tx}^* \end{cases}; (8)$$

- за възможност II на образуване и коелла 1 и 2 на предавката, които са реализирани с изходен контур с неравномерна стъпка:

$$\begin{cases} \tau_{x_1} = \frac{\pi}{2 \cdot z_1} + \frac{2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{z_1} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{tx} \\ \tau_{x_1}^* = \frac{\pi \cdot m_{t_1}}{2 \cdot z_1 \cdot m_t} + \frac{2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha^*}{z_1} + \operatorname{inv} \alpha_t^* - \operatorname{inv} \alpha_{tx}^* \\ \tau_{x_2} = \frac{\pi}{2 \cdot z_2} + \frac{2 \cdot x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{z_2} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{tx} \\ \tau_{x_2}^* = \frac{\pi \cdot m_{t_2}}{2 \cdot z_2 \cdot m_t} + \frac{2 \cdot x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha^*}{z_2} + \operatorname{inv} \alpha_t^* - \operatorname{inv} \alpha_{tx}^* \end{cases}, (9)$$

при следното допълнително условие за неравномерно разделяне на изходния контур, в челно сечение:

$$m_{t_1}^* + m_{t_2}^* = 2 \cdot m_t, (10)$$

Деформацията на зъба, при известни коефициенти на клина, за асиметричен профил може да се определи чрез ъгъла на завъртане на колелото спрямо основните му окръжности:

$$\begin{cases} \varphi_{ог.} = \frac{2 \cdot F_n \cdot k_{ев.} \cdot (k_1 + k_2 + k_3)}{E \cdot b \cdot m_t \cdot z \cdot \cos \alpha_t} \\ \varphi_{ог.}^* = \frac{2 \cdot F_n \cdot k_{ев.}^* \cdot (k_1^* + k_2^* + k_3^*)}{E \cdot b \cdot m_t \cdot z \cdot \cos \alpha_t^*} \end{cases}, (11)$$

където:

E е модулът на еластичност;

b – широчината на зъбното колело;

$k_{ев}$ и $k_{ев}^*$ са коефициентите, отчитащи разликите в еластичните премествания на клиновете и еволвентите [Генкин М. Д. 1971].

Сближаването между осите на заменящите цилиндри се определя, на база решението на контактната задача от теорията на еластичността [Генкин М. Д. 1971]:

$$\omega_k = \frac{2 \cdot (1 - \mu^2)}{\pi \cdot E} \cdot F_n \cdot \left[\ln \frac{4 \cdot a_1 \cdot a_2}{\psi^2} - \frac{\mu}{1 - \mu} \right], (12)$$

където:

a_1 и a_2 са разстоянията, на които се намира разглежданата точка от мястото на първоначален контакт между двата цилиндъра, заменящи профила;

ψ е полуширината на контактната площ при стоманени зъбни колела;

μ – коефициентът на Поасон.

Преместването на основата на зъба при колела с конструкция тип диск, е:

$$\omega_B = \frac{(1 - \mu^2)}{\pi \cdot E} \cdot F_n \cdot \left(\frac{L_i}{2} + \frac{B_i}{2} + \frac{L_i^*}{2} + \frac{B_i^*}{2} \right), (13)$$

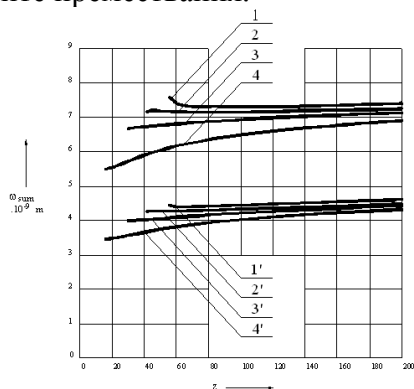
където L_i и L_i^* отчитат действието на равномерно разпределеното нормално и тангенциално натоварване по двете граници на заместващият клин в еластичното полупространство [Цветанов, Габрово 2004].

Сумарното еластично преместване в зацепването е определено при следните параметри: двете зъбни колела са от стомана 12ХН3А с цементация за термообработка при повърхнинна твърдост HRC=60; максимално контактно напрежение - $\sigma_{HPmax}=2640$ МПа; базово гранично контактно напрежение - $\sigma_{Hlimb}=1380$ МПа; базовата якост на огъване $\sigma_{Flimb}=950$ МПа; якост на огъване при максимално натоварване $\sigma_{Fst}=2800$ МПа; модул на еластичност - $E=2,16 \cdot 10^{11}$ (N/m²); коефициент на Поасон - $\mu=0,29$; въртящ момент 8,25 (N.m); предавателно число - $u=1$; модул - $m=1$ (mm); коефициент на височината на главата на зъба - $h_a^*=1$; коефициент на височината на основата на зъба - $h_f^*=1,25$; ширина на зъбното колело - $b=5$ mm; коефициент на челно припокриване на предавката - $\epsilon_\alpha=1$; коефициент на радиална хлабина на предавката $c^*=0,25$; профилни ъгли на изходния асиметричен контур $\alpha=20^\circ$ и $\alpha^*=30^\circ$, възможност I на образуване.

На фиг. 1.2 е представено изменението на сумарното еластично преместване на зъба

при асиметрия на профила и различно изместване на инструмента, определено по метода на теорията на еластичността.

2.2 Метод на крайните елементи (версия в премествания) [Симеонов и Максимов, 1995] - при него се прави апроксимация на зъба с мрежа от крайни елементи, като се определят преместванията във възлите на крайните елементите под определено статично натоварване. В настоящата работа метода на крайните елементи е използван като сравнителен при определяне на еластичните премествания.

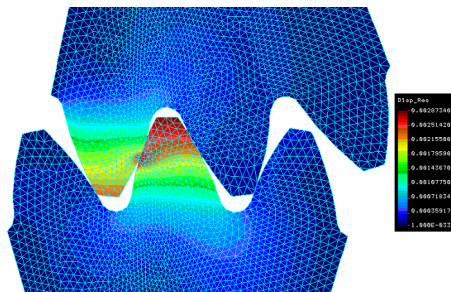


Фиг. 1.2. Зависимост на ω_{Σ} от изместването на инструмента при профилен ъгъл $\alpha = 20^\circ$ и

$\alpha^* = 30^\circ$ за $r_k = r_a$ и $r_k = r_a - 0,5.m$ при:

1 и 1' - $x = -0,4$; 2 и 2' - $x = 0$;

3 и 3' - $x = 0,4$; 4 и 4' - $x = 0,8$



Фиг. 1.3. Резултантно преместване без изместване на инструмента по началната окръжност, определено метода на крайните елементи

На фиг. 1.3 е представено определянето на резултантното еластично преместване за конкретната предавка, но получено по метода на крайните елементи. Извършено е сравняване на резултантните еластични премествания по двата метода на различни контактни окръжности, с и без изместване на изходния контур. Получено е добро съответствие между теоретичните и експериментални резултати, като максималното отклонение между двата метода не превишава 5,1%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В доклада е представена екстремната товароносимост на еволвентна цилиндрична зъбна предавка с асиметричен профил на зъбите. Направен е сравнителен анализ на еластичните премествания на асиметричната предавка по метода на теорията на еластичността и метода на крайните елементи, като е установена разлика не превишаваща 5,1%.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Вулгаков Э. Б. Теория эвольвентных зубчатых передач, Москва, "Машиностроение", 1995.
- [2] Генкин М. Д. Виброакустическая активность механизмов с зубчатыми передачами, Москва, "Наука", 1971.
- [3] Арнаудов К. и др. Машинни елементи. "Техника", София, 1980.
- [4] БДС 17108 – 89. Предавки зъбни, цилиндрични, еволвентни с външно зацепване. Якоствено изчисляване на зъбите, София, Официално издание, 1990.
- [5] Максимов Й. Компютърни методи за инженерен анализ. Габрово, Васил Априлов, 1999.
- [6] Симеонов С. Еластични деформации в зъбна предавка с асиметричен профил на зъбите. "Машиностроене и машинознание", Сливен, 2007, ISSN 1312-8612.